

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
BÖLÜM 1 : TEMEL KAVRAMLAR ve SAYI SİSTEMLERİ.....	2
Çözümlü Test	18
Cevaplı Testler	22
BÖLÜM 2 : BÖLÜNEBİLME ve OBEB-OKEK	32
Çözümlü Test	44
Cevaplı Testler	48
BÖLÜM 3 : RASYONEL SAYILAR	58
Çözümlü Test	64
Cevaplı Testler	69
BÖLÜM 4 : SIRALAMA	76
Çözümlü Test	83
Cevaplı Testler	87
BÖLÜM 5 : MUTLAK DEĞER	94
Çözümlü Test	99
Cevaplı Testler	105
BÖLÜM 6 : ÜSLÜ İFADELER	110
Çözümlü Test	115
Cevaplı Testler	120
BÖLÜM 7 : KÖKLÜ İFADELER	132
Çözümlü Test	141
Cevaplı Testler	146
BÖLÜM 8 : ÇARPANLARA AYIRMA ve RASYONEL KESİRLERİN SADELEŞTİRİLMESİ	158
Çözümlü Test	172
Cevaplı Testler	177
BÖLÜM 9 : ORAN ve ORANTI	186
Çözümlü Test	199
Cevaplı Testler	205
BÖLÜM 10 : DENKLEM ÇÖZME	214
Çözümlü Test	228
Cevaplı Testler	233
BÖLÜM 11 : DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ	240
Çözümlü Test	278
Cevaplı Testler	283
BÖLÜM 12 : KÜMELER	294
Çözümlü Test	308
Cevaplı Testler	313

Sayfa

BÖLÜM 13 : BAĞINTI – FONKSİYON	320
Çözümlü Test	342
Cevaplı Testler	347
BÖLÜM 14 : İŞLEM	356
Çözümlü Test	366
Cevaplı Testler	370
BÖLÜM 15 : MODÜLER ARİTMETİK VE MATEMATİK SİSTEMLERİ	378
Çözümlü Test	387
Cevaplı Testler	393
BÖLÜM 16 : POLİNOMLAR.....	400
Çözümlü Test	423
Cevaplı Testler	428
BÖLÜM 17 : İKİNCİ VE ÜÇÜNCÜ DERECEDEKİ BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER	440
Çözümlü Test	468
Cevaplı Testler	475
BÖLÜM 18 : İKİNCİ DERECEDEKİ FONKSİYONLAR (PARABOL)	484
Çözümlü Test	502
Cevaplı Testler	511
BÖLÜM 19 : EŞİTSİZLİKLER	518
Çözümlü Test	533
Cevaplı Testler	539
Cevap Anahtarı.....	547

"Matematikde ilgili temel bilgilerim eksik."

Birçok öğrenci matematikte ilgili durumunu bu cümleyle açıklar. Oysa, matematiğin temel konuları, ÖSS (ODS - Ortak Dersler Sınavı -) matematik sorularının büyük çoğunluğunu oluşturur. Örneğin, son yedi yılda sınavda sayılarla ilgili toplam 66 soru soruldu. Matematik 1 de (ODS de) 30 soru sorulacağı göz önüne alınırsa, soruların yaklaşık olarak üçte birinin sayılarla ilgili olduğu sonucuna varınız. Şu halde, hem kendisi ciddi bir soru kaynağı olduğu için, hem de daha sonra verilecek konular için basamak oluştundan dolayı temel kavramların çok iyi bilinmesi gerekir. Sayılar konusu çok iyi öğrenilmeden, başka hiçbir matematik konusunun anlaşılamayacağını söylersek gerçeği ifade etmiş oluruz. Yukarıda ifade edilen nedenlerden dolayı, sayılar konusunu ayrıla-bildiği kadar küçük bölümlere ayırıp detaylı bir şekilde işleyeceğiz.

Sayılar konusunu,

-Temel kavramlar ve sayı sistemleri, Bölünebilme ve OBEB-OKEK, Rasyonel sayılar, Sıralama, Mutlak değer, Üslü ifadeler, Köklü ifadeler başlıkları altında ve ayrıntılı bir şekilde işleyeceğiz.

Son yedi yılın Öğrenci Seçme Sınavı'nda temel kavramlar ve sayı sistemleri ile ilgili toplam 14 soru soruldu.

TEMEL KAVRAMLAR ve SAYI SİSTEMLERİ

⇒ TEMEL KAVRAMLAR

- ~ A. RAKAM
- ~ B. SAYI
- ~ C. SAYI KÜMELERİ
 - ~ 1. Sayma Sayıları
 - ~ 2. Doğal Sayılar
 - ~ 3. Tamsayılar
 - ~ 4. Rasyonel Sayılar
 - ~ 5. İrrasyonel Sayılar
 - ~ 6. Reel (gerçek) Sayılar
- ~ D. SAYI ÇEŞİTLERİ
 - ~ 1. Çift Sayı
 - ~ 2. Tek Sayı
- ~ E. POZİTİF SAYILAR, NEGATİF SAYILAR
- ~ F. ARDIŞIK SAYILAR
- ~ G. ASAL SAYILAR
- ~ H. FAKTÖRİYEL

⇒ SAYI BASAMAKLARI ve TABAN

- ~ A. BASAMAK
- ~ B. TABAN
 - ~ 1. Onluk Tabanda Verilen Sayının Herhangi bir Tabana Çevrilmesi
 - ~ 2. Herhangi Bir Tabanda Verilen Sayının 10 luk Tabana Çevrilmesi
 - ~ 3. Herhangi Bir Tabanda Verilen Sayının Başka Bir Tabanda Yazılması
 - ~ 4. Toplama, Çıkarma, Çarpma

⇒ ÇÖZÜMLÜ TEST

⇒ CEVAPLI TEST (1, 2, 3, 4)

B Ö L Ü M

1

TEMEL KAVRAMLAR VE SAYI SİSTEMLERİ

I. TEMEL KAVRAMLAR

A. RAKAM

Sayıları ifade etmeye yarayan sembollere **rakam** denir.

$A = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ kümesinin elemanları onluk sayma sisteminin rakamlarıdır.

Örnek 1

a ve b onluk sayma sisteminde birbirinden farklı rakamlardır.

Buna göre, $a+b$ toplamının **en büyük** değeri kaçtır?

- A) 18 B) 17 C) 16 D) 15 E) 14

Çözüm

a ve b rakam olduğu için en büyük iki farklı rakamı seçeriz. $a = 9$ ve $b = 8$ alınırsa $a + b = 17$ olur.

Cevap B

B. SAYI

Rakamların bir çokluk belirtecek biçimde bir araya getirilmesiyle oluşturulan ifadeye **sayı** denir.

$$7, 18, 10^2, \frac{26}{5}, -8, -\frac{42}{11}$$

ifadeleri birer sayıdır.

UYARI :

Her rakam bir sayıdır. Fakat her sayı bir rakam değildir.

Örnek 2

4372 onluk sayma sisteminde bir sayıdır. Fakat rakam değildir. 7 onluk sayma sisteminde bir sayıdır, aynı zamanda bir rakamdır.

C. SAYI KÜMELERİ

Bu bölümde sayı kümeleri ayrıntıya inilmeden tanıtılacak, takip eden bölümlerde ise ayrıntılı olarak ele alınacaktır.

1. Sayma Sayıları

$$\mathbb{N}^+ = \{1,2,3,\dots\}$$

kümesinin her bir elemanına **sayma sayısı** denir.

2. Doğal Sayılar

$$\mathbb{N} = \{0,1,2,3,\dots\}$$

kümesinin her bir elemanına **doğal sayı** denir.

Örnek 3

a ve b birer doğal sayıdır.

$$a + b = 19$$

olduğuna göre, $a.b$ çarpımının **en küçük** değeri kaçtır?

- A) 0 B) 18 C) 19 D) 20 E) 27

Çözüm

0 bir doğal sayı olduğundan $a + b = 19$ eşitliğinde $a = 0$ ve $b = 19$ alınarak $a.b$ nin alabileceği en küçük değer bulunur.

$$a . b = 0 . 19 = 0 \text{ dir.}$$

Cevap A

3. Tamsayılar

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

kümesinin her bir elemanına **tamsayı** denir.

Tamsayılar kümesi; negatif tamsayılar kümesi ($\mathbb{Z}^-$), pozitif tamsayılar kümesi ($\mathbb{Z}^+$) ve sıfırı eleman kabul eden $\{0\}$ kümesinin birleşim kümesidir.

$$\mathbb{Z}^- = \{\dots, -3, -2, -1\}, \mathbb{Z}^+ = \{1,2,3,\dots\} \text{ olmak üzere,}$$

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$

Örnek 4

a, b ve c birer tamsayıdır.

$$a . b = -10$$

$$a . c = -15$$

olduğuna göre, $a.b.c$ çarpımının **en büyük** değeri kaçtır?

- A) 30 B) 120 C) 130 D) 140 E) 150

Çözüm

Çarpımın en büyük değerini alabilmesi için sonuç pozitif olmalıdır. Bunun için sayıların üçü de pozitif ya da ikisi negatif biri pozitif olmalıdır. İkili çarpımlarda negatif sonucun ortaya çıkması bu üç sayının bazılarının negatif olmasını gerektirir. Yani sayıların ikisi negatif ve biri pozitif seçilmelidir.

Buna göre, $a = 1$, $b = -10$ ve $c = -15$ seçilirse çarpım, $a \cdot b \cdot c = 1 \cdot (-10) \cdot (-15) = 150$ bulunur.

Cevap E

Örnek 5

x, y, z sıfırdan büyük birer tamsayı ve

$$2x + 3y - z = 94$$

olduğuna göre, x in alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

$2x + 3y - z = 94$ eşitliğinde x in en küçük değerini bulmak için $3y - z = 94 - 2x$ de $x = 1$ seçeriz.

Buradan $x = 1$, $z = 4$, $y = 32$ bulunur.

Cevap A

4. Rasyonel Sayılar

a ve b birer tamsayı ve $b \neq 0$ olmak koşuluyla $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılabilen sayılara **rasyonel sayılar** denir. Ve

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z} \text{ ve } b \neq 0 \right\} \text{ şeklinde gösterilir.}$$

Örnek 6

$$\frac{27}{5}, -\frac{2}{3}, 8, -5, 0$$

sayıları birer rasyonel sayıdır.

5. İrrasyonel Sayılar

Rasyonel olmayan reel sayılara **irrasyonel sayılar** denir. Diğer bir ifadeyle virgülden sonrası tahmin edilemeyen sayılara **irrasyonel sayılar** denir ve

$$Q' = \left\{ \frac{a}{b} \text{ şeklinde yazılamayan sayılar} : a, b \in \mathbb{Z} \text{ ve } b \neq 0 \right\}$$

şeklinde gösterilir.

Örnek 7

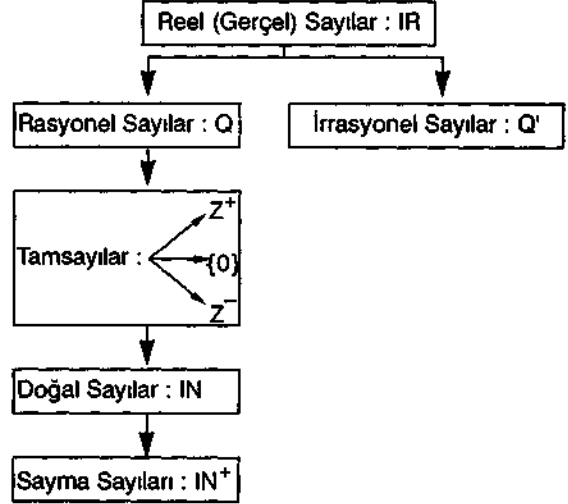
$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{6}, \sqrt[3]{5}, \pi, e$$

sayıları birer irrasyonel sayıdır.

6. Reel (Gerçek) Sayılar

Rasyonel sayılar kümesiyle irrasyonel sayılar kümesinin birleşimi olan kümeye **reel (gerçek) sayılar kümesi** denir. Ve $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$ şeklinde ifade edilir.

Sayı kümeleri aşağıdaki biçimde şemalandırılabilir :

**D. SAYI ÇEŞİTLERİ**

1. Çift Sayı : $n \in \mathbb{Z}$ olmak koşuluyla $2n$ genel ifadeyle belirtilen tamsayılara **çift sayı** denir.

$$Q = \{ \dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots \}$$

2. Tek Sayı : $n \in \mathbb{Z}$ olmak koşuluyla $2n + 1$ genel ifadesiyle belirtilen tamsayılara **tek sayı** denir.

$$T = \{ \dots, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9, \dots \}$$

ÇİFT SAYILAR VE TEK SAYILARIN İŞLEMLERİ İLE İLGİLİ ÖZELİKLER

T : Tek sayıyı

Q : Çift sayıyı gösterebilir.

$$\begin{aligned} T \pm T &= T \\ T \pm Q &= T \\ Q \pm T &= T \\ Q \pm Q &= Q \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T \cdot T &= T \\ T \cdot Q &= Q \\ Q \cdot T &= Q \\ Q \cdot Q &= Q \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n \in \mathbb{Z}^+ \text{ için,} \\ T^n &= T \\ Q^n &= Q \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek 8

a, b ve c birer pozitif tamsayı olmak üzere,

$$2 \cdot a = b \cdot c + 1$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi **kesinlikle** doğrudur?

- A) a çift sayıdır. B) b çift sayıdır.
C) a ve b çift sayıdır. D) b ve c tek sayıdır.
E) b ve c çift sayıdır.

Çözüm

$2 \cdot a = b \cdot c + 1$ ve $b \cdot c = 2 \cdot a - 1$ dir. $2n - 1$ tek sayıların genel ifadesiydi. O halde $a \in \mathbb{Z}^+$ olduğu için $2a - 1$ tek sayıdır. Bu sebeple $b \cdot c$ tek sayıdır. Çarpımın tek sayı olması çarpımı oluşturan sayıların da tek sayı olmasını gerektirdiği için b ve c tek sayıdır.

Cevap D

Örnek 9

a tek sayı olmak üzere, aşağıdakilerden hangisinin sonucu çift sayıdır?

- A) $a^5 + a^3 + 1$ B) $a^6 - a^2 - 1$ C) $a + 2$
D) $a^7 - a^3$ E) $a^3 + 10$

Çözüm

a bir tek sayı olduğuna göre, $a = 1$ alınabilir. Seçeneklerde $a = 1$ yazılırsa,

- A) $1^5 + 1^3 + 1 = 3$ tek sayıdır.
B) $1^6 - 1^2 - 1 = -1$ tek sayıdır.
C) $1 + 2 = 3$ tek sayıdır.
D) $1^7 - 1^3 = 0$ çift sayıdır.
E) $1^3 + 10 = 11$ tek sayıdır.

Cevap D

Örnek 10

a ve c birer tamsayı olmak üzere, $\frac{c}{2} = a$ ve $a \neq 0$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi **daima** doğrudur?

- A) c bir çift sayıdır.
B) c pozitifdir.
C) a pozitifdir.
D) a bir çift sayıdır.
E) a bir tek sayıdır.

Çözüm

$$\frac{c}{2} = a \text{ ise, } c = 2 \cdot a \text{ dır.}$$

$a \in \mathbb{Z}$ olduğu için, $2a$ çift bir sayıdır.

$2a = c$ olduğuna göre, c çift bir sayıdır.

Cevap A

Örnek 11

a ile b pozitif tek sayılar, c ile d pozitif çift sayılar olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi **daima** çift sayıdır?

- A) $a^b + c^d + 4$ B) $c^a + d^b - 5$ C) $\frac{a \cdot b \cdot c}{2}$
D) $\frac{a \cdot b \cdot c \cdot d}{2}$ E) $\frac{a \cdot b \cdot c \cdot d}{4}$

Çözüm

Seçenekleri sırasıyla inceleyelim.

$$A) T^T + \text{Ç}^{\text{Ç}} + \text{Ç} = T + \text{Ç} + \text{Ç} = T \text{ dir.}$$

$$B) \text{Ç}^T + \text{Ç}^T - T = \text{Ç} + \text{Ç} - T = T \text{ dir.}$$

$$C) \frac{a \cdot b \cdot c}{2} = a \cdot b \cdot \frac{c}{2} \text{ sonucu tek sayı olabilir, çift sayı da}$$

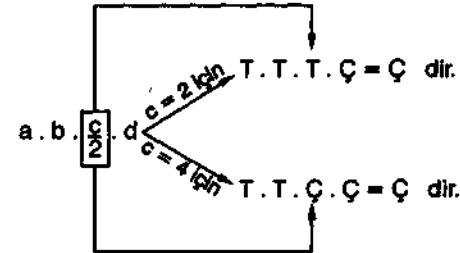
olabilir. Çünkü $\frac{c}{2}$ ifadesi; $c = 2$ için tek,

$c = 4$ için çift sayıdır.

$$T \cdot T \cdot T = T \text{ veya } T \cdot T \cdot \text{Ç} = \text{Ç} \text{ olabilir.}$$

$$D) \frac{a \cdot b \cdot c \cdot d}{2} = a \cdot b \cdot \frac{c}{2} \cdot d \text{ sonucu daima çift sayıdır.}$$

Çünkü; d daima çift sayıdır.



$$E) \frac{a \cdot b \cdot c \cdot d}{4} = a \cdot b \cdot \frac{c}{2} \cdot \frac{d}{2}$$

$\frac{c}{2}$ ile $\frac{d}{2}$ nin sonucu tek sayı da olabilir, çift sayı da olabilir.

$$a \cdot b \cdot \frac{c}{2} \cdot \frac{d}{2} \begin{cases} c=d=2 \text{ için } T \cdot T \cdot T \cdot T = T \\ c=d=4 \text{ için } T \cdot T \cdot T \cdot \text{Ç} = \text{Ç} \end{cases}$$

Cevap D

E. POZİTİF SAYILAR, NEGATİF SAYILAR

Sıfırdan büyük sayılara **pozitif sayılar**, sıfırdan küçük sayılara **negatif sayılar** denir.

KURAL :

1. İki pozitif sayının toplamı pozitiftir.
2. İki negatif sayının toplamı negatiftir.
3. Zıt işaretli iki sayının toplamı yapılırken; mutlak değerce büyük olanın mutlak değerinden, mutlak değerce küçük olanın mutlak değeri çıkarılır. Sonucun önüne mutlak değerce büyük olanın işareti konulur.
4. Aynı işaretli iki sayının çarpımı (ya da bölümü) pozitiftir.
5. Farklı işaretli iki sayının çarpımı (ya da bölümü) negatiftir.
6. Pozitif sayının bütün kuvvetleri pozitiftir.
7. Negatif sayının tek kuvvetleri negatif, çift kuvvetleri pozitiftir.

Örnek 12

x, y, z birer pozitif tamsayıdır.

$$x \cdot y = 42$$

$$x \cdot z = 15$$

olduğuna göre, $x + y + z$ toplamı **en az** kaçtır?

- A) 20 B) 22 C) 24 D) 38 E) 58

Çözüm

$x \cdot y = 42$ ve $x \cdot z = 15$ eşitliklerinin her ikisinde de x ortak çarpan olduğundan $x = 1$ veya $x = 3$ olur.

$x = 1$ için; $y = 42$ ve $z = 15$ olur.

Buradan; $x + y + z = 58$ bulunur.

$x = 3$ için; $y = 14$ ve $z = 5$ olur.

Buradan; $x + y + z = 22$ bulunur.

O halde toplam **en az** 22 dir.

Cevap B

Örnek 13

x, y, z negatif tamsayılardır.

$$x = 2y$$

$$y = 3z$$

olduğuna göre, $x + y + z$ toplamının **en büyük** değeri kaçtır?

- A) - 10 B) - 8 C) - 5 D) - 4 E) - 3

Çözüm

$x = 2y$ ve $y = 3z$ ise $x = 2 \cdot 3z = 6z$ olur.

$$x + y + z = 6z + 3z + z = 10z$$

Toplamının en çok olabilmesi için z nin en büyük değerini almalıyız. En büyük negatif tamsayı - 1 olduğundan $z = -1$ alınmalıdır.

O halde, toplamın en büyük değeri :

$$x + y + z = 10 \cdot z = 10 \cdot (-1) = -10 \text{ olur.}$$

Cevap A

Örnek 14

$$a^2 \cdot b \cdot c > 0$$

$$a \cdot b \cdot c < 0$$

$$a \cdot b^{-4} \cdot c > 0$$

olduğuna göre, a, b ve c nin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) +, +, - B) +, +, + C) -, -, -
D) -, -, + E) -, +, +

Çözüm

$$a^2 \cdot b \cdot c > 0 \Rightarrow a^2 > 0 \text{ ve } b \cdot c > 0 \text{ dir.}$$

$$b \cdot c > 0 \Rightarrow b \text{ ile } c \text{ aynı işaretlidir ... (1)}$$

$$(a \cdot b \cdot c < 0 \text{ ve } b \cdot c > 0) \Rightarrow a < 0 \text{ ... (2) dir.}$$

$$a \cdot b^{-4} \cdot c > 0 \Rightarrow b^{-4} > 0 \text{ ve } a \cdot c > 0 \text{ dir.}$$

$$a \cdot c > 0 \text{ ise } a \text{ ile } c \text{ aynı işaretlidir.}$$

$$a < 0 \text{ olduğuna göre, } c < 0 \text{ ... (3) tür.}$$

$$(1) \text{ gereği } b \text{ ile } c \text{ aynı işaretli olduğuna göre,}$$

$$b < 0 \text{ ... (4) tür.}$$

Buna göre; a, b, c nin işaretleri sırasıyla -, -, - dir.

Cevap C

Örnek 15

$$a < b < 0 < c$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden kaç tanesi her zaman negatifdir?

I. $a - b$

IV. $\frac{c-a-b}{c}$

II. $a + b$

V. $a^{-3} \cdot b \cdot c$

III. $a + b + c$

VI. $a + b - c$

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 6

Çözüm

(I. Yol)

Verilenleri tek tek inceleyelim.

I. $a < b$ olduğuna göre, $a - b$ daima **negatif**dir.

II. a ve b negatif olduğuna göre, $a + b$ daima **negatif**dir.

III. $a + b$ negatif c pozitif olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı; negatif, pozitif ya da sıfır olabilir.

IV. $a + b$ negatif olduğuna göre, $-a - b$ pozitifdir. c de pozitif olduğu için, $c - a - b$ de **pozitif**dir.

V. a negatif olduğu için, a nın tek kuvvetleri **negatif**dir.

a^{-3} negatif, b negatif, c pozitif olduğu için, $a^{-3} \cdot b \cdot c$ **pozitif**dir.

VI. $a + b$ negatif ve c pozitif olduğu için, $a + b - c$ daima **negatif**dir.

(II. Yol)

Bu tür sorular, verilere uygun sayı değeri seçilerek de çözülebilir. $a = -3$, $b = -1$ ve $c = 4$ alınırsa

I. $(-3) - (-1) = -3 + 1 = -2$ **negatif**dir.

II. $(-3) + (-1) = -3 - 1 = -4$ **negatif**dir.

III. $(-3) + (-1) + (4) = -3 - 1 + 4 = 0$

IV. $\frac{4 - (-3) - (-1)}{4} = \frac{4 + 3 + 1}{4} = 2$ **pozitif**dir.

V. $(-3)^{-3} \cdot (-1) \cdot (4) = \frac{(-1) \cdot 4}{(-3)^3} = \frac{-4}{-27} = \frac{4}{27}$ **pozitif**dir.

VI. $(-3) + (-1) - 4 = -3 - 1 - 4 = -8$ **negatif**dir.

Cevap C

F. ARDIŞIK SAYILAR

Belli bir kurala göre art arda gelen sayı dizilerine **ardışık sayılar** denir.

n bir tamsayı olmak üzere,

* Ardışık tamsayılar; $n, n + 1, n + 2, \dots$

* Ardışık çift sayılar; $2n, 2n + 2, 2n + 4, \dots$

* Ardışık tek sayılar; $2n - 1, 2n + 1, 2n + 3, \dots$

* 5 in katı olan ardışık tamsayılar; $5n, 5n + 5, 5n + 10, \dots$

şeklinde gösterilebilir.

Örnek 16

Ardışık üç tek sayının toplamı 153 tür.

Buna göre, bu sayılardan **en büyüğü** kaçtır?

A) 47

B) 49

C) 51

D) 53

E) 55

Çözüm

(I. Yol)

Ardışık tek sayılar 2 şer 2 şer arttığından, en küçük tek sayıyı n alırsak, diğerleri de $n + 2, n + 4$ olur.

O halde; $n + n + 2 + n + 4 = 153$

$3n + 6 = 153$

$n = 49$ bulunur.

Sayılar 49, 51, 53 olup en büyüğü 53 tür.

(II. Yol)

Ardışık sayıların toplamı, sayı adedine bölünürse ortanca terim bulunur.

Ortanca terim = $\frac{153}{3} = 51$

Ardışık tek sayılar 2 şer 2 şer büyür.

49, 51, 53

Cevap D

Örnek 17

a, b, c ardışık çift sayılardır.

$a < b < c$

olmak üzere, $(a - b)^2 + (a - c)^3 + (b - c)^4$ işleminin sonucu kaçtır?

A) -40

B) -44

C) -46

D) -48

E) -50

Çözüm

$a < b < c$ ise $a = 2, b = 4, c = 6$ çift sayıları alınırsa,

$(2 - 4)^2 + (2 - 6)^3 + (4 - 6)^4$

$= (-2)^2 + (-4)^3 + (-2)^4$

$= 4 - 64 + 16$

$= -44$ olur.

Cevap B

Örnek 18

5 in katı olan ardışık 5 tane tamsayının toplamı T dir. Buna göre, bu sayılardan en büyüğü aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 5T B) $\frac{T-50}{5}$ C) $\frac{T+5}{5}$ D) $\frac{T}{5}$ E) $\frac{T+50}{5}$

Çözüm**(I. Yol)**

$n, n+5, n+10, n+15, n+20$ ise;

$$n + (n+5) + (n+10) + (n+15) + (n+20) = T$$

$$5n + 50 = T$$

$$5n = T - 50$$

$$n = \frac{T-50}{5}$$

En büyük sayı; $n+20 = \frac{T-50}{5} + 20 = \frac{T+50}{5}$ tir.

(II. Yol)

Ortanca sayı : $\frac{T}{5}$

Beşin katı olan sayılar 5 er 5 er artar.

$$\left(\frac{T}{5}-10\right), \left(\frac{T}{5}-5\right), \left(\frac{T}{5}\right), \left(\frac{T}{5}+5\right), \left(\frac{T}{5}+10\right)$$

Cevap E

Örnek 19

Ardışık iki pozitif tamsayıdan küçük olanın 3 katı ile büyük olanın 2 katının toplamı 107 dir.

Buna göre, küçük sayı kaçtır?

- A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

Çözüm

Küçük sayı x ise, büyük sayı $x+1$ dir.

Verilenlere göre,

$$3x + 2(x+1) = 107$$

$$3x + 2x + 2 = 107$$

$$5x = 105$$

$$x = 21 \text{ dir.}$$

Cevap E

Ardışık Sayıların Toplamı

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$$

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

Burada; n terim sayısıdır.

Örnek 20

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = 420$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) 50

Çözüm

$$n \cdot (n+1) = 420$$

$$= 20 \cdot 21$$

olduğuna göre, n = 20 dir.

Cevap B

Örnek 21

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = 3600$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 60 B) 100 C) 116 D) 119 E) 120

Çözüm

$$n^2 = 3600 \text{ ise } n = 60 \text{ tir.}$$

Cevap A

UYARI :

Aşağıdaki formül ardışık ve artış miktarları eşit olan sayıların toplamında pratiklik sağlar.

r : İlk terim

n : Son terim

x : Artış miktarı olmak üzere

$$r + (r+x) + (r+2x) + \dots + n =$$

$$\frac{(n+r)(n-r+x)}{2x}$$

$$\text{Burada, terim sayısı} = \frac{n-r+x}{x}$$

$$\text{ortanca terim} = \frac{n+r}{2} \text{ dir.}$$

Örnek 22

$11 + 14 + 17 + \dots + (3n + 2)$
ardışık sonlu toplamının $n = 22$ için değeri kaçtır?
A) 760 B) 770 C) 780 D) 790 E) 800

Çözüm

$$11 + 14 + 17 + \dots + (3 \cdot 22 + 2) = \frac{(68 + 11)(68 - 11 + 3)}{2 \cdot 3}$$

$$= \frac{79 \cdot 60}{6}$$

$$= 790$$

Cevap D

Örnek 23

n bir doğal sayı olmak üzere 1 den n ye kadar olan sayma sayılarının toplamı x , 4 den n ye kadar olan sayma sayılarının toplamı y ile gösteriliyor.

$$x + y = 456$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 206 B) 218 C) 227 D) 231 E) 242

Çözüm

$$x = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n$$

$$y = 4 + 5 + \dots + n$$

olduğuna göre, $x - y = 1 + 2 + 3 = 6$ dir.

$$\begin{array}{r} x - y = 6 \\ + \quad x + y = 456 \\ \hline 2x = 462 \\ x = 231 \text{ dir.} \end{array}$$

Cevap D

G. ASAL SAYILAR

1 ve kendisinden başka pozitif tam bölüneni olmayan, 1 den büyük doğal sayılara **asal sayı** denir.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ... sayıları birer asal sayıdır.

UYARI :

- * En küçük asal sayı 2 dir.
- * 2 den başka çift asal sayı yoktur.

Örnek 24

Aşağıdakilerden hangisi asal sayı olabilir?

- A) $2^{18} + 8$ B) $3^{18} + 1$ C) $4^{17} + 2$
D) $2^{19} - 1$ E) $2^{19} + 6$

Çözüm

Bir sayının pozitif kuvveti sayının tek ya da çift olmasını etkilemez.

- A) $2^{18} + 8 \rightarrow 2 + 8 = 10$ çift sayı
B) $3^{18} + 1 \rightarrow 3 + 1 = 4$ çift sayı
C) $4^{17} + 2 \rightarrow 4 + 2 = 6$ çift sayı
D) $2^{19} - 1 \rightarrow 2 - 1 = 1$ tek sayı
E) $2^{19} + 6 \rightarrow 2 + 6 = 8$ çift sayı

$2^{19} - 1$ den başka diğer bütün sayılar çifttir. 2 den başka çift asal sayı olmadığına göre, bunlar asal sayı olamaz.

Buna göre, $2^{19} - 1$ asal sayı olabilir.

Cevap D

TANIM

1 den başka pozitif ortak bölüneni olmayan en az iki tam sayıya, **ARALARINDA ASAL** sayılar denir.

Örnek 25

8 ile 15 aralarında asaldır.

9 ile 16 aralarında asaldır.

25, 30 ve 36 aralarında asaldır.

28 ile 40 aralarında asal değildir.

Örnek 26

$2a - b$ ile $a + b$ aralarında asal iki doğal sayıdır.

$$\frac{2a - b}{a + b} = \frac{8}{10}$$

olduğuna göre, $a.b$ çarpımı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm

$$\frac{2a - b}{a + b} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$2a - b$ ile $a + b$ aralarında asal olduğuna göre;

$2a - b = 4$ ve $a + b = 5$ tir.

$$\begin{array}{r} 2a - b = 4 \\ + \quad a + b = 5 \\ \hline 3a = 9 \Rightarrow a = 3 \\ b = 2 \end{array}$$

$a . b = 3 . 2 = 6$ dir.

Cevap C

Örnek 27

a ve b aralarında asal iki doğal sayıdır.

$$a^b = 8$$

olduğuna göre, a.b çarpımı en fazla kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16

Çözüm

$$a^b = 8^1 = 2^3 \text{ olduğundan}$$

$$a = 8 \text{ ve } b = 1 \text{ ise } a \cdot b = 8$$

$$a = 2 \text{ ve } b = 3 \text{ ise } a \cdot b = 6 \text{ olur.}$$

Cevap D

H. FAKTÖRİYEL

1 den n ye kadar olan sayma sayılarının çarpımına n faktöriyel denir ve $n!$ şeklinde gösterilir.

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot n = n! \text{ dir.}$$

$$\star 0! = 1$$

$$1! = 1$$

$$2! = 2 \cdot 1 = 2$$

$$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

$$\star n! = n \cdot (n-1)! \text{ dir.}$$

$$10! = 10 \cdot 9!$$

$$10! = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!$$

Örnek 28

$$\frac{12! - 11!}{10! + 9!}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 110 B) 115 C) 120 D) 125 E) 130

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{12! - 11!}{10! + 9!} &= \frac{12 \cdot 11! - 11!}{10 \cdot 9! + 9!} = \frac{11!(12-1)}{9!(10+1)} \\ &= \frac{11!}{9!} \\ &= \frac{9! \cdot 10 \cdot 11}{9!} \\ &= 110 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Cevap A

Örnek 29

$$\frac{(n+1)!}{(n-1)!} \cdot \frac{n!}{(n+2)!}$$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{n}{n+1}$ B) $\frac{n}{n-1}$ C) $\frac{n}{n-2}$ D) $\frac{1}{n+2}$ E) $\frac{n}{n+2}$

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{(n+1)!}{(n-1)!} \cdot \frac{n!}{(n+2)!} &= \frac{(n+1) \cdot n(n-1)!}{(n-1)!} \cdot \frac{n!}{(n+2)(n+1) \cdot n!} \\ &= \frac{n}{n+2} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Cevap E

Örnek 30

$$\left[\frac{1}{(n-1)!} - \frac{1}{n!} \right] \cdot \frac{(n+1)!}{n^2 - 1} = \frac{(n+2)!}{90 \cdot 8!}$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Çözüm

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{(n-1)!} - \frac{1}{(n-1)!n} \right] \cdot \frac{(n+1) \cdot n!}{(n-1)(n+1)} &= \frac{(n+2)!}{90 \cdot 8!} \\ \left[\frac{n}{(n-1)!n} - \frac{1}{(n-1)!n} \right] \cdot \frac{n!}{n-1} &= \frac{(n+2)!}{10 \cdot 9 \cdot 8!} \\ \frac{n-1}{(n-1)!n} \cdot \frac{n!}{n-1} &= \frac{(n+2)!}{8! \cdot 9 \cdot 10} \\ 1 &= \frac{(n+2)!}{10!} \end{aligned}$$

$$(n+2)! = 10!$$

$$n+2 = 10$$

$$n = 8$$

Cevap B

Örnek 31

$$T = 0! + 1! + 2! + \dots + 100!$$

toplamında 0, 1, 2, 3, ..., 100 sayılarının her biri 1 artırılırsa T toplamı ne kadar artar?

- A) 100! B) 101! C) 100! - 1
D) 101! - 1 E) 100! + 1

Çözüm

Sayılar 1 er artırıldığında K toplamı elde edilsin;

$$K = 1! + 2! + 3! + \dots + 101! \text{ dir.}$$

$T = 0! + 1! + 2! + \dots + 100!$
 $K - T = 101! - 0!$
 $= 101! - 1$
 sonucu artış miktarıdır.

Cevap D

Örnek 32

m, n pozitif tamsayı olmak üzere,

$$40! = 3^m \cdot n$$

olduğuna göre, m en çok kaçtır?

- A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

Çözüm

40! sayısının çarpanları arasındaki bütün 3 lerin sayısı istenmektedir.

$$\begin{array}{r} 40 \div 3 = 13 \\ 13 \div 3 = 4 \\ 4 \div 3 = 1 \end{array}$$

$13 + 4 + 1 = 18$ tane 3 çarpanı vardır.

Bu işlem kısaca aşağıdaki gibi yapılabilir.

$$\begin{array}{r} 40 \div 3 = 13 \\ 13 \div 3 = 4 \\ 4 \div 3 = 1 \end{array}$$

$13 + 4 + 1 = 18$, m; en çok 18 dir.

Cevap C

Örnek 33

a ve b birer doğal sayıdır.

$$48! = 4^a \cdot b$$

olduğuna göre, a nın en büyük değeri kaçtır?

- A) 22 B) 23 C) 30 D) 40 E) 46

Çözüm

Yukarıda verilen çözüm 2, 3, 5, ... gibi asal çarpanlar araştırılırken yapılır.

$4 = 2^2$ olduğu için ilk önce 48! in çarpanlarındaki 2 lerin sayısını bulmalıyız.

$$\begin{array}{r} 48 \div 2 = 24 \\ 24 \div 2 = 12 \\ 12 \div 2 = 6 \\ 6 \div 2 = 3 \\ 3 \div 2 = 1 \end{array}$$

$24 + 12 + 6 + 3 + 1 = 46$ tane 2 çarpanı vardır.

O halde; 48! sayısında $\frac{46}{2} = 23$ tane 4 çarpanı vardır.

Cevap B

Örnek 34

m, n sayma sayılarıdır.

$$50! = 10^m \cdot n$$

olduğuna göre, m en çok kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 18

Çözüm

10 = 2.5 olduğu için 50! in çarpanları arasında 2 ve 5 çarpanı birlikte en çok kaç tanedir. 2 lerin sayısı 5 lerin sayısından daha fazla olacağı için, sadece 5 lerin sayısı bulunarak sonuca ulaşılır.

$$\begin{array}{r} 50 \div 5 = 10 \\ 10 \div 5 = 2 \\ 10 + 2 = 12 \end{array}$$

m, en çok 12 dir.

Cevap D

II. SAYI BASAMAKLARI ve TABAN

A. BASAMAK

Bir doğal sayıda kaç tane rakam varsa sayı o kadar basamaklıdır denir.

a, b, c, birer rakam olmak üzere,

a bir basamaklı bir sayı

ab iki basamaklı bir sayı

abc üç basamaklı bir sayı

abcd dört basamaklı bir sayıdır.

B. TABAN

a, b, c, d rakamları t doğal sayısından küçük rakamlar olmak üzere,

$$(abcd)_t = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t^1 + d \cdot t^0$$

ifadesine sayının t tabanına göre çözülmesi denir.

UYARI :

Taban belirtmeden kullandığımız sayılar 10 luk tabana göre.

Taban 1 den büyük doğal sayıdır.

Örnek 35

$$(3842)_{10} = 3 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$$

10^0 : Birler basamağı

10^1 : Onlar basamağı

10^2 : Yüzler basamağı

10^3 : Binler basamağı

UYARI :

$$ab = 10.a + b$$

$$abc = 100.a + 10.b + c$$

$$abcd = 1000.a + 100.b + 10.c + d$$

Örnek 36

İki basamaklı; ab sayısı ile ba sayısının toplamı 110 olduğuna göre, a + b kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

Çözüm

$$ab + ba = 110$$

$$10.a + b + 10.b + a = 110$$

$$11.a + 11.b = 110$$

$$11.(a + b) = 110$$

$$a + b = 10 \text{ olur.}$$

Cevap A

Örnek 37

abc üç basamaklı sayısının yüzler basamağındaki rakam ile onlar basamağındaki rakamın yerleri değiştirildiğinde sayı 540 küçülüyor.

Buna göre, a - b kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm

$$abc - bac = 540$$

$$(100.a + 10.b + c) - (100.b + 10.a + c) = 540$$

$$90.a - 90.b = 540$$

$$90(a - b) = 540$$

$$a - b = 6 \text{ dir.}$$

Cevap C

Örnek 38

Herbiri en az üç basamaklı olan 10 tane sayı vardır. Bu sayılardan herbirinin birler basamağındaki rakam, sayısal değeri bakımından; 2 artırılıyor, onlar basamağındaki rakam 3 azaltılıyor, yüzler basamağındaki rakam da 1 artırılıyor.

Buna göre, bu sayıların toplamı kaç artar?

- A) 120 B) 220 C) 320 D) 720 E) 820

Çözüm**(I. Yol)**

Bu 10 sayıdan herbiri en az üç basamaklı olduğuna göre, abc sayısını ele alalım;

abc = 100 . a + 10 . b + c sayısında istenen değişiklikler yapıldığında;

$$100.(a + 1) + 10(b - 3) + (c + 2)$$

$$= 100.a + 100 + 10.b - 30 + c + 2$$

$$= 100.a + 10.b + c + 72$$

$$= abc + 72 \text{ olur.}$$

Herbir sayı 72 arttığından dolayı 10 tane sayının toplamı 72 . 10 = 720 artar.

(II. Yol)

Üç basamaklı 546 sayısına istenen değişiklikleri uygularsak;

$$456 \rightarrow 528 \text{ olur.}$$

$$528 - 456 = 72 \text{ dir.}$$

Aynı şekilde 10 sayının toplamı 72 . 10 = 720 artar.

Cevap D

Örnek 39

Bir öğrenciden, verilen bir x sayısını 35 ile çarpması istenmiştir. Öğrenci, sonucu 5705 bulmuş; fakat işlemi kontrol ederken verilen x sayısının 0 olan onlar basamağını 6 olarak gördüğünü saptamıştır.

Buna göre, doğru sonuç aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2805 B) 3605 C) 4705
D) 6505 E) 7805

Çözüm

Öğrenci x sayısının 0 olan onlar basamağını 6 görmekle sayıyı (6 - 0) . 10 = 60 fazla görmüştür. Böylece, çarpım 35 . 60 = 2100 fazla bulunmuştur.

Buna göre, doğru sonuç 5705 - 2100 = 3605 tir.

Cevap B

Örnek 40

İki basamaklı ve birbirinden farklı 4 pozitif çift tam sayının toplamı 86 dir.

Bu sayılardan en büyüğü en çok kaç olabilir?

- A) 50 B) 40 C) 35 D) 30 E) 25

Çözüm

İki basamaklı, birbirinden farklı ve toplamı 86 olan bu 4 sayının en büyüğü x olsun. O halde 3 tanesini en küçük seçmemiz gerekir.

Buna göre,

$$10 + 12 + 14 + x = 86$$

$$36 + x = 86$$

$$x = 50 \text{ olur.}$$

Cevap A

Örnek 41

Bir ailede iki çocuğun yaşları m ile n , baba ve annenin yaşları ise sırasıyla ikişer basamaklı mn ile nm sayıdır.

Babanın yaşı annenin yaşından çocuklarının yaşları toplamı kadar büyük olduğuna göre babanın yaşı (mn) kaçtır?

- A) 65 B) 63 C) 56 D) 54 E) 45

Çözüm

Baba mn , anne nm ve çocuklar m , n yaşında ve babanın yaşı annenin yaşından çocukların yaşları toplamı kadar büyükse,

$$mn = nm + m + n$$

$$10m + n = 10n + m + m + n$$

$$8m = 10n$$

$$4m = 5n \text{ olur.}$$

m ve n rakam olduğu için, $m = 5$ ve $n = 4$ olur. Buna göre, $mn = 54$ olur. Cevap D

Örnek 42

Her biri 4 basamaklı ve birbirinden farklı 4 pozitif tamsayının toplamı 33 002 olduğuna göre, bunların en küçüğü, en az kaç olabilir?

- A) 1000 B) 1004 C) 1008
D) 3004 E) 3008

Çözüm

Toplamları 33 002 olan 4 basamaklı ve birbirinden farklı 4 pozitif tamsayının birisinin en az olabilmesi için diğer üçünün en büyük değerlerini alması gerekir. Buna göre, diğer üç sayı

$$9999, 9998, 9997 \text{ alınırsa dördüncü sayı,}$$

$$x + 9999 + 9998 + 9997 = 33\,002 \text{ den}$$

$$x = 3008 \text{ bulunur. Cevap E}$$

Örnek 43

Aşağıdaki toplama işleminde her harf sıfırın dışında farklı birer rakamı göstermektedir.

$$\begin{array}{r} KLM \\ LMK \\ + MKL \\ \hline 999 \end{array}$$

$K > L > M$ olduğuna göre, K nın en büyük değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm

$$KLM = 100K + 10L + M$$

$$LMK = 100L + 10M + K$$

$$+ M L K = 100M + 10K + L$$

$$999 = 111(K + L + M)$$

$$9 = K + L + M$$

K nın en büyük olabilmesi için M ve L sıfırdan ve birbirinden farklı en küçük rakamlar olmalıdır.

Yani, $L = 2$ ve $M = 1$ ise $K = 6$ olur.

Cevap D

UYARI :

10 luk tabandaki sayılar,

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 rakamlarıyla

5 lik tabandaki sayılar,

0, 1, 2, 3, 4 rakamlarıyla,

2 lik tabandaki sayılar,

0, 1 rakamlarıyla ifade edilir.

1. Onluk Tabanda Verilen Sayının Herhangi Bir Tabana Çevrilmesi

Verilen sayı, hangi tabana çevrilmek isteniyorsa, o tabana ardışık olarak bölünür. Sondan başlayarak, kalanların sıralanmasıyla istenen sayı oluşturulur.

Örnek 44

73 sayısının 3 tabanındaki eşiti kaçtır?

