

BİRİNCİ DERECEDEKİ BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

A. TANIM

a ve b gerçel (reel) sayılar ve $a \neq 0$ olmak üzere,

$ax + b = 0$ eşitliğine **birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem** denir.

Bu denklemi sağlayan x değerlerine **denklemin kökü**, denklemin kökünün oluşturduğu kümeye denklemin **çözüm kümesi** denir.

B. EŞİTLİĞİN ÖZELİKLERİ

Denklem çözümünde aşağıdaki özelliklerden yararlanılır.

1. Bir eşitliğin her iki tarafına aynı sayı ilave edilirse eşitlik bozulmaz.

$a = b$ ise, $a + c = b + c$ dir.

1. Bir eşitliğin her iki tarafından aynı sayı çıkarılırsa eşitlik bozulmaz.

$a = b$ ise, $a - c = b - c$ dir.

1. Bir eşitliğin her iki tarafı aynı sayı ile çarpılırsa eşitlik bozulmaz.

$a = b$ ise, $a \cdot c = b \cdot c$ dir.

1. Bir eşitliğin her iki tarafı sıfırdan farklı aynı sayı ile bölünürse eşitlik bozulmaz.

$$a = b \text{ ise, } \frac{a}{c} = \frac{b}{c} \text{ dir. } (c \neq 0)$$

1. Bir eşitliğin her iki tarafının n. kuvveti alınır ise eşitlik bozulmaz.

$a = b$ ise, $a^n = b^n$ dir.

1. $a = b$ ise, $\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b}$ dir.

2. $(a = b \text{ ve } b = c)$ ise, $a = c$ dir.

3. $(a = b \text{ ve } c = d)$ ise, $a \pm c = b \pm d$ dir.

4. $(a = b \text{ ve } c = d)$ ise, $a \cdot c = b \cdot d$ dir.

$$(a = b \text{ ve } c = d) \text{ ise, } \frac{a}{c} = \frac{b}{d}, (c \neq 0, d \neq 0)$$

5. $a \cdot b = 0$ ise, $(a = 0 \text{ veya } b = 0)$ dir.

6. $a \cdot b \neq 0$ ise, $(a \neq 0 \text{ ve } b \neq 0)$ dir.

7. $\frac{a}{b} = 0$ ise, $(a = 0 \text{ ve } b \neq 0)$ dir.

C. $ax + b = 0$ DENKLEMİNİN ÇÖZÜM KÜMESİ

$$ax + b = 0 \text{ ise, } \mathbb{C} = \left\{ -\frac{b}{a} \right\} \text{ dir.}$$

1. $a \neq 0$ olmak üzere,

- $(a = 0 \text{ ve } b = 0)$ ise, $ax + b = 0$ denklemini bütün sayılar sağlar. Buna göre, reel (gerçek) sayılarda çözüm kümesi $\mathbb{R}$ dir.
- $(a = 0 \text{ ve } b \neq 0)$ ise, $ax + b = 0$ denklemini sağlayan hiçbir sayı yoktur. Yani, $\mathbb{C} = \emptyset$ dir.

D. BİRİNCİ DERECEDEKİ İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEM SİSTEMİ $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ ve $b \neq 0$ olmak üzere,

$ax + by + c = 0$ denklemine **birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem** denir.

Bu denklem düzlemde bir doğru belirtir. Doğru üzerindeki bütün noktaların oluşturduğu ikililer denklemin çözüm kümesidir.

Buna göre, $ax + by + c = 0$ denkleminin çözüm kümesi birçok ikiliden oluşur.

$a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $ax + by + c = 0$

denklemini her $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ için sağlanıyorsa

$a = b = c = 0$ dir.

Birden fazla iki bilinmeyenli denklemden oluşan sisteme **birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemi** denir.

Çözüm Kümesinin Bulunması Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözüm kümesi; yok etme yöntemi, yerine koyma yöntemi, karşılaştırma yöntemi, grafik yöntemi, determinant yöntemi gibi yöntemlerden biri ile yapılır.

Biz burada üçünü vereceğiz.

a. Yok Etme Yöntemi: Değişkenlerden biri yok edilecek biçimde verilen denklem sistemi düzenlenir ve taraf tarafa toplanır.

Taraf tarafa toplandığında veya çıkarıldığında (ya da bir düzenlemeden sonra) değişkenlerden biri sadeleşiyorsa "**Yok etme yöntemi**" kolaylık sağlar.

b. Yerine Koyma Yöntemi: Verilen denklemlerin birinden, değişkenlerden biri çekilip diğer denklemde yerine yazılarak sonuca gidilir.

Denklemlerin birinden, değişkenlerden biri kolayca çekilebiliyorsa, "**Yerine koyma yöntemi**" kolaylık sağlar.

c. Karşılaştırma Yöntemi: Verilen denklemlerin ikisinden de aynı değişken çekilir. Denklemlerin diğer tarafları karşılaştırılır (eşitlenir).

Her iki denklemden de aynı değişken kolayca çekilebiliyorsa, "**Karşılaştırma yöntemi**" kolaylık sağlar.

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ dx + ey + f = 0 \end{cases}$$

denklem sistemini göz önüne alalım:

Bu iki denklemin her birinin düzlemde bir doğru belirttiği göz önüne alınırsa **üç durum** olduğu görülür.

$$ax + by + c = 0$$

$$dx + ey + f = 0$$

denklem sisteminde,ise, bu iki doğru tek bir noktada kesişir.

Birinci durum:

$$\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e}$$

Bu durumda, verilen denklem sisteminin çözüm kümesi bir tek noktadan oluşur.

İkinci durum:ise, bu iki doğru çakışiktır.

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$$

Doğru üzerindeki her nokta denklem sistemini sağlar.

Bu durumda, verilen denklem sisteminin çözüm kümesi sonsuz noktadan oluşur.

Üçüncü durum: ise, bu iki doğru paraleldir.

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} \neq \frac{c}{f}$$

Denklem sistemini sağlayan hiçbir nokta bulunamaz.

Bu durumda, verilen denklem sisteminin çözüm kümesi boş kümedir.