- A) 211 B) 212 C) 213 D) 1022 E) 2201

Çözüm

(I. Yol)

$$\begin{array}{r} 73 \mid 3 \\ \hline 6 \mid 24 \mid 3 \\ \hline 13 \mid 24 \mid 8 \mid 3 \\ \hline 12 \mid 6 \mid 2 \\ \hline \end{array}$$

$$(73)_{10} = (2201)_3 \text{ tür.}$$

(II. Yol)

$$\begin{array}{r} 2 \ 8 \ 24 \ 73 \\ - \quad 6 \ 24 \ 72 \\ \hline (2 \ 2 \ 0 \ 1)_3 \end{array}$$

73 ün 1 eksiği olan 72, 3 e bölünür. Bu sebeple 72, 73 ün altına; 1 çizginin altına; 72 nin 3 e bölümü olan 24, 73 ün soluna yazılır.

Bu kez aynı işlem 24 için yapılır. Bölüm 3 ten küçük olana kadar devam edilerek sonuca ulaşılır.

Cevap E

Örnek 45

5 sayı tabanını göstermek üzere,

$$123 = (abc)_5$$

olduğuna göre, $a - b + c$ kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

$$\begin{array}{r} 123 \mid 5 \\ - 10 \mid 24 \mid 5 \\ \hline 23 \mid -20 \mid 4 \\ - 20 \mid 4 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$123 = (443)_5$$

$$(abc)_5 = (443)_5 \Rightarrow a = 4, b = 4, c = 3 \text{ olur.}$$

Buna göre,

$$a - b + c = 4 - 4 + 3 = 3 \text{ tür. Cevap D}$$

2. Herhangi Bir Tabanda Verilen Sayının 10 luk Tabana Çevrilmesi

Herhangi bir tabandan 10 luk tabana geçilirken sayı, ait olduğu tabana göre çözümlenir.

Örnek 46

5 tabanında üç basamaklı rakamları farklı en büyük sayının 10 tabanındaki değeri kaçtır?

- A) 116 B) 117 C) 118 D) 119 E) 120

Çözüm

Beş tabanındaki üç basamaklı rakamları farklı en büyük sayı : $(432)_5$ dir.

$$\begin{aligned} (432)_5 &= 4 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 5^0 \\ &= 4 \cdot 25 + 15 + 2 \\ &= 100 + 15 + 2 \\ &= 117 \end{aligned}$$

Cevap B

Örnek 47

Aşağıda 2, 5 ve 7 tabanında verilen sayıları 10 tabanında yazalım.

$$(1011)_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

$$= (11)_{10}$$

$$= 11$$

$$(2403)_5 = 2 \cdot 5^3 + 4 \cdot 5^2 + 0 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^0$$

$$= 353$$

$$(126)_7 = 1 \cdot 7^2 + 2 \cdot 7^1 + 6 \cdot 7^0$$

$$= 69$$

Örnek 48

3, sayı tabanını göstermek üzere,

$$(1xx1)_3 = 52$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

$$(1xx1)_3 = 52$$

$$1 \cdot 3^3 + x \cdot 3^2 + x \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 = 52$$

$$27 + 9x + 3x + 1 = 52$$

$$12x = 24$$

$$x = 2 \text{ olur. Cevap C}$$

Örnek 49 x , sayı tabanıdır.

$$(13)_x + (20)_{x+1} = 26$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm

$$(13)_x = 1 \cdot x^1 + 3 \cdot x^0 = x + 3$$

$$(20)_{x+1} = 2 \cdot (x+1)^1 + 0 \cdot (x+1)^0 = 2x + 2$$

olduğu için,

$$(13)_x + (20)_{x+1} = 26$$

$$x + 3 + 2x + 2 = 26$$

$$3x = 21$$

$$x = 7 \text{ dir.}$$

Cevap D

Örnek 50

a sıfırdan farklı bir rakamı, 4 ve m sayı tabanını göstermek üzere, $(aaa)_4 = (aa)_m$ olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20

Çözüm

$$(aaa)_4 = (aa)_m$$

$$a \cdot 4^2 + a \cdot 4^1 + a \cdot 4^0 = a \cdot m^1 + a \cdot m^0$$

$$16a + 4a + a = a \cdot m + a$$

$$20a = a \cdot m$$

$$20a - a \cdot m = 0$$

$$a \cdot (20 - m) = 0$$

$a \neq 0$ olduğu için, $20 - m = 0$ dir.

Buradan $m = 20$ dir.

Cevap E

Örnek 51

m ve 5 sayı tabanları olmak üzere,

$$(121)_m = (100)_5$$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) 8

Çözüm

Verilen ifadeleri on tabanına çevirelim.

$$(121)_m = (100)_5$$

$$1 \cdot m^2 + 2 \cdot m^1 + 1 \cdot m^0 = 1 \cdot 5^2 + 0 \cdot 5^1 + 0 \cdot 5^0$$

$$m^2 + 2m + 1 = 36$$

$$(m + 1)^2 = 36$$

$$m + 1 = 6$$

$$m = 5 \text{ tir.}$$

Cevap C

Örnek 52

Aşağıda verilen 2 ve 3 tabanındaki sayıların çözümlemesini yapalım :

$$1) (1\overset{0}{2}, 0\overset{-1}{1}\overset{-2}{2})_3 = 1 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0 + 0 \cdot 3^{-1} + 1 \cdot 3^{-2} + 2 \cdot 3^{-3}$$

$$= 3 + 2 + 0 + \frac{1}{9} + \frac{2}{27}$$

$$= 5\frac{5}{27}$$

$$2) (1\overset{2}{0}1, 1\overset{-1}{1})_2 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-1}$$

$$= 4 + 0 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= 5\frac{3}{4}$$

Örnek 53

4 bir sayı tabanıdır.

$$(123,21)_4$$

sayısının on tabanındaki eşiti kaçtır?

- A) 27,5625 B) 27,5624 C) 27,5423
D) 27,4624 E) 27,4623

Çözüm

$$(123,21)_4 = 1 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4^1 + 3 \cdot 4^0 + 2 \cdot 4^{-1} + 1 \cdot 4^{-2}$$

$$= 16 + 8 + 3 + \frac{2}{4} + \frac{1}{16}$$

$$= 27 + \frac{9}{16}$$

$$= 27 + 0,5625$$

$$= 27,5625$$

Cevap A

3. Herhangi Bir Tabanda Verilen Sayının Başka Bir Tabanda Yazılması:

Herhangi bir tabanda verilen sayı önce 10 tabanına çevrilir. Bulunan değer de istenen tabana dönüştürülür.

Örnek 54

4 ve 6 birer sayı tabanı, x üç basamaklı bir sayıdır.

$$(25)_6 = (x)_4$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 133 B) 132 C) 112 D) 111 E) 101

Çözüm

$$(25)_6 = 2 \cdot 6^1 + 5 \cdot 6^0 = 17$$

$$\begin{array}{r|l} 17 & 4 \\ -16 & 4 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$(25)_6 = 17 = (101)_4 \text{ olduğuna göre, } x = 101 \text{ dir.}$$

Cevap E

Örnek 55

5 ve 4 birer sayı tabanını göstermek üzere,

$$(132)_4 = (abc)_5$$

olduğuna göre, $a + b + c$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

Çözüm

$$\begin{aligned}(132)_4 &= 2 + 3 \cdot 4 + 1 \cdot 4^2 \\ &= 2 + 12 + 16 \\ &= 30\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 30 \overline{) 5} \\ -30 \overline{) 6} \overline{) 5} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$(132)_4 = 30 = (110)_5$$

ise, $a = 1$, $b = 1$ ve $c = 0$ dir.

$$\begin{aligned}a + b + c &= 1 + 1 + 0 \\ &= 2\end{aligned}$$

Cevap A

Örnek 56

2 ve 8 sayı tabanıdır.

$$(10110111)_2 = (x)_8$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 234 B) 247 C) 257 D) 267 E) 277

Çözüm

(I. Yol)

$$\begin{aligned}(10110111)_2 &= 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 \\ &\quad + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} = (183)_{10} \\ 183 \overline{) 8} \\ -16 \overline{) 22} \overline{) 8} \\ \hline 23 \end{array}$$

$$(10110111)_2 = (267)_8 \text{ olur.}$$

(II. yol)

$(10110111)_2 = (x)_8$ eşitliğinde $2^3 = 8$ olduğundan 2 lik tabanda verilen 10110111 sayısı sağdan başlayarak 3 erli gruplara ayrılır. Ayrılan gruplar 10 luk tabana dönüştürülür ve ayırma sırasına göre yazılır. Yani;

$$\begin{aligned}(10 \ 110 \ 111)_2 &= (x)_8 \\ (10)_2 &= 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 2 \\ (110)_2 &= 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 6 \\ (111)_2 &= 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 7\end{aligned}$$

olur.

Bu değerler yerlerine yazılırsa;

$$(10110111)_2 = (267)_8 \text{ olur.}$$

Cevap D

Örnek 57

3 ve 9 birer sayı tabanıdır.

$$(21201)_3 = (x)_9$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 251 B) 241 C) 163
D) 161 E) 152

Çözüm

$(2 \ 12 \ 01)_3 = (x)_9$ eşitliğinde $3^2 = 9$ olduğundan 3 lük tabanda verilen 21201 sayısı sağdan başlayarak 2 şerli gruplara ayrılır.

$$(2)_3 = 2$$

$$(12)_3 = 1 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0 = 5$$

$$(01)_3 = 0 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 = 1 \text{ olur.}$$

Bu değerler sırayla yerine yazılırsa,

$$(21201)_3 = (251)_9 \text{ bulunur.}$$

Cevap A

UYARI :

10 dan büyük tabanlarda verilen sayılarda 10, 11, 12, 13, 14, 15, ... rakamları için, sırası ile A, B, C, D, E, F, ... harfleri kullanılır.

Örnek 58

$$(11101101111)_2$$

sayısının 16 tabanındaki eşiti kaçtır?
(E = 14 ve F = 15 tir.)

- A) 7614 B) 7615 C) 7616
D) 76F E) 761E

Çözüm

$(111\ 0110\ 1111)_2 = (x)_{16}$ eşitliğinde $2^4 = 16$ olduğundan 2 lik tabanda verilen 11101101111 sayısı sağdan başlayarak 4 erli gruplara ayrılır.

$$(111)_2 = 7$$

$$(0110)_2 = 6$$

$$(1111)_2 = 15 = F \text{ olur.}$$

Bu değerler sırasıyla yerine yazılırsa,

$$(11101101111)_2 = (76F)_{16} \text{ dir.}$$

Cevap D

4. Toplama, Çıkarma, Çarpma

Değişik tabanlarda; toplama, çıkarma ve çarpma 10 luk sistemdekine benzer şekilde yapılır.

t tabanında iki sayı verilsin, bunlarla yapılacak işlemler de normal cebirsel işlem gibi yapılır, ancak sonuç t sayısını geçerse içinden t ler atılıp kalan alınır. Atılan t adedi elde olarak kullanılıp diğer basamağa ilave edilir.

Örnek 59

Aşağıdaki işlemleri inceleyiniz.

$(5)_8$	$(231)_4$	$(2462)_7$
$+ (4)_8$	$+ (323)_4$	$+ (456)_7$
$\hline (13)_8$	$\hline (1220)_4$	$\hline (3251)_7$
$(134)_7$	$(234)_5$	$(2302)_6$
$- (41)_7$	$- (43)_5$	$- (415)_6$
$\hline (63)_7$	$\hline (141)_5$	$\hline (1443)_6$
$(5)_8$	$(321)_4$	$(143)_5$
$\times (6)_8$	$\times (23)_4$	$\times (43)_5$
$\hline (36)_8$	$\hline 2223$	$\hline 1034$
	$+ 1302$	$+ 1232$
	$\hline (21303)_4$	$\hline (13404)_5$

Örnek 60

5, sayı tabanını göstermek üzere,

$$(123)_5 \times (32)_5$$

çarpımı, 5 tabanına göre kaçtır?

- A) 100321 B) 100111 C) 10041
D) 141 E) 104

Çözüm

$$\begin{array}{r} (123)_5 \\ \times (32)_5 \\ \hline (301)_5 \\ + (424)_5 \\ \hline (10041)_5 \end{array}$$

Cevap C

Örnek 61

3, sayı tabanını göstermek üzere,

$$(211)_3 - (112)_3$$

farkı, 3 tabanına göre kaçtır?

- A) 22 B) 21 C) 20 D) 12 E) 10

Çözüm

$$\begin{array}{r} (211)_3 \\ - (122)_3 \\ \hline (12)_3 \end{array}$$

Cevap D

Örnek 62

10 ve 3 sayı tabanını göstermek üzere,

$$(222)_{10} - (222)_3$$

farkı, 10 tabanına göre kaçtır?

- A) 192 B) 196 C) 206 D) 208 E) 212

Çözüm

$$\begin{aligned} (222)_3 &= 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0 \\ &= 2 \cdot 9 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 1 \\ &= 26 \text{ olduğu için} \end{aligned}$$

$$(222)_{10} - (222)_3 = 222 - 26 = 196 \text{ dir.}$$

Cevap B

Örnek 63

2, sayı tabanını göstermek üzere,

$$(110)_2 - (11)_2$$

farkı, 2 tabanına göre kaçtır?

- A) 1010 B) 101 C) 11 D) 10 E) 1

Çözüm

$$\begin{array}{r} (110)_2 \\ - (11)_2 \\ \hline (11)_2 \end{array}$$

Cevap C

Örnek 647'lik düzende; üç basamaklı en büyük sayı ile en küçük pozitif sayının farkı 7 tabanında kaçtır?

- A) 536 B) 546 C) 506 D) 566 E) 565

Çözüm7'lik düzende; üç basamaklı en büyük sayı $(666)_7$, en küçük sayı $(100)_7$ dir.

$$\begin{array}{r} (666)_7 \\ - (100)_7 \\ \hline (566)_7 \end{array}$$

Cevap D

Örnek 6516'lık düzende rakamları farklı iki basamaklı; en büyük sayı ile en küçük sayma sayısının farkı 10 tabanında kaçtır?

- A) 228 B) 238 C) 248
-
- D) 268 E) 278

Çözüm

16'lık düzende en büyük rakam 15 = F, bunun 1 küçüğü ise 14 = E dir.

İstenen; $(FE)_{16} - (10)_{16}$

$$\begin{aligned} &= (E + F \cdot 16) - (0 + 1 \cdot 16) \\ &= (14 + 15 \cdot 16) - 1 \cdot 16 \\ &= 14 + 15 \cdot 16 - 16 \\ &= 238 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Cevap B

Örnek 66

3 ve 2 birer sayı tabanını göstermek üzere,

$$(102)_3 \cdot (111)_2$$

çarpımı üç tabanına göre kaçtır?

- A) 2222 B) 2221 C) 2212
-
- D) 2122 E) 2121

Çözüm

(I. Yol)

$$(111)_2 = 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2^2$$

$$= 7$$

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 3} \\ 6 \overline{) 2} \\ \hline 1 \end{array}$$

$$(111)_2 = 7 = (21)_3$$

$$(102)_3$$

$$\times \begin{array}{r} (21)_3 \\ \hline \end{array}$$

$$102$$

$$+ \begin{array}{r} 211 \\ \hline \end{array}$$

$$(2212)_3$$

(II. Yol)

$$(102)_3 \cdot (111)_2 = (2 + 0 \cdot 3 + 1 \cdot 3^2) \cdot (1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2^2)$$

$$= (2 + 0 + 9) \cdot (1 + 2 + 4)$$

$$= 11 \cdot 7$$

$$= 77$$

$$\begin{array}{r} 77 \overline{) 3} \\ - 6 \overline{) 25} \overline{) 3} \\ 17 \overline{) 24} \overline{) 8} \overline{) 3} \\ - 15 \overline{) 9} \overline{) 6} \overline{) 2} \\ \hline \end{array}$$

$$(102)_3 \cdot (111)_2 = 77$$

$$= (2212)_3$$

Cevap C

1.
$$\begin{array}{r} aa \\ ab \\ ba \\ + bb \\ \hline 198 \end{array}$$
 Yandaki toplama işleminde aa, ab, ba ve bb iki basamaklı sayılardır. Buna göre, ab sayısı en az kaçtır?
- A) 15 B) 18 C) 17 D) 14 E) 16

2.
$$\begin{array}{r} abc \\ \times 2 \\ \hline \dots\dots \\ + 1424 \\ \hline \dots 88 \end{array}$$
 Yandaki işlemde her nokta bir rakam belirttiğine göre, a rakamı kaçtır?
- A) 1 B) 2 C) 5 D) 7 E) 8

3. a, b ve c sırasıyla ardışık çift sayılardır. $a < b < c$ olduğuna göre, $(a - b)^2 + (c - a)^2$ işleminin sonucu kaçtır?
- A) 4 B) 6 C) 10 D) 14 E) 20

4. a bir doğal sayıdır. $3 \cdot a + 6$ çift sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi tek sayıdır?
- A) $a + 2$ B) $a^7 + 4$ C) $a^6 + 6$
D) $a^5 - a^2 + a$ E) $a^3 + 3$

5. Kareleri farkı 19 olan iki doğal sayının çarpımı kaçtır?
- A) 90 B) 99 C) 80 D) 72 E) 77

6. Üç basamaklı abc sayısı iki basamaklı ab sayısından 388 fazladır. Buna göre, $a + b + c$ kaçtır?
- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

7. abb, bcc, caa üç basamaklı sayılar olmak üzere, $abb + bcc + caa = 1332$ olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?
- A) 7 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

8. x, y, z pozitif tamsayılardır. $x \cdot y = 24$
 $y \cdot z = 36$ olduğuna göre, $x + y + z$ toplamı en az kaçtır?
- A) 14 B) 17 C) 20 D) 23 E) 32

9. ab ve ba iki basamaklı sayılardır. $ab + ba = 66(a - b)$ olduğuna göre, ab sayısı kaçtır?
- A) 71 B) 52 C) 75 D) 57 E) 79

10. Herbiri en az beş basamaklı olan dört tane sayının onlar basamağındaki rakamlar; sayısal değer bakımından birer artırılır, yüzler basamağındaki rakamlar dokuzar azaltılır ve binler basamağındaki rakamlar birer artırılır- sa bu dört sayının toplamı kaç artar?
- A) 101 B) 110 C) 330 D) 440 E) 660

11. Bir öğrenci üç basamaklı $ab5$ sayısını 8 ile çarpıp 3400 sonucunu buluyor. Fakat işlemi kontrol ederken $ab5$ sayısının yüzler basamağındaki 2 rakamını 4 olarak gördüğünü anlıyor. Buna göre, öğrencinin yaptığı işlemin doğru sonucu kaçtır?

A) 1800 B) 1892 C) 2200
D) 2320 E) 3220

12. m ve n tamsayı olmak üzere, $m \cdot n$ çift sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle tek sayıdır?

A) $m^4n^2 + 6$ B) $m^3n + 1$ C) $6mn + 2$
D) $3m + n + 1$ E) $2m + n + 2$

13. $x = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n \cdot (n + 1)$
 $y = 5 \cdot 4 + 10 \cdot 6 + 15 \cdot 8 + \dots + 5(2n^2 + 2n)$
toplamları veriliyor.
 $n = 20$ için, y toplamı x in kaç katıdır?

A) 10 B) 7 C) 6 D) 5 E) 3

14. $2! + 4! + 6! + \dots + (2n)!$
 $n = 58$ için bu toplamın birler basamağındaki rakam kaçtır?

A) 8 B) 6 C) 5 D) 1 E) 0

15. Beşlik sayma düzeninde yazılabilecek; beş basamaklı, en büyük sayı ile en küçük doğal sayının farkı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(44444)_5$ B) $(4444)_5$ C) $(4000)_5$
D) $(34444)_5$ E) $(3444)_5$

16. a , 3 den büyük bir doğal sayıdır.

$$3a^2 + a$$

sayısının a tabanındaki eşiti kaçtır?

A) 31 B) 301 C) 311 D) 310 E) 3001

17. n ve t birer doğal sayıdır.

$$60! = 5^n \cdot t$$

olduğuna göre, n en çok kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

- 18.

$$T = 24 \cdot 22!$$

olduğuna göre, $22! + 23! + 24!$ toplamının T türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $6.T$ B) $12.T$ C) $18.T$ D) $24.T$ E) $30.T$

19. a, b, c birer doğal sayıdır.

$$a \cdot b = 9$$

$$b \cdot c = 14$$

olduğuna göre, $a + b + c$ kaçtır?

A) 19 B) 23 C) 24 D) 25 E) 28

20. a, b birer pozitif tamsayıdır.

$$\frac{3a+2b}{a} = 11$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı en az kaçtır?

A) 0 B) 5 C) 10 D) 15 E) 2

1. $aa = 10a + a = 11a$

$ab = 10a + b$

$ba = 10b + a$

$bb = 10b + b = 11b$

olduğu için,

$aa + ab + ba + bb = 22(a + b)$

$198 = 22(a + b)$

$a + b = 9$

ab nin en küçük değeri için,

$a = 1$ ve $b = 8$ alınırsa, $ab = 18$ olur.

Cevap B

2. abc sayısının 2 ile çarpımı 1424 dür. O halde 1424 ün 2 ye bölümü olan 712, abc sayısıdır.

$abc = \frac{1424}{2}$

$= 712 \Rightarrow a = 7$ dir.

Cevap D

3. $a = 0$, $b = 2$ ve $c = 4$ alınabilir.

$(a - b)^2 + (c - a)^2 = (0 - 2)^2 + (4 - 0)^2$

$= 4 + 16$

$= 20$ bulunur.

Cevap E

4. $3a + 6 = \text{Çift}$ ise, $3a$ çift ve a çift bir sayıdır.

$a + 2 \rightarrow \text{Ç} + \text{Ç} = \text{Ç}$

$a^7 + 4 \rightarrow \text{Ç} + \text{Ç} = \text{Ç}$

$a^6 + 6 \rightarrow \text{Ç} + \text{Ç} = \text{Ç}$

$a^5 - a^2 + a \rightarrow \text{Ç} - \text{Ç} + \text{Ç} = \text{Ç}$

$a^3 + 3 \rightarrow \text{Ç} + \text{T} = \text{T}$

a yerine herhangi bir çift sayı yazılarak da bu sonuçlar bulunabilir.

Cevap E

5. $x^2 - y^2 = 19$

$(x - y)(x + y) = 1.19$

$x - y = 1$

$+ x + y = 19$

$x = 10$ ve $y = 9$

$x \cdot y = 90$ dir.

Cevap A

6. $abc = ab + 338$

$100 \cdot a + 10 \cdot b + c = 10 \cdot a + b + 388$

$90 \cdot a + 9 \cdot b + c = 388$

olduğuna göre, $a = 4$, $b = 3$ ve $c = 1$ dir.

Buna göre, $a + b + c = 4 + 3 + 1 = 8$ dir.

Cevap E

7. $abb = 100 \cdot a + 11 \cdot b$

$bcc = 100 \cdot b + 11 \cdot c$

$+ caa = 100 \cdot c + 11 \cdot a$

$abb + bcc + caa = 111(a + b + c)$

$1332 = 111(a + b + c)$

$a + b + c = 12$ dir.

Cevap C

8. y iki eşitlikte de kullanılmıştır. $x + y + z$ toplamının en az olabilmesi için y en büyük değerini almalıdır.

24 ü ve 36 yı bölen en büyük sayı 12 olduğuna göre $y = 12$ olmalıdır. Böylece $x = 2$ ve $z = 3$ olur. Demek ki; toplam en az : $x + y + z = 17$ dir.

Cevap B

9. $ab + ba = 66(a - b)$

$10 \cdot a + b + 10 \cdot b + a = 66(a - b)$

$11(a + b) = 66(a - b)$

$a + b = 6(a - b)$

$a + b = 6a - 6b$

$7b = 5a$

a ve b rakamdır. Bu sebeple eşitliğin sağlanması $a = 7$ ve $b = 5$ olmasıyla mümkündür. O halde ab sayısı 75 tir.

Cevap C

10. Beş basamaklı 14925 sayısını ele alalım. 14925 de istenen değişiklikler yapılırsa 15035 sayısı elde edilir. Fark, $15035 - 14925 = 110$ dur. Her bir sayı 110 artacağı için bu dört sayının toplamı, $4 \cdot 110 = 440$ artar.

Cevap D

11. (I. Yol)

$$\frac{3400}{8} = 425 \text{ çarpılan sayıdır.}$$

Çarpılması gereken sayı 225 dir. O halde doğru sonuç $8 \cdot 225 = 1800$ dür.

- (II. Yol)

2 yerine 4 alınırsa 2 fazla alınmış olur. Bu fazlalık yüzler basamağında ve çarpan 8 olduğundan sonuçtaki fazlalık :

$$2 \cdot 100 \cdot 8 = 1600 \text{ dür.}$$

Doğru sonuç :

$$3400 - 1600 = 1800 \text{ dür.}$$

Cevap A

12. m , n çift ise m veya n çifttir. O halde m^3 , n çifttir. Buna göre,
 m^3 , $n + 1$ tek tir.

Benzer düşünceyle diğer seçeneklerin cevap olamayacağı görülür.

Cevap B

13. $x = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + 20 \cdot 21$

$$\begin{aligned} y &= 5 \cdot 4 + 10 \cdot 6 + 15 \cdot 8 + \dots + 100 \cdot 42 \\ &= 5 \cdot 2 \cdot (1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + 20 \cdot 21) \\ &= 10 \cdot x \end{aligned}$$

Demek ki y , x in 10 katıdır.

Cevap A

14. $2! = 2$

$$4! = 24$$

$$6! = 720$$

.....

$6!$ ve $6!$ den sonraki bütün terimlerin son rakamı sıfırdır. Bu sebeple toplamın birler basamağında ki rakam 6 dir.

Cevap B

15. Beşlik düzende yazılabilecek beş basamaklı, en büyük sayı $(44444)_5$ ve en küçük sayı $(10000)_5$ dir.

$$\text{Fark, } (44444)_5 - (10000)_5 = (34444)_5 \text{ olur.}$$

Cevap D

$$\begin{aligned} 16. \quad 3a^2 + a &= 3a^2 + 1 \cdot a^1 + 0 \cdot a^0 \\ &= (310)_a \end{aligned}$$

Cevap D

17. $60!$ in çarpanları arasında kaç tane 5 bulunduğu sorulmaktadır.

$$\begin{array}{r} 60 \div 5 = 12 \\ 12 \div 5 = 2 \\ \hline \end{array} \quad n = 12 + 2 = 14 \text{ dür.}$$

Cevap E

$$\begin{aligned} 18. \quad 22! + 23! + 24! &= 22!(1 + 23 + 23 \cdot 24) \\ &= 22!(24 + 23 \cdot 24) \\ &= 22! \cdot 24(1 + 23) \\ &= 22! \cdot 24 \cdot 24 \\ &= 24 \cdot 24 \cdot 22! \\ &= 24 \cdot T \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Cevap D

19. b iki eşitlikte de vardır. O halde b , 9 ve 14 ün ortak çarpanıdır. Yani, $b = 1$ dir. Buradan $a = 9$ ve $c = 14$ bulunur.

$$\text{Demek ki; } a + b + c = 9 + 1 + 14 = 24 \text{ dür.}$$

Cevap C

$$20. \quad \frac{3a+2b}{a} = 11$$

$$3a + 2b = 11a$$

$$b = 4a$$

$$a = 1 \text{ alınırsa } b = 4 \text{ olur.}$$

$$a + b \text{ toplamı en az; } 1 + 4 = 5 \text{ olur.}$$

Cevap B

1. a, b ve c birer rakam olmak üzere,

$$\frac{aaa + bbb + ccc}{aab + bbc + cca}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 10 C) 11 D) 100 E) 111

2. a2b3 ve ab21 dört basamaklı sayılardır.

$$a2b3 - ab21 = 2$$

olduğuna göre, b kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. K, L, M ve N birer tamsayıdır.

$$K + L = M + N$$

olduğuna göre, K - M + L + N toplamının sonucu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 91 B) 81 C) 17 D) -18 E) -19

4. m bir doğal sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle çift sayıdır?

- A) $m^6 + m^4 + 3$ B) $m^3 + m + 1$
C) $2m^3 + 3m^2$ D) $m^6 - m^2 + 4$
E) $4m^3 + 3$

5. a, b, c ve d ardışık tek sayılardır.

$$a < b < c < d$$

olduğuna göre, $\frac{d-a}{c-b}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) 1 D) 2 E) 3

6. a, b ve c farklı pozitif tamsayılarıdır.

$$2a + 4b + 6c = 40$$

olduğuna göre, a en çok kaçtır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

7. x - 2y ile 8x + 1 aralarında asal doğal sayılardır.

$$\frac{x-2y}{8x+1} = \frac{4}{66}$$

olduğuna göre, y kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. m ve n birer doğal sayıdır.

$$m^2 - n^2 = 17$$

olduğuna göre, m . n çarpımı kaçtır?

- A) 35 B) 42 C) 56 D) 72 E) 90

9. m, 3 den büyük bir sayma sayısıdır.

$$m^3 + 3m$$

sayısının m tabanındaki eşiti kaçtır?

- A) 103 B) 130 C) 1300
D) 3300 E) 1030

10. m ve n pozitif tamsayılarıdır.

$$20! + 21! + 22! = 11^n \cdot m$$

olduğuna göre, n en çok kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11. $T = 1.3 + 2.5 + 3.7 + \dots + n.(2n+1)$
 $n = 20$ için T toplamının her bir teriminin ikinci çarpanı 1 azaltılırsa toplam kaç azalır?

A) 155 B) 210 C) 255 D) 310 E) 420

12. a, b ve c ardışık çift sayılar ve $a < b < c$ olmak üzere,

$$(a-b-2)^2 + (c-a-2)^2$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 20 B) 16 C) 24 D) 32 E) 36

13. x, y ve z negatif tamsayılarıdır.

$$x = 3y$$

$$y = 5z$$

olduğuna göre, $x+y+z$ toplamının en büyük değeri kaçtır?

A) -63 B) -44 C) -36 D) -27 E) -21

14. Dörtlük sayma sisteminde yazılabilecek üç basamaklı farklı iki sayının toplamı on tabanında en çok kaçtır?

A) 125 B) 132 C) 139 D) 145 E) 154

15. Her biri en az üç basamaklı olan on tane sayının, birler basamağındaki rakamlar 2 azaltılır onlar basamağındaki rakamlar 8 azaltılır, yüzler basamağındaki rakamlar 2 artırılırsa bu on sayının toplamı kaç artar?

A) 1110 B) 1180 C) 2180
 D) 2280 E) 2080

16. a ve b doğal sayılardır.

$$a+b = 25$$

olduğuna göre, a.b çarpımının alabileceği en büyük değer, en küçük değerden kaç fazladır?

A) 156 B) 213 C) 372 D) 396 E) 410

17. $1!+2!+3!+\dots+n!$

$n = 40$ için, bu toplamın birler basamağında ki rakam kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 6

18. a, b negatif tamsayılarıdır.

$$\frac{2a-3b}{b} = 7$$

olduğuna göre, a+b toplamı en çok kaçtır?

A) 0 B) -4 C) -5 D) -6 E) -7

19. a, b ve c doğal sayılardır.

$$a.b = 30$$

$$b.c = 24$$

olduğuna göre, a+b+c toplamı en az kaçtır?

A) 15 B) 21 C) 29 D) 55 E) 61

20. m ve n birer doğal sayıdır.

$$80! = 8^n.m$$

olduğuna göre, n en çok kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 24 D) 25 E) 26

1.
$$\begin{array}{r} abc \\ \times 2d \\ \hline 2540 \\ + \dots \\ \hline 15240 \end{array}$$
 a, b, c, d ve her bir nokta bir rakam belirtmektedir.
Buna göre, $a + b + c + d$ kaçtır?
A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

2.
$$\begin{array}{r} .25 \\ \times 2. \\ \hline 975 \\ + \dots \\ \hline .A\dots \end{array}$$
 Yandaki işlemde her bir nokta bir rakam gösterdiğine göre, A rakamı kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. a, b, c birer rakamdır.
$$\begin{array}{r} abc + bab + cca \\ aac + bba + ccb \\ \hline \end{array}$$
 İşleminin sonucu kaçtır?
A) 1 B) 11 C) 2 D) 22 E) 111

4. a, b, c birer tamsayı ve $a < 0$ dir.
 $a \cdot b = 5$
 $c - b = 8$
olduğuna göre, $c - a$ farkının en küçük değeri kaçtır?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 14

5. a, b asal sayı c tamsayı olmak üzere,
 $a \cdot b \cdot c = -42$
 $a - b = 2 \cdot c$
olduğuna göre, b sayısı kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 7

6. x, y birer tamsayıdır.
 $x + 2y$
sayısı tek sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi her zaman tek sayıdır?
A) $x^2 + 1$ B) $x - 1$ C) $8y - x^3$
D) $7x + 1$ E) $8y \cdot x^3$

7. x sayma sayısı olmak üzere,
 $5x + 3$ tek sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi çift sayıdır?
A) $x^2 + 1$ B) $3(x + 5)$ C) $5(x^2 + 2)$
D) $(x - 1)^2$ E) $(7x)^2 + 3$

8. a, b, c ardışık çift sayılar ve $a < b < c$ dir.
$$\frac{c-a}{b-c} + b + 2 \cdot c = 2$$

olduğuna göre, c kaçtır?
A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

9.
$$\begin{array}{r} abcd \\ \times 123 \\ \hline \dots \\ 4268 \\ + \dots \\ \hline \dots x \dots \end{array}$$
 Yanda verilen çarpma işlemine göre, x rakamı kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

10. 5 ve 3 birer sayı tabanıdır.
$$\sqrt{(1034)_5} = (x)_3$$

olduğuna göre, x kaçtır?
A) 110 B) 210 C) 120 D) 210 E) 201

11. 5 sayı tabanı olmak üzere,

$$(124)_5$$

sayısının 5 fazlası 4 tabanında kaçtır?

- A) 220 B) 221 C) 122 D) 212 E) 230

12. x ve y pozitif tamsayıdır.

$$y = 0,12 \cdot x + 6$$

- olduğuna göre, x en az kaçtır?

- A) 5 B) 10 C) 20 D) 25 E) 30

13. a ve b birer rakamdır.

$$\frac{0, b + a, 0a + 0, 00b}{0, 0ab}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 99 B) 100 C) 101 D) 1001 E) 11

14. a ve b birer rakam olmak üzere,

$$\frac{a0b}{10} + \frac{7}{2}$$

işleminin sonucu bir tamsayıdır.

Buna göre, b kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

15. a bir tamsayıdır.

$$x = 6a + 3$$

$$y = 2a^2 - 5$$

olduğuna göre, x + y toplamı için aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) Negatif sayıdır B) Pozitif sayıdır
C) Asal sayıdır D) Tek sayıdır
E) Çift sayıdır

16. a, b ve c ardışık tek sayılar,
- $a < b < c$
- olmak üzere,

$$a \cdot b \cdot c = T$$

$$\frac{T}{a} + \frac{T}{b} + \frac{T}{c} = -1$$

olduğuna göre, c aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 11 B) 9 C) 7 D) 5 E) 1

17. a ve b birer doğal sayıdır.

$$15! = 2^a \cdot b$$

olduğuna göre, b en büyük değerini aldığı anda a kaç olur?

- A) 0 B) 4 C) 9 D) 10 E) 11

18. 4, sayı tabanını göstermek üzere,

$$\begin{array}{r} (abc)_4 \text{ I.} \\ x \quad (2d)_4 \text{ II.} \\ \hline \dots \text{ III.} \\ + (1032)_4 \text{ IV.} \\ \hline (12012)_4 \text{ V.} \end{array}$$

olduğuna göre, III. satırdaki dört basamaklı 4 tabanındaki sayı kaçtır?

- A) 1033 B) 1032 C) 1022
D) 1012 E) 1002

19. m ve n pozitif tamsayıdır.

$$10! = 10^n \cdot m$$

olduğuna göre, n en çok kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

20. m ve n pozitif tamsayıdır.

$$m = \frac{60!}{5^n}$$

olduğuna göre, n en çok kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 18 E) 20

1. a ve b birbirinden farklı sayma sayıdır.

$$6a + 7 = 7b + 6$$

olduğuna göre, a + b toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 20 B) 18 C) 15 D) 14 E) 12

2. a0b

b0c

+ c0a

2222

Yandaki toplama işleminde a, b, c birbirinden farklı rakamlardır.

Buna göre, en büyük abc çift sayısı kaçtır?

- A) 994 B) 984 C) 976 D) 894 E) 876

3. Herbiri en az 4 basamaklı olan 4 tane sayının onlar ve yüzler basamakları sayısal değeri bakımından 4'er artırılıp, binler basamağı sayısal değeri bakımından 1'er azaltılırsa bu sayıların toplamı kaç azalır?

- A) 2460 B) 2240 C) 2160
D) 1840 E) 1760

4. Herbiri üç basamaklı ve birbirine eşit 5 tane sayının herbirinin birler basamağındaki rakam ile yüzler basamağındaki rakamın yerleri değiştirildiğinde 5 sayının toplamı 1980 artıyor.

Bu sayılardan birinin rakamlarının toplamı en fazla kaç olabilir?

- A) 22 B) 23 C) 24 D) 25 E) 26

5. Rakamları farklı iki basamaklı ab, bc ve ca sayılarının toplamı 231 dir.

Buna göre, ab nin en büyük değeri ca nın kaç katıdır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

6. ab ve ba iki basamaklı sayılardır. ab sayısı rakamları toplamının x katına, ba sayısı rakamları toplamının y katına eşittir.

Buna göre, x + y kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

7. x ve y birer doğal sayıdır.

$$x + y = 24$$

olduğuna göre, x . y nin alabileceği en büyük değer, en küçük değerden kaç fazla olabilir?

- A) 144 B) 121 C) 118 D) 100 E) 81

- 8.

$$(1234)_6$$

sayısının 5 tabanındaki değeri kaçtır?

- A) 10220 B) 2220 C) 2202
D) 2222 E) 1220

9. a ve a + 2 birer sayı tabanını göstermek üzere,

$$(1002)_a = (104)_{a+2}$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

10. 3, sayı tabanını göstermek üzere,

$$(1221)_3 + (21)_3 \cdot (22)_3 = (x)_3$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 20000 B) 10220 C) 10000
D) 12020 E) 11000

11. $132! - 1$
sayısının rakamları, birler basamağından başlayıp farklı rakam gelinceye kadar sayılırsa, kaç tane 9 rakamı sayılır?

A) 26 B) 27 C) 31 D) 32 E) 34

12. x bir doğal sayı olmak üzere, $5x+6$ tek sayıdır. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi çift bir sayıdır?

A) $x+4$ B) x^2+6 C) x^4+x^2
D) x^2+x+1 E) x^3-2x

13. x doğal sayısı, 3 tabanında 21011 sayısına eşittir. Buna göre, $x - 32$ nin 3 tabanındaki değeri kaçtır?

A) 12222 B) 1211 C) 21122
D) 12001 E) 11222

14.
$$\begin{array}{r} ab4 \\ + ba4 \\ \hline 1438 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ab4 \\ - ba4 \\ \hline 270 \end{array}$$

olduğuna göre, $a.b$ çarpımı kaçtır?

A) 28 B) 36 C) 40 D) 42 E) 48

15. a, b, c birer tamsayıdır.

$$a.b = 17$$

$$b.c = 8$$

olduğuna göre, $a+b+c$ nin alabileceği en büyük değer ile en küçük değer arasındaki fark kaçtır?

A) 0 B) 48 C) 50 D) 52 E) 54

16. $1.5+2.7+3.9 + \dots + n(2n + 3)$
toplamında $n = 10$ için, terimlerin herbirinin ikinci çarpanları 3 er artırılırsa toplam kaç artar?

A) 30 B) 55 C) 110 D) 165 E) 195

17. Ahmet bir abc sayısını 25 ile çarpıp sonucu 7350 olarak buluyor. İşlemi kontrol ederken abc sayısının 3 olan onlar basamağını yanlış gördüğünü anlıyor.

Buna göre, bu işlemin doğru sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 7300 B) 7250 C) 6850
D) 6350 E) 5850

18. a , 3 den büyük bir sayı tabanıdır.

$$a^5 + 2a^3 + 3a$$

sayısının a tabanındaki değeri kaçtır?

A) 123 B) 1230 C) 10203
D) 12030 E) 102030

19. İki basamaklı bir sayı; rakamlarının toplamı ile rakamlarının yerleri değiştirilerek elde edilen sayının toplamına eşittir.

Buna göre, bu sayı kaçtır?

A) 32 B) 43 C) 54 D) 65 E) 76

20. a, b, c pozitif ardışık tek sayılar ve $a < b < c$ dir.

$$\frac{a+b}{c} > 1$$

olduğuna göre, $\frac{a+b}{c}$ kesrinin payı ile paydası arasındaki fark, aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $a - b$ B) $a - 2$ C) $2b$ D) $c + 2$ E) $a - c$

1. a, b, c birbirinden farklı doğal sayılardır.

$$b = 2a - 6$$

$$c = 2 - b$$

olduğuna göre, a'nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

2. ab ve cd ikişer basamaklı sayılar olup; a'nın 6 azaltılıp c'nin 6 artırılmasıyla oluşan sayıların çarpımı ab ile cd'nin çarpımından 480 fazladır.

Buna göre, $ab - cd$ kaçtır?

- A) 44 B) 52 C) 60 D) 72 E) 68

3. a, b, c, d pozitif tamsayılarıdır.

$$a = 12 - b$$

$$d = 3c - 4b - a + 47$$

olduğuna göre, d'nin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. a, b, c onluk sayma sisteminde birbirinden farklı rakamlardır.

$$A = \frac{3 \cdot a + 2 \cdot b + c}{4}$$

olduğuna göre, A en fazla kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 11,5 D) 12 E) 12,5

5. Negatif olmayan en küçük tamsayı ile negatif en büyük tamsayının toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

6. Aşağıdaki açık önermelerden hangisinin doğruluk kümesini oluşturan öğeler irrasyonel sayılardır?

A) $x\left(x - \frac{1}{3}\right) = 0$ B) $x^2 - 16 = 0$ C) $\sqrt{3} \cdot x^2 = 0$

D) $x(x - \sqrt{25}) = 0$ E) $x^2 - 12 = 0$

7. a ve b aralarında asal sayılardır.

$$12 \cdot a = 21 \cdot b$$

$$c = 2 \cdot b$$

olduğuna göre, c kaçtır?

- A) 42 B) 14 C) 8 D) 6 E) 4

8. a ve b pozitif tamsayıdır.

$$\frac{8!}{a^b}$$

İfadesi tek sayı olduğuna göre, a + b en az kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

9. $a < b < 0 < c$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi her zaman negatiftir?

- A) $a + b + c$ B) $a - b + c$ C) $c - a - b$
D) $a \cdot b - b \cdot c$ E) $a \cdot c + b \cdot c$

10. $3n - 1$ ile $2n + 13$ ardışık iki tamsayıdır.

Buna göre, n'nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 13 B) 15 C) 28 D) 30 E) 32

11. a, b, c birbirinden farklı birer doğal sayıdır.

$$8a + 4b + c = 70$$

olduğuna göre, a + b + c toplamının en büyük değeri kaçtır?

- A) 60 B) 63 C) 65 D) 66 E) 67

12. x tek sayı, y çift sayıdır.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisinin sonucu çift sayı olabilir?

- A) $\frac{x+y}{3}$ B) $\frac{x+y+2}{4}$ C) $\frac{x+y+1}{5}$
D) $\frac{x-y+2}{5}$ E) $\frac{x^y+y}{2}$

13. $T = 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + \dots + n \cdot (n+1)$

$$K = 3 \cdot 7 + 4 \cdot 8 + 5 \cdot 9 + \dots + (n+1) \cdot (n+5)$$

olduğuna göre, n = 9 için K'nın T türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) T + 260 B) T + 270 C) T + 288
D) T + 36 E) T + 380

14. x bir irrasyonel sayıdır.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi her zaman doğrudur?

- A) $\frac{3x^2-12}{x^2-4} = 3$ B) $\frac{3x^2-9}{x^2-3} = 3$
C) $\frac{3x+3\sqrt{3}}{x+\sqrt{3}} = 3$ D) $\frac{3x-3\sqrt{3}}{x-\sqrt{3}} = 3$
E) $\frac{6x^2-15}{2x^2-5} = 3$

15. 17 ile 41 arasındaki 3 ile tam bölünebilen doğal sayıların toplamı x, 43 ile 71 arasındaki 3 ile tam bölünebilen doğal sayıların toplamı y dir.

Buna göre, 1 ile 71 arasındaki 3 ile tam bölünebilen doğal sayıların toplamının x ve y türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x + y + 40 B) x + y + 42 C) x + y + 45
D) x + y + 87 E) x + y + 117

16. a, bir tamsayıdır.

$$\frac{a^2+4}{a+2}$$

ifadesini tamsayı yapan kaç tane a değeri vardır?

- A) 3 B) 4 C) 7 D) 8 E) 9

17. 4 tabanında yazılabilecek üç basamaklı 5 farklı sayının toplamı $(2003)_4$ dür.

Buna göre, bu sayılardan en büyüğü en fazla kaç olabilir?

- A) $(333)_4$ B) $(331)_4$ C) $(321)_4$
D) $(320)_4$ E) $(312)_4$

18. 2, sayı tabanını göstermek üzere,

$$(111)_2 + 3 \cdot (101)_2$$

işleminin sonucu 2 tabanında kaçtır?

- A) 1101 B) 1011 C) 1111
D) 10110 E) 10111

19. Rakamları farklı dört basamaklı 6ABC sayısı üç basamaklı ABC sayısının 26 katıdır.

Buna göre, A + B + C kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

20. Üç basamaklı dokuz tane pozitif sayının toplamı, en az kaç basamaklıdır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

21. Beş basamaklı 53a23 ile 16'nın çarpımında a rakamı 3 artırılırsa çarpım kaç artar?

A) 48 B) 51 C) 3600 D) 3800 E) 4800

22. aa, bb ve cc iki basamaklı sayılardır.

$$a^2 + b^2 + c^2 = 35$$

olduğuna göre, $(aa)^2 + (bb)^2 + (cc)^2$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 4130 B) 4135 C) 4235
D) 4340 E) 4345

23. Dört basamaklı abab sayısının iki basamaklı ab sayısı ile çarpımı 614484 tür.

Buna göre, a kaçtır?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

24. Rakamları farklı abc üç basamaklı sayısının birler basamağındaki rakam ile yüzler basamağındaki rakamın yerleri değiştirildiğinde elde edilen üç basamaklı sayı ilk sayıdan 594 küçüktür.

Bu şartı sağlayan kaç tane abc sayısı vardır?

A) 20 B) 21 C) 23 D) 24 E) 30

25. ab iki basamaklı bir sayıdır.

$$ab = 4 \cdot b + a$$

şartını sağlayan en büyük ab sayısının 6 tabanındaki değeri kaçtır?

A) 21 B) 24 C) 102 D) 103 E) 301

26. x, sayı tabanını göstermek üzere,

$$(121)_x = 144$$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 6 D) 10 E) 11

27. 7, sayı tabanını göstermek üzere,

$$(34x2)_7$$

sayısı çift bir sayıdır.

Buna göre, x'in alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

A) 4 B) 8 C) 9 D) 13 E) 21

28. n bir sayı tabanıdır.

$$(A000)_n = 192$$

olduğuna göre, A kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

29. $2 \cdot 3^7 + 12$

sayısının 9 tabanındaki değeri kaçtır?

A) 613 B) 6013 C) 6113
D) 6116 E) 6126

30. x ve y sayı tabanını göstermek üzere,

$$(32)_x = (26)_y$$

olduğuna göre, x + y toplamı en az kaçtır?

A) 3 B) 8 C) 13 D) 18 E) 23

Bölme, bölünebilme konusu; OBEB - OKEK konularının temelini oluşturur.

Son yedi yılın Öğrenci Seçme Sınavı'nda bölünebilme ve OBEB-OKEK konuları ile ilgili toplam 14 soru soruldu.

BÖLÜNEBİLME VE OBEB – OKEK

⇒ BÖLÜNEBİLME

- A. BÖLEN KALAN İLİŞKİLERİ
- B. BÖLÜNEBİLME KURALLARI

- 1. 2 ile Bölünebilme
- 2. 3 ile Bölünebilme
- 3. 4 ile Bölünebilme
- 4. 5 ile Bölünebilme
- 5. 6 ile Bölünebilme
- 6. 7 ile Bölünebilme
- 7. 8 ile Bölünebilme
- 8. 9 ile Bölünebilme
- 9. 10 ile Bölünebilme
- 10. 11 ile Bölünebilme

➤ C. TAMSAYI PROBLEMLERİ

- 1. Bir Tamsayının Asal Çarpanları
- 2. Bir Tamsayının Pozitif Tam Bölenleri
- 3. Bir Tamsayının Pozitif Tam Bölenlerinin Toplamı
- 4. Bir Pozitif Tamsayıdan Küçük ve Bu Tamsayı ile Aralarında Asal Olan Sayıların Sayısı
- 5. Bir Sayma Sayısının Pozitif Tam Bölenlerinin Çarpımı

⇒ OBEB – OKEK

- A. ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ
- B. ORTAK KATLARIN EN KÜÇÜĞÜ

⇒ ÇÖZÜMLÜ TEST

⇒ CEVAPLI TEST (1, 2, 3, 4)

B

Ö

L

Ü

M

2

BÖLÜNEBİLME ve OBEB-OKEK

I. BÖLÜNEBİLME

A. BÖLEN KALAN İLİŞKİLERİ

A, B, C ve K birer doğal sayı ve $B \neq 0$ olmak üzere,

$$\begin{array}{r} A \overline{) B} \\ \underline{} \\ K \end{array}$$

Bölme işleminde;

I. A : bölünen

B : bölen

C : bölüm

K : kalan

II. $A = B \cdot C + K$

III. $K < B$

IV. Kalan bölümden küçük ise, bölen ile bölümün yerlerinin değiştirilmesi kalanı değiştirmez.

V. $K = 0$ ise, B sayısı A sayısı ile tam olarak bölünür.

Örnek 1 _____

$$\begin{array}{r} a-2 \overline{) b+1} \\ \underline{} \\ b-1 \end{array}$$

olduğuna göre, a'nın b türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) b^2 B) $b^2 + 1$ C) $(b + 1)^2$
D) $(b - 1)^2$ E) $b^2 + 2b$

Çözüm

$$a - 2 = b \cdot (b + 1) + b - 1$$

$$a - 2 = b^2 + b + b - 1$$

$$a - 2 = b^2 + 2b - 1$$

$$a = b^2 + 2b - 1 + 2$$

$$= b^2 + 2b + 1$$

$$= (b + 1)^2$$

Cevap C

Örnek 2 _____

$$\begin{array}{r} A \overline{) B} \\ \underline{} \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} C \overline{) B} \\ \underline{} \\ 2 \end{array}$$

olduğuna göre, C'nin A türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{6A-5}{4}$ B) $\frac{6A+5}{2}$ C) $\frac{6A-5}{2}$
D) $\frac{3A-5}{2}$ E) $\frac{3A+5}{2}$

Çözüm

(I. Yol)

$$A = 4 \cdot B + 3 \Rightarrow B = \frac{A-3}{4} \dots (\star)$$

$$C = 6 \cdot B + 2$$

$$= 6 \cdot \frac{A-3}{4} + 2$$

$$= \frac{6A-18}{4} + 2$$

$$= \frac{6A-18+8}{4}$$

$$= \frac{6A-10}{4}$$

$$= \frac{3A-5}{2} \text{ dir.}$$

(II. Yol)

$A = 4 \cdot B + 3$ ve $C = 6 \cdot B + 2$ ifadelerinde

$B = 4$ için; $A = 19$ ve $C = 26$ olur.

cevap şıklarında A yerine 19 yazıldığında 26'yı veren şık doğru yanıttır.

$$\frac{6A-5}{4} = \frac{6 \cdot 19 - 5}{4} = \frac{109}{4} \text{ tür.}$$

$$\frac{6A+5}{2} = \frac{6 \cdot 19 + 5}{2} = \frac{119}{2} \text{ dir.}$$

$$\frac{6a-5}{2} = \frac{6 \cdot 19 - 5}{2} = \frac{109}{2} \text{ dir.}$$

$$\frac{3A-5}{2} = \frac{52}{2} = 26 \text{ doğru yanıttır.}$$

$$\frac{3A+5}{2} = \frac{62}{2} = 31 \text{ dir.}$$

Cevap D

ÖRNEK 3

n, bir doğal sayı olmak üzere,

$$\begin{array}{r} A \overline{) 5} \\ \underline{n+1} \\ n \end{array}$$

olduğuna göre, A doğal sayısı en fazla kaçtır?

- A) 60 B) 59 C) 35 D) 29 E) 23

Çözüm

$$A = 5 \cdot (n + 1) + n \dots (\star)$$

A'nın en büyük değerini alabilmesi n'nin en büyük değerini almasına bağlıdır.

Kalan bölenden küçük olacağına göre,

$$n < 5 \dots (\star\star)$$

olmalıdır. Bu koşula uygun en büyük n doğal sayısı 4 tür. Buna göre,

$$\begin{aligned} A &= 5 \cdot (n + 1) + n \\ &= 5 \cdot (4 + 1) + 4 \\ &= 5 \cdot 5 + 4 \\ &= 25 + 4 \\ &= 29 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Cevap D

ÖRNEK 4

n bir doğal sayıdır.

$$\begin{array}{r} A \overline{) n^2} \\ \underline{n+1} \\ 28 \end{array}$$

olduğuna göre, A sayısı en az kaçtır?

- A) 29 B) 30 C) 120 D) 178 E) 280

Çözüm

$$A = n^2 \cdot (n + 1) + 28 \dots (\star)$$

olduğu için, A'nın en küçük değerini alması n'nin en küçük değerini almasına bağlıdır.

$$28 < n^2 \dots (\star\star)$$

olduğuna göre, n doğal sayısı en az 6 olabilir.

Buna göre,

$$\begin{aligned} A &= n^2 \cdot (n + 1) + 28 \\ &= 6^2 \cdot (6 + 1) + 28 \\ &= 36 \cdot 7 + 28 \\ &= 280 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Cevap E

ÖRNEK 5

$$\begin{array}{r} ab0ab0 \overline{) ab} \\ \underline{x} \\ k \end{array}$$

olduğuna göre, x - k kaçtır?

- A) 101 B) 110 C) 1001 D) 1010 E) 10010

Çözüm

(I. Yol)

$$\begin{array}{r} ab0ab0 \overline{) ab} \\ \underline{ab} \\ 00ab \\ \underline{ab} \\ 0 \end{array} \quad \begin{aligned} x &= 10010 \\ k &= 0 \text{ olduğundan;} \\ x - k &= 10010 \text{ dur.} \end{aligned}$$

(II. Yol)

$$ab0ab0 = a \cdot 10^5 + b \cdot 10^4 + a \cdot 10^2 + b \cdot 10 \dots (\star)$$

$$ab = a \cdot 10 + b \dots (\star\star)$$

$$\begin{array}{r} a \cdot 10^5 + b \cdot 10^4 + a \cdot 10^2 + b \cdot 10 \overline{) a \cdot 10 + b} \\ \underline{a \cdot 10^5 + b \cdot 10^4} \\ a \cdot 10^2 + b \cdot 10 \\ \underline{a \cdot 10^2 + b \cdot 10} \\ 0 \end{array} \quad \begin{aligned} &10^4 + 10 \\ &10^4 + 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Buna göre, } x &= 10^4 + 10 = 10000 + 10 \\ &= 10010 \text{ ve} \end{aligned}$$

$$k = 0 \text{ ise, } x - k = 10010 - 0 = 10010 \text{ dur.}$$

Cevap E

ÖRNEK 6

$$\begin{array}{r} A \overline{) 5} \\ \underline{B} \\ 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} B \overline{) 3} \\ \underline{C} \\ 1 \end{array}$$

olduğuna göre, A'nın 15 ile bölünmesi ile elde edilecek kalan kaçtır?

- A) 4 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Çözüm

(I. Yol)

$$A = 5 \cdot B + 4 \text{ ve } B = 3 \cdot C + 1 \text{ dir.}$$

$$A = 5 \cdot (3 \cdot C + 1) + 4$$

$$= 15 \cdot C + 5 + 4$$

$$= 15 \cdot C + 9$$

olduğuna göre, A'nın 15 ile bölümünden kalan : 9 dur.

(II. Yol)

$$\begin{aligned} C = 1 \text{ için, } B &= 3 \cdot 1 + 1 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$A = 5 \cdot 4 + 4$$

$$= 24$$

24'ün 15 ile bölümünden kalan : 9 dur.

Cevap C

UYARI :

Bir x sayısının a ile bölümünden kalan m ,
bir y sayısının a ile bölümünden kalan n ise;

a) $x + y$ nin a ile bölümünden kalan $m + n$

b) $x \cdot y$ nin a ile bölümünden kalan $m \cdot n$ dir.

Eğer $m + n$ veya $m \cdot n$, a dan büyükse sonuç tekrar a ile bölünerek kalan bulunur.

Örnek 7

$$x = 14$$

$$y = 11$$

olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 6 E) 8

Çözüm

14 ün 9 ile bölümünden kalan : 5

11 in 9 ile bölümünden kalan : 2

$x \cdot y$ nin 9 ile bölümünden kalan : $5 \cdot 2 = 10$

olduğu için, 10 un 9 ile bölümünden kalana eşittir.
10 un 9 ile bölümünden kalan 1 dir.

Cevap B

B. BÖLÜNEBİLME KURALLARI**1. 2 ile Bölünebilme**

Çift sayılar 2 ile tam bölünür.

Tek sayıların ikiye bölümünden elde edilen kalan 1 dir.

2. 3 ile Bölünebilme

Rakamları toplamı 3 ün katı olan sayılar 3 ile tam bölünür.

Bir sayının 3 ile bölümünden kalan, rakamlarının toplamının 3 ile bölümünden kalana eşittir.

Örnek 8

4211346 sayısı 3 ile tam bölünür.

Çünkü ; bu sayının rakamlarının toplamı olan

$4 + 2 + 1 + 1 + 3 + 4 + 6 = 21$ sayısı 3 ün tam katıdır.

Örnek 9

abc 3 ile tam bölünebilen bir sayı ise, $a2b8c3$ sayısının 3 ile bölümünden kalan kaçtır?

Çözüm

abc sayısı 3 ile bölünebildiğine göre,

$$a + b + c = 3 \cdot k, \quad (k \in \mathbb{Z}) \text{ dir.}$$

$$a + 2 + b + 8 + c + 3 = a + b + c + 13$$

$$= 3k + 13$$

$$= 3k + 12 + 1$$

$$= 3(k + 4) + 1$$

olduğu için $a2b8c3$ sayısının 3 ile bölümünden kalan 1 dir.

3. 4 ile Bölünebilme

Onlar basamağındaki rakamı ile birler basamağındaki rakamının (son iki rakam) belirttiği sayı, 4 ün katı olan sayılar, 4 ile tam bölünebilir.

Bir sayının 4 ile bölümünden kalan, sağdaki son iki rakamın belirttiği sayının 4 ile bölümünden kalana eşittir.

Örnek 10

364, 1508, 300, 4112 sayılarının sağdaki son iki rakamlarının belirttiği sayı 4 ün katı olduğundan bu sayılar 4 ile tam bölünürler.

4. 5 ile Bölünebilme

Birler basamağındaki rakam 0 veya 5 olan sayılar 5 ile tam bölünürler.

Bir sayının 5 ile bölümünden kalan, o sayının birler basamağındaki rakamın 5 ile bölümünden kalana eşittir.

Örnek 11

abc 5 ile bölündüğünde 2 kalanını veren üç basamaklı bir sayıdır.

Üç basamaklı abc sayısı 3 ile bölünebildiğine göre, $a + b + c$ en çok kaç olabilir?

- A) 17 B) 18 C) 20 D) 24 E) 27

Çözüm

abc nin 5 ile bölümünden kalan 2 ise $c = 2$ veya $c = 7$ dir. $a + b + c$ nin en büyük değerini alabilmesi için $c = 7$ alınır. $ab7$ sayısı 3 ile bölünebildiğine göre $a + b + 7 = 3k$

($k \in \mathbb{Z}$) dir.

$a + b = 17$ için, $a + b + 7 = 17 + 7 = 24$ tür.

Cevap D

5. 6 ile Bölünebilme

2 ve 3 ile tam bölünebilen sayılar 6 ile tam bölünür.

Örnek 12

6 ile bölünebilen 3 basamaklı, en büyük sayı ile en küçük doğal sayının farkı kaçtır?

- A) 890 B) 893 C) 894 D) 895 E) 899

Çözüm

İstenen koşullara uygun sayılar 996 ile 102 dir.

$$996 - 102 = 894$$

olarak bulunur.

Cevap C

6. 7 ile Bölünebilme

$a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ birer rakam olmak üzere $(n + 1)$ basamaklı bir sayı $A = a_n \dots a_4 a_3 a_2 a_1 a_0$ olsun. A sayısının 7 ile bölünebilmesi için;

$$(a_0 + 3a_1 + 2a_2) - (a_3 + 3a_4 + 2a_5) + \dots = 7k$$

($k \in \mathbb{Z}$) olmalıdır.

Örnek 13

Beş basamaklı 45386 sayısının 7 ile bölümünden elde edilen kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm

$$\begin{array}{r} - \quad + \\ 45386 \\ 31231 \end{array}$$

$$(1 \cdot 6 + 3 \cdot 8 + 2 \cdot 3) - (1 \cdot 5 + 3 \cdot 4)$$

$$= (6 + 24 + 6) - (5 + 12)$$

$$= 36 - 19$$

$$= 19$$

19 un 7 ile bölümünden kalan 5 olduğundan 45386 sayısının 7 ile bölümünden kalan 5 tir.

Cevap D

Örnek 14

Beş basamaklı 123a4 sayısı 7 ile tam bölünebiliyor.

Buna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

$$(4 + 3 \cdot a + 2 \cdot 3) - (2 + 3 \cdot 1) = 7k \quad (k \in \mathbb{Z}) \text{ olmalıdır.}$$

$$10 + 3a - 5 = 7k$$

$$3a + 5 = 7k$$

$a = 3$ için $3 \cdot 3 + 5 = 14$, 7 nin katı olduğundan $a = 3$ tür.

Cevap C

7. 8 ile Bölünebilme

Yüzler basamağındaki, onlar basamağındaki ve birler basamağındaki rakamlarının (son üç rakam) belirttiği sayı 8 in katı olan sayılar 8 ile tam bölünür.

Örnek 15

4000, 12008, 43048, 1384 sayılarının son üç rakamının belirttiği sayı 8 in katı olduğundan bu sayılar 8 ile tam bölünür.

Örnek 16

Altı basamaklı 2a32b2 sayısı 8 ile tam bölünüyor.

Buna göre, $a + b$ en çok kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 16

Çözüm

(I. Yol)

2b2 sayısı 8 in tam katıdır.

$$8 \cdot 34 = 272$$

olduğundan $b = 7$ dir.

$a + b$ nin en büyük değeri için $a = 9$ ve $b = 7$ alınırsa,

$$a + b = 9 + 7$$

$$= 16 \text{ olur.}$$

C) 24251
+ + + + +

$$(1 + 2 + 2) - (5 + 4) = -4 (\star)$$

$$-4 + 11 = 7 \text{ ise,}$$

24251 sayısının 11 ile bölümünden kalan 7 dir.

D) 9190
- + - +

$$(1 + 0) - (9 + 9) = -17 (\star)$$

$$-17 + 11 \cdot 2 = 5 \text{ ise,}$$

9190 sayısının 11 ile bölümünden kalan 5 tir.

Örnek 21 _____

Altı basamaklı 30x421 sayısı 11 ile tam bölünebiliyor.

Buna göre, x kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

$$\begin{array}{r} - + + + + \\ 30x421 \end{array}$$

$$(1 + 4 + 0) - (2 + x + 3) = 11k, \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$5 - 5 - x = 11 \cdot k$$

$$-x = 11 \cdot k$$

$$x = 0 \text{ olmalıdır.}$$

Cevap A

UYARI :

Aralarında asal iki sayıya bölünebilen bir sayı, bu iki sayının çarpımına da bölünür.

Örnek 22 _____

2 ve 3 ile bölünebilen sayı 6 ile bölünür.

3 ve 4 ile bölünebilen sayı 12 ile bölünür.

3 ve 5 ile bölünebilen sayı 15 ile bölünür.

4 ve 5 ile bölünebilen sayı 20 ile bölünür.

4 ve 9 ile bölünebilen sayı 36 ile bölünür.

UYARI :

8 ve 10 ile bölünen sayı 80 ile bölünemeyebilir. Çünkü, 8 ile 10 aralarında asal değildir.

Örnek 23 _____

Dört basamaklı 26mn sayısı 18 ile tam bölünebiliyor.

Buna göre, m nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

Çözüm

18 = 2 . 9 olduğu için, 26mn sayısı 18 ile bölünebildiğine göre, 2 ile ve 9 ile bölünebilmelidir.

n = 0, 2, 4, 6, 8 olursa sayı 2 ile bölünür. Rakamlarının toplamı 9 un katı olan sayılar 9 ile bölünür.

Buna göre,

$$n = 0 \text{ için } m = 1,$$

$$n = 2 \text{ için } m = 8,$$

$$n = 4 \text{ için } m = 6,$$

$$n = 6 \text{ için } m = 4,$$

$$n = 8 \text{ için } m = 2 \text{ dir.}$$

m nin alabileceği değerlerin toplamı :

$$1 + 8 + 6 + 4 + 2 = 21 \text{ dir.}$$

Cevap D

Örnek 24 _____

Bir çocuk bir merdivenin basamaklarını 2 şer 2 şer çıkıp, 3 er 3 er iniyor.

Buna göre, merdivenin basamak sayısı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 72 B) 102 C) 196 D) 204 E) 210

Çözüm

Merdivenin basamak sayısı 2 nin ve 3 ün katı olmalıdır. 196 sayısı 2 ye bölünür, fakat 3 e bölünemez. O halde merdivenin basamak sayısı 196 olamaz.

Cevap C

Örnek 25 _____

Beş basamaklı 382ab sayısı bir çift sayıdır.

Bu sayının 5 ile ve 11 ile bölünmesiyle elde edilen kalan 1 olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

382ab nin 5 ile bölümünden kalanın 1 olabilmesi için b sayısı 1 veya 6 olmalıdır.

382ab ayrıca çift olduğu için b = 6 dır.

382a6 sayısının 11 ile bölümünden kalanın 1 olabilmesi için,

$$(3 + 2 + 6) - (8 + a) = 11 \cdot k + 1, \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$3 - a = 11 \cdot k + 1$$

$$k = 0 \text{ için, } a = 2 \text{ olur.}$$

Cevap C

UYARI :

Bir x sayısı a ve b ye tam olarak bölünebiliyorsa bu sayı hem a ile hem de b ile tam olarak bölünür.

$$\frac{x}{a \cdot b} \in \mathbb{Z} \text{ ise } \frac{x}{a} \in \mathbb{Z} \text{ ve } \frac{x}{b} \in \mathbb{Z} \text{ dir.}$$

Bu ifadenin karşıtı her zaman doğru değildir.

Örnek 26

100 sayısı 20 ile bölünür. Dolayısı ile 20 sayısının tüm çarpanlarına da bölünür.

Örnek 27

144 sayısı 18 ve 24 ile bölünür. Fakat bu sayı 18 . 24 ile bölünmez.

Çünkü, 18 ile 24 aralarında asal değildir.

C. TAMSAYI PROBLEMLERİ**1. Bir Tamsayının Asal Çarpanları**

Bir tamsayının, asal sayıların çarpımı şeklinde yazılmasına bu sayının asal çarpanlarına ayrılması denir.

$A = a^m \cdot b^n \cdot c^k$ ifadesinde a , b ve c farklı asal sayılar, m , n ve k da pozitif tamsayıdır. a , b ve c sayılarına A nin asal çarpanları denir.

Örnek 28

120 sayısını asal çarpanlarına ayıralım.

Çözüm

120	2	$120 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1$ dir.
60	2	2, 3 ve 5 sayıları 120 nin
30	2	asal çarpanlarıdır.
15	3	
5	5	
1		

Örnek 29

m ve n birer pozitif tamsayıdır.

$$120 \cdot m = n^2$$

olduğuna göre, n en az kaçtır?

- A) 10 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

Çözüm

$$120 \cdot m = n^2$$

$$2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot m = n^2$$

n nin pozitif tamsayı olması için m sayısı en az :

$2 \cdot 3 \cdot 5$ olmalıdır.

$$2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = n^2$$

$$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = n^2$$

$$(2^2 \cdot 3 \cdot 5)^2 = n^2$$

$$60 = n$$

n sayısı en az : 60 tır.

Cevap E

Örnek 30

m ve n birbirinden farklı doğal sayılardır.

$$90 \cdot m = n^3$$

olduğuna göre, m en az kaçtır?

- A) 300 B) 120 C) 1000
D) 60 E) 30

Çözüm

$$90 \cdot m = n^3$$

$$2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot m = n^3$$

n nin pozitif tamsayı olması için, m en az;
 $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 300$ olmalıdır. Çünkü,

$$2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 = n^3$$

$$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3 = n^3$$

$$(2 \cdot 3 \cdot 5)^3 = n^3$$

$$30^3 = n^3 \text{ tür.}$$

Cevap A

2. Bir Tamsayının Pozitif Tam Bölenleri

a , b , c farklı asal sayılar ve m , n , k pozitif tamsayılar olsun.

$$A = a^m \cdot b^n \cdot c^k$$

sayısının pozitif tam bölenlerinin sayısı :

$$(m + 1) \cdot (n + 1) \cdot (k + 1) \text{ dir.}$$

UYARI :

A nin pozitif tam bölenlerinin, toplama işlemine göre tersi olan sayılar da negatif tam bölenlerdir.

Örnek 31

72 sayısının kaç tane pozitif tam böleni vardır?

Çözüm

$72 = 2^3 \cdot 3^2$ olduğu için,	72	2
Pozitif tam bölen sayısı;	36	2
$(3 + 1) \cdot (2 + 1) = 12$ dir.	18	2
Gerçekten 72 yi bölen pozitif tam sayılar;	9	3
1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72 olup	3	3
	1	

12 tanedir.

12 tane de negatif tam bölen bulunduğuna dikkat ediniz.

(- 1, - 2, - 3, - 4, - 6, - 8, - 9, - 12, - 18, - 24, - 36, - 72 negatif tam bölenlerdir.)

Örnek 32

$$42 \cdot 7^x$$

sayısının 72 tane tam böleni vardır.

Buna göre, x doğal sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm

$$42 \cdot 7^x = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7^x = 2 \cdot 3 \cdot 7^{x+1}$$

72 tane tam böleni varsa $\frac{72}{2} = 36$ tane pozitif tam böleni vardır.

$$(1 + 1) \cdot (1 + 1) \cdot (x + 1 + 1) = 36$$

$$2 \cdot 2 \cdot (x + 2) = 36$$

$$x + 2 = 9$$

$$x = 7 \text{ dir.}$$

Cevap D

3. Bir Tamsayının Pozitif Tam Bölenlerinin Toplamı

a, b, c farklı asal sayılar ve m, n, k pozitif tamsayılar olsun.

A = $a^m \cdot b^n \cdot c^k$ sayısının pozitif tam bölenlerinin toplamı T ise;

$$T = \frac{a^{m+1} - 1}{a - 1} \cdot \frac{b^{n+1} - 1}{b - 1} \cdot \frac{c^{k+1} - 1}{c - 1} \text{ dir.}$$

SONUÇ :

Bir tamsayının tam bölenlerinin toplamı sıfırdır.

Örnek 33

24 sayısının pozitif tam bölenlerinin toplamı kaçtır?

Çözüm

$$24 = 2^3 \cdot 3^1 \text{ olduğu için,}$$

Bu sayının pozitif tam bölenlerinin toplamı

$$\frac{2^{3+1} - 1}{2 - 1} \cdot \frac{3^{1+1} - 1}{3 - 1} = \frac{2^4 - 1}{1} \cdot \frac{3^2 - 1}{2} = 15 \cdot 4 = 60 \text{ tır.}$$

Örnek 34

120 sayısının asal olmayan pozitif tam bölenlerinin toplamı kaçtır?

- A) 340 B) 350 C) 360 D) 370 E) 380

Çözüm

$$120 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \text{ olduğu için,}$$

pozitif tam bölenlerin toplamı :

$$\frac{2^{3+1} - 1}{2 - 1} \cdot \frac{3^{1+1} - 1}{3 - 1} \cdot \frac{5^{1+1} - 1}{5 - 1} = 15 \cdot 4 \cdot 6 = 360 \text{ olur.}$$

2, 3, 5 asal bölenler olduğu için, bunların toplamı pozitif tam bölenlerin toplamından çıkarılırsa; asal olmayan pozitif tam bölenlerin toplamı $360 - 10 = 350$ bulunur.

Cevap B

4. Bir Pozitif Tamsayıdan Küçük ve Bu Tamsayı ile Aralarında Asal Olan Sayıların Sayısı

a, b, c farklı asal sayılar ve m, n, k pozitif tamsayılar olsun.

A = $a^m \cdot b^n \cdot c^k$ sayısından küçük ve A ile aralarında asal sayılar :

$$A \cdot \left(1 - \frac{1}{a}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{b}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{c}\right) \text{ tanedir.}$$

Örnek 35

48 den küçük ve 48 ile aralarında asal kaç tane doğal sayı vardır?

- A) 10 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

Çözüm

$48 = 2^4 \cdot 3^1$ olduğu için, 48 ile aralarında asal ve 48 den küçüktür.

$$48 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 48 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = 16 \text{ tane sayı vardır.}$$

Gerçekten bu sayılar;

47, 43, 41, 37, 35, 31, 29, 25, 23, 19, 17, 13, 11, 7, 5, ve 1 dir.

Cevap C

5. Bir Sayma Sayısının Pozitif Tam Bölenlerinin Çarpımı

a, b, c farklı asal sayılar ve m, n, k pozitif tam-sayılar olsun.

$$A = a^m \cdot b^n \cdot c^k$$

sayısının pozitif tam bölenlerinin çarpımı :

$$\sqrt{A^{(m+1)(n+1)(k+1)}} \text{ dir.}$$

Örnek 36

48 sayısının pozitif tam bölenlerinin çarpımı kaç-tır?

- A) 48^6 B) 48^5 C) 48^4 D) 48^3 E) 48^2

Çözüm

$48 = 2^4 \cdot 3^1$ olduğu için,

48 in pozitif tam bölenlerinin çarpımı;

$$\sqrt{A^{(4+1)(1+1)}} = \sqrt{48^{5 \cdot 2}} = 48^5 \text{ olur.}$$

Cevap B

II. OBEB - OKEK

A. ORTAK BÖLENLERİN EN BÜYÜĞÜ (OBEB)

İki ya da daha çok sayıyı birlikte bölebilen en büyük pozitif tamsayıya bu sayıların ortak bölenlerinin en büyüğü denir.

OBEB bulunurken sayılar asal çarpanlarına ayrılır. Ortak olan asal çarpanlardan en küçük üslûlerin çarpımı bu sayıların OBEB ini verir.

B. ORTAK KATLARIN EN KÜÇÜĞÜ (OKEK)

İki ya da daha çok sayıya birlikte bölünebilen en küçük pozitif tamsayıya bu sayıların ortak katlarının en küçüğü denir.

OKEK bulunurken sayılar asal çarpanlarına ayrılır. Ortak olan asal çarpanlardan en büyük üslûlerle ortak olmayan asal çarpanların çarpımı bu sayıların OKEK ini verir.

a ile b nin; ortak bölenlerinin en büyüğü OBEB(a, b) ve ortak katlarının en küçüğü OKEK(a, b) şeklinde gösterilir.

UYARI :

$a, b \in \mathbb{Z}^+$ ve $a < b$ ise,

1) OBEB (a, b) $\leq a < b \leq$ OKEK (a, b) dir.

2) a ile b aralarında asal ise;

OBEB(a, b) = 1 ve OKEK(a, b) = a . b dir.

3) a . b = OBEB(a, b) . OKEK(a, b) dir.

Örnek 37

48 ve 60 ın OBEB ve OKEK ini bulalım.

Çözüm

(I. Yol)

48	2	60	2	$48 = 2^4 \cdot 3$
24	2	30	2	$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$
12	2	15	3	olduğundan
6	2	5	5	
3	3	1		
1				

OBEB(48,60) = $2^2 \cdot 3 = 12$ ve

OKEK(48,60) = $2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 240$ dir.

(II. Yol)

48	60	2	★
24	30	2	★
12	15	2	
6	15	2	
3	15	3	★
1	5	5	
	1		

Buradan ★ işareti 48 ve 60 ın ortak bölenlerine konulmuştur. Bu durumda OBEB yanına işaret konu-

lan sayıların çarpımıdır. OKEK ise tüm bölenlerin çarpımıdır. Yani;

$$OBEB(48,60) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

$$OKEK(48,60) = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 240 \text{ dir.}$$

Örnek 38

48, 56, 60 sayılarını tam olarak bölen en büyük doğal sayı kaçtır?

Çözüm

Bu üç sayının OBEB i istenen koşulu sağlar.

48	56	60	2	★
24	28	30	2	★
12	14	15		

12, 14, 15 sayılarının 1 den büyük ortak böleni olmadığı için bölme işlemine devam etmeye gerek yoktur.

Buna göre,

$$OBEB(48, 56, 60) = 2 \cdot 2 = 4 \text{ tür.}$$

Örnek 39

9 a bölündüğünde 7 kalanını

12 ye bölündüğünde 10 kalanını

15 e bölündüğünde 13 kalanını

veren en küçük doğal sayı kaçtır?

Çözüm

İstenen sayı x olsun. $x + 2$ sayısı

9 a, 12 ye ve 15 e tam olarak bölünür.

9 a, 12 ye, 15 e tam olarak bölünen en küçük doğal sayı bunların OKEK idir.

9	12	15	2	OKEK(9,12,15) = $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$
9	6	15	2	= $4 \cdot 9 \cdot 5$
9	3	15	3 ★	= 180
3	1	5	3	$x + 2 = 180$
1	5	5		$x = 178 \text{ dir.}$
1				

Örnek 40

Buket elindeki güllerle 5 erli demetler oluşturduğunda ya da 6 şarlı demetler oluşturduğunda 2 gül artıyor.

Buna göre, Buket'in en az kaç tane gülü vardır?

Çözüm

Buket'in gül sayısı 5 ile 6 nın OKEK inden 2 fazladır.

5 ile 6 aralarında asal olduğu için,

$$OKEK(5,6) = 5 \cdot 6 = 30 \text{ dur.}$$

Buna göre, gül sayısı $30 + 2 = 32 \text{ dir.}$

Örnek 41

Boy 108 metre, eni 60 metre olan dikdörtgen şeklindeki bir bahçenin etrafına ve köşelerine eşit aralıklarla direkler dikilecektir.

Bu iş için, en az kaç direk gerekir?

A) 20 B) 24 C) 26 D) 28 E) 30

Çözüm

Eşit aralıklarla dikilecek direkler en az sayıda olacağından, aralıklar en büyük seçilmelidir. Yani 108 ve 60 in OBEB i iki direk arasındaki aralığı verir.

108	60	2	★	OBEB(108,60) = $2^2 \cdot 3 = 12$
54	30	2	★	dir.
27	15	3	★	
9	5	3		
3	5	3		
1	5	5		
1				

$$\begin{aligned} \text{Direk Sayısı} &= \frac{\text{Çevre}}{\text{iki direk arası uzaklık}} \\ &= \frac{2 \cdot (108 + 60)}{12} \\ &= 28 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Cevap D

Örnek 42

Boyutları 8 cm, 12 cm ve 15 cm olan tuğlalardan kaç tane kullanılarak, hacmi en küçük içi dolu bir küp oluşturulur?

A) 120 B) 180 C) 1000 D) 1100 E) 1200

Çözüm

En küçük hacim istendiğinden küpün bir kenarı 8, 12, 15 in OKEK ine eşittir.

$$OKEK(8, 12, 15) = 120 \text{ dir.}$$

$$\begin{aligned} \text{Tuğla Sayısı} &= \frac{\text{Küpün hacmi}}{\text{Bir tuğlanın hacmi}} \\ &= \frac{120 \cdot 120 \cdot 120}{8 \cdot 12 \cdot 15} \\ &= 1200 \text{ dır.} \end{aligned}$$

Cevap E

Örnek 43

Boyutları 1,8 metre, 4,8 metre ve 7,2 metre olan bir deponun içine hiç boşluk kalmayacak biçimde küp şeklinde koliler yerleştirilecektir.

Bu iş için en az kaç kolie ihtiyacı vardır?

- A) 200 B) 210 C) 240 D) 288 E) 300

Çözüm

$$1,8 \text{ m} = 180 \text{ cm} \text{ ve } 4,8 \text{ m} = 480 \text{ cm}$$

$$7,2 \text{ m} = 720 \text{ cm} \text{ dir.}$$

Küp şeklindeki kutunun bir kenarının uzunluğu 180, 480, 720 sayılarını bölen en büyük sayı olursa, küp sayısı en az olur. Bunun için, kolinin bir kenarının uzunluğu küpün kenar uzunluklarının OBEB'idir.

$$\text{OBEB}(180, 480, 720) = 60$$

$$\begin{aligned} \text{Koli sayısı} &= \frac{\text{Deponun hacmi}}{\text{Kolinin hacmi}} \\ &= \frac{180 \cdot 480 \cdot 720}{60 \cdot 60 \cdot 60} \\ &= 288 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Cevap D

Örnek 44

a ve b aralarında asal iki sayı olup OKEK'i 1260'tır.

$$a + \frac{9}{b} = \frac{141}{7}$$

olduğuna göre, b kaçtır?

- A) 69 B) 63 C) 61 D) 59 E) 20

Çözüm

a ile b aralarında asal olduğundan $a \cdot b = \text{OKEK}(a, b) = 1260$ tir.

$$\begin{aligned} a + \frac{9}{b} &= \frac{141}{7} \\ \frac{a \cdot b + 9}{b} &= \frac{141}{7} \\ \frac{1260 + 9}{b} &= \frac{141}{7} \\ b &= \frac{1269 \cdot 7}{141} \\ &= 9 \cdot 7 \\ &= 63 \text{ tür.} \end{aligned}$$

Cevap B

Örnek 45

a, b ve c birbirinden farklı asal sayılardır.

$$x = a^2 \cdot b \cdot c^3$$

$$y = a \cdot b \cdot c^2$$

$$z = a \cdot c^2$$

olduğuna göre, $\frac{\text{OKEK}(x, y, z)}{\text{OBEB}(x, y, z)}$ ifadesi aşağıdaki-

lerden hangisine eşittir?

- A) $b^2 \cdot c$ B) $a^2 \cdot b \cdot c$ C) $a \cdot b \cdot c$
D) $a \cdot c$ E) $a^2 \cdot c$

Çözüm

OKEK bulunurken; ortak olan asal çarpanlardan en büyük üsler ve ortak olmayan asal çarpanlar çarpılır.

OBEB bulunurken; ortak olan asal çarpanlardan en küçük üsler çarpılır.

$$\text{OKEK}(x, y, z) = a^2 \cdot b \cdot c^3$$

$$\text{OBEB}(x, y, z) = a \cdot c^2$$

$$\frac{\text{OKEK}(x, y, z)}{\text{OBEB}(x, y, z)} = \frac{a^2 \cdot b \cdot c^3}{a \cdot c^2} = a \cdot b \cdot c \text{ dir.}$$

Cevap C

Örnek 46

600, 900 ve 1200 litrelik üç bidon su ile doludur.

Bu suları birbirine karıştırmadan eşit hacimde en az kaç şişeye doldurabiliriz?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Çözüm

Şişelerin hacmini gösteren sayı 600, 900 ve 1200 ü tam bölmelidir. Şişelerin az sayıda olması için şişelerin hacmi en fazla olmalıdır.

600	900	1200	100	★
6	9	12	2	
3	9	6	2	
3	9	3	3	★
1	3	1	3	
	1			

$$\text{OBEB}(600, 900, 1200) = 300$$

$$\begin{aligned} \text{Toplam şişe sayısı} &= \frac{600}{300} + \frac{900}{300} + \frac{1200}{300} \\ &= 2 + 3 + 4 \\ &= 9 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Cevap D

Örnek 47

a, b ve c birer doğal sayıdır.

$$T = 30 \cdot a - 4 = 6 \cdot b + 2 = 10 \cdot c + 6$$

olduğuna göre, T nin en küçük değerinin rakamlarının toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

Çözüm

$$T + 4 = 30 \cdot a - 4 + 4 = 6 \cdot b + 2 + 4 = 10 \cdot c + 6 + 4$$

$$T + 4 = 30 \cdot a = 6b + 6 = 10c + 10$$

$$T + 4 = 30 \cdot a = 6(b + 1) = 10(c + 1)$$

Buna göre, T + 4 sayısı 30 ile, 6 ile ve 10 ile tam bölünmelidir.

T + 4 ün en küçük değeri 30, 6 ve 10 un OKEK'idir.

$$T + 4 = \text{OKEK}(30, 6, 10)$$

$$T + 4 = 30$$

$$T = 30 - 4$$

$$= 26 \text{ dir.}$$

T nin rakamlarının toplamı : $2 + 6 = 8$ dir.

Cevap C

Örnek 48

Toplamları 1800 ve OBEB i 225 olan iki doğal sayının büyük olanı küçük olanına tam bölünemiyor.

Buna göre, bu sayılardan küçük olanı kaçtır?

- A) 125 B) 145 C) 225 D) 625 E) 675

Çözüm

Sayılardan küçüğü a, büyüğü b olsun;

$$a + b = 1800 \dots (1)$$

m ve n aralarında asal tamsayılar olmak üzere,

$$\frac{a}{225} = m$$

$$\frac{b}{225} = n$$

olduğuna göre,

$$a + b = 1800$$

$$225m + 225n = 1800$$

$$225(m + n) = 1800$$

$$m + n = 8, (m < n) \text{ dir.}$$

m : 1 veya 3

n : 7 veya 5 olabilir.

m = 1 ve n = 7 olursa büyük olan sayı küçük olan sayıya tam bölünür. Bunun için, m = 3 ve n = 5 olmalıdır.

$$\text{O halde } a = 225 \cdot 3 = 675 \text{ ve}$$

$$b = 225 \cdot 5 = 1125 \text{ dir.}$$

Cevap E

Örnek 49

$\frac{12}{5}$ ile $\frac{10}{7}$ ile ve 8 ile tam bölünebilen en küçük pozitif tamsayı kaçtır?

- A) 120 B) 110 C) 100 D) 95 E) 90

Çözüm

(I. Yol)

Verilen sayıları tam bölen en küçük pozitif tamsayı x olsun.

$$\frac{x}{\frac{12}{5}} = \frac{5x}{12}$$

$$\frac{x}{\frac{10}{7}} = \frac{7x}{10}$$

$$\frac{x}{8}$$

ifadelerinin sonuçlarının tamsayı olabilmesi için, x sayısı 12, 10 ve 8 in OKEK i olmalıdır.

Buna göre,

$$x = \text{OKEK}(12, 10, 8) = 120 \text{ dir.}$$

(II. Yol)

$$\text{OKEK}\left(\frac{a}{b}, \frac{c}{d}\right) = \frac{\text{OKEK}(a, c)}{\text{OBEB}(b, d)} \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$\begin{aligned} \text{OKEK}\left(\frac{12}{5}, \frac{10}{7}, 8\right) &= \frac{\text{OKEK}(12, 10, 8)}{\text{OBEB}(5, 7, 1)} \\ &= \frac{120}{1} \\ &= 120 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Cevap A

1. İki basamaklı ab sayısı 9 ile tam olarak bölünebiliyor.

Buna göre, beş basamaklı $7a4b2$ sayısının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) 12

2. Beş basamaklı $17a8b$ sayısı 5 ile ve 11 ile tam olarak bölünebiliyor.

Buna göre, a nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 12 D) 16 E) 18

3. $14! + 15!$ toplamı aşağıdakilerin hangisi ile tam olarak bölünemez?

A) 35 B) 42 C) 22 D) 65 E) 68

4. Ardışık 5 tek sayının çarpımını, aşağıdakilerin hangisi kesinlikle tam bölemez?

A) 17 B) 21 C) 27 D) 30 E) 39

- 5.

$$m = 77777$$

$$n = 555555$$

olduğuna göre, $m + n$ toplamının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 7 B) 5 C) 4 D) 2 E) 0

6. m ve n pozitif tamsayılarıdır.

$$108 \cdot m = n^4$$

olduğuna göre, m en az kaçtır?

A) 6 B) 12 C) 18 D) 24 E) 36

7. 2 310 000 sayısının asal bölenleri sayısı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

8. $22^2 + 33^2 + 44^2$ toplamının pozitif tam bölenlerinin sayısı kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

9. $n + 1$ basamaklı

$$\underbrace{2000 \dots 0}_{n \text{ tane}}$$

sayısının pozitif tam bölenlerinin sayısı 56'dır.

Buna göre, n kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

10. 10 ile 146 arasındaki doğal sayılardan kaç tanesi 4 ile ve 8 ile tam bölünür?

A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

11. $\frac{5a+3}{a}$ kesrinin 10 katı bir tamsayıdır.

Buna göre, a nın alabileceği kaç farklı doğal sayı değeri vardır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

12. 80 sayısı hangi en küçük pozitif tamsayı ile çarpılırsa çarpım bir tamsayının karesine eşit olur?

- A) 2 B) 5 C) 8 D) 10 E) 25

13. 479 un a ile bölümünden kalan 3 ve 358 in a ile bölümünden kalan 2 dir.

Buna göre, a doğal sayısı en çok kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 6 E) 17

14. n bir tamsayı olmak üzere,

$$\begin{array}{r|l} 368 & n \\ \hline & 3 \cdot n \\ \hline & k \end{array}$$

oluşuna göre, k kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

15. aab , bbc ve cca üç basamaklı sayılardır.

$$aab + bbc + cca$$

toplamını tam bölebilen en büyük asal sayı kaçtır?

- A) 3 B) 7 C) 11 D) 37 E) 41

16. A ve n pozitif tamsayılarıdır. A nın 40 ile bölümüyle bölüm n ve kalan n^2 dir.

Buna göre, A en fazla kaçtır?

- A) 225 B) 276 C) 289 D) 312 E) 336

17. 6 ile tam bölünebilen bütün iki basamaklı doğal sayıların toplamı kaçtır?

- A) 810 B) 640 C) 470 D) 360 E) 210

18. Bir çocuk bilyelerini 10 ar 10 ar gruplandırıncı da 6, 12 şer 12 şer gruplandırıncı da 8 ve 18 er gruplandırıncı da 14 bilye artmaktadır.

Buna göre, çocuğun en az kaç bilyesi vardır?

- A) 174 B) 176 C) 180 D) 184 E) 186

19. Bir çocuk bilyelerini 3 er 3 er ya da 5 er 5 er gruplandırabilmektedir.

Buna göre, çocuğun bilye sayısı aşağıdakilerin hangisi olabilir?

- A) 72 B) 75 C) 93 D) 100 E) 130

20. 120 ile 180 in kaç tane ortak pozitif tam bölüneni vardır?

- A) 16 B) 14 C) 12 D) 10 E) 8

1. ab sayısı 9 ile bölünebildiğine göre,
 $a + b = 9k$, ($k \in \mathbb{Z}$) dir.
 $7 + a + 4 + b + 2 = 9k + 9 + 4 = 9(k + 1) + 4$
 olduğu için, $7a4b2$ sayısının 9 ile bölümünden kalan 4 tür.

Cevap B

2. $17a8b$ sayısı 5 e bölünebildiğine göre,
 $b = 5$ veya $b = 0$ olmalıdır.
 $17a85$ sayısı 11 e bölünebildiğine göre,
 $17a85 \Rightarrow (1 + a + 5) - (7 + 8) = 11 \cdot k$, ($k \in \mathbb{Z}$)
 $++-++$ $a - 9 = 11 \cdot k$

$k = 0$ için $a = 9$ olmalıdır.

- $17a80$ sayısı 11 e bölünebildiğine göre,
 $17a80 \Rightarrow (1 + a + 0) - (7 + 8) = 11 \cdot k$, ($k \in \mathbb{Z}$)
 $++-++$ $a - 14 = 11 \cdot k$

$k = -1$ için $a = 3$ olmalıdır.

O halde; a nın alabileceği değerlerin toplamı,
 $9 + 3 = 12$ dir.

Cevap C

3. $14! + 15! = 14! \cdot (1 + 15) = 16 \cdot 14!$
 $68 = 2^2 \cdot 17$ dir. Yani 68 in bir çarpanı olan 17,
 $16 \cdot 14!$ sayısının çarpanları arasında yoktur.
 Bu sebeple $14! + 15!$ toplamı 68 ile tam olarak
 bölünemez.

Cevap E

4. Tek sayıların çarpımı yine bir tek sayıdır. Bir tek
 sayı ise hiç bir çift sayıya tam olarak bölünemez.

Cevap D

5. $7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 5 \cdot 7 = 35$
 $5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 7 \cdot 5 = 35$
 35 in 9 ile bölümünden kalan 8 olduğundan, m
 nin ve n nin 9 ile bölümünden kalan 8 dir. Bu
 sebeple $m + n$ nin 9 ile bölümünden kalan:
 $8 + 8 = 16 = 9 + 7$ olduğu için 7 dir.

Cevap A

6. $108 \mid 2$ $108 = 2^2 \cdot 3^3$ dür.
 $54 \mid 2$ $m = 2^2 \cdot 3^1$ alınır,
 $27 \mid 3$ $108 \cdot m = n^4$
 $9 \mid 3$ $2^2 \cdot 3^3 \cdot 2^2 \cdot 3^1 = n^4$
 $3 \mid 3$ $(2 \cdot 3)^4 = n^4$
 1 $6^4 = n^4$ olur.

O halde; $m = 12$ olmalıdır.

Cevap B

7. $2\,310\,000 = 231 \cdot 10^4$
 $= 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 2^4 \cdot 5^4$

O halde; bu sayının asal bölen sayısı 5 tir.
 Bunlar 3, 7, 11, 2 ve 5 tir.

Cevap D

8. $22^2 + 33^2 + 44^2 = 11^2 \cdot 2^2 + 11^2 \cdot 3^2 + 11^2 \cdot 4^2$
 $= 11^2(2^2 + 3^2 + 4^2)$
 $= 11^2 \cdot 29^1$

Verilen sayının, pozitif bölenlerinin sayısı;

$$(2 + 1) \cdot (1 + 1) = 3 \cdot 2 = 6 \text{ dir.}$$

Cevap A

9. $2\,000 \dots 0 = 2 \cdot 10^n$
 $n \text{ tane } = 2 \cdot 2^n \cdot 5^n$
 $= 2^{n+1} \cdot 5^n$

Verilen sayının, pozitif tam bölenleri sayısı asal
 çarpanların üslerinin bir fazlasının çarpımına eşit
 olduğu için;

$$(n + 2) \cdot (n + 1) = 56$$

$$n^2 + 3n - 54 = 0$$

$$(n + 9)(n - 6) = 0$$

$$n = -9 \text{ veya } n = 6$$

$$n = -9 \text{ olamayacağı için } n = 6 \text{ dir.}$$

Cevap C

10. Aranan sayılar : 4 ile 8 in OKEK ine bölünen
 sayılardır,

$$\text{OKEK}(4, 8) = 8$$

$$16, 24, 32, \dots, 144$$

$$8(2, 3, 4, \dots, 18)$$

İstenen koşullara uygun 17 tane sayı vardır.

Cevap B

$$11. 10 \cdot \left(\frac{5a+3}{a} \right) = 10 \left(5 + \frac{3}{a} \right) = 50 + \frac{30}{a}$$

sayısının sonucun tamsayı olabilmesi için a , 30 u tam olarak bölen bir sayı olmalıdır.

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

olduğundan 30 un pozitif tam bölenlerinin sayısı :

$$(1+1)(1+1)(1+1) = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \text{ dir.}$$

Cevap B

$$12. 80 = 2^4 \cdot 5 \text{ olduğu için bu sayı 5 ile çarpılırsa,}$$

$$80 \cdot 5 = 2^4 \cdot 5 \cdot 5 = (2^2)^2 \cdot 5^2 = 4^2 \cdot 5^2 = 20^2 \text{ olur.}$$

Demek ki 80 sayısı 5 ile çarpılırsa sonuç bir tam sayının karesine eşit olur.

Cevap B

$$13. \quad 479 - 3 = 476$$

$$358 - 2 = 356$$

olduğuna göre, a sayısı 476 yı ve 356 yı tam olarak bölen en büyük sayıdır. Yani, bu iki sayının OBEB'idir.

$$\text{OBEB}(476, 356) = 4$$

Cevap B

$$14. \quad \begin{array}{r} 368 \overline{) n} \\ \underline{13 \cdot n} \\ k \end{array}$$

$$368 = 3n^2 + k \text{ ve } k < n \text{ dir.}$$

$n = 10$ alınırsa $k = 68$ olur ki; bu değerler $k < n$ koşuluna uymaz.

$n = 11$ alınırsa $k = 5$ bulunur.

Cevap D

$$15. \quad aab = 100a + 10a + b$$

$$bbc = 100b + 10b + c$$

$$+ \quad cca = 100c + 10c + a$$

$$\begin{aligned} aab + bbc + cca &= 111(a + b + c) \\ &= 37 \cdot 3 \cdot (a + b + c) \end{aligned}$$

a, b ve c rakam olduğu için,

$$a + b + c \leq 27 \text{ dir.}$$

O halde; en büyük asal bölen 37 dir.

Cevap D

$$16. \quad \begin{array}{r} A \overline{) 40} \\ \underline{n} \\ n^2 \end{array} \Rightarrow A = 40n + n^2 \text{ ve } n^2 < 40 \text{ dir.}$$

Bu koşula uygun en büyük pozitif tamsayı $n = 6$ dir.

Buna göre,

$$A = 40 \cdot 6 + 6^2 = 276 \text{ bulunur.}$$

Cevap B

$$17. 12 + 18 + 24 + \dots + 96 = 6 \cdot (2 + 3 + 4 + \dots + 16)$$

$$\begin{aligned} &= 6 \cdot \left(\frac{16 \cdot 17}{2} - 1 \right) \\ &= 810 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Cevap A

18. Çocuğun 4 bilyesi daha olsaydı 10 arlı, 12 şerli ya da 18 erli gruplara tam olarak ayrılabilirdi. Yani aradığımız sayı 10, 12 ve 18 in OKEK inden 4 eksiktir.

10	12	18	2
5	6	9	2
5	3	9	3
5	1	3	3
5		1	5
1			

$$\text{OKEK}(10, 12, 18) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180 \text{ dir.}$$

Buna göre, çocuğun bilye sayısı : $180 - 4 = 176$ dir.

Cevap B

19. Çocuğun bilye sayısı 3 ün ve 5 in katıdır. 3 ile ve 5 ile bölünen sayı 75 olduğu için çocuğun bilye sayısı 75 olabilir.

Cevap B

20. 120 ve 180 in ortak pozitif tam bölenleri bu iki sayının OBEB nin pozitif tam bölenleridir.

120	180	10	★
12	18	6	★
2	3	2	
1	3	3	
	1		

$$\text{OBEB}(120, 180) = 60 \text{ dir.}$$

$60 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1$ olduğu için, 60 in pozitif bölenlerinin sayısı;

$$(2+1) \cdot (1+1) \cdot (1+1) = 3 \cdot 2 \cdot 2 = 12 \text{ dir.}$$

Cevap C

1. Üç basamaklı ab8 sayısı, iki basamaklı ab sayısına bölünüyor.

Buna göre, bölen ile kalanın toplamı kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 14 E) 18

2. A sayısı 13 ile bölündüğünde kalan 3'dür. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi 13 ile tam bölünür?

A) $A - 2$ B) $A + 2$ C) $A + 10$
D) $A - 10$ E) $A + 7$

3.
$$\begin{array}{r} 69 \dots \mid 2a \\ 3 \dots \end{array}$$

Verilen bölme işleminde 2a iki basamaklı bir sayıdır.

Buna göre, a aşağıdakilerden hangisi olamaz?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. a, b, c birer pozitif tamsayıdır.

$$5a = 7b$$

$$c = 3b$$

olduğuna göre, c aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 3 B) 5 C) 7 D) 21 E) 30

5. Altı basamaklı bir sayı, üç basamaklı bir sayıya bölündüğünde, kalan sayı en fazla kaç basamaklı olabilir?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. K ve R birer doğal sayıdır.

$$\begin{array}{r} R \mid K \\ \hline 2K - 8 \end{array}$$

olduğuna göre, K'nın R türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-1 + \sqrt{R+9}$ B) $1 + \sqrt{R+9}$ C) $1 - \sqrt{R+3}$
D) $R + 4$ E) $R - 4$

7. Üç basamaklı 15 ile tam bölünebilen en büyük sayı aşağıdakilerden hangisi ile tam bölünemez?

A) 2 B) 5 C) 9 D) 11 E) 13

8. Beş basamaklı 721ab sayısı 30 ile tam bölünebiliyor.

Buna göre, a'nın alabileceği en küçük değer kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 5 E) 8

9. Bir bölme işleminde; bölünen ile bölenin toplamı 32'dir.

Bu bölme işleminde bölüm 5, kalan 2 olduğuna göre, bölen kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 5 D) 18 E) 27

10. 120 sayısının kaç tane asal tam böleni vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5

11. 90 in tam bölenlerinin toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 80 C) 120 D) 234 E) 236

12. Ortak katlarının en küçüğü 40 olan farklı iki doğal sayının toplamı en çok kaçtır?

- A) 41 B) 42 C) 50 D) 60 E) 62

13. x ve y birer doğal sayıdır.

$$\begin{array}{r} x \overline{) y} \\ \underline{12} \\ 8 \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işleminde; bölünen, bölen ve bölümün toplamı 189 olduğuna göre, bölen sayı kaçtır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

14. Bir T sayısının rakamlarının sayı değerlerinin toplamı 28 dir.

Buna göre, T^3 sayısının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 8

15. 1 den 6 ya kadar olan rakamlar kullanılarak yazılan rakamları farklı altı basamaklı ABCDEF sayısında

$$A+B = C+D = E+F$$

olduğuna göre, en büyük ABCDEF sayısının 11 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 7 E) 8

16. m ve n birer pozitif tamsayıdır.

$$600.m = n^4$$

olduğuna göre, m nin en küçük değeri kaçtır?

- A) 90 B) 60 C) 120 D) 450 E) 1350

17. x ile y nin; ortak bölenlerinin en büyüğü 10, ortak katlarının en küçüğü 60 tır.

Buna göre, x.y çarpımı kaçtır?

- A) 600 B) 140 C) 120 D) 100 E) 60

18. 500 den, en küçük hangi doğal sayıyı çıkaralım ki kalan sayı 12 ile ve 8 ile tam bölünebilsin?

- A) 4 B) 8 C) 10 D) 20 E) 30

19. Toplamları 100 olan iki doğal sayının, ortak bölenlerinin en büyüğü 25 tir.

Buna göre, bu sayılardan küçük olanı kaçtır?

- A) 25 B) 30 C) 35 D) 40 E) 50

20.

$$x = 60$$

$$y = 120$$

$$z = 180$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $x.y = \text{OBEB}(x,y) \cdot \text{OKEK}(x,y)$
 B) $x.y.z = \text{OBEB}(x,y,z) \cdot \text{OKEK}(x,y,z)$
 C) $x.z = \text{OBEB}(x,z) \cdot \text{OKEK}(x,z)$
 D) $x = \text{OBEB}(x,y,z) < y < z < \text{OKEK}(x,y,z)$
 E) $6 \cdot \text{OBEB}(x,y,z) = \text{OKEK}(x,y,z)$

1. Aşağıdakilerden hangisi üç basamaklı abc sayısı ile cba sayısının farkı olamaz?

A) 99 B) 198 C) 495 D) 594 E) 720

2. Sıfırdan farklı ardışık beş doğal sayının çarpımı aşağıdakilerin hangisine kesinlikle bölünebilir?

A) 50 B) 80 C) 100 D) 120 E) 180

3. Beş basamaklı 721ab çift sayısının 5 ile ve 9 ile bölümünden kalan 1 dir.

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

4. m ve n sayıları 5 ile tam bölünebilen doğal sayılardır.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi 5 ile tam bölünemeyebilir?

A) $m+n$ B) $m.n$ C) $\frac{m+n}{5}$

D) $2m+n$ E) $\frac{3m+3n^2}{3}$

- 5.

$$\frac{5a+2}{a}$$

kesrinin 8 katı bir doğal sayıdır.

Buna göre, a'nın alabileceği kaç farklı tam-sayı değerli vardır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 10 E) 12

6. A ve B sayılarının 7 ile bölünmesiyle elde edilen kalanlar sırasıyla 4 ve 6 dir.

A.B nin 7 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

7. m ve n sıfırdan farklı rakamlar olmak üzere, altı basamaklı mnmnmn sayısının iki basamaklı mn sayısına bölümü kaçtır?

A) 111 B) 1000 C) 101 D) 10101 E) 1001

8. Bir topluluğa 3 kişi daha katılırsa, 4 erli, 5 erli ya da 6 şarlı sıraya dizilebiliyorlar.

Buna göre, toplulukta (ilk durumda) en az kaç kişi vardır?

A) 117 B) 63 C) 60 D) 57 E) 33

9. a ile b aralarında asal iki doğal sayıdır.

$$\begin{array}{r} 960 \overline{) x} \\ \underline{} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1008 \overline{) x} \\ \underline{} \\ 0 \end{array}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 12 B) 18 C) 24 D) 36 E) 48

10. ab iki basamaklı bir sayıdır.

$$\begin{array}{r} ab \overline{) a+b} \\ \underline{} \\ 3 \\ \underline{} \\ 2 \end{array}$$

olduğuna göre, ab sayısı aşağıdakilerden hangisi ile tam bölünebilir?

A) 3 B) 5 C) 11 D) 13 E) 17

11. $40! + 41!$ sayısı aşağıdakilerden hangisine bölünemez?

- A) 500 B) 600 C) 700 D) 820 E) 900

12. m ve n pozitif tamsayıdır.

$$96 \cdot m = n^2$$

olduğuna göre, $m + n$ en az kaçtır?

- A) 30 B) 28 C) 24 D) 12 E) 6

13. $33^2 + 66^2$ toplamını tam bölebilen kaç tane asal sayı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. Boyutları 4 cm ve 6 cm olan dikdörtgenlerin en az kaç tanesi ile bir kare yüzeyi oluşturulabilir?

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 18

15.

$$\frac{6}{7}, \frac{8}{15}, \frac{12}{19}$$

sayıları ile bölündüğünde, sonucu tamsayı olan en küçük pozitif tamsayı kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 24

16. Aşağıdaki sayılardan hangisinin yalnız iki tane pozitif tam böleni vardır?

- A) 1793 B) $7^7 - 1$ C) $6^{10} + 1$
D) $2^{15} + 1$ E) $11! + 17!$

17. m , 5 den büyük bir asal sayıdır.

$$135 \cdot m^4$$

sayısının kaç tane asal olmayan pozitif tam böleni vardır?

- A) 17 B) 20 C) 27 D) 37 E) 40

18. $\underbrace{8000 \dots 0}_{n \text{ tane sıfır}}$ sayısının 140 tane tam böleni olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

19. n bir tamsayıdır.

$$\frac{3n+12}{n}$$

kesrini asal sayı yapan kaç tane n değeri vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

20. n bir doğal sayıdır.

$$\begin{array}{r} A \overline{) 20} \\ \underline{} n \\ n^2 \end{array}$$

olduğuna göre, A en çok kaçtır?

- A) 24 B) 69 C) 82 D) 96 E) 13

1. $A = 2! + 3! + 4! + \dots + n!$
 $n = 99$ için, A'nın 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 0

2. Üç basamaklı xyx sayısı 22 ile tam bölünebiliyor.
 Buna göre, y nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

3. a, b, c birer pozitif tamsayıdır.

$$75! = 3^a \cdot 5^b \cdot c$$

olduğuna göre, $a + b$ en çok kaçtır?

A) 32 B) 43 C) 53 D) 59 E) 72

4. n bir doğal sayıdır.

$$\frac{199!}{8^n}$$

İfadesini tamsayı yapan en büyük n değeri kaçtır?

A) 36 B) 43 C) 48 D) 64 E) 97

5. $(2345)^3 + (578)^5$ toplamının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

6. Boyutları a birim, 42 birim, 35 birim olan dikdörtgenler prizmasının içine eşit hacimlerdeki küplerden hiç boşluk kalmayacak biçimde en fazla 240 tane yerleştiriliyor.

Buna göre, a aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 63 B) 56 C) 59 D) 48 E) 42

7. Boyutları 16 birim, 24 birim ve 36 birim olan dikdörtgenler prizmasının en az kaç tanesinden yan yana ve üst üste konularak bir küp elde edilebilir?

A) 54 B) 36 C) 108 D) 144 E) 216

8. Bir çiçekçi elindeki gülleri 6 şar 6 şar, 8'er 8'er ya da 9 ar 9 ar, ayırdığında daima 4 gül artıyor. Fakat 11'er 11'er ayırırsa hiç gül artmıyor.

Çiçekçinin elinde en az kaç gül vardır?

A) 121 B) 132 C) 154 D) 198 E) 220

9. 54 kişilik topluluğa x kişi daha katılırsa 6 şarlı ya da 7 şerli gruplar yapılabilir.

Buna göre, en küçük x değeri kaç olabilir?

A) 151 B) 79 C) 50 D) 30 E) 24

10. $a > 6$ olmak üzere, baaa dört basamaklı doğal sayısı b nin kaç farklı değeri için 9 ile tam bölünebilir?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

11. $a > 7$ olmak üzere, dört basamaklı $aabc$ sayısı 9 ile tam bölünebiliyor.

Buna göre, $b + c$ nin alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. Beş basamaklı $abcdd$ sayısı 3 ile tam bölünebiliyor.

$$a = \frac{b}{3}$$

$$\frac{a}{2} = c + 1$$

olduğuna göre, d nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 13 B) 15 C) 16 D) 23 E) 29

13. Dört basamaklı $4a3b$ sayısı 12 ile tam bölünebildiğine göre, a rakamı kaç farklı değer alabilir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

14. a, b, c pozitif tamsayılardır.

$$\begin{array}{r} a \overline{) b} \\ \underline{c} \\ 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} d \overline{) c} \\ \underline{b} \\ 4 \end{array}$$

olduğuna göre, $a + d$ toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 14 B) 38 C) 45 D) 70 E) 80

15. $9! - 8!$ sayısı aşağıdakilerden hangisi ile tam bölünemez?

- A) 90 B) 70 C) 56 D) 54 E) 48

16. Bir a sayısının 5 ile bölümünden elde edilen bölüm b , kalan 3 tür. b sayısının 6 ile bölümünden elde edilen bölüm c , kalan 3 tür.

c pozitif tamsayı olduğuna göre, a sayısının 10 ile bölümünden elde edilen kalan kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

17. Beş basamaklı $2a4b6$ sayısı 44 ile tam bölünebilmektedir.

Buna göre, $a \cdot b$ nin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 27 B) 32 C) 35 D) 36 E) 42

18. n bir doğal sayıdır.

$$9 \cdot 135^n$$

sayısının 147 tane pozitif tam böleni olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

19. 96 ve 120 sayılarının kaç tane asal olmayan ortak pozitif tam böleni vardır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

20. m asal bir sayıdır.

$$m = \frac{15n - 12}{n}$$

olduğuna göre, n nin alabileceği kaç farklı tamsayı değeri vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

1.

$$\begin{array}{r} 144 \overline{) \dots} \\ \underline{13} \\ 13 \\ \underline{00} \\ 00 \end{array}$$

Verilen bölme işleminde her nokta bir rakamı göstermektedir.

Buna göre, kalan kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2.

Bir A doğal sayısının 13 ile bölümünden kalan 10 dur.

Buna göre, $3A + 10$ sayısının 13 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3.

36 ile tam bölünebilen beş basamaklı $34abc$ sayısının 5 ile bölümünden elde edilen kalan 3 tür.

Buna göre, en büyük $34abc$ için a kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

4.

Üç basamaklı $2ab$ sayısının 323 ile toplamının sonucu 9 ile tam bölünebiliyor.

Buna göre, a + b nin alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5.

a ve b birer pozitif tamsayıdır.

$$12.a = b^2$$

olduğuna göre, b nin en küçük değeri aşağıdaki aralıklardan hangisindedir?

- A) [1,3] B) [3,5] C) [5,7]
D) [7,10] E) [9,12]

6.

Bir sayının 16 ile bölümünden kalan 13 tür.

Buna göre, bu sayının 8 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 5 E) 6

7.

a, b ve c birer pozitif tamsayıdır.

$$x = 4.a + 1 = 5.b + 1 = 6.c + 1$$

olduğuna göre, x in alabileceği üç basamaklı en büyük sayının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

8.

$c < b < a$ olmak üzere, üç basamaklı abc sayısı 20 ile tam bölünebiliyor.

Buna göre, bu koşullara uygun kaç tane abc sayısı yazılabilir?

- A) 4 B) 5 C) 7 D) 9 E) 16

9.

Altı basamaklı $142a5b$ sayısı 5 ile tam bölünebiliyor.

Bu sayının 9 ile bölünmesinden kalan 4 olduğuna göre, a nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

10.

aa ve bc iki basamaklı birer sayıdır.

$$\begin{array}{r} aa \overline{) 8} \\ \underline{bc} a \\ 6 \end{array}$$

olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

11. m bir doğal sayıdır.

$$4^m + 1 \cdot 6^m$$

sayısının 148 tane asal olmayan tam böleni vardır.

Buna göre, m kaçtır?

- A) 6 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

12. Kenarları 420 m ve 546 m olan dikdörtgen şeklindeki bir bahçenin içine, kenarlarına ve köşelerine eşit aralıklarla ağaç dikilecektir.

Buna göre, en az kaç tane ağaç gereklidir?

- A) 154 B) 143 C) 130 D) 120 E) 115

13. 15 basamaklı AAAAAAAAAAAAAA sayısının 9 ile bölümünden kalan 6'dır.

Buna göre, A nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 5 C) 6 D) 7 E) 12

14.	A	B	C	2	A, B ve C doğal
	a	b	c	2	sayılarının asal çarpan-
	d	e	f	3	lara ayrılışı verilmiştir.
	d	e	m	3	
	d	e	k	5	
	1	1	r	5	
			1		

Buna göre, $\frac{\text{OKEK}(A,B,C)}{\text{OBEB}(A,B,C)}$ kaçtır?

- A) 10 B) 20 C) 30 D) 35 E) 45

15.

$$\text{OBEB}(30, 450, T) = 6$$

$$\text{OKEK}(30, 450, T) = 450$$

olduğuna göre, T nın alabileceği en küçük doğal sayı değeri kaçtır?

- A) 6 B) 12 C) 30 D) 42 E) 45

16. Boyutları 40 birim, 120 birim ve T birim olan dikdörtgenler prizmasının içine en büyük hacimli 108 tane özdeş küp boşluk kalmayacak şekilde yerleştiriliyor.

Buna göre, T nin en küçük pozitif doğal sayı değeri kaçtır?

- A) 20 B) 36 C) 40 D) 120 E) 180

17. a , b ve c birer doğal sayıdır.

$$x = 30 \cdot a - 4 = 6 \cdot b - 4 = 10 \cdot c + 6$$

olduğuna göre, x in en küçük değeri için, $a + b + c$ kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 17 D) 18 E) 26

18. A ve B pozitif tamsayıdır.

$$\begin{array}{r} A \overline{) 50} \\ \underline{ B} \\ B^2 \end{array}$$

A sayısı herhangi bir asal sayısının B katı olduğuna göre, A nın en büyük değeri kaçtır?

- A) 400 B) 399 C) 336 D) 159 E) 104

19. Aşağıdakilerden hangisi 24 ile bölünebilme kuralı olarak verilebilir?

- A) 2 ile ve 12 ile tam bölünen sayılar 24 ile tam bölünür.
B) 6 ile ve 4 ile tam bölünen sayılar 24 ile tam bölünür.
C) 3 ile ve 8 ile tam bölünen sayılar 24 ile tam bölünür.
D) 2 ile ve 3 ile tam bölünen sayılar 24 ile tam bölünür.
E) 3 ile ve 4 ile tam bölünen sayılar 24 ile tam bölünür.

20. 20 ile 2002 arasında hem 4 ile hem de 6 ile tam bölünebilen kaç tane doğal sayı vardır?

- A) 82 B) 83 C) 98 D) 165 E) 170

21. ab05 dört basamaklı, ab iki basamaklı bir sayıdır.

$$\begin{array}{r} ab05 \mid ab \\ \underline{x} \\ k \end{array}$$

olduğuna göre, $x + k$ kaçtır?

- A) 8 B) 15 C) 18 D) 105 E) 1005

22. x, y birer sayma sayısıdır. x ile y nin ortak bölenlerinin en büyüğü 6, ortak katlarının en küçüğü 126'dır.

Buna göre, $x + y$ toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 18 B) 30 C) 36 D) 42 E) 60

23. a, b, c birbirinden farklı asal sayılardır.

$$x = a^2 \cdot b \cdot c^3$$

olduğuna göre x sayısının asal olmayan pozitif tam bölen sayısı kaçtır?

- A) 12 B) 21 C) 24 D) 45 E) 48

24. Üç otomatik zil sırasıyla $\frac{2}{3}$ saat, $\frac{3}{4}$ saat ve $\frac{1}{5}$ saat aralıklarla çalmaktadırlar.

Bu üç zil birlikte saat 13.00 da çaldıktan sonra ikinci kez (birlikte üçüncü kez) tekrar beraber saat kaçta çalarlar?

- A) 01.00 B) 03.00 C) 14.00
D) 15.00 E) 19.00

25. a ve b doğal sayılarının ortak bölenlerinin en büyüğü ile ortak katlarının en küçüğü toplamı 100'dür.

$$a = 24 \cdot b$$

olduğuna göre, $a \cdot b$ kaçtır?

- A) 24 B) 96 C) 216 D) 384 E) 600

26. Toplamları 165 olan iki doğal sayının ortak bölenlerinin en büyüğü 33'tür.

Buna göre, bu sayılardan biri aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 33 B) 22 C) 66 D) 99 E) 132

27. Toplamları 150 olan iki doğal sayının ortak katlarının en küçüğü 924'dür.

Buna göre, bu sayıların farkının pozitif değeri kaçtır?

- A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

28. a, b, c birbirinden farklı asal sayılardır.

$$A = a^2 \cdot b \cdot c^3$$

$$B = a \cdot b$$

$$C = a \cdot b \cdot c$$

olduğuna göre, $\frac{OKEK(A,B,C)}{OBEB(A,B,C)}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $a \cdot c^3$ B) $a \cdot c^2$ C) $a \cdot b \cdot c$
D) $a \cdot b \cdot c^2$ E) $a \cdot b \cdot c^3$

29. Farklı iki pozitif tamsayının ortak katlarının en küçüğü 150'dir.

Buna göre, bu iki sayının toplamı en fazla kaç olabilir?

- A) 60 B) 105 C) 125 D) 180 E) 225

30. Farklı iki pozitif tamsayının ortak katlarının en küçüğü 150'dir.

Buna göre, bu iki sayının toplamı en az kaç olabilir?

- A) 53 B) 42 C) 35 D) 31 E) 25

Rasyonel sayılarla yapılan işlemler, hemen hemen her konuda karşılaşmıza çıkar. Konunun son kısmında ele alacağımız "rasyonel sayılarda sıralama", BÖLÜM-4'te işleyeceğimiz "Sıralama" konusu için temel oluşturur.

Son yedi yılın Öğrenci Seçme Sınavı'nda rasyonel sayılar konusu ile ilgili toplam 11 soru soruldu.

RASYONEL SAYILAR

⇒ RASYONEL SAYILAR

~ A. TANIM ve ÖZELLİKLERİ

- ⇒ 1. Rasyonel Sayı
- ⇒ 2. Basit Kesir
- ⇒ 3. Bileşik Kesir

~ B. RASYONEL SAYILARDA İŞLEMLER

- ⇒ 1. Genişletme ve Sadeleştirme
- ⇒ 2. Toplama – Çıkarma
- ⇒ 3. Çarpma – Bölme
- ⇒ 4. İşlem Önceliği

~ C. ONDALIKLI SAYILAR

- ⇒ 1. Ondalık Sayı
- ⇒ 2. Devirli (Periyodik) Ondalık Sayı

~ D. RASYONEL SAYILARDA SIRALAMA

⇒ ÇÖZÜMLÜ TEST

⇒ CEVAPLI TEST (1, 2, 3)

B

Ö

L

Ü

M

3

RASYONEL SAYILAR

A. TANIM ve ÖZELLİKLERİ

1. Rasyonel Sayı

$a, b \in \mathbb{Z}$ ve $b \neq 0$ olmak üzere, $\frac{a}{b}$ şeklinde ifade edilen sayılara **rasyonel sayı** veya **kesir**, a ya **pay** b ye de **payda** denir.

$$\frac{2}{3}, \frac{5}{2}, -\frac{1}{5}, 2\frac{1}{3}, 7, 0, \dots$$

sayıları birer rasyonel sayı belirtir.

UYARI :

$$\frac{0}{b} = 0 \text{ dir. } (b \neq 0 \text{ ise})$$

$$\frac{a}{0} \text{ tanımsızdır.}$$

2. Basit Kesir

İşaretine bakılmaksızın payı paydasından küçük olan kesirlere **basit kesir** denir.

$$\frac{a}{b} \text{ basit kesir ise } -1 < \frac{a}{b} < 1 \text{ dir.}$$

$$\frac{2}{3}, -\frac{4}{5}, 0 \text{ sayıları birer basit kesirdir.}$$

$\frac{a}{b}$ pozitif bir basit kesirse $\frac{a}{b}$ nin pozitif kuvvetleri alındıkça kesrin değeri azalır. Yani,

$$\frac{a}{b} > \frac{a^2}{b^2} > \frac{a^3}{b^3} > \dots \text{ dir.}$$

3. Bileşik Kesir

İşaretine bakılmaksızın payı paydasından büyük veya eşit olan kesirlere **bileşik kesir** denir.

$$\frac{a}{b} \text{ bileşik kesir ise } \frac{a}{b} \leq -1 \text{ veya } \frac{a}{b} \geq 1 \text{ dir.}$$

$$\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}, \quad -\frac{19}{4} = -4\frac{3}{4}, \quad 6$$

sayıları birer bileşik kesirdir.

$$\frac{a}{b} \text{ pozitif bir bileşik kesir ve } a \neq b \text{ ise } \frac{a}{b} \text{ nin pozitif}$$

kuvvetleri alındıkça kesrin değeri artar. Yani,

$$\frac{a}{b} < \frac{a^2}{b^2} < \frac{a^3}{b^3} < \dots \text{ dir.}$$

B. RASYONEL SAYILARDA İŞLEMLER

1. Genişletme ve Sadeleştirme

$k \neq 0$ olmak üzere,

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a:k}{b:k} \text{ dir.}$$

2. Toplama - Çıkarma

Toplama ve çıkarma işlemlerinde payda eşitlenir.

$$\star \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} + \frac{c \cdot b}{d \cdot b}$$

$$(d) \quad (b)$$

$$= \frac{a \cdot d + c \cdot b}{b \cdot d}$$

$$\star \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} - \frac{c \cdot b}{d \cdot b}$$

$$(d) \quad (b)$$

$$= \frac{a \cdot d - c \cdot b}{b \cdot d}$$

3. Çarpma - Bölme

Çarpma işlemlerinde pay payla, payda paydayla çarpılır. Bölme de ise birinci kesir aynen yazılır, ikinci kesir ters çevrilir ve çarpılır.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d},$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

4. İşlem Önceliği

Toplama, çıkarma, çarpma, bölme ve üs alma işlemlerinden bir kaçının birlikte bulunduğu rasyonel sayı işlemlerinde işlem sırası şöyledir.

1. Parantezler ve kesir çizgisi işleme yön verir.
2. Üslü işlemler varsa sonuçlandırılır.
3. Çarpma-bölme yapılır.
4. Toplama-çıkarma yapılır.

UYARI :

Toplama ile çıkarma ve çarpma ile bölme kendi aralarında öncelik taşımazlar. Öncelik söz konusu ise bu, parantez kullanılarak sağlanır.

Örnek 1

$\left(\frac{3}{4} + \frac{4}{3}\right) : \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right)$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{4} + \frac{4}{3}\right) : \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right) &= \left(\frac{9}{12} + \frac{16}{12}\right) : \left(\frac{9}{6} - \frac{4}{6}\right) \\ &= \frac{9+16}{12} : \frac{9-4}{6} \\ &= \frac{25}{12} : \frac{5}{6} \\ &= \frac{25}{12} \cdot \frac{6}{5} \\ &= \frac{25}{2} \cdot \frac{1}{5} \\ &= \frac{5}{2} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek 2

$\frac{2}{3} - \frac{2}{4}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} - \frac{2}{4} &= \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = 2 \cdot \frac{4}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{8}{3} - \frac{1}{6} \\ &= \frac{16}{6} - \frac{1}{6} = \frac{16-1}{6} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

Örnek 3

$$\frac{2\frac{1}{3}+1}{-1\frac{4}{5}+3}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{2\frac{1}{3}+1}{-1\frac{4}{5}+3} &= \frac{2+\frac{1}{3}+1}{-1-\frac{4}{3}+3} = \frac{(2+1)+\frac{1}{3}}{(3-1)-\frac{4}{3}} = \frac{3+\frac{1}{3}}{2-\frac{4}{3}} = \frac{\frac{3 \cdot 3+1}{3}}{\frac{5 \cdot 2-4}{5}} \\ &= \frac{\frac{10}{3}}{\frac{6}{5}} = \frac{10}{3} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{9} \end{aligned}$$

Örnek 4

$$\frac{2 : \frac{3}{2} + 1}{3 - \frac{4}{3} : 2}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$\frac{2 : \frac{3}{2} + 1}{3 - \frac{4}{3} : 2} = \frac{2 \cdot \frac{2}{3} + 1}{3 - \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{\frac{4}{3} + 1}{3 - \frac{2}{3}} = \frac{\frac{7}{3}}{\frac{7}{3}} = 1$$

Örnek 5

$$\frac{\left(3 - \frac{1}{2}\right) + \left(1 - \frac{1}{2}\right)}{\left(4 - \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{3}{4} - 1\right)}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{\left(3 - \frac{1}{2}\right) + \left(1 - \frac{1}{2}\right)}{\left(4 - \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{3}{4} - 1\right)} &= \frac{3 - \frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{2}}{4 - \frac{1}{4} - \frac{3}{4} + 1} \\ &= \frac{3+1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}}{4+1 - \frac{1}{4} - \frac{3}{4}} \\ &= \frac{4-1}{5-1} \\ &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Örnek 6

$$\frac{2 - \frac{1}{1 - \frac{2}{3}}}{1 + \frac{3}{1 - \frac{1}{2}}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$\frac{2 - \frac{1}{1 - \frac{2}{3}}}{1 + \frac{3}{1 - \frac{1}{2}}} = \frac{2 - \frac{1}{\frac{1}{3}}}{1 + \frac{3}{\frac{1}{2}}} = \frac{2-3}{1+6} = -\frac{1}{7}$$

Örnek 7

$$3 + \frac{3 + \frac{3}{4}}{4} = ?$$

sonsuz kesrinin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$\begin{aligned} & \text{3} + \frac{3 + \frac{3}{4}}{4} = x \\ & 3 + \frac{3 + \frac{3}{4}}{4} = x \Rightarrow 3 + \frac{x}{4} = x \\ & \Rightarrow 12 + x = 4x \Rightarrow x = 4 \text{ tür.} \end{aligned}$$

Örnek 8

$$2,6 = x + \frac{y}{5}$$

eşitliğinde x ve y, 5 ten küçük birer doğal sayıdır.

Buna göre, y kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

$$\begin{aligned} 2,6 &= x + \frac{y}{5} \\ 5 \cdot (2,6) &= 5 \cdot \left(x + \frac{y}{5}\right) \\ 13 &= 5x + y \end{aligned}$$

eşitliğinde x ve y, 5 ten küçük birer doğal sayı olduğundan; x = 2 ve y = 3 tür.

Cevap D

Örnek 9

$$1 + \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 9 B) 3 C)
- $\frac{1}{2}$
- D)
- $\frac{1}{4}$
- E)
- $\frac{1}{8}$

Çözüm

$$1 + \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = 1 + \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}}$$

$$\begin{aligned} &= 1 + \frac{1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{1}}{1 + \frac{1}{2}} \\ &= 1 + \frac{1 + 3}{1 + \frac{1}{2}} \\ &= 1 + \frac{4}{\frac{3}{2}} \\ &= 1 + 8 \\ &= 9 \end{aligned}$$

Cevap A

Örnek 10

$$\frac{2000 \frac{1}{2} - 2001 \frac{1}{3}}{2002 \frac{1}{2} - 2003 \frac{1}{3}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) -1 B)
- $-\frac{1}{2}$
- C) 0 D)
- $\frac{1}{2}$
- E) 1

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{2000 \frac{1}{2} - 2001 \frac{1}{3}}{2002 \frac{1}{2} - 2003 \frac{1}{3}} &= \frac{\left(2000 + \frac{1}{2}\right) - \left(2001 + \frac{1}{3}\right)}{\left(2002 + \frac{1}{2}\right) - \left(2003 + \frac{1}{3}\right)} \\ &= \frac{(2000 - 2001) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)}{(2002 - 2003) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)} \\ &= \frac{-1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{-1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}} \\ &= 1 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Cevap E

Örnek 11

a, b, c sıfırdan farklı gerçel sayılardır.

 $\frac{ab}{c}$ ifadesindeki a, b, c sayılarından her biri 2 ile bölünürse, sonuç aşağıdakilerden hangisi olur?

- A) abc B) ab C)
- $\frac{ab}{c}$
- D)
- $\frac{ab}{2c}$
- E)
- $\frac{ab}{4c}$

Çözüm

 $\frac{ab}{c}$ ifadesindeki a, b, c sayılarından her biri 2 ilebölünürse sonuç, $\frac{a}{2} \cdot \frac{b}{2} = \frac{ab}{2c}$ olur.

Cevap D

C. ONDALIKLI SAYILAR

1. Ondalık Sayı

Paydası 10 un pozitif tam kuvveti olan kesirlere **ondalık sayı** denir.

Diğer bir ifadeyle $a \in \mathbb{Z}$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere;
 $\frac{a}{10^n}$ şeklinde yazılabilen rasyonel sayılara **ondalık sayı** denir.

Örnek 12

$$\frac{7}{10} = 0,7; \frac{5}{10^2} = 0,05; \frac{12}{10^4} = 0,0012; \frac{1345}{10^3} = 1,345$$

$$\frac{8}{5} = 1,6; -\frac{121}{10^3} = -0,121$$

sayıları birer ondalıklı sayıdır.

Tanım :

3,125 ondalıklı sayısında 3 e tam kısım, 125 e de ondalıklı kısmı denir.

UYARI :

$$0,5 = 0,50 = 0,500 \text{ dir.}$$

2. Devirli (Periyodik) Ondalık Sayı

Bir rasyonel sayı, ondalıklı sayı biçiminde yazıldığında, sayının ondalık kısmındaki rakamlar belli bir kurala göre tekrarlanıyorsa bu sayıya **devirli ondalıklı sayı** denir ve devreden kısmın üzerine (-) işareti konur.

Örnek 13

$\frac{67}{30}$ rasyonel sayısını ondalıklı sayı olarak yazalım.

Çözüm

$$\begin{array}{r|l} 67 & 30 \\ \hline 60 & 2,2333... \\ \hline 70 & \\ \hline 60 & \\ \hline 100 & \\ \hline 90 & \\ \hline 100 & \\ \hline 90 & \\ \hline 10 & \end{array}$$

$$\frac{67}{30} = 2,233... \\ = 2,2\bar{3}$$

Örnek 14

$$\frac{5}{3} = 1,666... = 1,\bar{6}$$

$$\frac{122}{33} = 3,6969... = 3,\bar{69}$$

$$\frac{39}{110} = 0,35454... = 0,3\bar{54}$$

UYARI :

Her devirli ondalıklı sayı bir rasyonel sayı belirtir.

3. Devirli Ondalık Sayının Rasyonel Sayıya Dönüştürülmesi

$$0,abc = \frac{[\text{Tüm sayı}] - [\text{Devretmeyen Sayı}]}{[\text{Devreden rakam sayısı kadar 9}] [\text{Devretmeyen rakam sayısı kadar 0}]}$$

$$0,abc = \frac{abc - a}{990}$$

Örnek 15

$$\begin{aligned} \text{a) } 0,7\bar{8} &= \frac{78 - 7}{90} = \frac{71}{90} \\ \text{b) } 0,1\bar{25} &= \frac{125 - 1}{990} = \frac{124}{990} \\ \text{c) } 0,\bar{5} &= \frac{5}{9} \\ \text{d) } 0,\bar{62} &= \frac{62}{99} \\ \text{e) } 4,7\bar{2} &= 4 + 0,7\bar{2} = 4 + \frac{72 - 7}{90} = 4 + \frac{65}{90} = 4\frac{13}{18} \\ \text{f) } 3,0\bar{35} &= 3 + 0,0\bar{35} = 3 + \frac{35 - 0}{990} = 3 + \frac{7}{198} = 3\frac{7}{198} \\ \text{g) } 2,1\bar{4} &= \frac{214 - 21}{90} = \frac{193}{90} = 2\frac{13}{90} \end{aligned}$$

Örnek 16

2, 3, 4, 5 rakamlarının ikisinden oluşturulan iki basamaklı bir sayı pay, öteki ikisinden oluşturulan iki basamaklı bir sayı da payda olmak üzere elde edilebilecek kesirlerden en büyüğünün yaklaşık değeri kaçtır?

$$\text{A) } 2,34 \quad \text{B) } 2,14 \quad \text{C) } 1,96 \quad \text{D) } 1,72 \quad \text{E) } 1,48$$

Çözüm

Şartlara uygun en büyük sayı; payı en büyük ve paydası en küçük olan sayıdır.

$$\text{Buna göre sayı, } \frac{54}{23} \approx 2,34 \text{ olur.}$$

Cevap A

Örnek 17 _____

$$\frac{5,1}{0,017} + \frac{0,09}{0,003} + \frac{1}{0,1}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 610 B) 601 C) 340 D) 331 E) 304

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{5,1}{0,017} + \frac{0,09}{0,003} + \frac{1}{0,1} &= \frac{5100}{17} + \frac{90}{3} + \frac{10}{1} \\ &= 300 + 30 + 10 \\ &= 340 \end{aligned}$$

Cevap C

Örnek 18 _____

$$\frac{33}{0,33} \cdot \frac{0,5}{5} \cdot \frac{0,44}{11}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 0,1 B) 0,4 C) 1 D) 4 E) 10

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{33}{0,33} \cdot \frac{0,5}{5} \cdot \frac{0,44}{11} &= \frac{33}{3 \cdot (0,11)} \cdot \frac{5 \cdot (0,1)}{5} \cdot \frac{4 \cdot (0,11)}{11} \\ &= \frac{33 \cdot 5 \cdot 4 \cdot (0,1) \cdot (0,11)}{3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot (0,11)} \\ &= 4 \cdot (0,1) \\ &= 0,4 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Cevap B

Örnek 19 _____

$$\frac{\frac{2}{0,001} + \frac{1}{0,002}}{\frac{3}{0,004}} = 1,6 \cdot 0,9 \cdot A$$

eşitliğini sağlayan A sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{\frac{2000}{1} + \frac{1000}{2}}{\frac{3000}{4}} &= \left(1 + \frac{6}{9}\right) \cdot 1 \cdot A \\ \frac{2500}{750} &= \frac{15}{9} \cdot A \\ \frac{10}{3} &= \frac{5}{3} \cdot A \\ A &= 2 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Cevap B

D. RASYONEL SAYILARDA SIRALAMA

Pozitif kesirlerde,

a) Paydaları eşit olan kesirlerden payı en büyük olan diğerlerinden daha büyüktür.

b) Payları eşit olan kesirlerden paydası en küçük olan diğerlerinden daha büyüktür.

Negatif kesirlerde ise durum tersinedir.

Örnek 20 _____

$$a = \frac{2}{3}, b = \frac{3}{4}, c = \frac{4}{5}$$

kesirlerini küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

Çözüm

(I. Yol)

Verilen rasyonel sayıların paydalarını eşitleyelim.

$$a = \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 20}{3 \cdot 20} = \frac{40}{60}, b = \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 15}{4 \cdot 15} = \frac{45}{60}, c = \frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 12}{5 \cdot 12} = \frac{48}{60}$$

$$a = \frac{40}{60}, b = \frac{45}{60}, c = \frac{48}{60} \Rightarrow a < b < c \text{ olur.}$$

(II. Yol)

Verilen rasyonel sayıların paylarını eşitleyelim.

$$a = \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6}, b = \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 4}{4 \cdot 4} = \frac{12}{16}, c = \frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{12}{15}$$

$$a = \frac{12}{18}, b = \frac{12}{16}, c = \frac{12}{15} \text{ olur.} \Rightarrow a < b < c \text{ dir.}$$

(III. Yol)

Verilen rasyonel sayıları bölme işlemi yaparak ondalık sayı şeklinde yazalım.

$$a = \frac{2}{3} = 0,6, b = \frac{3}{4} = 0,75, c = \frac{4}{5} = 0,8$$

olduğundan $a < b < c$ dir.

Örnek 21 _____

$$a = \frac{11}{10}, b = \frac{101}{100}, c = \frac{1001}{1000}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A)
- $a > b > c$
- B)
- $c > b > a$
- C)
- $b > c > a$
-
- D)
- $c > a > b$
- E)
- $b > a > c$

Çözüm

Verilen kesirlerin paydalarını eşitleyelim.

$$a = \frac{11}{10} \quad , \quad b = \frac{101}{100} \quad , \quad c = \frac{1001}{1000}$$

$$a = \frac{1100}{1000} \quad , \quad b = \frac{1010}{1000} \quad , \quad c = \frac{1001}{1000}$$

Paydaları eşit olduğundan payı büyük olan daha büyüktür.

Buna göre, $a > b > c$

Cevap A

Örnek 22

$x < 0$ olmak üzere,

$$a = \frac{x}{7} \quad , \quad b = \frac{x}{11} \quad , \quad c = \frac{x}{19}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $b > a > c$ B) $c > b > a$ C) $a > b > c$
D) $a > c > b$ E) $c > a > b$

Çözüm

Payı eşit olan pozitif kesirlerde paydası büyük olan küçük idi. Negatif kesirlerde ise bunun tersi olduğundan

$$c > b > a \text{ dir.}$$

Cevap B

Örnek 23

$$a = -0,14$$

$$b = 0,02$$

$$c = -0,15$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $c > a > b$ B) $a > c > b$ C) $a > b > c$
D) $b > a > c$ E) $b > c > a$

Çözüm

$$a = -\frac{14}{99} \text{ ve } c = -\frac{15}{99} \Rightarrow a > c$$

b pozitif, a ve c negatif olduğuna göre;

$$b > a > c \text{ dir.}$$

Cevap D

UYARI :

a) Payı ile paydası arasındaki farkı eşit olan pozitif basit kesirlerde, pay ve paydadaki sayılar büyüdükçe kesrin değeri artar.

b) Payı ile paydası arasındaki farkı eşit olan pozitif bileşik kesirlerde, pay ve paydadaki sayılar büyüdükçe kesrin değeri azalır. Yani,

$a, c \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere;

$\frac{a}{a+c}$ kesrinin değeri a büyüdükçe artar,

$\frac{a+c}{a}$ kesrinin değeri a büyüdükçe azalır.

Örnek 24

$$x = \frac{2}{7} \quad , \quad y = \frac{27}{32} \quad , \quad z = \frac{103}{108}$$

sayılarının sıralaması yukarıdaki uyarının a maddesi gereğince, $x < y < z$ dir.

Örnek 25

$$a = \frac{5}{3} \quad , \quad b = \frac{15}{13} \quad , \quad c = \frac{105}{103} \quad , \quad d = \frac{1005}{1003}$$

sayılarının sıralaması yukarıdaki uyarının b maddesi gereğince, $d < c < b < a$ dir.

Örnek 26

$$a = -\frac{103}{91} \quad , \quad b = -\frac{105}{93} \quad , \quad c = -\frac{108}{96}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a > b > c$ B) $c > a > b$ C) $c > b > a$
D) $a > c > b$ E) $b > a > c$

Çözüm

Payı ile paydası arasındaki farkı eşit olan pozitif bileşik kesirlerde pay ve paydadaki sayılar büyüdükçe kesrin değeri azalır. Negatif sayılarda ise bunun tersi geçerlidir.

Buna göre, $c > b > a$ dir.

Cevap C

1. $\left(\frac{1}{7} - \frac{1}{5}\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{7} - \frac{1}{5}\right)$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{1}{7}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{1}{3}$

2.

$$\frac{1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{7}{6}$ C) $\frac{8}{11}$ D) $\frac{11}{6}$ E) $\frac{14}{11}$

3. $\frac{2}{3}$ sayısı $\frac{2}{5}$ sayısının kaç katıdır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) 5 C) 1 D) 25 E) $\frac{1}{25}$

4. $\frac{0,8}{0,05} - \frac{0,01}{0,002} + \frac{1,04}{0,26}$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 15 B) 7 C) 21 D) 12 E) 25

5. $\left(\frac{\frac{a-3}{a}}{\frac{3}{a}-1}\right) : \frac{8}{a} = 2$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -32 B) -16 C) -8 D) 8 E) 16

6. $(0,2 + 0,3 + 0,4) \cdot x = y$

olduğuna göre, $\frac{x+3y}{x}$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7.

$$x = 0,2$$

$$y = 0,3$$

$$z = 0,5$$

olduğuna göre, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ ifadesinin nümerik (sayısal) değeri kaçtır?

- A) 5,7 B) 6,3 C) 9,3 D) 10,5 E) 12,7

8. a sıfırdan farklı bir rakam olmak koşuluyla,

$$\frac{0, a + 0,0a}{0, \overline{a} + 0,0\overline{a}}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 0,9 B) 1 C) 2 D) 11 E) 111

9.

$$4 + \frac{4 + \frac{4 + \frac{4}{a}}{a}}{a} = 8$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 16 B) 12 C) 8 D) 4 E) 2

10.

$$1 + \frac{12}{1 + \frac{12}{1 + \frac{12}{\ddots}}}$$

sonsuz kesrinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) 4 E) $\frac{9}{2}$

11.

$$a = \frac{10}{17}$$

$$b = \frac{100}{107}$$

$$c = \frac{1000}{1007}$$

sayıları için doğru sıralama aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $c > b > a$ B) $a > b > c$
 C) $a = b = c$ D) $b > a > c$
 E) $a > c > b$

12.

$$a = \frac{73}{77} + \frac{83}{87} + \frac{93}{97}$$

$$n = \frac{4}{77} + \frac{4}{87} + \frac{4}{97}$$

olduğuna göre, n nin a türünden değeri aşağıdakilerin hangisidir?

- A) $1 - a$ B) $3a$ C) $\frac{a}{3}$
 D) $3 - a$ E) $a - 3$

13.

$$\left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{7}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{1}{20}$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 120 B) 100 C) 80 D) 60 E) 40

14. a , b ve c negatif reel (gerçek) sayılardır.

$$(0,\bar{4}) \cdot a = (0,\bar{5}) \cdot b = (0,\bar{2}) \cdot c$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a < b < c$ B) $b < c < a$ C) $b < a < c$
 D) $c < b < c$ E) $c < a < b$

15. m , n doğal sayıları için $1 < m < n < 10$ oldu-

ğuna göre, $\frac{m+n+5}{m+n}$ kesrinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 5 B) 2 C) $\frac{16}{5}$ D) 3 E) $\frac{13}{4}$

16. Pozitif a rasyonel sayısı için, $a + \frac{1}{20}$ sayısının

bir tamsayı olduğu bilindiğine göre, a nın ondalık açılımında, virgülden sonraki kısım aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 75 B) 80 C) 90 D) 95 E) 98

17.

$$1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) $\frac{1}{2}$

18. a TL 10 kişiye eşit olarak paylaştırılacaktır.

Bu para 12 kişiye eşit olarak paylaştırılırsa kişi başına düşen pay kaç TL azalır?

- A) $\frac{a}{60}$ B) $\frac{a}{48}$ C) $\frac{a}{40}$ D) $\frac{a}{36}$ E) $\frac{a}{32}$

19.

$$\left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

ifadesinin sonucu $n = 49$ için kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\frac{5}{2}$

20.

$$3 + \frac{5 + \frac{2}{x}}{2 - \frac{x}{x}} = 0$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $3x^3 + 2x^2 - 5x + 2 = 0$
 B) $3x^3 - 2x^2 + 5x - 2 = 0$
 C) $3x^3 - 2x^2 - 5x - 2 = 0$
 D) $3x^3 + 2x^2 - 5x - 2 = 0$
 E) $3x^3 + 2x^2 + 5x + 2 = 0$

$$1. \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{5} \right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{7} - \frac{1}{5} \right) = \frac{1}{7} - \frac{1}{5} - \frac{1}{3} - \frac{1}{7} + \frac{1}{5} = -\frac{1}{3}$$

Cevap B

2. Kesirlerin paydaları olan 2, 3 ve 4 sayılarının OKEK'i 12'dir. Bu sebeple kesrin payı ve paydası 12 ile çarpılırsa,

$$\begin{aligned} \frac{1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}} &= \frac{12 + \frac{12}{2} - \frac{12}{3}}{12 - \frac{12}{3} + \frac{12}{4}} \\ &= \frac{12 + 6 - 4}{12 - 4 + 3} \\ &= \frac{14}{11} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Cevap E

3. $\frac{2}{3}$ sayısı $\frac{2}{5}$ sayısının k katı ise

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} &= \frac{2}{5} \cdot k \\ \frac{10}{3} &= \frac{2}{5} \cdot k \\ k &= \frac{10}{3} \cdot \frac{5}{2} \\ k &= 25 \end{aligned}$$

Cevap D

4. Birinci ve üçüncü kesrin payını ve paydasını 100 ile, ikinci kesrin payını ve paydasını 1000 ile çarparak sonuca gidelim :

$$\begin{aligned} \frac{0,8}{0,05} - \frac{0,01}{0,002} + \frac{1,04}{0,26} &= \frac{80}{5} - \frac{10}{2} + \frac{104}{26} \\ &= 16 - 5 + 4 \\ &= 15 \end{aligned}$$

Cevap A

$$5. \frac{a-3}{3-a} = -1 \dots (\star)$$

$$\left(\frac{a-3}{a} \right) : \frac{8}{a} = 2$$

$$\left(\frac{a-3}{a} \right) \cdot \frac{a}{8} = 2$$

$$(-1) \cdot \frac{a}{8} = 2$$

$$a = -16$$

Cevap B

6. $0,\bar{2} = \frac{2}{9}$; $0,\bar{3} = \frac{3}{9}$ ve $0,\bar{4} = \frac{4}{9}$ olduğu için,

$$(0,\bar{2} + 0,\bar{3} + 0,\bar{4}) \cdot x = y$$

$$\left(\frac{2}{9} + \frac{3}{9} + \frac{4}{9} \right) \cdot x = y$$

$$\frac{2+3+4}{9} \cdot x = y$$

$$x = y \text{ dir.}$$

Buradan,

$$\frac{x+3y}{x} = \frac{x+3x}{x} = \frac{4x}{x} = 4 \text{ olur.}$$

Cevap D

7. $0,\bar{2} = \frac{2}{9}$; $0,\bar{3} = \frac{3}{9}$ ve $0,\bar{5} = \frac{5}{9}$ olduğu için,

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} &= \frac{1}{\frac{2}{9}} + \frac{1}{\frac{3}{9}} + \frac{1}{\frac{5}{9}} \\ &= \frac{9}{2} + \frac{9}{3} + \frac{9}{5} \\ &= \frac{135}{30} + \frac{90}{30} + \frac{54}{30} \\ &= \frac{135+90+54}{30} \end{aligned}$$

$$= \frac{279}{30}$$

$$= \frac{93}{10}$$

$$= 9,3 \text{ bulunur.}$$

Cevap C

$$8. \frac{0, a + 0,0a}{0, a + 0,0a} = \frac{\frac{a}{10} + \frac{a}{100}}{\frac{a}{9} + \frac{a}{90}}$$

$$= \frac{\frac{1}{10} + \frac{1}{100}}{\frac{1}{9} + \frac{1}{90}}$$

$$= \frac{\frac{11}{100}}{\frac{11}{90}}$$

$$= \frac{9}{10}$$

$$= 0,9$$

Cevap A

$$9. \begin{array}{c} \boxed{4 + \frac{a}{a}} \rightarrow 8 \\ 4 + \frac{a}{a} = 8 \end{array}$$

$$4 + \frac{8}{a} = 8$$

$$4a + 8 = 8a$$

$$8 = 4a$$

$$a = 2 \text{ dir.}$$

Cevap E

$$10. \begin{array}{c} 1 + \frac{12}{x} = x \\ \boxed{1 + \frac{12}{1 + \frac{12}{x}}} \rightarrow x \end{array}$$

$$1 + \frac{12}{x} = x$$

$$\frac{x+12}{x} = x$$

$$x+12 = x^2$$

$$0 = x^2 - x - 12$$

$$0 = (x-4) \cdot (x+3)$$

$$x-4 = 0 \text{ veya } x+3 = 0 \text{ dir.}$$

Buradan $x = 4$ veya $x = -3$ tür.Pozitif sayıların toplamı ve bölümleriyle ilgili bir işlemin sonucu negatif olamayacağı için, $x = -3$ olmaz. $x = 4$ tür.

Cevap D

11. Verilen kesirlerin paylarını eşitlemek kolaydır. O halde paylar eşitlenirse,

$$a = \frac{10}{17} = \frac{1000}{1700}$$

$$b = \frac{100}{107} = \frac{1000}{1070}$$

$$c = \frac{1000}{1007} = \frac{1000}{1007}$$

olur. Payları eşit olan pozitif kesirlerin paydası küçük olan daha büyüktür. Bunun için, $c > b > a$ dir.

Cevap A

$$12. \left. \begin{array}{l} a = \frac{73}{77} + \frac{83}{87} + \frac{93}{97} \\ n = \frac{4}{77} + \frac{4}{87} + \frac{4}{97} \end{array} \right\} \text{ taraf tarafa toplanırsa}$$

$$a+n = \left(\frac{73}{77} + \frac{4}{77} \right) + \left(\frac{83}{87} + \frac{4}{87} \right) + \left(\frac{93}{97} + \frac{4}{97} \right)$$

$$a+n = 1 + 1 + 1$$

$$a+n = 3$$

$$n = 3 - a \text{ olur.}$$

Cevap D

$$13. \left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{7}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{1}{20}$$

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7} \cdots \frac{n-1}{n} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{4}{n} = \frac{1}{20}$$

$$n = 80 \text{ bulunur.}$$

Cevap C

14. $(0, \bar{4}) \cdot a = (0, \bar{5}) \cdot b = (0, \bar{2}) \cdot c$

$$\frac{4}{9} \cdot a = \frac{5}{9} \cdot b = \frac{2}{9} \cdot c = k$$

olmak üzere,

$$a = \frac{9 \cdot k}{4}, \quad b = \frac{9 \cdot k}{5}, \quad c = \frac{9 \cdot k}{2} \text{ dir.}$$

k yerine herhangi bir negatif sayı yazılabilir.

k = -20 için; a = -45, b = -36, c = -90 olur.

Demek ki, $c < a < b$ dir.

Cevap E

15. $\frac{m+n+5}{m+n} = \frac{m+n}{m+n} + \frac{5}{m+n} = 1 + \frac{5}{m+n}$ dir.

Demek ki; kesrin en büyük değerini alabilmesi

için $\frac{5}{m+n}$ en büyük olmalıdır. Bunun için de

m + n en küçük değerini almalıdır. $1 < m < n < 10$ olduğu için m = 2 ve n = 3 alınmalıdır. Yani,

$$\frac{m+n+5}{m+n} = \frac{2+3+5}{2+3} = \frac{10}{5} = 2 \text{ dir.}$$

Cevap B

16. $\frac{1}{20} = 0,05$ dir.

$$a + \frac{1}{20} = 1$$

$$a = 1 - \frac{1}{20}$$

$$= 1 - 0,05$$

$$= 0,95 \text{ olur.}$$

Demek ki; a'nın virgülden sonraki kısmı 95 tir.

Cevap D

17. $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}}} = 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}}$

$$= 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - 2}}$$

$$= 1 - \frac{1}{-1}$$

$$= 1 + 1$$

$$= 2$$

Cevap C

18. a TL yi; 10 kişi eşit olarak paylaşırsa kişi başına

düşen pay $\frac{a}{10}$, 12 kişi eşit olarak paylaşırsa kişi

başına düşen pay $\frac{a}{12}$ olur.

$$\text{Fark, } \frac{a}{10} - \frac{a}{12} = \frac{6a}{60} - \frac{5a}{60} = \frac{a}{60} \text{ tir.}$$

Cevap A

19. $\left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{47}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{48}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{49}\right)$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{9}{7} \cdot \frac{10}{9} \cdot \frac{11}{10} \cdot \frac{12}{11} \cdot \frac{13}{12} \cdot \frac{14}{13} \cdot \frac{15}{14} \cdot \frac{16}{15} \cdot \frac{17}{16} \cdot \frac{18}{17} \cdot \frac{19}{18} \cdot \frac{20}{19} \cdot \frac{21}{20} \cdot \frac{22}{21} \cdot \frac{23}{22} \cdot \frac{24}{23} \cdot \frac{25}{24} \cdot \frac{26}{25} \cdot \frac{27}{26} \cdot \frac{28}{27} \cdot \frac{29}{28} \cdot \frac{30}{29} \cdot \frac{31}{30} \cdot \frac{32}{31} \cdot \frac{33}{32} \cdot \frac{34}{33} \cdot \frac{35}{34} \cdot \frac{36}{35} \cdot \frac{37}{36} \cdot \frac{38}{37} \cdot \frac{39}{38} \cdot \frac{40}{39} \cdot \frac{41}{40} \cdot \frac{42}{41} \cdot \frac{43}{42} \cdot \frac{44}{43} \cdot \frac{45}{44} \cdot \frac{46}{45} \cdot \frac{47}{46} \cdot \frac{48}{47} \cdot \frac{49}{48} \cdot \frac{50}{49}$$

Dikkatle bakılırsa ilk kesirden sonraki kesirlerin payları ve paydaları 4 ten 49 kadar olan sayma sayılarıdır.

Bunun için bu kesirlerin çarpımı 1 olacağı için,

işlemin sonucu $\frac{2}{3}$ tür.

Cevap B

20. $3 + \frac{5 + \frac{2}{x}}{2 - \frac{x}{x}} = 0$

$$3 + \frac{5x + 2}{2 - \frac{x}{x}} = 0$$

$$3 + \frac{5x + 2}{2 - \frac{x^2}{x^2}} = 0$$

$$3 + \frac{2x^2 - 5x - 2}{x^3} = 0$$

$$3x^3 + 2x^2 - 5x - 2 = 0 \text{ dir.}$$

Cevap D

1. $\left(\frac{2}{3} - \frac{3}{4} - \frac{4}{5}\right) - \left(1 + \frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{3}{5}$ B) $-\frac{4}{5}$ C) $-\frac{9}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{9}{5}$

2. $\frac{2 - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)}{1 + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{4}{5}$ C) $\frac{11}{9}$ D) $\frac{17}{12}$ E) $\frac{23}{15}$

3. $\frac{0,001}{0,01} + \frac{0,2}{0,05} + \frac{0,09}{0,1}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 11 E) 16

4. $2 + \frac{3}{10^2} + \frac{2}{10^3}$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 2,32 B) 2,032 C) 2,303
D) 2,0032 E) 2,0302

5. $\left(\frac{0,1}{0,4} + 1,17\right) : \left(1,17 + \frac{9}{40}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{2}$

6. $m = 0,\bar{3}$
 $n = 0,\bar{6}$

olduğuna göre, $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ kaçtır?

- A) 0,9 B) 1 C) 2,5 D) 3,2 E) 4,5

7. $\frac{\frac{2}{5}}{6} - \frac{2}{5} - \frac{2}{3}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{7}{3}$ B) -3 C) $-\frac{5}{2}$ D) $-\frac{2}{3}$ E) 0

8. $1 + \frac{n}{1 + \frac{n}{1 + \frac{n}{\ddots}}} = 3$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 9 E) 12

9. $a = \frac{20}{23}$
 $b = \frac{37}{40}$
 $c = \frac{100}{103}$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a < b < c$ B) $b < a < c$ C) $c < a < b$
D) $a < c < b$ E) $c < b < a$

10. Aşağıdaki kesirlerin en büyük olanı hangisidir?

- A) $\frac{8}{11}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{6}{7}$ D) $\frac{22}{23}$ E) $\frac{40}{43}$

11.

$$x = \frac{m - \frac{1}{n}}{n - \frac{1}{m}}$$

eşitliğinde x, m ve n farklı doğal sayılardır.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $x < m < n$ B) $x < n < m$ C) $n < x < m$
D) $n < m$ ve $x < m$ E) $m < n$ veya $x < n$

12.

$$a = \frac{36}{37} + \frac{27}{28}$$

$$n = \frac{38}{37} + \frac{1}{28}$$

olduğuna göre, n'nin a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1 - a$ B) $2 - a$ C) $3 - a$
D) $1 - 3a$ E) $3 - 2a$

13.

$$x = -0,05$$

$$y = -0,055$$

$$z = -0,06$$

sayıları için aşağıdaki sıralamaların hangisi doğrudur?

- A) $x < y < z$ B) $z < y < x$ C) $x < z < y$
D) $y < x < z$ E) $z < x < y$

$$14. \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{5n}\right) = 63$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 20 B) 22 C) 24 D) 25 E) 29

15.

$$x + 4y - 2xy + 3 = 0$$

eşitliğinde hangi x reel sayısına karşılık bir y reel sayısı bulunamaz?

- A) 2 B) 3 C) 1 D) -3 E) -2

16.

$$\frac{1}{3} < a < b < c < \frac{1}{2}$$

olduğuna göre, a, b, c sayıları sırasıyla aşağıdakilerin hangisindeki sayılar olabilir?

- A) $\frac{9}{24}, \frac{10}{24}, \frac{11}{24}$ B) $\frac{8}{24}, \frac{10}{24}, \frac{12}{24}$
C) $\frac{9}{12}, \frac{10}{12}, \frac{11}{12}$ D) $\frac{9}{18}, \frac{10}{18}, \frac{11}{18}$
E) $\frac{8}{18}, \frac{10}{18}, \frac{12}{18}$

17.

$$0 \leq m \leq 6$$

$$3 \leq n \leq 9$$

olduğuna göre, $\frac{m-n}{n}$ en az kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) $-\frac{1}{4}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) 0

18.

$$A = \left(\frac{3}{10} - \frac{3}{5} + \frac{1}{2}\right)$$

işleminin sonucu bir tamsayıdır.

Buna göre, A'nın en küçük pozitif tamsayı değeri aşağıdaki aralıkların hangisindeki?

- A) [3,6] B) [6,8] C) [8,9]
D) [9,12] E) [12,18]

19.

$$a = 2\bar{3}$$

$$b = 3\bar{4}$$

$$c = 4\bar{9}$$

olduğuna göre, a + b + c kaçtır?

- A) $10\frac{7}{9}$ B) $10\frac{5}{9}$ C) $9\frac{7}{9}$
D) $9\frac{5}{9}$ E) $8\frac{7}{9}$

20.

$$\frac{9}{8} < x < \frac{4}{3}$$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\frac{7}{8}$ B) $\frac{13}{12}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{11}{8}$ E) $\frac{3}{2}$

1. $\frac{4-a^2}{4-b^2}=0$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle yanlıştır?

- A) $a = 2$ B) $b = 2$ C) $b = 1$
D) $b \neq -2$ E) $a = -2$

2. $\left(\frac{1}{3} + \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{6}{8} + \frac{1}{2} + \frac{2}{6}\right) - \frac{1}{2}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $\frac{\left(4 - \frac{3}{2}\right) + \left(2 - \frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{7}{3} - 4\right) - \left(\frac{1}{3} + 2\right)}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

4. $1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} : 5 + \frac{2}{3}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{91}{60}$

5. $1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = ?$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -x B) x C) x+2 D) $\frac{1-3x}{x}$ E) $\frac{x}{1-3x}$

6. $3 + \frac{3 + \frac{3}{2}}{2} = ?$

sonsuz kesrinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{7}{2}$ B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

7. $\left(1 - \frac{7}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{7}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{7}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{7}{n}\right)$

İfadesinin $n = 99$ için değeri kaçtır?

- A) $-\frac{46}{99}$ B) $-\frac{5}{99}$ C) $-\frac{1}{33}$ D) 0 E) $\frac{5}{99}$

8. $x = \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \frac{6}{7} + \frac{7}{8} + \frac{8}{9}$
 $y = -\frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} - \frac{1}{7} - \frac{1}{8} - \frac{1}{9}$

olduğuna göre, y'nin x türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x-1 B) 2x-11 C) x-8
D) x-7 E) x-4

9. Aşağıdaki sayılardan hangisinin sayı doğrusu üzerinde belirttiği nokta, 1,9 sayısının sayı doğrusu üzerinde belirttiği noktaya en yakındır?

- A) $1\frac{1}{9}$ B) $2,\bar{1}$ C) $\frac{0,0\bar{9}}{0,05}$ D) $1,9\bar{8}$ E) $1,8\bar{9}$

10. a bir rakam olmak üzere.

$$\frac{a,\bar{a} + a,\bar{a} + a,\bar{a}}{a,0\bar{a} + a,0\bar{a}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{28}{13}$ C) $\frac{149}{13}$ D) $\frac{150}{91}$ E) 4

11. 2,075 sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{43}{40}$ B) $\frac{45}{41}$ C) $\frac{83}{40}$ D) $\frac{86}{43}$ E) $\frac{87}{44}$

12. $x + \frac{1}{200}$ toplamının sonucu pozitif tamsayı

olduğuna göre, x ondalık sayısının virgülden sonraki kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) ...,0005 B) ...,005 C) ...,05
D) ...,95 E) ...,995

13. $\frac{1,2}{0,004} - \frac{5}{0,125} - \frac{0,8}{0,02}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 210 B) 220 C) 230 D) 260 E) 380

14. $\frac{0,03}{0,002} - \frac{3,7}{0,37} + \frac{5,6}{1,4}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) 5 C) 9 D) 18 E) 45

15. x sıfırdan farklı bir rakam olmak üzere,

$$\frac{x,0x + 0, x + 0,00x}{0,00x + 0,0x - x,xxx}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) - 1,11 B) - 1,01 C) - 1,1
D) 1,1 E) 1,11

16. $3,20\overline{9}$ sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{335}{111}$ B) $\frac{341}{111}$ C) $\frac{353}{110}$
D) $\frac{357}{110}$ E) $\frac{359}{110}$

17.

$$m = 0,\overline{3}$$

$$n = 0,\overline{6}$$

olduğuna göre, $\frac{1}{m^2} + \frac{2}{m \cdot n} + \frac{1}{n^2}$ toplamının sonucu kaçtır?

- A) $\frac{81}{4}$ B) $\frac{9}{2}$ C) 1 D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{4}{81}$

18.

$$a = -\frac{7}{11}$$

$$b = -\frac{35}{39}$$

$$c = -\frac{21}{25}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $b < c < a$ B) $c < b < a$ C) $b < a < c$
D) $a < c < b$ E) $a < b < c$

19. a, b ve c pozitif reel (gerçek) sayılardır.

$$a.b = \frac{5}{4}$$

$$b.c = \frac{6}{5}$$

$$c.a = \frac{7}{6}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $a < b < c$ B) $b < a < c$ C) $c < a < b$
D) $c < b < a$ E) $b < c < a$

20. a, b, c negatif gerçel (reel) sayılardır.

$$a.b = \frac{2}{3}$$

$$b.c = \frac{3}{4}$$

$$c.a = \frac{4}{5}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $a < b < c$ B) $b < a < c$ C) $b < c < a$
D) $c < a < b$ E) $c < b < a$

1. $3 + \frac{2}{1 - \frac{2}{1 + \frac{3}{5}}} = ?$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) -4 B) -5 C) -3 D) 4 E) 5

2. $\frac{\left(4 - \frac{1}{2}\right) + \left(2 - \frac{3}{2}\right)}{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{3}\right)}$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

3. $\left(1 - 0,3 : 0,9 + \frac{4}{5}\right) \cdot \frac{3}{0,22}$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

4. $\frac{0,009}{0,3} + \frac{0,3}{0,06} - \frac{0,45}{0,009} + \frac{19,4}{20}$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) -41 B) -42 C) -44 D) 44 E) 42

5. $\frac{6}{1 + \frac{3}{1 + \frac{2}{x+1}}} = -3$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) 1

6. a bir rakamdır.

$$\frac{1}{0,\overline{a}} + \frac{1}{0,0\overline{a}} + \frac{1}{0,00\overline{a}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{111}{a}$ B) $\frac{999}{a}$ C) $\frac{9}{a}$ D) $\frac{900}{a}$ E) $\frac{99}{a}$

7. $\left(\frac{1}{0,3} - \frac{0,02}{0,001}\right) \cdot \left(\frac{0,002}{0,005} - \frac{1}{2,5}\right)$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) 0 D) 6 E) 7

8. $3 + \frac{5}{4 - \frac{3}{2 - \frac{3-x}{x-1}}} = 8$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. $\frac{\frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{6} + \frac{3}{8}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{23}{72}}$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{75}{19}$ B) 12 C) 15 D) $\frac{80}{3}$ E) 25

10. $\frac{2}{0,2} + \frac{3}{0,3} + \frac{4}{0,4}$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 9 E) 27

11. $8 - 2 \cdot \left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3} : \frac{1}{3}\right)$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) -8 B) -7 C) $\frac{35}{3}$ D) $\frac{43}{3}$ E) $\frac{71}{3}$

12. $a = 3,\bar{4}$
 $b = 3,4$
 $c = 3,43$
 olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
 A) $a < b < c$ B) $c < b < a$ C) $a = b = c$
 D) $b < c < a$ E) $a = b < c$

13. $4,\overline{12345}$
 devirli (periyodik) ondalıklı sayısının virgülden sonraki 39. basamağındaki (10^{-39} lar basamağındaki) rakam kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. $\frac{0,\bar{3}-0,25}{\frac{1}{0,12}}$
 İşleminin sonucu kaçtır?
 A) 1 B) 10 C) 10^{-1} D) 10^{-2} E) 10^{-3}

15. $\frac{2}{0,25} \cdot \frac{1,35}{2,7} + \frac{0,006}{0,024} \cdot \frac{1}{0,125}$
 İşleminin sonucu kaçtır?
 A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

16. $a = \frac{22}{20}$
 $b = \frac{303}{300}$
 $c = \frac{4004}{4000}$
 olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
 A) $c > a > b$ B) $b > a > c$ C) $b > c > a$
 D) $c > b > a$ E) $a > b > c$

17. a, b, c, x, y, z pozitif tamsayılarıdır.

$$\frac{1}{a} > \frac{1}{b} > \frac{1}{c}$$

$$\frac{a}{x} > \frac{b}{y} > \frac{c}{z}$$

- olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?
 A) $x < z < y$ B) $y < x < z$ C) $x < y < z$
 D) $z < y < x$ E) $z < x < y$

18. $A = \frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \frac{6}{7} + \frac{7}{8}$
 $B = \frac{18}{5} + \frac{22}{6} + \frac{26}{7} + \frac{30}{8}$

- olduğuna göre, B nin A türünden eşiti aşağıdakilerden hangisi olabilir?
 A) $A + 4$ B) $A + 8$ C) $2A + 8$
 D) $2A + 4$ E) $8 - A$

19. $\frac{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}}{\left(1 - \frac{b}{a}\right) \cdot \left(\frac{a}{b} + 1\right)} + \frac{1}{a} = 3$

- olduğuna göre, a kaçtır?
 A) 3 B) $\frac{5}{2}$ C) 2 D) 1 E) $\frac{1}{2}$

20. $4 - \frac{2 + \frac{2}{3}}{2 - \frac{2}{3}} = ?$
 $3 + \frac{2}{4}$

- İşleminin sonucu kaçtır?
 A) $-\frac{2}{5}$ B) $-\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

Bu konuda eşitsizlik kavramını tanımlayıp, sonra da özellikleri üzerinde duracağız. Eşitlik kavramını verip, özelliklerini tanımlamadan eşitsizliğe geçilmiş olması yadırganabilir. Ancak, eşitlik kavramını "Denklem çözme" konusu içinde veracağız. Bu konuda aralık kavramını da işleyeceğiz. Burada eşitsizlik konusu yukarıda belirtilen üç kısım ile sınırlı tutulacaktır. Ancak, BÖLÜM-19'da eşitsizlikler ayrıntılı olarak işlenecektir.

Son yedi yılın Öğrenci Seçme Sınavı'nda sıralama ile ilgili toplam 4 soru soruldu.

SIRALAMA

⇒ SIRALAMA

- A. EŞİTSİZLİK
- B. EŞİTSİZLİĞİN ÖZELLİKLERİ
- C. REEL (GERÇEL) SAYI ARALIKLARI
 - 1. Kapalı Aralık
 - 2. Yarı Açık Aralık ve Açık Aralık

⇒ ÇÖZÜMLÜ TEST

⇒ CEVAPLI TEST (1, 2, 3)

B

Ö

L

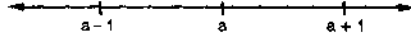
Ü

M

4

S I R A L A M A

A. EŞİTSİZLİK



Reel (gerçek) sayı ekseninde herhangi bir sayının sağında bulunan sayılar daima o sayıdan büyük, solunda bulunan sayılar da o sayıdan küçüktür.

Yukarıdaki sayı doğrusuna göre;

$$a - 1 < a < a + 1 \text{ dir.}$$

a, b gibi iki reel sayı ele aldığımızda bunlar arasında aşağıdaki üç durumdan birisi söz konusudur.

$a < b$, $a = b$ ya da $a > b$ dir.

$a \neq b$ durumunda eşitsizlik vardır. Eşitsizlik eşit olmanın karşıtıdır.

$a < b$, $a > b$, $a \leq b$ ve $a \geq b$ gibi ifadelerle eşitsizlik denir.

$a - b > 0$ ise $a > b$ dir.

$a - b < 0$ ise $a < b$ dir.

B. EŞİTSİZLİĞİN ÖZELLİKLERİ

1. Bir eşitsizliğin her iki yanına aynı sayı eklenir ya da çıkarılırsa eşitsizlik bozulmaz.

$a < b$ olsun bu durumda

a) $a + c < b + c$ dir.

b) $a - c < b - c$ dir.

2. Bir eşitsizliğin her iki yanını pozitif bir sayı ile çarpılır ya da bölünürse eşitsizlik bozulmaz.

$a < b$ ve $c > 0$ olsun bu durumda

a) $a \cdot c < b \cdot c$

b) $a : c < b : c$

3. Bir eşitsizliğin her iki yanını negatif bir sayı ile çarpılır veya bölünürse eşitsizlik yön değişir.

$a < b$ ve $c < 0$ olsun bu durumda

a) $a \cdot c > b \cdot c$

b) $a : c > b : c$ olur.

4. A) $0 < a < b$ olsun

$$a) \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$$

$$b) a^n < b^n, n \in \mathbb{N}^+$$

B) $a < b < 0$ olsun

$$a) \frac{1}{a} > \frac{1}{b} \text{ dir.}$$

b) n çift sayma sayısı ise, $a^n > b^n$ dir.
 n tek sayma sayısı ise, $a^n < b^n$ dir.

5. $a, b \in \mathbb{R}, 0 < a < b < 1$ ise

aşağıdaki eşitsizlikler doğrudur.

$$a) \frac{1}{a} > \frac{1}{b} > 1 \quad b) 0 < \frac{a}{b} < 1 \quad c) \frac{b}{a} > 1 \text{ dir.}$$

6. $a < b$ ve $b < c$ ise $a < c$ dir.

7. $0 < a < 1$ ve $n \in \mathbb{N}^+$ ise $a^n < a$ dir.

Sıfır ile bir arasındaki sayıların (pozitif basit kesirlerin) üssü büyütülürse sayı küçülür.

8. Aynı yönlü eşitsizlikler taraf tarafa toplanabilir.

$$a > b, c > d \text{ ise}$$

$$a + c > b + d \text{ dir.}$$

9. Aynı yönlü ve iki yanını pozitif eşitsizlikler taraf tarafa çarpılırsa yine aynı yönlü eşitsizlikler elde edilir.

$$a, b, c, d \in \mathbb{R}^+ \text{ ve } a > b, c > d \text{ ise } a \cdot c > b \cdot d \text{ dir.}$$

10. $a \cdot b < 0$ ise a ve b ters işaretlidir.

$$a \cdot b > 0 \text{ ise } a \text{ ve } b \text{ aynı işaretlidir.}$$

Örnek 1

$$a \cdot b^3 \cdot c^2 < 0$$

$$a \cdot c > 0$$

$$a \cdot b^4 < 0$$

olduğuna göre, a , b ve c nin işaretlerini belirleyelim.

Çözüm

$$a \cdot b^4 < 0 \text{ ise } a < 0 \text{ ya da } b^4 < 0 \text{ dir.}$$

$$b^4 < 0 \text{ olamayacağı için } a < 0 \text{ dir.}$$

$$a \cdot c > 0 \text{ ise } a \text{ ile } c \text{ aynı işaretlidir.}$$

$$a < 0 \text{ olduğuna göre } c < 0 \text{ dir.}$$

$$a \cdot b^3 \cdot c^2 < 0 \text{ ifadesinde } c^2 > 0 \text{ ve } a < 0 \text{ olduğu için } b^3 > 0 \text{ olmalıdır. Buradan } b > 0 \text{ olur.}$$

$$\text{Demek ki; } a < 0, b > 0 \text{ ve } c < 0 \text{ dir.}$$

Örnek 2

$a > b$ ve $c < 0$ olduğuna göre, aşağıdakilerin hangisi kesinlikle yanlıştır?

- A) $c > a \cdot b$ B) $a > c \cdot b$ C) $a \cdot c > b \cdot c$
D) $a^2 > b \cdot c$ E) $a - c > b$

Çözüm

- A) $a = 100$, $b = -1$ ve $c = -10$ için $c > a \cdot b$ doğrudur.
B) $a = 100$, $b = -1$ ve $c = -10$ için $a > c \cdot b$ doğrudur.
C) Bir eşitsizliğin iki yanı negatif bir sayı ile çarpılırsa eşitsizlik yön değiştirir. Bu sebeple $a \cdot c > b \cdot c$ kesinlikle yanlıştır.
D) $a = 10$, $b = -1$ ve $c = -2$ için $a^2 > b \cdot c$ doğrudur.
E) $a = 10$, $b = -1$ ve $c = -2$ için $a - c > b$ doğrudur.

A, B, C, D, E şıkları en az bir değer için doğru olduğuna göre kesinlikle (bütün reel sayılar için) yanlıştır. Kesinlikle yanlıştır olan C seçeneğidir.

Cevap C

Örnek 3

$a^2 < a$ ve $b < 5$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) $a \cdot b > 0$ B) $a \cdot b > 5$ C) $a > b$
D) $a \cdot b < 5$ E) $a \cdot b < 0$

Çözüm

$a^2 < a$ ise $0 < a < 1$ dir.

$0 < a < 1$ ve $b < 5$ ise $a \cdot b < 5$ tir.

Doğru cevap D şıkkıdır. Diğer şıkları yanlış yapan en az bir örnek bulunabileceğini görünüz.

Cevap D

Örnek 4

$$x \cdot y = \frac{13}{20}$$

$$40 < \frac{13}{y} < 140$$

olduğuna göre, x in alabileceği tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

Çözüm

$x \cdot y = \frac{13}{20}$ ise $\frac{13}{y} = 20 \cdot x$ olur. Bu değer

$40 < \frac{13}{y} < 140$ ifadesinde yerine yazılırsa,

$$40 < 20x < 140$$

$$2 < x < 7 \text{ olur.}$$

Demek ki x ; 3, 4, 5, 6 değerlerini alabilir.

Bu değerlerin toplamı : $3 + 4 + 5 + 6 = 18$ dir.

Cevap D

Örnek 5

x (milyon) liraya alınan bir mal y (milyon) liraya satılmaktadır. x ile y arasında $y = 5x - 420$ bağıntısı vardır.

Bu malın satışından zarar edilmemesi için, x in alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 104 B) 105 C) 106 D) 107 E) 108

Çözüm

Satıştan zarar edilmemesi için satış fiyatı, alış fiyatından büyük veya alış fiyatına eşit olmalıdır. Buna göre $y \geq x$ olmalıdır.

$y = 5x - 420$ bu eşitsizlikte yerine yazılırsa,

$$5x - 420 \geq x$$

$$4x \geq 420$$

$$x \geq 105 \text{ tir.}$$

Buna göre x en az 105 tir.

Cevap B

Örnek 6

$$m > 0$$

$$x = \frac{m \cdot n}{20}$$

$$0 < n < 5$$

olduğuna göre, aşağıdakilerin hangisi doğrudur?

- A) $0 < 8x < m$ B) $x > m$ C) $0 < x < 1$
D) $xm < 0$ E) $0 < 4x < m$

Çözüm

$$x = \frac{m \cdot n}{20} \Rightarrow n = \frac{20x}{m} \dots (*)$$

n nin bu değeri $0 < n < 5$ eşitsizliklerinde yerine yazılarak sonuca gidilir. Buna göre,

$$0 < \frac{20x}{m} < 5, (m > 0)$$

$$\frac{m}{5} \cdot 0 < \frac{m}{5} \cdot \frac{20x}{m} < \frac{m}{5} \cdot 5$$

$$0 < 4x < m \text{ olur.}$$

Cevap E

Örnek 7

x, y ve z negatif tamsayıdır.

$$\frac{3}{2x} = \frac{4}{3y} = \frac{5}{2z}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamaların hangisi doğrudur?

- A) $x < y < z$ B) $y < x < z$ C) $y < z < x$
D) $z < x < y$ E) $z < y < x$

Çözüm

$$\frac{3}{2x} = \frac{4}{3y} = \frac{5}{2z} = -1 \text{ alınırsa}$$

$$x = -\frac{3}{2}, y = -\frac{4}{3} \text{ ve } z = -\frac{5}{2} \text{ olur.}$$

Paydalar eşitlenirse,

$$x = -\frac{9}{6}, y = -\frac{8}{6} \text{ ve } z = -\frac{15}{6} \text{ olur.}$$

Buna göre, $z < x < y$ dir.

Cevap D

C. REEL (GERÇEL) SAYI ARALIKLARI

1. Kapalı Aralık

a ile b reel sayılar ve $a < b$ olsun. a ve b sayıları ile bu sayıların arasındaki tüm reel sayıları içine alan küme $[a, b]$ veya $a \leq x \leq b, x \in \mathbb{R}$ şeklinde gösterilir ve böyle aralıklara **kapalı aralık** denir.



2. Yarı Açık Aralık ve Açık Aralık

a, b $\in \mathbb{R}$ ve $a < b$ olsun. $[a, b]$ kapalı aralığının uç noktalarından biri çıkarılırsa elde edilen yeni aralığa **yarı açık aralık**, uç noktalarının ikisi de bu aralıktan çıkarılırsa elde edilen yeni aralığa **açık aralık** denir.



b noktası çıkarılırsa (a, b) veya $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a \leq x < b$ şeklinde gösterilir.



a noktası çıkarılırsa $(a, b]$ veya $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $a < x \leq b$ şeklinde gösterilir.



a ve b noktası çıkarılırsa (a, b) veya $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere, açık aralık $a < x < b$ şeklinde gösterilir.

Örnek 8

x doğal sayı olmak üzere,

$$3x + 1 \leq 2x + 5$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$3x + 1 \leq 2x + 5$ eşitsizliğinin her iki tarafına -1 ekleyelim.

$$3x + 1 - 1 \leq 2x + 5 - 1$$

$$3x \leq 2x + 4$$

eşitsizliğin her iki tarafına -2x ekleyelim.

$$3x - 2x \leq 2x + 4 - 2x$$

$$x \leq 4 \text{ elde edilir.}$$

$x \in \mathbb{N}$ olduğuna göre, bu koşula uyan doğal sayılar;

4, 3, 2, 1, 0 dir.

Buna göre, çözüm kümesi :

$\mathbb{C} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ olur.

Örnek 9

x pozitif tamsayı olmak üzere,

$$x - 1 < 2x - 3 \leq x + 1$$

eşitsizliklerinin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$$x - 1 < 2x - 3 \leq x + 1$$

Eşitsizliğin her üç tarafına $-x$ ekleyelim.

$$x - 1 - x < 2x - 3 - x \leq x + 1 - x$$

$$-1 < x - 3 \leq 1$$

Bu eşitsizliğin her üç tarafına 3 ekleyelim.

$$-1 + 3 < x - 3 + 3 \leq 1 + 3$$

$$2 < x \leq 4$$

Bu aralıktaki pozitif tamsayılar :

3 ve 4 tür. Buna göre, eşitsizliklerin çözüm kümesi

$$\mathbb{C} = \{3, 4\} \text{ olur.}$$

Örnek 10

$$a < b < 0$$

$$b \cdot c = a + b$$

olduğuna göre, c için aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $c > 1$ B) $c > \frac{3}{2}$ C) $c < 0$ D) $c > 2$ E) $c > 0$

Çözüm

$$a < b < 0 \Rightarrow \frac{a}{b} > 1 \dots (\star)$$

$$b \cdot c = a + b$$

$$\frac{b \cdot c}{b} = \frac{a + b}{b}$$

$$c = \frac{a}{b} + \frac{b}{b}$$

$$c = \frac{a}{b} + 1 \dots (\star\star)$$

$$\left(\frac{a}{b} > 1 \text{ ve } c = \frac{a}{b} + 1 \right) \Rightarrow c > 2 \text{ dir.}$$

Cevap D

Örnek 11

a ve b pozitif reel (gerçek) sayılardır.

$$1 < b \leq 4$$

$$3a - 4b - 8 = 0$$

olduğuna göre, a için aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $4 < a \leq 8$ B) $4 \leq a \leq 9$ C) $4 < a \leq 9$
D) $3 < a \leq 9$ E) $3 < a \leq 12$

Çözüm

$$3a - 4b - 8 = 0$$

$$-4b = -3a + 8$$

$$b = \frac{-3a + 8}{-4}$$

$$b = \frac{3a - 8}{4} \dots (\star) \text{ dir.}$$

b nin bu değerini $1 < b \leq 4$ eşitsizliklerinde yerine yazalım.

$$1 < \frac{3a - 8}{4} \leq 4$$

$$4 < 3a - 8 \leq 16$$

$$12 < 3a \leq 24$$

$$4 < a \leq 8 \text{ olur.}$$

Cevap A

Örnek 12

$$\frac{2a - c}{c} = 0$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) $a > 0$ B) $c < 0$ C) $a + c = 0$
D) $a \neq 0$ E) $c > 0$

Çözüm

$$\frac{2a - c}{c} = 0 \Leftrightarrow (2a - c = 0 \text{ ve } c \neq 0)$$

$$2a - c = 0 \Rightarrow a = \frac{c}{2} \text{ dir.}$$

$c \neq 0$ olduğu için $a \neq 0$ dir.

Cevap D

Örnek 13

$$a < b$$

$$c < 0$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $a + b > 2 \cdot a$ B) $2 \cdot b > a + b$ C) $b \cdot c > a \cdot c$
D) $b + c > a + c$ E) $b > \frac{a + b}{2} > a$

Çözüm

Bir eşitsizlik negatif bir sayı ile çarpılırsa eşitsizlik yön değiştirir.

$a < b$ ve $c < 0$ ise, $a \cdot c > b \cdot c$ olur. Fakat C seçeneğinde tersi verilmiştir.

Cevap C

Örnek 14

Üretilen bir malın maliyeti x ve satış fiyatı y dir. Bu malın satış fiyatının hesaplanması için :

$$I. y = 2x - 150$$

$$II. y = x + 100$$

biçiminde iki bağıntı önerilmiştir.

Üretilen malın tümü satılabilirliğine ve satış fiyatının hesaplanmasında I. bağıntıyı kullanmak daha kârlı olduğuna göre, x maliyeti için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $x > 25$ B) $x > 50$ C) $x > 75$
D) $x > 125$ E) $x > 250$

Çözüm

I. $y = 2x - 150$ bağıntısını kullanmak

II. $y = x + 100$ bağıntısını kullanmaktan daha kârlı olduğuna göre,

$$2x - 150 > x + 100 \text{ dür.}$$

Buradan $x > 250$ bulunur.

Cevap E

Örnek 15

$0 < a \leq 1$ ise, $ab = 1$ ifadesinde a artan değerler alırken b nasıl değişir?

- A) Sabit kalır. B) Azalarak 1 olur.
C) Artarak 1 olur. D) Pozitif olarak artar.
E) 1 den sıfıra doğru azalır.

Çözüm

$$0 < a \leq 1 \text{ ve } ab = 1 \text{ ise } b = \frac{1}{a} \text{ dir.}$$

$$a = \frac{1}{10000} \text{ ise } b = 10000$$

$$a = \frac{1}{1000} \text{ ise } b = 1000$$

$$a = \frac{1}{100} \text{ ise } b = 100$$

$$a = \frac{1}{10} \text{ ise } b = 10$$

$$a = 1 \text{ ise } b = 1$$

a artarak 1 olurken,
b azalarak 1 olmaktadır.

Cevap B

Örnek 16

$$F = \frac{\text{Ant}}{100} \text{ faiz formülünde,}$$

$$n \geq \frac{100}{t} \text{ ve } t \neq 0 \text{ koşulu,}$$

aşağıdakilerden hangisini kesin olarak gerektirir?

- A) $F \geq A$ B) $0 \leq F < 2A$ C) $0 < F \leq 2A$
D) $0 < F \leq A$ E) $F > 2A$

Çözüm

$$F = \frac{\text{Ant}}{100}, n \geq \frac{100}{t} \text{ ise } n \cdot t \geq 100 \dots (\star) \text{ dir.}$$

(t, zaman olduğu için $t > 0$ dir)

$$\left(F = \frac{\text{Ant}}{100} \text{ ve } n \geq \frac{100}{t} \right) \text{ ise } F \geq \frac{A \cdot 100}{100}$$

Yani $F \geq A$ bulunur.

Cevap A

Örnek 17

Sıfırdan farklı a ve b sayıları için $a < b$ dir.

Aşağıdaki eşitsizliklerden hangisi bu koşullara uyan tüm gerçel sayılar için doğrudur?

- A) $ab < b^2$ B) $a^2 < ab$ C) $a^2 < b^2$
D) $b^2 < a^2$ E) $\frac{1}{a} < \frac{b}{a^2}$

Çözüm

A) $a = -4$ ve $b = -2$ ise $ab < b^2$ yanlıştır.

B) $a = -10$ ve $b = 2$ ise $a^2 < ab$ yanlıştır.

C) $a = -10$ ve $b = 2$ ise $a^2 < b^2$ yanlıştır.

D) $a = -2$ ve $b = 10$ ise $b^2 < a^2$ yanlıştır.

E) a, b sıfırdan farklı ve $a < b$ dir. $a^2 > 0$ olduğu için, $a < b$ nin iki tarafı bu sayıya bölünebilir.

$$\frac{a}{a^2} < \frac{b}{a^2} \text{ ise } \frac{1}{a} < \frac{b}{a^2} \text{ daima doğrudur.}$$

Cevap E

Örnek 18 _____

$$\begin{aligned}x &> 0 \\x &= 3y \\2z &= 7y\end{aligned}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $y < x < z$ B) $x < y < z$ C) $y < z < x$
D) $x < z < y$ E) $z < x < y$

Çözüm

$x = 6$ olsun.

Bu durumda,

$$x = 3y \text{ den } y = 2 \text{ ve}$$

$$2z = 7y \text{ den } z = 7 \text{ olur.}$$

Demek ki, $y < x < z$ dir.

Verilen koşullara uygun başka değerlerde verilerek aynı sonucu bulabiliriz.

Cevap A

Örnek 19 _____

Hareket halinde geçen t saat sonunda, bir otobüsün deposunda bulunan y yakıt miktarı litre olarak, $y = 100 - 5t$ bağıntısıyla belirtilir. Depodaki yakıt miktarı 10 litrenin altına düştüğünde otobüsün yakıt alması gerekmektedir.

Sürekli hareket halinde bulunan otobüs bu durumda en erken kaçinci saat içinde yakıt almak zorundadır?

- A) 15 B) 16 C) 18 D) 19 E) 20

Çözüm

$y < 10$ olduğunda yakıt alınacaktır.

Bu eşitsizlikte $y = 100 - 5t$ yazılırsa,

$$100 - 5t < 10 \text{ ise } 18 < t \text{ olur.}$$

Demek ki, 19. saatin içinde yakıt alınmalıdır.

Cevap D

Örnek 20 _____

$$\begin{aligned}a^2 &< a \\ab &> b\end{aligned}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $0 < b < 1$ B) $1 < b < 2$ C) $b = 0$
D) $b > 2$ E) $b < 0$

Çözüm

Bütün reel sayılar için $a^2 \geq 0$ dir.

($a^2 \geq 0$ ve $a^2 < a$) ise $a > 0$ dir.

($a > 0$ ve $a^2 < a$) ise $\frac{a^2}{a} < \frac{a}{a}$ ise $a < 1$ dir.

Demek ki; $a^2 < a$ ise $0 < a < 1$ dir.

($a < 1$ ve $ab > b$) ise, $b < 0$ dir.

Cevap E

Örnek 21 _____

a, b, c negatif tamsayılar,

$$\frac{a}{7} = \frac{b}{8} = \frac{c}{9}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$
C) $c < b < a$ D) $c < a < b$
E) $b < a < c$

Çözüm

a, b, c negatif tamsayılar,

$$\frac{a}{7} = \frac{b}{8} = \frac{c}{9} = -1 \text{ olsun.}$$

Bu durumda,

$$a = -7, b = -8 \text{ ve } c = -9 \text{ olur.}$$

O halde $c < b < a$ dir.

Cevap C

Örnek 22 _____

a, b ve c pozitif gerçel sayılar ve

$$ab = \frac{2}{9}, ac = \frac{1}{6} \text{ ve } bc = \frac{1}{3}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $b < a < c$ B) $a < b < c$ C) $a < c < b$
D) $c < a < b$ E) $c < b < a$

Çözüm

a, b ve c pozitif gerçel sayılar olmak üzere

$$\left. \begin{array}{l} ab = \frac{2}{9} \\ ac = \frac{1}{6} \\ bc = \frac{1}{3} \end{array} \right\} \text{eşitlikler taraf tarafa çarpılırsa}$$

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 = \frac{1}{81}$$

$$a \cdot b \cdot c = \frac{1}{9} \dots (\star)$$

$$\left(abc = \frac{1}{9} \text{ ve } ab = \frac{2}{9} \right) \text{ ise } c = \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

$$\left(ac = \frac{1}{6} \text{ ve } c = \frac{1}{2} \right) \text{ ise } a = \frac{1}{3} \text{ tür}$$

$$\left(bc = \frac{1}{3} \text{ ve } c = \frac{1}{2} \right) \text{ ise } b = \frac{2}{3} \text{ tür.}$$

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 = \frac{1}{81} \Rightarrow a \cdot b \cdot c = \frac{1}{9} \text{ bulunur.}$$

Bu durumda; $a < c < b$ dir.

Cevap C

Örnek 23

$$\frac{17}{p} < 7\frac{1}{7}$$

eşitsizliğini sağlayan p doğal sayısının alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

$$\frac{17}{p} < 7\frac{1}{7} \Rightarrow \frac{17}{p} < \frac{50}{7}$$

p sıfırdan farklı doğal sayı olduğu için, her iki taraf p ile çarpılırsa eşitsizlik yön değişmez.

$$\frac{17}{p} \cdot p < \frac{50}{7} \cdot p$$

$$17 < \frac{50}{7} \cdot p$$

$$\frac{17 \cdot 7}{50} < p$$

$$\frac{119}{50} < p$$

olduğuna göre, p nin alabileceği en küçük doğal sayı değeri 3 tür.

Cevap C

Örnek 24

x negatif bir tamsayıdır.

$$\frac{1}{x-4} < -\frac{1}{8}$$

olduğuna göre, x in alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

Çözüm

Hatırlatma : $\frac{a}{b}$ ile $\frac{c}{d}$ aynı işaretli iki kesir ve

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \text{ ise } \frac{b}{a} > \frac{d}{c} \text{ dir.}$$

$$x < 0 \Rightarrow x - 4 < 0 \Rightarrow \frac{1}{x-4} < 0 \text{ olduğundan}$$

$$\frac{1}{x-4} < -\frac{1}{8}$$

$$x - 4 > -8$$

$$x > -8 + 4$$

$$x > -4 \text{ olur.}$$

O halde, x in alabileceği en küçük değer -3 tür.

Cevap C

Örnek 25

x pozitif bir reel (gerçel) tamsayıdır.

$$\frac{1}{x+2} < \frac{1}{3x+1}$$

olduğuna göre, x için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $0 < x < \frac{1}{2}$ B) $0 < x < \frac{3}{2}$ C) $\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$
D) $2 < x < \frac{5}{2}$ E) $\frac{1}{2} < x < \infty$

Çözüm

x pozitif olduğuna göre, x + 2 ve 3x + 1 de pozitiftir.

$$\frac{1}{x+2} < \frac{1}{3x+1} \Rightarrow 3x+1 < x+2$$

$$\Rightarrow 3x - x < 2 - 1$$

$$\Rightarrow x < \frac{1}{2} \dots (\star)$$

x pozitif olduğuna göre, $0 < x < \frac{1}{2}$ dir.

Cevap A

1. $x = (0,9 - 0,6)^2$
 $y = (0,9)^2 - (0,6)^2$
 $z = 0,9 - 0,6$
 olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?
 A) $x > y > z$ B) $y > z > x$ C) $x > z > y$
 D) $y > x > z$ E) $z > x > y$

2. n bir doğal sayı olmak koşuluyla

$$a = \frac{n+7}{n+1}$$

$$b = \frac{n+8}{n+2}$$

$$c = \frac{n+16}{n+10}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a > b > c$ B) $a > c > a$ C) $b > c > a$
 D) $c > b > a$ E) $c > a < b$

3. $x < y < -1$
 olduğuna göre, aşağıdakilerin hangisi doğrudur?
 A) $x^2 < y^2$ B) $x^3 > y^3$ C) $xy < y^2$
 D) $x^2 < xy$ E) $\frac{x}{y} > 1$

4. $x > x^2 > x^3$
 eşitsizliklerini sağlayan x değerleri aşağıdaki aralıkların hangisine aittir?
 A) $(0, \infty)$ B) $(0, 1)$ C) $(-1, 0)$
 D) $(-\infty, -1)$ E) $(1, \infty)$

5. $x^2 + y^2 < (x - y)^2$
 olduğuna göre, aşağıdakilerin hangisi daima doğrudur?
 A) $xy < 0$ B) $x < y$ C) $y < x$
 D) $\frac{x}{y} > 1$ E) $\frac{y}{x} > 1$

6. $a \cdot b < 0$
 $b^4 \cdot c^3 < 0$
 $a \cdot c > 0$
 olduğuna göre, a , b ve c nin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerin hangisidir?
 A) $-$, $+$, $-$ B) $-$, $-$, $+$ C) $+$, $-$, $-$
 D) $+$, $+$, $-$ E) $-$, $+$, $+$

7. x , y , z negatif reel (gerçek) sayılardır.
 $5x = 8y = 3z$
 olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?
 A) $x < y < z$ B) $z < y < x$ C) $z < x < y$
 D) $x < z < y$ E) $y < z < x$

8. a , b , c , d pozitif reel (gerçek) sayılardır.

$$\frac{a-b}{b} < \frac{c-d}{d}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $a + b < c + d$ B) $ad - bc < 0$
 C) $a + c < b + d$ D) $ac - bd < 0$
 E) $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$

9. x pozitif reel (gerçek) sayı olmak koşuluyla,

$$a = \frac{1}{2x}, b = \frac{1}{4x}, c = \frac{2}{5x}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a > b > c$ B) $c > a > b$ C) $a > c > b$
 D) $c > b > a$ E) $b > a > c$

10. $-4 < x < 6$
 $-2 < y < 10$
 olduğuna göre, $x + y$ hangi aralıktadır?
 A) $(4, 10)$ B) $(-2, 6)$ C) $(-2, 16)$
 D) $(-4, 10)$ E) $(-6, 16)$

11. $-4 < x < 6$
 $-8 < y < 2$
 olduğuna göre, $x \cdot y$ hangi aralıktadır?
 A) $(-4,2)$ B) $(12,32)$ C) $(-8,6)$
 D) $(-48,32)$ E) $(-48,16)$

12. $x^4 \cdot y = -8$
 $y \cdot z^3 = 1$
 olduğuna göre, x, y, z reel sayılarının işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisi olabilir?
 A) $-, -, -$ B) $-, +, -$ C) $-, -, +$
 D) $+, +, -$ E) $-, +, +$

13. x negatif reel (gerçek) sayı olmak koşuluyla,
 $2x = 3y$
 $y = 2z$
 olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
 A) $x < z < y$ B) $y < z < x$ C) $z < x < y$
 D) $z < y < x$ E) $x < y < z$

14. $0 \leq x \leq 2$ ve $2 \leq y \leq 3$
 olduğuna göre, $3x - 2y$ ifadesinin en büyük değeri kaçtır?
 A) -6 B) -4 C) 0 D) 1 E) 2

15. $\frac{m-4n}{2n} = 2$
 $m \cdot n \neq 0$ ve
 olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?
 A) $m > n$ B) $m < n$ C) $m^2 < n^2$
 D) $mn > m^2$ E) $m^2 > n^2$

16. $x = \sqrt{5}y$
 $\sqrt{20} < y < \sqrt{500}$
 olduğuna göre, x için aşağıdaki önermelerin hangisi doğrudur?
 A) $5 < x < 10$ B) $5 < x < 50$
 C) $10 < x < 50$ D) $20 < x < 50$
 E) $20 < x < 100$

17. $2^a = 40$
 $3^b = 200$
 $5^c = 500$
 olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
 A) $a > b > c$ B) $a > c > b$ C) $b > c > a$
 D) $b > a > c$ E) $c > b > a$

18. $mn = \frac{11}{10}$
 $30 < \frac{11}{n} < 70$
 olduğuna göre, m nin alabileceği kaç farklı tamsayı değeri vardır?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

19. $\left(\frac{a}{b}\right)^3 = -64$
 $b \cdot c^4 > 0$
 olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?
 A) $a > b$ B) $b > c$ C) $a^2 > b^2$
 D) $a \cdot b > 0$ E) $a^3 > b^3$

20. Bir tüccar a liraya aldığı bir malı s liraya satmaktadır. a ile s arasında $s = 6a - 305$ bağıntısı vardır.
 a ve s birer doğal sayı olmak koşuluyla tüccarın kâr edebilmesi için a en az kaç olmalıdır?
 A) 59 B) 60 C) 61 D) 62 E) 63

1. $x = (0,9 - 0,6)^2 = (0,3)^2 = 0,09$
 $y = (0,9)^2 - (0,6)^2 = 0,81 - 0,36 = 0,45$
 $z = 0,9 - 0,6 = 0,3$
 $0,45 > 0,3 > 0,09$ olduğu için,
 $y > z > x$ tir.

Cevap B

2. $n = 0$ olsun.

$$a = \frac{7}{1} = 7$$

$$b = \frac{8}{2} = 4$$

$$c = \frac{16}{10} = 1,6 \text{ olur.}$$

Buna göre, $a > b > c$ olur.

Cevap A

3. $x = -4$ ve $y = -2$ olsun.

- A) $(-4)^2 < (-2)^2$ ise $16 < 4$ yanlış.
 B) $(-4)^3 > (-2)^3$ ise $-64 > -8$ yanlış.
 C) $(-4) \cdot (-2) < (-2)^2$ ise $8 < 4$ yanlış.
 D) $(-4)^2 < (-4) \cdot (-2)$ ise $16 < 8$ yanlış.
 E) $\frac{-4}{-2} > 1$ ise $2 > 1$ doğru.

Cevap E

4. $x > x^2 > x^3 \Rightarrow 0 < x < 1$ dir.

$$x = \frac{1}{2} \text{ alınırsa,}$$

$$\frac{1}{2} > \left(\frac{1}{2}\right)^2 > \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{4} > \frac{1}{8}$$

eşitsizlikler sağlanır.

Diğer seçeneklerde verilen aralıklardan alınacak sayıların, eşitsizlikleri sağlamayacağı görülebilir.

Cevap B

5. $x^2 + y^2 < (x - y)^2$
 $x^2 + y^2 < x^2 - 2xy + y^2$
 $2xy < 0$
 $xy < 0$

Cevap A

6. $b^4 \cdot c^3 < 0$ ise b^4 ile c^3 ters işaretlidir. Sıfırdan farklı bütün reel sayılar için $b^4 > 0$ olduğuna göre, $c^3 < 0$ dir.

 $c^3 < 0$ ise $c < 0$... (1) dir. $a \cdot c > 0$ ise a ile c aynı işaretlidir. $c < 0$ olduğuna göre, $a < 0$... (2) dir. $a \cdot b < 0$ ise a ile b ters işaretlidir. $a < 0$ olduğuna göre, $b > 0$... (3) tür.(1), (2) ve (3) ten a , b ve c nin işaretleri, sırasıyla $-$, $+$, $-$ olur.

Cevap A

7. $5x = 8y = 3z = -120$ olsun.

Bu durumda,

 $x = -24$, $y = -15$ ve $z = -40$ olur.Buna göre, $z < x < y$ olur.

Cevap C

- 8.

$$\frac{a-b}{b} < \frac{c-d}{d}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{b}{d} < \frac{c}{d} - \frac{d}{d}$$

$$\frac{a}{b} - 1 < \frac{c}{d} - 1$$

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$$

 a , b , c ve d pozitif olduğu için, $ad < bc$ $ad - bc < 0$ olur.

Cevap B

9. $x = 1$ alınırsa,

$$a = \frac{1}{2} = \frac{10}{20}$$

$$b = \frac{1}{4} = \frac{5}{20}$$

$$c = \frac{2}{5} = \frac{8}{20} \text{ olur.}$$

Paydaları eşit olan pozitif kesirlerden payı büyük olan daha büyüktür.

Buna göre, $a > c > b$ olur.

Cevap C

10. $-4 < x < 6$

$$+ -2 < y < 10$$

$$-6 < x + y < 16 \text{ bulunur.}$$

Cevap E

11. $-4 < x < 6$ ve $-8 < y < 2$ ise $-48 < xy < 32$ dir. Çünkü $x < 6$ ve $y < 2$ olduğu için $x \cdot y < 12$ dir.

Ayrıca $-4 < x$ ve $-8 < y$ olduğu için $x \cdot y < 32$ dir. Bu iki ifadenin daha geniş olanı $x \cdot y < 32$ alınır. Benzer şekilde, $x < 6$ ve $-8 < y$ için $-48 < xy$ olur.

Demek ki x ve y ait oldukları aralıklarda değişen değerler alırken $x \cdot y$ çarpımı $(-48, 32)$ aralığında, değişen değerler almaktadır.

Cevap D

12. $x^4 \cdot y = -8 < 0$ ise x^4 ile y ters işaretlidir. $x^4 > 0$ olduğuna göre, $y < 0$... (1) dir.

$y \cdot z^3 = 1 > 0$ ise y ile z^3 aynı işaretlidir. $y < 0$ olduğuna göre, $z^3 < 0$ dir.

$$z^3 < 0 \text{ ise } z < 0 \text{ ... (2) dir.}$$

Verilenlere göre, x hakkında bir şey söylenemez; y ile z negatiftir.

Doğru cevap $+$, $-$, $-$, ya da $-$, $-$, $-$ olabilir.

Cevap A

13. $x = -6$ olsun.

$$2x = 3y$$

$$2 \cdot (-6) = 3y$$

$$y = -4 \text{ ... (★)}$$

$$y = 2z$$

$$-4 = 2z$$

$$z = -2 \text{ ... (★★)}$$

$x = -6$ için, $y = -4$ ve $z = -2$ olduğuna göre, $x < y < z$ dir.

Cevap E

14. $3x - 2y$ ifadesinin en büyük değeri için y en küçük değerini alırken, x en büyük değerini almalıdır. Buna göre, verilen aralığa uygun $x = 2$ ve $y = 2$ için $3x - 2y = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 = 2$ dir.

Cevap E

15. $\frac{m-4n}{2n} = 2$

$$m - 4n = 4n$$

$$m = 8n$$

$$m^2 = (8n)^2 \text{ ise, } m^2 > n^2 \text{ dir.}$$

Cevap E

16. $x = \sqrt{5}y$ ise $y = \frac{x}{\sqrt{5}}$... (★) dir.

y nin bu değeri $\sqrt{20} < y < \sqrt{500}$ aralığında yerine yazılırsa,

$$\sqrt{20} < \frac{x}{\sqrt{5}} < \sqrt{500} \Rightarrow 10 < x < 50 \text{ bulunur.}$$

Cevap C

17. $32 < 40 < 64$ olduğundan $2^5 < 2^a < 2^6$

$$5 < a < 6 \text{ ... (1) dir.}$$

$$81 < 200 < 243 \text{ olduğundan } 3^4 < 3^b < 3^5$$

$$4 < b < 5 \text{ ... (2) dir.}$$

$$125 < 500 < 625 \text{ olduğundan } 5^3 < 5^c < 5^4$$

$$3 < c < 4 \text{ ... (3) tür.}$$

O halde; $a > b > c$ dir.

Cevap A

18. $mn = \frac{11}{10}$ ise $10m = \frac{11}{n}$... (★)

Bu bağıntı $30 < \frac{11}{n} < 70$ ifadesinde yazılırsa,

$$30 < 10m < 70 \Rightarrow 3 < m < 7 \text{ olur.}$$

Demek ki m ; 4, 5, 6 tamsayı değerlerini alabilir.

Cevap B

19. $\left(\frac{a}{b}\right)^3 = -64$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^3 = (-4)^3$$

$$\frac{a}{b} = -4$$

$$a^2 = (-4b)^2$$

$$a^2 = 16b^2 \Rightarrow a^2 > b^2$$

Cevap C

20. Kâr yapılabilmesi için, $s > a$ olmalıdır Bu eşitsizlikte $s = 6a - 305$ yerine yazılırsa

$$6a - 305 > a$$

$$5a > 305$$

$$a > 61 \text{ bulunur.}$$

a , 61 den büyük en küçük tamsayı olmalıdır.

Yani $a = 62$ olur.

Cevap D

1. $a < b < -4$

$$x = \frac{a}{b}$$

$$y = \frac{4}{b}$$

$$z = \frac{b}{4}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $x < y < z$ B) $z < y < x$ C) $y < x < z$
D) $z < x < y$ E) $x < z < y$

2. x ve y birer reel (gerçek) sayıdır.

$$x^2 > x$$

$$xy < 0$$

$$y < 0$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $x > 1$ B) $x < 1$ C) $0 < x < 1$
D) $-1 < x < 0$ E) $x < 0$

3. $a, b = -6$

$$\frac{b}{c} = -1$$

$$\frac{a^2}{c} = -2$$

olduğuna göre; a, b, c reel (gerçek) sayılarının işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $+, -, +$ B) $-, -, +$ C) $-, +, -$
D) $-, -, -$ E) $+, +, -$

4. $\frac{x}{0,05} = y$

$$-1 < x < 2$$

olduğuna göre, y nin en geniş değişim aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-0,5 < y < 1$ B) $-1 < y < 2$
C) $-5 < y < 10$ D) $-20 < y < 40$
E) $-50 < y < 100$

5. $x < 0 < y$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi sıfır olamaz?

- A) $x + y$ B) $x - y + 1$ C) $x + y + 1$
D) $x^2 + y^2 - 1$ E) $x^3 - y^3 - 1$

6. x negatif bir reel (gerçek) sayıdır.

$$a = \frac{x}{0,2}, b = \frac{x}{0,3} \text{ ve } c = \frac{x}{0,2}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $b < c < a$
D) $b < a < c$ E) $c < a < b$

7. x, y, z pozitif reel (gerçek) sayılardır.

$$3x = 4y$$

$$8y = 5z$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $x < y < z$ B) $z < y < x$ C) $y < x < z$
D) $z < x < y$ E) $y < z < x$

8. x ve y pozitif reel (gerçek) sayılardır.

$$\frac{xy}{4} = \frac{yz}{-3} = \frac{xz}{-5}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $x < z < y$ B) $x < y < z$ C) $z < x < y$
D) $z < y < x$ E) $y < x < z$

9. $x < y$ ve $a < 0$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi kesinlikle yanlıştır?

- A) $2x < x < y$ B) $x + y < 2y$ C) $ax < ay$
D) $x < \frac{x+y}{2} < y$ E) $x - a < y - a$

10. $x < y < 0$
 $t = \frac{2x+y}{x}$
 olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
 A) $t = 1$ B) $-1 < t < 0$ C) $1 < t < 2$
 D) $2 < t < 3$ E) $t > 3$

11. a ve b reel (gerçek) sayılardır.
 $0 < a \leq 3$
 $-3 < b \leq 1$
 olduğuna göre, $a^2 + b^2$ nin alabileceği kaç farklı tamsayı değeri vardır?
 A) 1 B) 2 C) 15 D) 16 E) 17

12. $-2 \leq x \leq 3$
 $-4 \leq y \leq 1$
 olduğuna göre, $2x - 3y$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?
 A) -16 B) -7 C) -4 D) -1 E) 0

13. $2^a = 9$
 $3^b = 10$
 $5^c = 24$
 olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?
 A) $a < b < c$ B) $b < a < c$ C) $c < b < a$
 D) $c < a < b$ E) $a < c < b$

14. Bir üretici x liraya ürettiği bir malı, y liraya satmaktadır. x ile y arasında,
 $y = 25x - 72\,000\,000$
 bağıntısı bulunmaktadır.
 x in tamsayı olduğu bilindiğine göre, üreticinin kâra geçmesi için malın maliyeti en az kaç lira olmalıdır?
 A) 2 000 001 B) 3 000 001 C) 4 000 001
 D) 6 000 001 E) 24 000 001

15. $\frac{15}{a} < 4\frac{1}{6}$
 eşitsizliğini sağlayan a doğal sayısının alabileceği en küçük değer kaçtır?
 A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

16. $x - 18 < 4x \leq x + 6$
 olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
 A) $-10 < x \leq -2$ B) $-8 < x \leq 0$
 C) $-6 < x \leq 3$ D) $-6 < x \leq 2$
 E) $-4 < x \leq 4$

17. $-2 < x \leq 4$
 $1 < y < 5$
 olduğuna göre, x - y için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
 A) $-7 < x - y \leq 3$ B) $-7 < x - y < 3$
 C) $-3 < x - y < 4$ D) $-3 < x - y < 10$
 E) $-2 < x - y < 8$

18. x, y, z negatif reel (gerçek) sayılardır.

$$\frac{x}{8} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$$

- olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?
 A) $x < y < z$ B) $y < z < x$ C) $x < z < y$
 D) $z < y < x$ E) $y < x < z$

19. $x - 4y = 10$
 $2 < x < 22$
 olduğuna göre, y için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
 A) $-1 < y < 4$ B) $1 < y < 4$ C) $-4 < y < 1$
 D) $-2 < y < 3$ E) $-4 < y < 0$

20. $-1 \leq a < 0$
 $a \cdot b = -10$
 olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
 A) $1 < b \leq 10$ B) $0 < b \leq 1$ C) $b > 1$
 D) $b \geq 10$ E) $b < 0$

1. a ve b sıfırdan farklı reel sayılar olmak koşuluyla $a < b$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi bütün reel (gerçek) sayılar için doğrudur?

A) $ab < b^2$ B) $a^2 < ab$ C) $a^3 < a^2b$
 D) $a^4 < a^3b$ E) $\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$

2. a, b, c ve d sıfırdan farklı reel (gerçek) sayılar olmak koşuluyla $a < b$ ve $c < d$ olduğuna göre, aşağıdakilerin hangileri bütün reel (gerçek) sayılar için doğrudur?

I. $a + c < b + d$

II. $a - c < b - d$

III. $a \cdot c < b \cdot d$

IV. $\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$

A) I ve II B) Yalnız I C) I ve III
 D) I, II ve III E) I, II, III ve IV

3. $x < 0 < y$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi sıfır olabilir?

A) $x - y$ B) $y - x$ C) $x^4 + y$
 D) $x^3 - y$ E) $x^2 - y^2$

4. $a = 3^{-1}$
 $b = 3^a$
 $c = 3^{-a}$
 olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $b > c > a$ B) $c > b > a$ C) $b > a > c$
 D) $a > b > c$ E) $a > c > b$

5. $m < n < -1$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\frac{1}{m} > \frac{1}{n}$ B) $m^3 < n^3$ C) $m^2 > n^2$
 D) $m \cdot n > 1$ E) $\frac{m}{n} < 1$

6. $-3 < x < 2$
 $-4 < y < 3$
 olduğuna göre, aşağıdaki önermelerin hangisi yanlıştır?

A) $0 \leq x^2 < 9$ B) $-9 < xy < 12$
 C) $-7 < x + y < 5$ D) $0 \leq y^2 < 16$
 E) $-1 < y - x < 1$

7. $a^3 \cdot b^9 < 0$
 $b^4 \cdot c^3 < 0$
 $b - c < 0$
 olduğuna göre, a, b ve c nin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-, +, +$ B) $+, -, -$ C) $+, -, +$
 D) $-, +, -$ E) $-, -, -$

8. a, b ve c pozitif reel (gerçek) sayılardır.

$$x = \frac{a \cdot b}{2 \cdot c}$$

$$\frac{a}{4} > c$$

- olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

A) $x > a$ B) $x > 4b$ C) $x > c$
 D) $x > 2b$ E) $x > 2a$

9. $a^4 < a$ ve $x < -10$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

A) $a \cdot x > 0$ B) $a \cdot x < 10$ C) $a < x$
 D) $-10 < a \cdot x < 0$ E) $a \cdot x > -10$

10. x negatif; a, b ve c pozitif reel (gerçek) sayılardır.

$$\frac{x}{2a} = \frac{x}{5b} = \frac{x}{3c}$$

- olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $a > b > c$ B) $b > c > a$ C) $c > b > c$
 D) $b > a > c$ E) $a > c > b$

11. $x < y < z < t$
 $z \cdot t < 0$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $x + y < t$ B) $x + y + z < t$ C) $x \cdot y > z$
 D) $x \cdot y < z \cdot t$ E) $x \cdot y \cdot z < t$

12. n , 3 den büyük bir doğal sayı olmak koşuluyla,

$$x = \frac{3n+1}{n+7}$$

$$y = \frac{3n+11}{n+17}$$

$$z = \frac{3n+21}{n+27}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $x < y < z$ B) $z < y < x$ C) $x < z < y$
 D) $z < x < y$ E) $y < x < z$

13. $(x-8)^8 \cdot (3x-19)^{19} < 0$
 eşitsizliğini sağlayan en büyük doğal sayı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

14. x ve y reel (gerçek) sayılardır.

$$x^7 \cdot y > y^8$$

olduğuna göre, aşağıdakilerin hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) $x < y$ B) $y < x$ C) $x^2 > y^3$
 D) $x \cdot y > 0$ E) $x \cdot y < 0$

15. $\frac{m-n}{n} = 1$

$$m \cdot n^4 < 0$$

olduğuna göre, aşağıdaki önermelerin hangisi daima doğrudur?

- A) $m > n$ B) $n > m$ C) $m \cdot n < 0$
 D) $m < -1$ E) $0 < n < 1$

16. $a > b > 0$ ve $c = \frac{a+b}{b}$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $c = 1$ B) $c = 2$ C) $c > 2$
 D) $0 < c < 1$ E) $1 < c < 2$

17. a, b, c ve d negatif reel (gerçek) sayılardır.

$$\frac{a+b}{b} < \frac{c+d}{d}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $a + b < c + d$ B) $ad - bc > 0$
 C) $a + c < b + d$ D) $ac - bd < 0$
 E) $\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$

18. $2^m = 42$

$$2^n = 60$$

$$5^p = 1000$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $n > m > p$ B) $n > p > m$ C) $p > n > m$
 D) $p > m > n$ E) $m > p > n$

19. $\frac{x}{y} = \frac{10}{17}$

$$20 < 17x < 70$$

bağıntılarını sağlayan y tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 12 C) 14 D) 15 E) 18

20. x liraya üretilip y liraya satılan bir malın satış fiyatının hesaplanması için,

$$I. y = 3x - 100$$

$$II. y = x + 100$$

şeklinde iki bağıntı önerilmiştir.

Üretilen malın tümü satılabildiğine ve satış fiyatının hesaplanmasında I. bağıntıyı kullanmak daha kârlı olduğuna göre x için aşağıdakilerin hangisi doğrudur?

- A) $x > 25$ B) $x > 50$ C) $x < 100$
 D) $x > 100$ E) $x > 250$

1. x negatif reel (gerçek) sayıdır.

$$\frac{2}{x-1} < -\frac{1}{4}$$

olduğuna göre, x için aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $x < -7$ B) $-10 < x < -4$ C) $-7 < x < 0$
D) $x < -4$ E) $-8 < x < 0$

2. x bir reel (gerçek) sayıdır.

$$2x - 3 < x - 3 < 5x - 2$$

olduğuna göre, x için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $x < 0$ B) $-1 < x < 0$ C) $-\frac{1}{4} < x < 0$
D) $x > 0$ E) $0 < x < \frac{1}{4}$

- 3.

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{4a} < 0$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $a < b$ B) $a < 0$ C) $b < 0$
D) $a \cdot b < 0$ E) $b < a$

4. a, b ve c pozitif tamsayılarıdır.

$$a - b > 10$$

$$b - c > 8$$

olduğuna göre, a + b nin toplamı en az kaçtır?

- A) 32 B) 31 C) 30 D) 29 E) 28

- 5.

$$-1 < x < 0$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $x^2 < x$ B) $x^2 < x^3$ C) $x^2 < x^4$
D) $x^3 < x^5$ E) $x^4 < x^3$

6. x iki basamaklı bir sayma sayısıdır.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{3x-10} > \left(\frac{2}{3}\right)^{2x+4} \quad x \text{ (A)}$$

olduğuna göre, x in en büyük değerinin rakamlarının toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

7. a ve b birer tamsayıdır.

$$4 < a < b < 9$$

olduğuna göre, $\frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) $\frac{13}{3}$ E) 13

8. a bir reel (gerçek) sayıdır.

$$a^2 - a < 0$$

$$x = 5^{-a}$$

olduğuna göre, x için aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $\frac{1}{5} < x < 1$ B) $x > 1$ C) $2 < x < 3$
D) $1 < x < 2$ E) $x > \frac{1}{4}$

9. a, b ve c pozitif reel (gerçek) sayılardır.

$$\frac{1}{a \cdot b} + \frac{1}{a \cdot c} + \frac{1}{b \cdot c} = 5$$

$$(a + b + c)^2 \leq 15 \cdot a \cdot b \cdot c$$

olduğuna göre, a + b + c toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 15

10. a bir reel (gerçek) sayı ve b bir tamsayıdır.

$$-3 < a < 4$$

$$-1 < b < 5$$

olduğuna göre, 3a + 2b nin en küçük tamsayı değeri kaçtır?

- A) -11 B) -10 C) -9 D) -8 E) -7

11. x bir doğal sayıdır.

$$\frac{x}{3} + \frac{x+1}{2} < 3$$

olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

12. a, b, c reel (gerçek) sayılardır.

$$a^2 \cdot b \cdot c < 0$$

$$a \cdot b^2 \cdot c > 0$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $a \cdot b \cdot c > 0$ B) $a \cdot b \cdot c < 0$
C) $a \cdot b \cdot c^2 < 0$ D) $a \cdot c < 0$
E) $a + b + c = 0$

13. $(a - b)(b - c) > 0$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğru olabilir?

- A) $a < c < b$ B) $c < a < b$ C) $a < b < c$
D) $b < a < c$ E) $b < c < a$

14. $x^2 < x$
 $y < 2$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi her zaman doğrudur?

- A) $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$ B) $x > 1$ C) $x \cdot y^2 < 0$
D) $x^2 > xy$ E) $x + y < 3$

15. t bir tamsayıdır.

$$a + b > 13$$

$$b - c < 10$$

$$a + c + t = 1$$

olduğuna göre, t nin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) -2 B) -3 C) -4 D) -5 E) -6

16. a ve b reel (gerçek) sayılardır.

$$-3 < a \leq 5$$

$$-2 \leq b < 3$$

olduğuna göre, $2a - 5b$ nin en büyük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 19 E) 20

17. a, b, c, d negatif reel (gerçek) sayılardır.

$$a \cdot b \cdot c \cdot d = 4$$

$$a \leq \frac{4}{d}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $0 < b \cdot c \leq 1$ B) $b \cdot c \geq 1$ C) $b \leq a$
D) $b \cdot a \geq 1$ E) $0 < a \cdot b \leq 1$

18. n bir sayma sayısı ve x bir reel (gerçek) sayıdır.

$$n < 6$$

$$x^2 < x$$

olmak üzere, $\frac{2-x^n}{3}$ kesrinin en büyük yapan n değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

19. $a^2 < b - c$

$$(b - c)a < (c - b)a$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi her zaman doğrudur?

- A) $\frac{b}{a} < \frac{c}{a}$ B) $a \cdot b > a \cdot c$ C) $a = 0$
D) $c < b < a$ E) $b < a < c$

20. a ve b negatif reel (gerçek) sayılardır.

$$a < -\frac{1}{4}$$

$$b < -\frac{1}{5}$$

olduğuna göre, $\frac{a+b}{a \cdot b}$ nin en küçük tamsayı değeri kaçtır?

- A) -7 B) -8 C) -9 D) -10 E) -11

Burada, önce mutlak değeri tanımlayacağız; sonra, mutlak değer kavramının anlaşılmasını sağlayacak düzeyde mutlak değerli eşitliklere ve mutlak değerli eşitsizliklere yer vereceğiz. Son yedi yılın Öğrenci Seçme Sınavı'nda mutlak değer ile ilgili toplam 7 soru soruldu.

MUTLAK DEĞER

⇒ MUTLAK DEĞER

- ~ A. TANIM
- ~ B. MUTLAK DEĞERİN ÖZELLİKLERİ
- ~ C. MUTLAK DEĞERLİ EŞİTSİZLİKLER

⇒ ÇÖZÜMLÜ TEST

⇒ CEVAPLI TEST (1, 2)

B

Ö

L

Ü

M

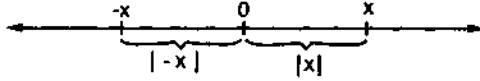
5

MUTLAK DEĞER

A. TANIM

Bir reel sayının sayı doğrusu üzerinde eşlendiği noktanın başlangıç noktasına olan uzaklığına o sayının **mutlak değeri** denir.

Bir x reel sayısının mutlak değeri $|x|$ şeklinde gösterilir.



$x > 0$ ise x in başlangıç noktasına uzaklığı x birim olur. Buna göre, $|x| = x \dots (1)$ olur.

$x < 0$ ise, x in başlangıç noktasına uzaklığı $-x$ birim olur. Buna göre, $|x| = -x \dots (2)$ olur.

0 in başlangıç noktasına uzaklığı 0 birimdir. Buna göre,

$|0| = 0 \dots (3)$ olur.

(1), (2) ve (3) birleştirilirse,

$$|x| = \begin{cases} x & x > 0 \text{ ise} \\ 0 & x = 0 \text{ ise} \\ -x & x < 0 \text{ ise} \end{cases}$$

olur.

SONUÇ :

Bütün x reel (gerçek) sayılar için,
 $|x| \geq 0$ olur.

Örnek 1 _____

$$|3| = 3$$

$$|-3| = -(-3) = 3$$

$$\left|\frac{2}{5}\right| = \frac{2}{5}$$

$$\left|-\frac{3}{8}\right| = -\left(-\frac{3}{8}\right) = \frac{3}{8}$$

Örnek 2 _____

$$x < 0 < y$$

olduğuna göre,

$$|x - y| + |x| + |y|$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-2x$ B) $-2y$ C) $2(y - x)$ D) $2(x + y)$ E) 0

Çözüm

$$x < 0 < y \text{ ise } x - y < 0 \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$|x - y| = -(x - y)$$

$$= -x + y \dots (\star) \text{ olur.}$$

$$|x - y| + |x| + |y| = -x + y - x + y$$

$$= -2x + 2y$$

$$= 2(y - x)$$

Cevap C

Örnek 3 _____

$x < 0$ olmak üzere,

$$|x - |x - 10|| - 10$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-2x$ B) -10 C) -20 D) 20 E) $2x$

Çözüm

$$x < 0 \text{ ise, } x - 10 < 0 \text{ ve } 2x - 10 < 0 \text{ dir.}$$

Buna göre;

$$|x - |x - 10|| = |x - (-x + 10)| - 10$$

$$= |x + x - 10| - 10$$

$$= |2x - 10| - 10$$

$$= -(2x - 10) - 10$$

$$= -2x + 10 - 10$$

$$= -2x \text{ olur.}$$

Cevap A

Örnek 4 _____

$$|a - 3| + |b - 4| + |c - 5| = 0$$

olduğuna göre, $a + 2b - 3c$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -4 D) 0 E) 6

Çözüm

$$|a - 3| + |b - 4| + |c - 5| = 0 \text{ ise,}$$

$$a - 3 = 0, b - 4 = 0 \text{ ve } c - 5 = 0 \text{ dir.}$$

Buradan;

$$a - 3 = 0 \text{ ise } a = 3$$

$$b - 4 = 0 \text{ ise } b = 4$$

$$c - 5 = 0 \text{ ise } c = 5 \text{ tir.}$$

Buna göre,

$$a + 2b - 3c = 3 + 8 - 15 \\ = -4 \text{ tür.}$$

Cevap C

B. MUTLAK DEĞERİN ÖZELİKLERİ

- 1) Bütün reel (gerçek) sayılar için,

$$|x| = |-x|$$

olur.

- 2) Bütün x, y reel (gerçek) sayılar için,

$$|x| \cdot |y| = |x \cdot y|$$

olur.

- 3) n doğal sayı ve x reel (gerçek) sayı olmak koşuluyla,

$$|x^n| = |x|^n$$

olur.

- 4) $y \neq 0$ olmak üzere, bütün x, y reel (gerçek) sayılar için,

$$\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}$$

olur.

- 5) Bütün x, y reel (gerçek) sayılar için,

$$|x + y| \leq |x| + |y|$$

olur. (Üçgen eşitsizliği)

Örnek 5 _____

$$|x| + |-x| + |3x| = 30$$

olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır?

- A) -36 B) -24 C) -12 D) 12 E) 24

Çözüm

$$|x| + |-x| + |3x| = 30$$

$$|x| + |x| + |3| \cdot |x| = 30$$

$$2 \cdot |x| + 3 \cdot |x| = 30$$

$$5 \cdot |x| = 30$$

$$|x| = 6 \dots (\star)$$

$x \geq 0$ için $|x| = x$ olur. Buna göre,

$$|x| = 6$$

$$x = 6 \dots (1) \text{ olur.}$$

$x < 0$ için $|x| = -x$ olur. Buna göre,

$$|x| = 6$$

$$-x = 6$$

$$x = -6 \dots (2) \text{ olur.}$$

(1) ve (2) den $x = 6$ veya $x = -6$ dir.

x in alabileceği değerlerin çarpımı : -36 dir.

Cevap A

SONUÇ :

$a > 0$ olmak üzere,

$$|x| = a \Rightarrow x = a \text{ veya } x = -a \text{ dir.}$$

Örnek 6 _____

$$||x-2|-4|=1$$

denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$$||x-2|-4|=1 \Rightarrow |x-2|-4=1 \text{ veya}$$

$$|x-2|-4=-1$$

$$|x-2|-4=1$$

$$|x-2|=5 \Rightarrow x-2=5 \text{ veya } x-2=-5$$

$$\Rightarrow x=7 \text{ veya } x=-3 \dots (1)$$

$$|x-2|-4=-1$$

$$|x-2|=3 \Rightarrow x-2=3 \text{ veya } x-2=-3$$

$$\Rightarrow x=5 \text{ veya } x=-1 \dots (2)$$

(1) ve (2) den çözüm kümesi :

$$\mathcal{C} = \{-3, -1, 5, 7\} \text{ olur.}$$

Örnek 7 _____

$x \neq 2$ olmak üzere,

$$|x^2 + x - 6| = |x - 2|$$

olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -4 D) 2 E) 4

Çözüm

$$|x^2 + x - 6| = |x - 2|$$

$$|(x-2) \cdot (x+3)| = |x-2|$$

$$|x-2| \cdot |x+3| = |x-2|$$

$$|x+3| = 1 \Rightarrow x+3=1 \text{ veya } x+3=-1$$

$$\Rightarrow x=-2 \text{ veya } x=-4$$

Buna göre, x in alabileceği değerlerin toplamı :

$$(-2) + (-4) = -6 \text{ olur}$$

Cevap B

Örnek 8 _____

$$\frac{|x^2 - 4|}{|x - 2|} = 1$$

olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin oranı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 5/3 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

Çözüm

$$\frac{|x^2 - 4|}{|x - 2|} = 1$$

$$\frac{|x^2 - 4|}{|x - 2|} = 1$$

$$\frac{|(x-2)(x+2)|}{|x-2|} = 1$$

$$|x + 2| = 1 \Rightarrow x + 2 = 1 \text{ veya } x + 2 = -1$$

$$\Rightarrow x = -1 \text{ veya } x = -3$$

x in alabileceği değerlerin oranı :

$$\frac{-3}{-1} = 3 \text{ olabilir.}$$

Cevap C

Örnek 9 _____

y ≠ 2x olmak üzere,

$$4 - \frac{|y| + 2|x|}{|2x - y|}$$

ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm

$$4 - \frac{|y| + 2|x|}{|2x - y|} \text{ ifadesinin en büyük değeri için}$$

$$\frac{|y| + 2|x|}{|2x - y|} \text{ en küçük olmalıdır.}$$

$$|2x - y| \leq |2x| + |y| \text{ (Üçgen eşitsizliği)}$$

$$1 \leq \frac{2|x| + |y|}{|2x - y|} \dots (*)$$

Buna göre, $\frac{2|x| + |y|}{|2x - y|}$ nin en küçük değeri 1 dir.

$$4 - \frac{|y| + 2|x|}{|2x - y|} = 4 - 1 = 3 \text{ olur.}$$

Cevap B

Örnek 10 _____

$$|x^3 + 3x^2 + 3x + 1| = 27$$

olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin farkının mutlak değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm

$$|x^3 + 3x^2 + 3x + 1| = 27$$

$$|(x + 1)^3| = 27$$

$$|x + 1|^3 = 3^3$$

$$|x + 1| = 3 \Rightarrow x + 1 = 3 \text{ veya } x + 1 = -3$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ veya } x = -4 \text{ tür.}$$

Buna göre, x in alabileceği değerlerin farkının mutlak değeri :

$$|-4 - 2| = |-6| = 6 \text{ dir.}$$

Cevap D

Örnek 11 _____

$$|x - 3| = |x| - 3$$

denkleminin çözüm kümesi (aralığı) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (0,3) B) (3,∞) C) [3,∞)
D) (-∞,3) E) (-3,3]

Çözüm

Bu denklemde iki tane mutlak değerli ifade vardır. Bunun için, soruyu 3 ayrı aralıkta incelememiz gerekir.

a) $x \geq 3$ için,

$$|x - 3| = x - 3$$

$$|x| = x \text{ olur. Buna göre,}$$

$$|x - 3| = |x| - 3$$

$$x - 3 = x - 3$$

$$0 = 0 \text{ olur.}$$

Yani eşitlik daima sağlanır. Buna göre, $x \geq 3$ koşulunu sağlayan bütün reel sayılar çözüm olur.

$$C_1 = [3, \infty)$$

b) $0 \leq x < 3$ için,

$$|x-3| = -x+3$$

$|x| = x$ olur. Buna göre,

$$|x-3| = |x| - 3$$

$$-x+3 = x-3$$

$$x = 3$$

Bu değer $0 \leq x < 3$ başlangıç koşuluna uymadığı için alınmaz.

$$C_2 = \emptyset$$

c) $x < 0$ için,

$$|x-3| = -x+3$$

$|x| = -x$ olur. Buna göre,

$$|x-3| = |x| - 3$$

$$-x+3 = -x-3$$

$$3 = -3$$

Bu bir çelişmedir.

$$C_3 = \emptyset$$

Üç durum birlikte göz önüne alınırsa denklemin çözüm kümesi :

$$C = C_1 \cup C_2 \cup C_3$$

$$= [3, \infty) \cup \emptyset \cup \emptyset$$

$$= [3, \infty) \text{ olur.}$$

Cevap C

C. MUTLAK DEĞERLİ EŞİTSİZLİKLER

1) $a > 0$ olmak üzere,

$$|x| < a \Rightarrow -a < x < a \text{ dır.}$$

2) $a > 0$ olmak üzere,

$$|x| > a \Rightarrow x < -a \text{ veya } x > a \text{ dır.}$$

Örnek 12

$$|x-3| < 8$$

eşitsizliğin çözüm kümesini (aralığını) bulalım.

Çözüm

$$|x-3| < 8 \Rightarrow -8 < x-3 < 8$$

$$-8+3 < x-3+3 < 8+3$$

$$-5 < x < 11$$

$$C = (-5, 11) \text{ olur.}$$

Örnek 13

$$\left| \frac{x+2}{2} \right| > 1$$

eşitsizliğin çözüm kümesini (aralığını) bulalım.

Çözüm

$$\left| \frac{x+2}{2} \right| \geq 1 \Rightarrow \frac{x+2}{2} \leq -1 \text{ veya } \frac{x+2}{2} \geq 1$$

$$\Rightarrow x+2 \leq -2 \text{ veya } x+2 \geq 2$$

$$\Rightarrow x \leq -4 \text{ veya } x \geq 0$$

Çözüm kümesi

$$C = (-\infty, -4] \cup [0, \infty)$$

$$= \mathbb{R} - (-4, 0) \text{ olur.}$$

Örnek 14

$$\left| \frac{x-2}{x-4} \right| < 1$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$$\left| \frac{x-2}{x-4} \right| < 1$$

$$\left| \frac{x-2}{x-4} \right| < 1$$

$$|x-2| < |x-4|$$

Eşitsizliğin iki tarafı da mutlak değerli olduğu için, pozitifler. Bunun için iki tarafın karesi alınırsa eşitsizlik bozulmaz.

$$|x-2|^2 < |x-4|^2$$

$$(x-2)^2 < (x-4)^2$$

$$x^2 - 4x + 4 < x^2 - 8x + 16$$

$$8x - 4x < 16 - 4$$

$$4x < 12$$

$$x < 3$$

Demek ki; eşitsizliğin çözüm kümesi : $C = (-\infty, 3)$ olur.

Örnek 15

$$\begin{aligned} x &< 0 \\ |x| &< 4 \end{aligned}$$

eşitsizliklerini sağlayan x tamsayılarının çarpımı kaçtır?

- A) -24 B) -12 C) -6 D) 12 E) 24

Çözüm

$$|x| < 4 \Rightarrow -4 < x < 4 \dots (\star)$$

$x < 0$ olduğuna göre, x in alabileceği tamsayı değerleri : -3, -2, -1 dir.

Bu değerlerin çarpımı :

$$(-3)(-2)(-1) = -6 \text{ dir.}$$

Cevap C

Örnek 16

$$|x-3| \geq 2$$

eşitsizliğin çözüm kümesi (aralığı) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\mathbb{R} - \{1,5\}$ B) $\mathbb{R} - [1,5]$ C) $\mathbb{R} - (1,5)$
D) $\mathbb{R} - (1,5)$ E) $[1,5]$

Çözüm

$$|x-3| \geq 2 \Rightarrow x-3 \geq 2 \text{ veya } x-3 \leq -2 \text{ dir.}$$

$$\Rightarrow x \geq 5 \text{ veya } x \leq 1 \text{ dir.}$$

$$\mathbb{Q} = (-\infty, 1] \cup [5, \infty)$$

$$= \mathbb{R} - (1,5) \text{ dir.}$$

Cevap D

Örnek 17

$$8 < |x-5| \leq 10$$

eşitsizliğini sağlayan tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 5 C) 10 D) 15 E) 20

Çözüm

$$8 < |x-5| \leq 10 \text{ ise}$$

$$8 < x-5 \leq 10 \text{ veya } 8 < -x+5 \leq 10$$

$$13 < x \leq 15 \text{ veya } 3 < -x \leq 5$$

$$13 < x \leq 15 \text{ veya } -3 > x \geq -5$$

x in alabileceği tamsayı değerleri : 14, 15, -4, -5 tir.
Bu değerlerin toplamı :

$$14 + 15 + (-4) + (-5) = 20 \text{ dir.}$$

Cevap E

Örnek 18

$$\frac{|x-1|+5}{|x+1|-4} < 0$$

eşitsizliğini sağlayan tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -7 B) -6 C) -5 D) 0 E) 5

Çözüm

Bütün x reel sayıları için, $|x-1| + 5$ daima pozitiftir.

Buna göre,

$$\frac{|x-1|+5}{|x+1|-4} < 0 \Rightarrow |x+1|-4 < 0$$

$$|x+1| < 4$$

$$-4 < x+1 < 4$$

$$-5 < x < 3 \text{ tür.}$$

Bu aralıktaki tamsayılar : -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2 dir.

Bu değerlerin toplamı :

$$(-4) + (-3) + (-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 = -7 \text{ dir.}$$

Cevap A

Örnek 19

$$||x-1|-3| < 3$$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tamsayı değeri vardır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Çözüm

$$||x-1|-3| < 3 \Rightarrow -3 < |x-1|-3 < 3$$

$$\Rightarrow 0 < |x-1| < 6$$

$$0 < x-1 < 6 \text{ veya } 0 < -x+1 < 6 \dots (\star)$$

$$0 < x-1 < 6 \Rightarrow 0+1 < x-1+1 < 6+1$$

$$\Rightarrow 1 < x < 7$$

$$0 < -x+1 < 6 \Rightarrow 0-1 < -x+1-1 < 6-1$$

$$\Rightarrow -1 < -x < 5$$

$$\Rightarrow (-1) \cdot (-1) > (-1) \cdot (-x) > (-1) \cdot 5$$

$$\Rightarrow 1 > x > -5$$

$$\Rightarrow -5 < x < 1$$

Buna göre,

x in alabileceği tamsayı değerleri :

-4, -3, -2, -1, 0, 2, 3, 4, 5, 6 olur.

x in alabileceği 10 değer vardır.

Cevap C

- 1.
- $x < 0$
- olduğuna göre,

$$x + |x| + |-x|$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)
- $-3x$
- B)
- $-2x$
- C)
- $-x$
- D)
- x
- E)
- $2x$

- 2.
- $0 < a < b$
- olduğuna göre,

$$|a - b| - |a| - |b|$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)
- $-2(a + b)$
- B)
- $-2a$
- C)
- $-2b$
-
- D)
- 0
- E)
- $2(a + b)$

- 3.

$$\left| \frac{x-4}{-2} \right| = 1$$

denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

- 4.

$$\left| \frac{x+1}{x-2} \right| = -2$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $\{-2, 1\}$
- B)
- $\{-2, -1\}$
- C)
- $\{-1, 0\}$
-
- D)
- $\{4\}$
- E)
- $\emptyset$

- 5.

$$|a + 2b| + |a - 6| = 0$$

olduğuna göre, b kaçtır?

- A)
- -6
- B)
- -4
- C)
- -3
- D)
- -2
- E)
- -1

- 6.
- $x < 2$
- olduğuna göre,

$$||x-2|+2|$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)
- x
- B)
- $-x$
- C)
- $x-4$
- D)
- $-x+4$
- E)
- $-x-4$

- 7.

$$1 \leq x < 4$$

olduğuna göre,

$$||x-1|-3|$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)
- $-x-2$
- B)
- $-x-4$
- C)
- $-x+2$
-
- D)
- $-x+4$
- E)
- $x-4$

- 8.

$$|-x| + |-2x| + |-3x| + |-4x| = 20$$

olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır?

- A)
- -9
- B)
- -6
- C)
- -4
- D)
- -1
- E)
- 0

- 9.

$$|x| + x + 2 = 0$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $\{-1\}$
- B)
- $\{-1, 1\}$
- C)
- $\{1\}$
- D)
- $\{-1, 2\}$
- E)
- $\emptyset$

- 10.

$$|x^2 - 6x + 9| = 16$$

olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır?

- A)
- -7
- B)
- -5
- C)
- 1
- D)
- 5
- E)
- 7

11. $|x^2 - 4| + |x + 2| = |x - 2| + 1$
olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

12. $\frac{|x^3 - 1|}{|x^2 + x + 1|} - 1 = 0$
denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

13. $|x - 3| - 5 \leq |x + 5| + x$
eşitsizliğini sağlayan en küçük x değeri ile en küçük pozitif tamsayı değerinin toplamı kaçtır?

A) $-\frac{7}{3}$ B) -2 C) $-\frac{5}{3}$ D) $-\frac{4}{3}$ E) -1

14. $|x - 2| \leq 2x$
eşitsizliğinin çözüm kümesi (aralığı) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[-2, \infty)$ B) $(-2, \infty)$ C) $[\frac{2}{3}, \infty)$
D) $(-2, \frac{2}{3}]$ E) $(-2, 0)$

15. $x > 0$
 $|x| \leq 4$
eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi (aralığı) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(0, \infty)$ B) $(4, \infty)$ C) $[4, \infty)$
D) $(0, 4)$ E) $(0, 4]$

16. $|x - 1| < 6$
 $|x| \geq 3$
eşitsizlik sisteminin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-5, -3)$ B) $(-5, 3]$ C) $(0, 7]$
D) $(-5, -3] \cup [3, 7)$ E) $(-5, -3] \cup [3, 5]$

17. $\left| \frac{x+3}{x-1} \right| < 1$
eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x < -1$ B) $-3 < x < 1$ C) $x > -3$
D) $1 < x < 4$ E) $-1 < x < 1$

18. $|x^2 - 9| > |x + 3|$
eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-3, 3)$ B) $[0, 3)$ C) $(-1, 4)$
D) $\mathbb{R} - [2, 4]$ E) $\mathbb{R}$

19. $3 < |x + 2| \leq 5$
olduğuna göre, x in alabileceği tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) -9 B) -8 C) -4 D) 0 E) 7

20. $|2 - x| - |2x - 4| \geq -2$
olduğuna göre, x in alabileceği tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 10 D) 15 E) 20

1. $x < 0 \Rightarrow |x| = -x$
 $\Rightarrow |-x| = |x| = -x \dots (\star)$
 Buna göre,
 $x + |x| + |-x| = x + (-x) + (-x)$
 $= -x$ olur.

Cevap C

2. $0 < a < b \Rightarrow a - b < 0$
 olur. Buna göre,
 $|a - b| = -(a - b)$
 $= -a + b$
 olur. Buradan,
 $|a - b| - |a| - |b| = -a + b - a - b$
 $= -2a$ olur.

Cevap B

3. $\left| \frac{x-4}{-2} \right| = 1$
 $\frac{|x-4|}{|-2|} = 1$
 $\frac{|x-4|}{2} = 1$
 $|x-4| = 2$
 $|x-4| = 2 \Rightarrow x-4 = 2$ veya $x-4 = -2$
 $\Rightarrow x = 6$ veya $x = 2$ dir.
 Buna göre, x in alabileceği değerlerin toplamı :
 $6 + 2 = 8$ dir.

Cevap D

4. Bütün reel (gerçek) sayıları için
 $|x| \geq 0$
 olur. Buna göre, $|x| < 0$
 eşitsizliğini sağlayacak reel sayı bulunamaz.
 Bunun için,
 $\left| \frac{x+1}{x-2} \right| = -2$
 denklemini sağlayacak reel sayı bulunamaz.
 Yani, denklemin çözüm kümesi:
 $\emptyset = \emptyset$ olur.

Cevap E

5. $|u| \geq 0$ ve $|v| \geq 0$ olduğu için,
 $|u| + |v| = 0 \Rightarrow u = 0$ ve $v = 0$ dir.
 Buna göre,
 $|a + 2b| + |a - 6| = 0 \Rightarrow a + 2b = 0$ ve $a - 6 = 0$
 dir.
 $a - 6 = 0 \Rightarrow a = 6 \dots (\star)$
 $a + 2b = 0 \Rightarrow b = -\frac{a}{2}$
 $\Rightarrow b = -\frac{6}{2}$
 $\Rightarrow b = -3$

Cevap C

6. $|x - 2| + 2 > 0$ olduğu için,
 $|x - 2| + 2 = |x - 2| + 2$ olur.
 $x < 2$ olduğu için,
 $|x - 2| = -(x - 2)$
 $= -x + 2$ olur.
 Buna göre,
 $|x - 2| + 2 = |x - 2| + 2$
 $= -x + 2 + 2$
 $= -x + 4$ olur.

Cevap D

7. $x \geq 1$ olduğuna göre,
 $|x - 1| = x - 1$ olur. Buradan,
 $||x - 1| - 3| = |x - 1 - 3|$
 $= |x - 4|$ olur.
 $x < 4$ olduğuna göre,
 $|x - 4| = -(x - 4)$
 $= -x + 4$ olur.
 Buna göre,
 $||x - 1| - 3| = |x - 1 - 3|$
 $= |x - 4|$
 $= -x + 4$ olur.

Cevap D

8. $|-x| + |-2x| + |-3x| + |-4x| = 20$
 $|-1| \cdot |x| + |-2| \cdot |x| + |-3| \cdot |x| + |-4| \cdot |x| = 20$
 $1 \cdot |x| + 2 \cdot |x| + 3 \cdot |x| + 4 \cdot |x| = 20$
 $(1 + 2 + 3 + 4) \cdot |x| = 20$
 $10 \cdot |x| = 20$
 $|x| = 2 \Rightarrow x = 2 \text{ veya } x = -2 \text{ dir}$
 Buna göre, x in alabileceği değerlerin çarpımı :
 $2 \cdot (-2) = -4 \text{ tür.}$

Cevap C

9. $x \geq 0$ için, $|x| = x$ tir.

Buna göre,

$$\begin{aligned} |x| + x + 2 &= 0 \\ x + x + 2 &= 0 \\ 2x &= -2 \\ x &= -1 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Bu değer $x \geq 0$ koşuluna uymaz. Bunun için kök olarak alınmaz. $\mathcal{C}_1 = \emptyset$

$x < 0$ için, $|x| = -x$

$$\begin{aligned} |x| + x + 2 &= 0 \\ -x + x + 2 &= 0 \\ 2 &= 0 \end{aligned}$$

Bu bir çelişmedir.

Buna göre denklemin sağlayan reel (gerçek) sayısı yoktur. $\mathcal{C}_2 = \emptyset$

Çözüm kümesi : $\mathcal{C} = \mathcal{C}_1 \cup \mathcal{C}_2$

$$\begin{aligned} &= \emptyset \cup \emptyset \\ &= \emptyset \text{ dir.} \end{aligned}$$

Cevap E

10. $|x^2 - 6x + 9| = 16$

$$\begin{aligned} |(x-3)^2| &= 16 \\ |x-3|^2 &= 4^2 \\ |x-3| &= 4 \Rightarrow x-3 = 4 \text{ veya } x-3 = -4 \\ &\Rightarrow x = 7 \text{ veya } x = -1 \end{aligned}$$

Buna göre, x in alabileceği değerlerin çarpımı :

$$7 \cdot (-1) = -7 \text{ olur.}$$

Cevap A

11. $|x^2 - 4| + |x + 2| = |x - 2| + 1$

$$\begin{aligned} |(x+2)(x-2)| + |x+2| &= |x-2| + 1 \\ |x+2| \cdot |x-2| + |x+2| &= |x-2| + 1 \\ |x+2| \cdot (|x-2| + 1) &= |x-2| + 1 \\ |x+2| &= 1 \dots (\star) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |x+2| = 1 &\Rightarrow x+2 = 1 \text{ veya } x+2 = -1 \\ &\Rightarrow x = -1 \text{ veya } x = -3 \end{aligned}$$

Buna göre, x in alabileceği değerlerin toplamı :

$$(-1) + (-3) = -4 \text{ olur.}$$

Cevap B

12. $\frac{|x^3 - 1|}{|x^2 + x + 1|} - 1 = 0$

$$\frac{|x^3 - 1|}{|x^2 + x + 1|} = 1$$

$$\left| \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{x^2 + x + 1} \right| = 1$$

$$|x-1| = 1 \dots (\star)$$

$$\begin{aligned} |x-1| = 1 &\Rightarrow x-1 = 1 \text{ veya } x-1 = -1 \\ &\Rightarrow x = 2 \text{ veya } x = 0 \end{aligned}$$

Buna göre, x in alabileceği değerlerin toplamı :

$$2 + 0 = 2 \text{ olur.}$$

Cevap B

13.

a. $x < -5 \Rightarrow x - 3 < 0$ ve $x + 5 < 0$ dir.

Buna göre,

$$|x - 3| - 5 \leq |x + 5| + x$$

$$-x + 3 - 5 \leq -x - 5 + x$$

$$x \geq 3$$

 $x < -5$ ve $x \geq 3 \Rightarrow \emptyset \dots (1)$ dir.b. $-5 \leq x < 3 \Rightarrow x - 3 < 0$ ve $x + 5 > 0$ dir.

Buna göre,

$$|x - 3| - 5 \leq |x + 5| + x$$

$$-x + 3 - 5 \leq x + 5 + x$$

$$-\frac{7}{3} \leq x \Rightarrow \emptyset_2 = \left[-\frac{7}{3}, 3\right) \dots (2) \text{ dir.}$$

c. $x \geq 3 \Rightarrow x - 3 > 0$ ve $x + 5 > 0$ dir.

Buna göre,

$$|x - 3| - 5 \leq |x + 5| + x$$

$$x - 3 - 5 \leq x + 5 + x$$

$$-13 \leq x$$

 $x \geq 3$ ve $-13 \leq x \Rightarrow \emptyset_3 = [3, \infty) \dots (3)$ tür.

(1), (2) ve (3) ten,

$$\emptyset = \emptyset_1 \cup \emptyset_2 \cup \emptyset_3$$

$$= \emptyset \cup \left[-\frac{7}{3}, 3\right) \cup [3, \infty)$$

$$= \left[-\frac{7}{3}, \infty\right) \text{ olur.}$$

Buna göre,

 x in en küçük değeri : $-\frac{7}{3}$ x in en küçük pozitif tamsayı değeri : 1 dir.

$$\left(-\frac{7}{3}\right) + 1 = -\frac{4}{3}$$

Cevap D

14. $x \geq 2$ için, $|x - 2| = x - 2$ dir. Buna göre,

$$|x - 2| \leq 2x$$

$$x - 2 \leq 2x$$

$$-2 \leq x \dots (1) \text{ olur.}$$

 $(x \geq 2 \text{ ve } -2 \leq x) \Rightarrow x \geq 2 \dots (\star)$ dir. $x < 2$ için, $|x - 2| = -x + 2$ dir. Buna göre,

$$|x - 2| \leq 2x$$

$$-x + 2 \leq 2x$$

$$\frac{2}{3} \leq x \dots (2) \text{ olur.}$$

 $(x < 2 \text{ ve } \frac{2}{3} \leq x) \Rightarrow \frac{2}{3} \leq x < 2 \dots (\star\star)$ dir. $(\star)$ ve $(\star\star)$ aralıkların birleşim kümesi eşitsizliğin çözüm aralığıdır.

$$\emptyset = [-2, \infty) \cup \left[\frac{2}{3}, 2\right)$$

$$\emptyset = \left[\frac{2}{3}, \infty\right)$$

Cevap C

15. $x > 0 \dots (1)$

$$|x| \leq 4 \Rightarrow -4 \leq x \leq 4 \dots (2)$$

(1) ve (2) koşulunun birlikte sağlandığı aralık (kesişim kümesi) eşitsizlik sisteminin çözüm aralığıdır.

$$\emptyset = (0, \infty) \cap [-4, 4]$$

$$= (0, 4]$$

Cevap E

16. $|x-1| < 6 \Rightarrow -6 < x-1 < 6$

$$\Rightarrow -5 < x < 7 \dots (1)$$



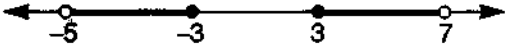
$$|x| \geq 3 \Rightarrow x \leq -3 \text{ veya } x \geq 3 \dots (2)$$



Buna göre, eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi:

$$Ç = (-5, 7) \cap [(-\infty, -3] \cup [3, \infty)]$$

$$= (-5, -3] \cup [3, 7) \text{ olur.}$$



Cevap D

17. $\left| \frac{x+3}{x-1} \right| < 1$
 $\frac{|x+3|}{|x-1|} < 1$

$$|x+3| < |x-1|$$

$$|x+3|^2 < |x-1|^2$$

$$(x+3)^2 < (x-1)^2$$

$$x^2 + 6x + 9 < x^2 - 2x + 1$$

$$8x < -8$$

$$x < -1$$

Cevap A

18. $|x^2 - 9| > |x + 3|$

$$|(x-3) \cdot (x+3)| > |x+3|$$

$$|(x-3) \cdot (x+3)| > |x+3|$$

$$|x-3| > 1 \Rightarrow x-3 < -1 \text{ veya } x-3 > 1$$

$$\Rightarrow x < 2 \text{ veya } x > 4$$

$$Ç = (-\infty, 2) \cup (4, \infty)$$

$$Ç = \mathbb{R} - [2, 4]$$

Cevap D

19. (I. Yol)

$$3 < |x+2| \leq 5 \Rightarrow 3 < |x+2| \text{ ve } |x+2| \leq 5$$

$$|x+2| > 3 \Rightarrow x+2 > 3 \text{ veya } x+2 < -3$$

$$\Rightarrow x > 1 \text{ veya } x < -5 \dots (\star)$$

$$|x+2| \leq 5 \Rightarrow -5 \leq x+2 \leq 5$$

$$\Rightarrow -7 \leq x \leq 3 \dots (\star\star)$$

($\star$) ve ($\star\star$) dan

$$\{(-\infty, -5) \cup (1, \infty)\} \cap [-7, 3] = [-7, -5) \cup (1, 3]$$

çözüm aralığı bulunur.

Bu aralıktaki tamsayı değerlerinin toplamı :

$$(-7) + (-6) + 2 + 3 = -8 \text{ dir.}$$

(II. Yol)

$$3 < |x+2| \leq 5 \Rightarrow 3 < x+2 \leq 5 \text{ veya}$$

$$-5 \leq x+2 < -3$$

$$\Rightarrow 1 < x \leq 3 \text{ veya } -7 \leq x < -5$$

Bu aralıklardaki tamsayılar:

-7, -6, 2, 3 tür. Bu değerlerin toplamı:

$$(-7) + (-6) + 2 + 3 = -8 \text{ dir.}$$

Cevap B

20. $|2-x| - |2x-4| \geq -2$

$$|-(x-2)| - |2(x-2)| \geq -2$$

$$|-1| \cdot |x-2| - |2| \cdot |x-2| \geq -2$$

$$|x-2| - 2|x-2| \geq -2$$

$$-|x-2| \geq -2$$

$$|x-2| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x-2 \leq 2$$

$$\Rightarrow 0 \leq x \leq 4$$

x in alabileceği tamsayı değerlerinin toplamı :

$$0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 10 \text{ dir.}$$

Cevap C

1.
$$\frac{5 \cdot |6 - 10| - 4 \cdot |1 + 3|}{-|-2|}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) -1 D) 2 E) 4

2. $x < -2$ olmak üzere,

$$|x + 2| - |-x| + 2$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-x - 2$ B) $-x + 2$ C) $2x + 4$
D) $x - 2$ E) 0

3. $-1 < x < 3$ olmak üzere,

$$||x - 3| + 2x - 2|$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x - 1$ B) $-x - 1$ C) $x + 1$
D) $2x$ E) $3x - 5$

4. x bir reel (gerçek) sayıdır.

$$|x - 3| - |5 + x|$$

ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

5. $4x + 3$ e sayı doğrusu üzerinde karşılık gelen noktanın başlangıç noktasına uzaklığı 9 birim veya 9 birimden büyüktür.

Buna göre, x in alabileceği; negatif en büyük tamsayı değeri ile pozitif en küçük tamsayı değerinin toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

6. $x \neq -y$ olmak üzere,

$$5 - \frac{|x| + |y|}{|x + y|}$$

ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

7.

$$|x - 1| + 2x = 0$$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{2}{3}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

8.

$$|x| - x = 1$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{-2, \frac{1}{2}\right\}$ B) $\left\{-1, \frac{1}{2}\right\}$ C) $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$
D) $\left\{-\frac{1}{2}, 0\right\}$ E) $\left\{-\frac{1}{2}, 1\right\}$

9.

$$|x^2 - 1| - |x - 1| = |x + 1| - 1$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-2, -1, 0\}$ B) $\{-1, 0, 2\}$ C) $\{0, 1, 2\}$
D) $\{-2, 0, 2\}$ E) $\{-2, 0, 1\}$

10.

$$|x - 1| - |x + 2| = 0$$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 2

11. $|2m - 3n| + |2n + 8| = 0$
olduğuna göre, m kaçtır?
A) -12 B) -8 C) -6 D) -4 E) -3

12. $|1 - x| + |2x - 2| = 9$
olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?
A) -3 B) -2 C) 2 D) 3 E) 4

13. $a < 0 < b$
olduğuna göre, $|a - b| - |a| + |b|$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $-2(a + b)$ B) $2(a - b)$ C) $2(b - a)$
D) $-2a$ E) $2b$

14. x negatif tamsayıdır.
 $|2x + 3| < 7$
olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?
A) -15 B) -12 C) -10 D) -9 E) -6

15. $\left| \frac{4}{5-x} \right| > 1$
eşitsizliğini sağlayan kaç tane x sayma sayısı vardır?
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

16. $2 \cdot |x + 3| < 1 - 4x$
eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\mathbb{R}$ B) $\mathbb{R}^+$ C) $(-3, -1)$
D) $(5, 8)$ E) $\left(-\infty, -\frac{5}{6}\right)$

17. $5 \leq |3x - 1| \leq 7$
eşitsizliğini sağlayan x in tamsayı değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A) -4 B) -6 C) -8 D) -9 E) -10

18. $2 < |x - 1| - 5 \leq 3$
eşitsizliğini sağlayan x in tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 0 D) 2 E) 3

19. x bir reel (gerçek) sayıdır.
 $|x + 5| - |3 - x|$
ifadesinin alabileceği kaç farklı tamsayı değeri vardır?

- A) 8 B) 9 C) 16 D) 17 E) 18

20. $|3x - 6| - |2 - x| - 2x > 0$
olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $x > 0$ B) $x > 1$ C) $x < 0$
D) $x < 1$ E) $x < 2$

- 1.
- $-1 \leq a < 3$
- olduğuna göre,

$$||a + 1| - 4|$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)
- $3 - a$
- B)
- $5 - a$
- C)
- $4 - a$
- D)
- $a - 3$
- E)
- $a - 5$

- 2.
- $x < -3$
- olduğuna göre,

$$||2x + 6| + 3 + 3x|$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)
- $-x - 3$
- B)
- $-x + 3$
- C)
- $x - 3$
- D)
- $2x$
- E)
- $x + 3$

- 3.
- m
- bir reel (gerçek) sayıdır.

$$||m - 2| + 2| = 3$$

olduğuna göre, m nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

- 4.
- x
- negatif bir reel (gerçek) sayıdır.

$$\left| \frac{x-3}{x} \right| < \frac{7}{x}$$

olduğuna göre, x in çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $(-\infty, -4)$
- B)
- $(-4, 10)$
- C)
- $(-4, -1)$
-
- D)
- $(10, \infty)$
- E)
- $\emptyset$

- 5.
- x
- bir reel (gerçek) sayıdır.

$$A = |x + 3| + 4|x - 5|$$

olduğuna göre, A nın en küçük değeri kaçtır?

- A) 5 B) 8 C) 20 D) 23 E) 32

- 6.
- $|x^2 - 4x + 4| = 9$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

- 7.
- $|2x + 5| = x - 9$

denkleminin gerçel sayılardaki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $\emptyset$
- B)
- $\left\{-\frac{2}{3}\right\}$
- C)
- $\left\{\frac{2}{3}\right\}$
-
- D)
- $\left\{-8, -\frac{12}{3}\right\}$
- E)
- $\left\{8, \frac{2}{3}\right\}$

- 8.
- $|2x + 5| - 3 = 0$

denkleminin çözüm kümesi kaç öğelidir (elemanlıdır)?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

- 9.
- $|x| + 2 = |x + 2|$

denkleminin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $(-\infty, -2)$
- B)
- $(-\infty, 0)$
- C)
- $[-2, 0)$
-
- D)
- $[-2, \infty)$
- E)
- $[0, \infty)$

- 10.
- $|3 - 2x| - |-5| = 0$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A) -2 B) -4 C) -8 D) -12 E) -16

11. $|2x - 3| = 7$

açık önermesinin doğruluk kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{2, 5\}$ B) $\{-2, 5\}$ C) $\{1, 5\}$
D) $\{-1, 5\}$ E) $\{1, -5\}$

12. $x < 0$ olmak üzere

$$|x - |-x + |-2x|| = 6$$

eşitliğini sağlayan x kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) $-\frac{3}{2}$

13. x , 1 den farklı tamsayıdır.

$$|1 - x^2| > |x - 1|$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) $x \leq -1$ veya $x > 0$
B) $x < -2$ veya $x \geq 3$
C) $x \leq -3$ veya $x \geq 1$
D) $x < -2$ veya $x > 0$
E) $x < -3$ veya $x > 0$

14. $|2x - 1| < 7$

önermesinin doğruluk kümesi (aralığı) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-2, 4)$ B) $(-3, 8)$ C) $(-3, 4)$
D) $(-3, 2)$ E) $(-2, 3)$

15. $\left| \frac{3x-2}{4} \right| \leq 1$

olduğuna göre, x in alabileceği tamsayı değerleri kaç tanedir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

16. $|4 - x| \leq x + 2$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[4, \infty)$ B) $(-\infty, 4)$ C) $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$
D) $[4, 5]$ E) $[1, \infty)$

17. $3 < |2 - x| \leq 4$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tamsayı değeri vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8

18. $-3 < |x + 2| < 4$

eşitsizliğini sağlayan farklı x tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -15 B) -14 C) -10 D) 0 E) 10

19. $6 - |2 - x| < |x - 2|$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $x < -2$ veya $x > 3$
B) $x < -1$ veya $x > 4$
C) $x < 0$ veya $x > 5$
D) $x < -2$ veya $x > 4$
E) $x < -1$ veya $x > 5$

20. x pozitif gerçel (reel) sayıdır.

$$|x + 1| > 2$$

$$|x - 3| \leq 4$$

eşitsizlik sistemini gerçekleyen x değerleri aşağıdaki aralıkların hangisinde?

- A) $1 \leq x < 8$ B) $0 < x \leq 8$ C) $0 < x < 7$
D) $1 \leq x < 7$ E) $1 < x \leq 7$

Burada üslü sayıları, üslü sayılarla yapılan işlemleri ve üslü denklemleri ele alacağız. Bu konu; köklü sayılar, çarpanlara ayırma, polinomlar gibi konuların temelini oluşturur.

Son yedi yılın Öğrenci Seçme Sınavı'nda üslü sayılarla ilgili toplam 9 soru soruldu.

ÜSLÜ İFADELER

⇒ ÜSLÜ İFADELER

- A. TANIM
- B. ÜSSÜN ÜSSÜ
- C. NEGATİF ÜS
- D. BİR REEL SAYININ ÜSSÜ (KUVVETİ)
- E. ÜSLÜ İFADELERDE DÖRT İŞLEM
 - 1. Toplama – Çıkarma
 - 2. Çarpma
 - 3. Bölme
- F. ÜSLÜ DENKLEMLER

⇒ ÇÖZÜMLÜ TEST

⇒ CEVAPLI TEST (1, 2, 3, 4, 5)

B

Ö

L

Ü

M

6

ÜSLÜ İFADELER

A. TANIM

a bir reel (gerçek) sayı ve n bir pozitif tamsayı olmak üzere n tane a'nın çarpımı olan a^n ye **üslü ifade** denir.

a^n deki a ya taban, n ye de üs denir.

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ tane}} = a^n$$

Örnek 1 _____

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$$

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

$$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

$$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$$

$$2^n = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2}_{n \text{ tane}}$$

KURAL :

- 1) a sıfırdan farklı bir reel sayı ise, $a^0 = 1$ dir.
- 2) 0^0 tanımsızdır.
- 3) $n \in \mathbb{R}$, $1^n = 1$ dir
- 4) $\underbrace{a + a + a + \dots + a}_{n \text{ tane}} = n \cdot a$

Örnek 2 _____

$2^5 \neq 5 \cdot 2$ dir. Çünkü,

$$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$$

$$5 \cdot 2 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$$

$32 \neq 10$ dur.

Örnek 3 _____

$$\frac{\overbrace{5+5+5+\dots+5}^{15 \text{ tane}}}{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{15 \cdot 5}{5^4} = \frac{15}{5^3} = \frac{3}{125}$$

ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{3}{15}$ C) $\frac{3}{25}$ D) 5^{10} E) 5^{11}

Çözüm

$$\frac{\overbrace{5+5+5+\dots+5}^{15 \text{ tane}}}{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{15 \cdot 5}{5^4} = \frac{15}{5^3} = \frac{3}{125}$$

Cevap C

B. ÜSSÜN ÜSSÜ

$$(a^m)^n = (a^n)^m = a^{m \cdot n} \text{ dir.}$$

Örnek 4 _____

$$1) (3^4)^5 = 3^{4 \cdot 5} = 3^{20}$$

$$2) ((5^3)^2)^{-4} = 5^{3 \cdot 2 \cdot (-4)} = 5^{-24} \text{ tür.}$$

UYARI :

a^{m^n} ifadesi bilinemez. Çünkü $(a^m)^n \neq a^{(m^n)}$ dir.

a^{m^n} ile $(a^m)^n$ nin mi yoksa $a^{(m^n)}$ nin mi kastedildiği bilinemez.

Örnek 5 _____

$$(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6 = 64$$

$$2^{(3^2)} = 2^9 = 512$$

$64 \neq 512$ olduğu için $(2^3)^2 \neq 2^{(3^2)}$ dir.

Örnek 6 _____

$3^n = a$ olduğuna göre, 81^n nin a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a^3 B) a^4 C) a^5 D) a^6 E) a^9

Çözüm

$$81^n = (3^4)^n = (3^n)^4 = a^4$$

Cevap B

C. NEGATİF ÜS

$$a) a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$b) \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \text{ dir.}$$

Örnek 7

$2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{3}{8}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{5}{8}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{7}{8}$

Çözüm

$$\begin{aligned} 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3} &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \\ &= \frac{7}{8} \end{aligned}$$

Cevap E

Örnek 8

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} + \frac{2^{-1}}{3^{-1}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{13}{6}$ C) $\frac{7}{3}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{8}{3}$

Çözüm

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} + \frac{2^{-1}}{3^{-1}} = \left(\frac{2}{3}\right)^1 + \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{2}{3} + \frac{3}{2} = \frac{13}{6}$$

Cevap B

D. BİR REEL SAYININ ÜSSÜ (KUVVETİ)

KURAL :

- a) Pozitif sayıların bütün kuvvetleri pozitiftir.
b) Negatif sayının üssü tek ise sonucu negatiftir; üssü çift ise sonucu pozitiftir.

UYARI :

$n \in \mathbb{Z}$, $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

- a) $(-a)^{2n} = a^{2n}$
b) $(-a^{2n}) = -a^{2n}$
c) $(-a)^{2n-1} = -a^{2n-1}$
d) $(-a^{2n-1}) = -a^{2n-1}$ dir.

Örnek 9

$$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32 \text{ dir.}$$

$$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8 \text{ dir.}$$

$$-2^4 = -2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = -16 \text{ dir.}$$

$$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16 \text{ dir.}$$

Örnek 10

$$(2,5)^0 + (1^{2001}) + (-1)^{2002} + (-1^{2004}) = 1 + 1 + 1 + (-1) = 2$$

E. ÜSLÜ İFADELERDE DÖRT İŞLEM

1. Toplama - Çıkarma

Tabanları ve üsleri aynı olan ifadeler toplanırken ya da çıkarılırken; katsayılar toplanır ya da çıkarılır. Bulunan sonuç üslü kısmın önüne katsayı olarak yazılır.

$$x \cdot a^n + y \cdot a^n - z \cdot a^n = (x + y - z) \cdot a^n$$

UYARI :

$a \neq b$ ise $a^n + b^n$ toplanılmaz.

Örnek 11

$$a) 3 \cdot 2^n + 5 \cdot 2^n - 7 \cdot 2^n = (3 + 5 - 7) \cdot 2^n = 2^n$$

$$b) \frac{2 \cdot 10^5 - 3 \cdot 10^5}{4 \cdot 10^5 - 3 \cdot 10^5} = \frac{(2-3) \cdot 10^5}{(4-3) \cdot 10^5} = \frac{-1}{1} = -1$$

2. Çarpma

a) Tabanları eşit olan ifadeler çarpılırken; üsleri toplanır, ortak tabanın üssü olarak yazılır.

b) Üsleri eşit olan ifadeler çarpılırken; tabanlar çarpılır, ortak üs çarpıma üs olarak yazılır.

Örnek 12

$$\begin{aligned} 2^3 \cdot 4^2 \cdot 8^4 &= 2^3 \cdot (2^2)^2 \cdot (2^3)^4 \\ &= 2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^{12} \\ &= 2^{3+4+12} \\ &= 2^{19} \end{aligned}$$

Örnek 13

$$\begin{aligned}
 2^{12} \cdot 5^{12} \cdot 10^{12} &= (2 \cdot 5 \cdot 10)^{12} \\
 &= (100)^{12} \\
 &= (10^2)^{12} \\
 &= 10^{24}
 \end{aligned}$$

Örnek 14

$$\begin{aligned}
 (0,03)^4 \cdot (100)^4 &= (0,03 \cdot 100)^4 \\
 &= 3^4 \\
 &= 81
 \end{aligned}$$

Örnek 15

$$\begin{aligned}
 (-5^4)^3 \cdot (-5^3)^{-2} \cdot (-5^{-1})^6 &= -5^{12} \cdot 5^{-6} \cdot 5^{-6} \\
 &= -5^{12-6-6} \\
 &= -5^0 \\
 &= -1
 \end{aligned}$$

Örnek 16

$3^n = x$
olduğuna göre, 3^{2n+2} nin x türünden eşitini bulalım.

Çözüm

$$\begin{aligned}
 3^{2n+2} &= 3^{2n} \cdot 3^2 \\
 &= (3^n)^2 \cdot 9 \\
 &= x^2 \cdot 9 \\
 &= 9x^2
 \end{aligned}$$

Örnek 17

$$\frac{5^{n+2} - 4 \cdot 5^{n+1} + 10 \cdot 5^n}{5^{n+2} - 4 \cdot 5^n}$$

işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$\begin{aligned}
 \frac{5^{n+2} - 4 \cdot 5^{n+1} + 10 \cdot 5^n}{5^{n+2} - 4 \cdot 5^n} &= \frac{5^n \cdot 5^2 - 4 \cdot 5^n \cdot 5 + 10 \cdot 5^n}{5^n \cdot 5^2 - 4 \cdot 5^n} \\
 &= \frac{(5^2 - 4 \cdot 5 + 10) \cdot 5^n}{(5^2 - 4) \cdot 5^n} \\
 &= \frac{15}{21} \\
 &= \frac{5}{7}
 \end{aligned}$$

3. Bölme

a) Tabanları eşit ifadeler bölünürken; payın üssünden paydanın üssü çıkarılır, ortak tabanın üssü olarak yazılır.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \quad (a \neq 0)$$

b) Üsleri eşit ifadeler bölünürken; payın tabanı paydanın tabanına bölünür, ortak üs bölüme üs olarak yazılır.

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b} \right)^m, \quad (b \neq 0)$$

Örnek 18

$$\begin{aligned}
 \frac{2^{n+10}}{2^n} \cdot \frac{3^{2m}}{3^{2m-10}} &= 2^{n+10-n} \cdot 3^{2m-2m+10} \\
 &= 2^{10} \cdot 3^{10} \\
 &= (2 \cdot 3)^{10} \\
 &= 6^{10}
 \end{aligned}$$

Örnek 19

$$\frac{16^n}{8^n} = \left(\frac{16}{8} \right)^n = 2^n$$

Örnek 20

$$\begin{aligned}
 \frac{3^8 + 3^8 + 3^8}{2^7 + 2^7 + 2^7 + 2^7} &= \frac{3 \cdot 3^8}{4 \cdot 2^7} \\
 &= \frac{3^{1+8}}{2^{2+7}} \\
 &= \frac{3^9}{2^9} \\
 &= \left(\frac{3}{2} \right)^9
 \end{aligned}$$

Örnek 21

$$\begin{aligned}
 \frac{(-3^4) \cdot (-3)^6}{(-3)^5 \cdot (-3^3)} &= \frac{-3^4 \cdot 3^6}{-3^5 \cdot (-3^3)} \\
 &= \frac{-3^{4+6}}{3^{5+3}} \\
 &= \frac{-3^{10}}{3^8} \\
 &= -3^{10-8} \\
 &= -3^2 \\
 &= -9
 \end{aligned}$$

E. ÜSLÜ DENKLEMLER

a) $a \neq 0$, $a \neq 1$, $a \neq -1$ olmak üzere,

$$a^x = a^y \text{ ise } x = y \text{ dir.}$$

$$b) x^n = y^n \text{ ise } \begin{cases} x = y, & n \text{ tek ise} \\ x = \pm y, & n \text{ çift ise} \end{cases}$$

$$c) a^n = 1 \text{ ise } \begin{cases} 1) (a = 1 \text{ ve } n \in \mathbb{R}) \text{ veya} \\ 2) (n = 0 \text{ ve } a \neq 0) \text{ veya} \\ 3) (a = -1 \text{ ve } n \text{ çift sayı}) \end{cases}$$

Örnek 22 _____

$$32^{n+1} = 8^{2n-1}$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

Çözüm

$$32^{n+1} = 8^{2n-1}$$

$$2^{5(n+1)} = 2^{3(2n-1)}$$

$$2^{5n+5} = 2^{6n-3} \Rightarrow 5n+5 = 6n-3 \Rightarrow n = 8$$

Cevap C

Örnek 23 _____

$$2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} = 56$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm

$$2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} = 56$$

$$2^x \cdot 2 + 2^x + \frac{2^x}{2} = 56$$

$$2^x \cdot (2 + 1 + \frac{1}{2}) = 56$$

$$2^x \cdot \frac{7}{2} = 56$$

$$2^x = \frac{2}{7} \cdot 56$$

$$2^x = 2 \cdot 8$$

$$2^x = 16$$

$$2^x = 2^4 \Rightarrow x = 4 \text{ tür.}$$

Cevap C

Örnek 24 _____

$$(2n-6)^8 = n^8$$

olduğuna göre, n nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

Çözüm

$$(2n-6)^8 = n^8 \text{ ise}$$

$$2n-6 = n \text{ veya } 2n-6 = -n \text{ dir. Buradan}$$

$$n = 6 \text{ veya } n = 2 \text{ olur.}$$

Buna göre, n nin alabileceği değerlerin toplamı :

$$6 + 2 = 8 \text{ dir.}$$

Cevap A

Örnek 25 _____

m ve n birer tamsayıdır.

$$23^{m+n-4} = 19^{m+6}$$

olduğuna göre, $m \cdot n$ kaçtır?

- A) -8 B) -10 C) -20 D) -30 E) -60

Çözüm

23 ile 19 un sıfırcı kuvvetlerinden başka hiçbir tamsayı kuvveti eşit olamaz.

Yani bu eşitlik $23^0 = 19^0$ durumunda sağlanır.

$$23^{m+n-4} = 19^{m+6} \text{ ise } m+n-4 = 0 \text{ ve } m+6 = 0 \text{ dir}$$

$m+n-4 = 0$ ve $m+6 = 0$ eşitliklerinin ortak çözümünü yapılırsa $m = -6$ ve $n = 10$ bulunur.

Buna göre,

$$m \cdot n = -6 \cdot 10$$

$$= -60 \text{ dir.}$$

Cevap E

Örnek 26 _____

$$2^{a-b} = 1$$

$$9^{a+2b} = \frac{1}{27}$$

olduğuna göre, $a + b$ kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 3

Çözüm

$$2^{a-b} = 1$$

$$2^{a-b} = 2^0 \Rightarrow a-b = 0 \dots (1)$$

$$9^{a+2b} = \frac{1}{27}$$

$$3^{2(a+2b)} = 3^{-3} \Rightarrow 2a+4b = -3 \dots (2)$$

(1) ve (2) denklemleri taraf tarafa toplanır;

$$a-b = 0$$

$$+ 2a+4b = -3$$

$$3a+3b = -3$$

$$a+b = -1 \text{ bulunur.}$$

Cevap C

Örnek 27 _____

$$2^{x-y} = 5$$

$$5^{x+y} = 4$$

olduğuna göre, $x^2 - y^2$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 16

Çözüm

$2^{x-y} = 5$ eşitliğindeki 5 in değeri

$5^{x+y} = 4$ eşitliğinde yerine yazılarak istenen sonuç bulunur.

$$(2^{x-y})^{x+y} = 4$$

$$2^{x^2-y^2} = 2^2 \Rightarrow x^2 - y^2 = 2 \text{ dir.}$$

Cevap B

Örnek 28 _____

$$(x-5)^{x^2-4} = 1$$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A) -96 B) -48 C) -36 D) 36 E) 48

Çözüm

$$(x-5)^{x^2-4} = 1 \text{ ise}$$

$$a) x^2 - 4 = 0 \text{ ve } x - 5 \neq 0$$

$$x = \pm 2 \text{ ve } x \neq 5 \dots (\star) \text{ veya}$$

$$b) x - 5 = 1 \text{ ise, } x = 6 \dots (\star\star) \text{ veya}$$

$$c) x - 5 = -1 \text{ ve } x^2 - 4 \text{ çift sayı}$$

$$x = 4 \Rightarrow 4^2 - 4 = 12 \text{ çifttir. } \dots (\star\star\star)$$

Buna göre, x in alabileceği değerlerin çarpımı :

$$(-2) \cdot (2) \cdot (6) \cdot (4) = -96 \text{ dir.}$$

Cevap A

Örnek 29 _____

$$(x-3)^{x^2-9} = 1$$

denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 6 E) 9

Çözüm

$$(x-3)^{x^2-9} = 1 \text{ ise}$$

$$a) x^2 - 9 = 0 \text{ ve } x - 3 \neq 0$$

$$(x = \pm 3 \text{ ve } x \neq 3) \text{ ise } x = -3 \dots (\star) \text{ veya}$$

$$b) x - 3 = 1 \text{ ise, } x = 4 \dots (\star\star) \text{ veya}$$

$$c) x - 3 = -1 \text{ ve } x^2 - 9 \text{ çift sayı}$$

$$x = 2 \text{ için } x^2 - 9 = 2^2 - 9 = -5 \text{ tek sayıdır. } \dots (\star\star\star)$$

Bunun için bu değer alınmaz.

Buna göre, x in alabileceği değerlerin toplamı :

$$(-3) + (4) = 1 \text{ dir.}$$

Cevap A

Örnek 30 _____

$$(6,25)^{3x-3} = (0,16)^{10-x^2}$$

olduğuna göre, $x^2 - 3x$ kaçtır?

- A) -8 B) -7 C) -6 D) 7 E) 8

Çözüm

$$6,25 = \frac{625}{100} = \frac{25}{4} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 \text{ ve}$$

$$0,16 = \frac{16}{100} = \frac{4}{25} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$\left[\left(\frac{5}{2}\right)^2\right]^{3x-3} = \left[\left(\frac{2}{5}\right)^2\right]^{10-x^2}$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^{6x-6} = \left(\frac{2}{5}\right)^{20-2x^2}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-6x+6} = \left(\frac{2}{5}\right)^{20-2x^2} \Rightarrow -6x + 6 = 20 - 2x^2$$

$$2x^2 - 6x + 6 = 20$$

$$2x^2 - 6x = 20 - 6$$

$$2x^2 - 6x = 14$$

$$x^2 - 3x = 7 \text{ dir.}$$

Cevap D

1.
$$\frac{2.5^{14} + 3.5^{14} + 5^1}{625^3}$$

işleminin sonucu kaçtır?
A) 500 B) 250 C) 125 D) 50 E) 25

2.
$$\left(\frac{2^8}{2^n}\right)^{m+5} \cdot \left(\frac{2^n}{2^8}\right)^{m+5}$$

işleminin sonucu kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 2^{m+5} D) 2^n E) 2^8

3.
$$(0,00016)^3 \cdot (0,00125)^4$$

işleminin sonucu kaçtır?
A) 10^{-37} B) 10^{37} C) 10^{-23}
D) 10^{-15} E) 10^{-12}

4.
$$\frac{(-a)^{10} \cdot (-a^8) \cdot (-a)^{-11}}{(-a)^{-4}}$$

işleminin sonucu kaçtır?
A) a^{-37} B) $-a^3$ C) $-a^{11}$
D) a^{11} E) a^{33}

5.
$$\frac{\left(-\frac{1}{4}\right)^{-4} \cdot (-2)^3}{\left(-\frac{1}{8}\right)^2}$$

işleminin sonucu kaçtır?
A) 2^5 B) 2^{12} C) 2^{17} D) -2^5 E) -2^{17}

6.
$$(3 \cdot 10^{2n})^m : (3 \cdot 10^m)^{2n}$$

işleminin sonucu kaçtır?
A) 1 B) 3 C) 3^{m+2} D) 3^{m-2n} E) 3^{m-n}

7.
$$[a^2 \cdot (-a^{-2})^5]^{-4}$$

işleminin sonucu kaçtır?
A) a^{32} B) a^{36} C) 1 D) $-a^{36}$ E) $-a^{32}$

8.
$$\frac{10^{n+1} - 10^{n-1}}{10^{n+1} + 10^n}$$

işleminin sonucu kaçtır?
A) $\frac{99}{101}$ B) $\frac{9}{10}$ C) $\frac{11}{9}$ D) $\frac{111}{90}$ E) $\frac{10}{11}$

9.
$$a = 4^{-2}$$

$$b = 2^{-4}$$

$$c = (-2)^{-3}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
A) $a = b = c$ B) $a = b < c$ C) $a = b > c$
D) $a > b > c$ E) $c > b > a$

10.
$$3^n = a$$

olduğuna göre, $27^n - 1$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\frac{a^3}{3}$ B) $\left(\frac{a}{3}\right)^3$ C) a D) $\frac{a}{3}$ E) $(3a)^3$

11. $27^a + 1$ sayısı 3^{3a+1} sayısının kaç katıdır?

- A) 1 B) 3 C) 9 D) 27 E) 81

12.

$$2^x = n$$

$$5^x = m$$

olduğuna göre, 500^x aşağıdakilerin hangisine eşittir?

- A) nm^3 B) n^2m^2 C) n^3m
D) n^3m^3 E) n^2m^3

13.

$$\frac{5}{3^{-a}-1} - \frac{5}{1-3^a}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -1 B) -5 C) 5 D) 1 E) 3

14.

$$3^{4n-1} \cdot \left(\frac{1}{81}\right)^{n+2} = a^3$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 3 B) 9 C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{1}{27}$

15.

$$\frac{2^a + 6^a + 10^a}{1 + 3^a + 5^a} = \frac{1}{128}$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -7 B) -4 C) 1 D) 4 E) 7

16. $11 \cdot 5^{70} - 5^{15} - 55 \cdot 5^{69} = (-0,2)^a$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 5 B) 15 C) 30 D) -15 E) -5

17. m ve n, 8'den küçük birer tamsayı ve

$$\left(\frac{1}{n}\right)^m = 8$$

olduğuna göre, m+n toplamı kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

18. a, b ve c pozitif tamsayılardır.

$$128^a \cdot 25^b = 10^c$$

olduğuna göre, a + b + c toplamı en az kaçtır?

- A) 14 B) 19 C) 23 D) 28 E) 32

19. m ve n tamsayıdır.

$$(0,000625)^{-2} \cdot (0,0000128)^2 = 2^m \cdot 5^n$$

olduğuna göre, m + n toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

20.

$$\underbrace{9^n \cdot 9^n \cdot 9^n \dots 9^n}_{2.n \text{ tane}} = 3^{100}$$

olduğuna göre, n doğal sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$$\begin{aligned}
 1. \quad \frac{2 \cdot 5^{14} + 3 \cdot 5^{14} + 5^{15}}{625^3} &= \frac{(2+3) \cdot 5^{14} + 5^{15}}{(5^4)^3} \\
 &= \frac{5 \cdot 5^{14} + 5^{15}}{5^{12}} \\
 &= \frac{5^{15} + 5^{15}}{5^{12}} \\
 &= 2 \cdot 5^{15-12} \\
 &= 2 \cdot 5^3 \\
 &= 2 \cdot 125 \\
 &= 250
 \end{aligned}$$

Cevap B

$$2. \quad \left(\frac{2^8}{2^n}\right)^{m+5} \cdot \left(\frac{2^n}{2^8}\right)^{m+5} = \left(\frac{2^8 \cdot 2^n}{2^n \cdot 2^8}\right)^{m+5} = 1^{m+5} = 1$$

Cevap A

$$\begin{aligned}
 3. \quad (0,00016)^3 \cdot (0,00125)^4 &= (16 \cdot 10^{-5})^3 \cdot (125 \cdot 10^{-5})^4 \\
 &= (2^4 \cdot 10^{-5})^3 \cdot (5^3 \cdot 10^{-5})^4 \\
 &= 2^{12} \cdot 10^{-15} \cdot 5^{12} \cdot 10^{-20} \\
 &= (2 \cdot 5)^{12} \cdot 10^{-15-20} \\
 &= 10^{12} \cdot 10^{-35} \\
 &= 10^{12-35} \\
 &= 10^{-23}
 \end{aligned}$$

Cevap C

$$\begin{aligned}
 4. \quad (-a)^{10} &= a^{10} \\
 (-a^8) &= -a^8 \\
 (-a)^{-11} &= -a^{-11} \\
 (-a)^{-4} &= a^{-4} \text{ için} \\
 \frac{(-a)^{10} \cdot (-a^8) \cdot (-a)^{-11}}{(-a)^{-4}} &= \frac{a^{10} \cdot (-a^8) \cdot (-a^{-11})}{a^{-4}} \\
 &= a^{10+8-11+4} \\
 &= a^{11} \text{ dir.}
 \end{aligned}$$

Cevap D

$$\begin{aligned}
 5. \quad \left(-\frac{1}{4}\right)^{-4} &= \left(\frac{1}{4}\right)^{-4} = \left(\frac{1}{2^2}\right)^{-4} = (2^{-2})^{-4} = 2^8 \\
 (-2)^3 &= -2^3 \\
 \left(-\frac{1}{8}\right)^2 &= \left(\frac{1}{8}\right)^2 = \left(\frac{1}{2^3}\right)^2 = (2^{-3})^2 = 2^{-6} \\
 \text{olduğu için,} \\
 \frac{\left(-\frac{1}{4}\right)^{-4} \cdot (-2)^3}{\left(-\frac{1}{8}\right)^2} &= \frac{2^8 \cdot 2^3}{2^{-6}} \\
 &= -2^{8+3+6} \\
 &= -2^{17} \text{ olur.}
 \end{aligned}$$

Cevap E

$$6. \quad \frac{(3 \cdot 10^{2n})^m}{(3 \cdot 10^m)^{2n}} = \frac{3^m \cdot 10^{2mn}}{3^{2n} \cdot 10^{2mn}} = 3^{m-2n}$$

Cevap D

$$\begin{aligned}
 7. \quad [a^2 \cdot (-a^{-2})^5]^{-4} &= [a^2 \cdot (-a^{-10})]^{-4} \\
 &= (-a^{2-10})^{-4} \\
 &= (-a^{-8})^{-4} \\
 &= a^{(-8) \cdot (-4)} \\
 &= a^{32}
 \end{aligned}$$

Cevap A

$$\begin{aligned}
 8. \quad \frac{10^{n+1} - 10^{n-1}}{10^{n+1} + 10^n} &= \frac{10^n \cdot 10 - \frac{10^n}{10}}{10^n \cdot 10 + 10^n} \\
 &= \frac{10^n \cdot (10 - \frac{1}{10})}{10^n \cdot (10 + 1)} \\
 &= \frac{100 - 1}{10 + 1} \\
 &= \frac{99}{11} \\
 &= \frac{9}{1} \\
 &= 9
 \end{aligned}$$

Cevap B

9. $a = 4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$
 $b = 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$
 $c = (-2)^{-3} = -2^{-3} = -\frac{1}{2^3} = -\frac{1}{8}$
 olduğu için, $a = b > c$ dir.

Cevap C

10. $3^n = a \dots (\star)$

$$\begin{aligned} 27^{n-1} &= \frac{27^n}{27} \\ &= \frac{(3^3)^n}{27} \\ &= \frac{(3^n)^3}{3^3} \\ &= \frac{a^3}{3^3} \\ &= \left(\frac{a}{3}\right)^3 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Cevap B

11. (I. Yol)

27^{a+1} sayısı 3^{3a+1} sayısına bölünürse istenen sonuç bulunur.

$$\frac{27^{a+1}}{3^{3a+1}} = \frac{27^a \cdot 27}{3^{3a} \cdot 3} = \frac{3^{3a} \cdot 9}{3^{3a}} = 9$$

(II. Yol)

$a = 0$ alınırsa

$$27^{a+1} = 27^{0+1} = 27$$

$$3^{3a+1} = 3^{3 \cdot 0 + 1} = 3 \text{ olur.}$$

27 sayısı 3 ün 9 katıdır.

Cevap C

12. $500^x = (2^2 \cdot 5^3)^x$
 $= (2^2)^x \cdot (5^3)^x$
 $= (2^x)^2 \cdot (5^x)^2$
 $= n^2 \cdot m^3$

500		2
250		2
125		5
25		5
5		5
1		
$500 = 2^2 \cdot 5^3$		

Cevap E

13. $\frac{5}{3^{-a}-1} - \frac{5}{1-3^a} = \frac{5}{\frac{1}{3^a}-1} - \frac{5}{1-3^a}$
 $= \frac{5}{\frac{1-3^a}{3^a}} - \frac{5}{1-3^a}$
 $= \frac{5 \cdot 3^a}{1-3^a} - \frac{5}{1-3^a}$
 $= \frac{5 \cdot 3^a - 5}{1-3^a}$
 $= \frac{-5 \cdot (1-3^a)}{1-3^a}$
 $= -5$

Cevap B

14. $\frac{1}{81} = \frac{1}{3^4} = 3^{-4}$ olduğu için,

$$\begin{aligned} 3^{4n-1} \cdot \left(\frac{1}{81}\right)^{n+2} &= a^3 \\ 3^{4n-1} \cdot (3^{-4})^{n+2} &= a^3 \\ 3^{4n-1} \cdot 3^{-4n-8} &= a^3 \\ 3^{4n-1-4n-8} &= a^3 \\ 3^{-9} &= a^3 \\ (3^{-3})^3 &= a^3 \\ 3^{-3} &= a \\ a &= \frac{1}{3^3} \\ a &= \frac{1}{27} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Cevap E

$$\begin{aligned}
 15. \quad & \frac{2^a + 6^a + 10^a}{1 + 3^a + 5^a} = \frac{1}{128} \\
 & \frac{2^a + (2 \cdot 3)^a + (2 \cdot 5)^a}{1 + 3^a + 5^a} = \frac{1}{2^7} \\
 & \frac{2^a + 2^a \cdot 3^a + 2^a \cdot 5^a}{1 + 3^a + 5^a} = \frac{1}{2^7} \\
 & \frac{2^a (1 + 3^a + 5^a)}{1 + 3^a + 5^a} = 2^{-7} \\
 & 2^a = 2^{-7} \\
 & a = -7
 \end{aligned}$$

Cevap A

$$\begin{aligned}
 16. \quad & 11.5^{70} - 5^{15} - 55.5^{69} = (-0,2)^a \\
 & 11.5^{1+69} - 5^{15} - 55.5^{69} = \left(-\frac{1}{5}\right)^a \\
 & 11.5.5^{69} - 5^{15} - 55.5^{69} = \left(-\frac{1}{5}\right)^a \\
 & 55.5^{69} - 5^{15} - 55.5^{69} = \left(-\frac{1}{5}\right)^a \\
 & -5^{15} = (-5^{-1})^a \\
 & -5^{15} = (-5)^{-a} \\
 & (-5^{-1})^{-15} = \left(-\frac{1}{5}\right)^a \\
 & \left(-\frac{1}{5}\right)^{-15} = \left(-\frac{1}{5}\right)^a \\
 & a = -15
 \end{aligned}$$

Cevap D

17. m, n birer tamsayı ve

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{1}{n}\right)^m &= 8 \\
 (n^{-1})^m &= 2^3
 \end{aligned}$$

$$n^{-m} = 2^3 \Rightarrow n = 2 \quad \text{ve} \quad m = -3$$

O halde $m + n = -3 + 2 = -1$ bulunur.

Cevap A

$$18. 128^a \cdot 25^b = 10^c$$

$$2^{7a} \cdot 5^{2b} = 10^c$$

a, b, c pozitif tamsayılar olduğuna göre,

$$2^{7a} \cdot 5^{2b} = 10^c \text{ eşitliğinin sağlaması için}$$

$$7a = 2b = c \text{ olmalıdır.}$$

a + b + c nin en az olması için bu koşula uygun en küçük sayıları bulmalıyız.

$$a = 2, b = 7 \text{ ve } c = 14 \text{ olmalıdır. Buna göre,}$$

$$a + b + c = 2 + 7 + 14 = 23 \text{ bulunur.}$$

Cevap C

$$19. (0,000625)^{-2} \cdot (0,00000128)^2 = 2^m \cdot 5^n$$

$$(625 \cdot 10^{-6})^{-2} \cdot (128 \cdot 10^{-8})^2 = 2^m \cdot 5^n$$

$$(5^4 \cdot 10^{-6})^{-2} \cdot (2^7 \cdot 10^{-8})^2 = 2^m \cdot 5^n$$

$$5^{-8} \cdot 10^{12} \cdot 2^{14} \cdot 10^{-16} = 2^m \cdot 5^n$$

$$5^{-8} \cdot 2^{12} \cdot 5^{12} \cdot 2^{14} \cdot 2^{-16} \cdot 5^{-16} = 2^m \cdot 5^n$$

$$2^{12+14-16} \cdot 5^{-8+12-16} = 2^m \cdot 5^n$$

$$2^{10} \cdot 5^{-12} = 2^m \cdot 5^n \dots (\star)$$

m ve n tamsayı olduğuna göre,

m = 10 ve n = -12 alınırsa eşitlik sağlanır. Buna göre,

$$m + n = 10 + (-12) = -2 \text{ dir.}$$

Cevap A

$$20. \underbrace{9^n \cdot 9^n \cdot 9^n \dots 9^n}_{2n \text{ tane}} = (9^n)^{2n}$$

$$= (3^{2n})^{2n}$$

$$= 3^{(4n^2)} \dots (\star)$$

olduğu için,

$$\underbrace{9^n \cdot 9^n \cdot 9^n \dots 9^n}_{2n \text{ tane}} = 3^{100}$$

$$3^{(4n^2)} = 3^{100}$$

$$4n^2 = 100$$

$$n^2 = 25 \dots (\star\star)$$

n doğal sayı olduğuna göre, n = 5 olur.

Cevap B

1. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $3^n + 3^n + 3^n = 3^{n+1}$
 B) $3^n \cdot 3^n \cdot 3^n = 3^{3n}$
 C) $10^{-3} > 0$
 D) $9^n : 3^{2n} = 1$
 E) $3^a \cdot 3^a = 9^{2a}$

2. $2^{5n-1} \cdot 10^{2-5n} \cdot 5^{5n+1}$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 25 B) 250 C) 125 D) 500 E) 150

3.

$$\left(\frac{x^2}{y^2}\right)^m \cdot \left(\frac{x^3}{y^3}\right)^{-m}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $(xy)^m$ B) $\left(\frac{x}{y}\right)^m$ C) $(xy)^{-m}$
 D) $\left(\frac{y}{x}\right)^m$ E) 1

4.

$$\frac{8 \cdot (-2)^6 + 16 \cdot (-2)^5 + 32 \cdot (-2)^4}{128}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) -8 B) -4 C) 4 D) 8 E) 16

5.

$$2^{48} = a$$

olduğuna göre, $4^4 \cdot 8^8 \cdot 16^{16}$ çarpımı aşağıdakilerin hangisine eşittir?

- A) a B) 2a C) a^2 D) 4a E) $2a^2$

6.

$$(-4)^{-6} \cdot \left(-\frac{1}{8}\right)^5 \cdot (-16)^6$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{1}{16}$ B) $-\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{8}$ E) 16

7.

$$(0,00016)^3 \cdot (1,25)^4 \cdot (0,0001)^{-3}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 10 B) $\frac{1}{10}$ C) 1 D) 100 E) $\frac{1}{100}$

8.

$$\left[243 \cdot \left(-\frac{1}{27}\right)^2\right]^{-4}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{81}$ B) $\frac{1}{9}$ C) 9 D) 81 E) 243

9.

$$27^{(27^{27})} = 3^x$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 3^{243} B) 3^{252} C) 3^{84} D) 3^{82} E) 3^{81}

10.

$$32^{-0,2} + 16^{-0,25} + 125^{-0,3}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{6}{5}$

11. $\frac{6^x - 14^x}{7^x - 3^x} = -32$
olduğuna göre, x kaçtır?
A) 9 B) 7 C) 5 D) 3 E) 1

12. $2^n = a$
 $5^n = b$
olduğuna göre, 20^n aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) a^3b B) ab^2 C) a^2b^3
D) a^2b E) a^2b^2

13. -4 sayısı 2^{-5} sayısının kaç katıdır?

- A) -128 B) $-\frac{1}{128}$ C) $\frac{1}{128}$
D) $\frac{1}{64}$ E) 128

14. $\frac{2}{1+3^{m-n-1}} + \frac{2}{1+3^{n-m+1}}$
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $2 \cdot 3^{2m-n-1}$ B) $2 \cdot 3^{m-n-1}$ C) 3^{2m-n-1}
D) 1 E) 2

15. a ve b reel (gerçek) sayılardır.

$$5^a = 4$$

$$8^b = 625$$

olduğuna göre, a.b kaçtır?

- A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{6}{5}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

16. $\frac{2^{2000} - 2^{1999}}{2^{2001}}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{16}$ D) $\frac{1}{32}$ E) $\frac{1}{64}$

17. $\frac{\overbrace{4+4+\dots+4}^{n \text{ tane}}}{\underbrace{8+8+\dots+8}_{(n-4) \text{ tane}}} = 1$
olduğuna göre, n kaçtır?
A) 10 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

18. m ve n doğal sayı olmak koşuluyla $16^m \cdot 125^n$ çarpımı 25 basamaklı en küçük doğal sayıya eşit olduğuna göre, m + n toplamı kaçtır?
A) 14 B) 12 C) 10 D) 9 E) 8

19. $5^n = 2$
 $40^x = 128$
olduğuna göre, n'nin x'e bağlı değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{x}{7-x}$ B) $\frac{x-7}{3x}$ C) $\frac{x}{7-3x}$
D) $\frac{3x-7}{x}$ E) $\frac{x}{3x-7}$

20. $4^{28} \cdot 125^{18}$ çarpımı kaç basamaklıdır?
A) 52 B) 53 C) 54 D) 55 E) 56

1.

$$\frac{(-a)^{-4} \cdot a^{-3} (-a^2)^3}{-a^{-2}}$$

İfadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) a B) -a C) a^2 D) $-a^2$ E) a^{-2}

2.

$$\frac{2 \cdot 3^{n-1} + 6 \cdot 3^n}{4 \cdot 3^{n+1} + 2 \cdot 3^{n+2}}$$

İfadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{5}{2}$ D) 1 E) 3

3.

$$2^{3x+2} + 8^x = 320$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4.

$$\frac{5 \cdot (3 - 2^2)}{3 + 2^{-3}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) -8 B) $-\frac{8}{5}$ C) $-\frac{5}{8}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{8}{5}$

5.

$$2^{2x+1} + 4^{x-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{3-2x} = \frac{38}{64}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 2 E) 3

6.

$$2^{x+1} = 18$$

olduğuna göre, 4^{x-1} kaçtır?

- A) $-\frac{9}{4}$ B) $-\frac{4}{9}$ C) $\frac{9}{4}$ D) $\frac{81}{4}$ E) $\frac{81}{2}$

7.

$$\frac{(0,03)^2}{(0,001)^2 \cdot (0,2)^{-2}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 16 B) 24 C) 36 D) 80 E) 81

8.

$$\frac{(0,016)^2 \cdot (0,075)^3}{0,027}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 10^8 B) 10^{-8} C) $2 \cdot 10^8$
D) $2^2 \cdot 10^{-6}$ E) $2 \cdot 10^{-8}$

9.

$$15^{10} \cdot 25^x = 3^{10}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) -5 E) -4

10.

$$5^{x+2} - 2 \cdot 5^x + 3 \cdot 5^x = \frac{26}{125}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 2 E) 3

11. $9^x = 25$

olduğuna göre, 3^{x+1} kaçtır?

- A) 15 B) $\frac{15}{3}$ C) $\frac{3}{15}$ D) 3 E) $\frac{25}{3}$

12.

$$\frac{3^{m+2} - 2 \cdot 3^{m-1}}{3^{m+2} - 2 \cdot 3^m}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{3}{25}$ D) $\frac{25}{3}$ E) $\frac{25}{21}$

13.

$$y = 2^{x-1}$$

olduğuna göre, $\frac{8^x}{4^{x+1}}$ ifadesinin y türünden değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2y$ B) y C) $\frac{y}{2}$ D) $\frac{y}{4}$ E) $\frac{4}{y}$

14.

$$2^{2x+4} = 64$$

$$3^{2y+2} = 9$$

olduğuna göre, $2^x \cdot 3^y$ kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 3 D) 6 E) 10

15.

$$\frac{3^x + 3^x + 3^x}{15^x + 15^x + 15^x} = \left(\frac{1}{125}\right)^{x-1}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{4}{5}$

16.

$$\frac{2^x + 2^x + 2^x + 2^x + 2^x}{10^{x-1} + 10^{x-1}} = \frac{1}{125^{x+2}}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -1 D) 2 E) 5

17.

$$50^{3x+6} = (25000)^{x+2}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) 1 E) 3

18.

$$(8^{2x+3})^2 = 16^{2x+1} \cdot 2^{3x+10}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

19. 9^{2a+2} sayısı 3^{2a+4} sayısının kaç katıdır?

- A) 3^a B) 3^{2a+1} C) 9 D) 9^a E) 3^{4a+2}

20.

$$\frac{100^{20} + 1000^{15} + 100000^{11}}{10^{35} + 10^{40} + 10^{50}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 10 B) 10^2 C) 10^3 D) 10^4 E) 10^5

1.
$$\frac{6^{10} + 6^{10} + 6^{10} + 6^{10} + 6^{10} + 6^{10}}{3^{10} + 3^{10} + 3^{10}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 2^{12} B) 2^{11} C) 2^{10} D) 2^9 E) 2^8

2.
$$\frac{5^{n+1} + 3 \cdot 5^{n-2}}{5^{n-2} + 3 \cdot 5^{n-1}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{8}{25}$ B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

3.
$$(-2)^{33} - 2^{33} + (-2)^{34}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) -2^{34} B) -2^{35} C) 0 D) 2^{33} E) 2^{34}

4.
$$\frac{(-a)^{-9} \cdot (-a)^8 \cdot (-a^3)^{-2}}{(-a^{-2})^5}$$

İfadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-a^3$ B) $-\frac{1}{a^3}$ C) $-\frac{1}{a}$ D) $\frac{1}{a^3}$ E) a^3

5.
$$\frac{3}{1+2^{x-y}} + \frac{3}{1+2^{y-x}}$$

İfadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 2^{x-y} B) 2^{x+y} C) 3 D) $1+2^x$ E) 6

6.
$$(64)^{\frac{2}{3}} + (16)^{\frac{3}{2}} - (128)^{\frac{5}{7}} + (-8)^{\frac{5}{3}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) 8 C) 16 D) 32 E) 80

7.
$$(125)^9 \cdot (32)^6 \cdot (450)^2$$

sayısı kaç basamaklıdır?

- A) 31 B) 32 C) 33 D) 34 E) 35

8.
$$\frac{(-2)^2}{-2^2} + \frac{2^{(3^2)}}{2^{(2^3)}} + \frac{(-2^3)^4}{(-2^4)^3}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 4

9.
$$n^n + n^n + n^n + n^n = 1024$$

olduğuna göre, $(-2)^n$ nin değeri kaçtır?

- A) -32 B) -8 C) 8 D) 16 E) 32

10.
$$2^{a-1} = m$$

olduğuna göre, 8^a nın eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $8m$ B) $6m$ C) m^3 D) $2m^3$ E) $8m^3$

11. $0,00000125 = \frac{1}{8} \cdot 10^x$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) 4 E) 5

12. $(x - 2)^{y+1}$ ifadesini tanımsız yapan x ve y değerleri için x . y kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 2 E) 3

13. $\left(-2 \cdot a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{-3}\right)^{-2} \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot a^{-1} \cdot b^2\right)^{-3}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-2a^2b$ B) $-2ab$ C) $-2a^2$
D) $2a^2$ E) a^2b

14. $2^{n+5} + 6 \cdot 2^{3n+4} - 8 \cdot 2^{n+2} + 20 \cdot 8^{n+1} = 32$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

15. x ve y tamsayıdır.

$$4^{3-\frac{x}{2}} = \frac{8}{27^{5-y}}$$

olduğuna göre, x.y çarpımı kaçtır?

- A) 5 B) 10 C) 12 D) 15 E) 20

16. $3^x = 4$

$$3^y = 32$$

olduğuna göre, $\frac{x+y}{y-x}$ kaçtır?

- A) -5 B) $-\frac{7}{3}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{7}{3}$ E) 5

17. $2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} = 28$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

18. $\frac{a^2}{1+b^{m-n}} + \frac{9}{1+b^{n-m}} = 9$

olduğuna göre, a'nın değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -4 B) -3 C) 1 D) 4 E) 9

19. $4^a = 9$

olduğuna göre, 8^a kaçtır?

- A) 18 B) 27 C) 36 D) 48 E) 56

20. $2^a = m$

$$3^a = n$$

olduğuna göre, 108^a aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) n^3m^3 B) m^3n^2 C) $9mn$
D) $3n^2m$ E) m^2n^3

1. $\left\{ - \left[- \left(\frac{1}{a} \right)^{-\frac{1}{4}} \right]^{-2} \right\}^{-6}$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $-a^3$ B) $-\frac{1}{a}$ C) $-\frac{1}{a^3}$ D) $\frac{1}{a^3}$ E) a^3

2. m ve n asal sayıdır.

$$\frac{m^x \cdot n^y + m^y \cdot n^x}{1 + \left(\frac{n}{m} \right)^{x-y}} = 324$$

olduğuna göre, x . y kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

3. $\frac{2^x + 8^x + 16^x}{2^3 + 2 \cdot 4^{x+1} + 8^{x+1}} = 4$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. x bir tamsayı olmak üzere,

$$\frac{(2^x + 2^x + 2^x + 2^x) \cdot 8^x}{(-2^2)^{2x-1}}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -16 B) -4 C) -1 D) 4 E) 6

5. $(2,5)^{\frac{x^2-5}{1-x}} = (0,16)^{\frac{x+2}{2}}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 7 B) 3 C) -1 D) -3 E) -7

6. $(2a + 3b)^8 = (5a - 4b)^8$

olduğuna göre, $\frac{a}{b}$ nin değerlerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) $-\frac{1}{3}$ C) 1 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{7}$

7. $125^{2a} = m^3$

$$25^{3b} = m^2$$

olduğuna göre, $\frac{a}{b}$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{9}{4}$

8. y < x olacak biçimde x ve y tamsayıdır.

$$(2^{x^2 - y^2})^3 = (-5^{-2})^{4-x} \text{ olduğuna göre, } y \text{ kaçtır?}$$

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

9. $3^{x-16} = 625$

$$5 = (243)^{y+1}$$

olduğuna göre, x in y türünden eşiti aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 5y + 20 B) 5y + 21 C) 20y + 10
D) 20y + 16 E) 20y + 36

10. $a^{1-x} = m$

$$b^{1+x} = m$$

olduğuna göre, $(a.b)^{1-x^2}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) m B) 2m C) m^2 D) m^{2x} E) m^{1-x^2}

11. $\frac{1}{2^{x-y}} + \frac{1}{2^{y-x}} = 2^{x-y} + 16 \cdot 2^{2y-x}$
eşitliğini sağlayan y'nin değeri kaçtır?
A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

12. $(x-3)^{6-2x} = 1$
denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?
A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

13. $a = 2^{-3}$
 $b = 3^{-2}$
 $c = 5^{-1}$
olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?
A) $a < b < c$ B) $c < a < b$ C) $b < c < a$
D) $b < a < c$ E) $a < c < b$

14. $\frac{\sqrt{9^{2x-y}}}{\sqrt{3^{4x+6}}} = 27^{1-y}$
olduğuna göre, y kaçtır?
A) -3 B) -2 C) -1 D) 2 E) 3

15. $5^x = \left(\frac{1}{27}\right)^{1-y}$
 $5^y = 243$
olduğuna göre, $3y^2 - 3y$ nin x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) x B) 2x C) 3x D) 4x E) 5x

16. $(-2)^{-2} \cdot (-4)^{-2} \cdot (-8)^{-3} \cdot \left(-\frac{1}{16}\right)^{-4}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) 4 B) 2 C) 1 D) -1 E) -2

17. $x = 2^n$
 $y = 2^{3-n}$
eşitlikleri veriliyor.
Buna göre, x azalarak 2 olduğunda y nasıl değişir?
A) Azalarak 1 olur.
B) Artarak 4 olur.
C) Azalarak 4 olur.
D) Artarak 1 olur.
E) Azalarak 2 olur.

18. $(4a^2b^{-3})^2 : (2ab^3)^3$
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\frac{2a}{b^{15}}$ B) $2ab^9$ C) $2a^2b^{-6}$
D) $\frac{8a}{b^{15}}$ E) $\frac{4a}{b^{15}}$

19. $4^x = 125$
 $8^y = 5$
olduğuna göre, $\frac{2x-y}{y}$ kaçtır?
A) -8 B) -6 C) 1 D) 6 E) 8

20. $\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot (-2^4)}{(-2)^2}$
işlemin sonucu kaçtır?
A) $-\frac{1}{8}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

1. $(3x^3y - 2)^{-3} : (9x^8y - 5)^{-1}$
İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{3}{y}$ B) $\frac{3}{x}$ C) $\frac{x}{y}$ D) $\frac{y}{3}$ E) $\frac{x}{3}$

2. $\frac{9^{-n} + 9^{-n} + 9^{-n}}{(0,3)^2} = \frac{1}{3}$
olduğuna göre, n kaçtır?
- A) 2 B) 1 C) -1 D) -2 E) -3

3. $2^{2x-1} + 2^{2x+2} + 2^{2x+3} = 100$
olduğuna göre, x kaçtır?
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) 3 E) 4

4. $a^{3b} = 8$
 $a^{2b} = 3x - 11$
olduğuna göre, a^{bx} kaçtır?
- A) 32 B) 24 C) 16 D) 8 E) 4

5. $y \neq 1$
 $x^3z = 1$
 $x^2 = y$
 $y^n = z$
olduğuna göre, n aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) $-\frac{3}{2}$ E) -2

6. $(-a)^{-4} \cdot (-a)^2 \cdot (-a)^3 \cdot (-a^2)$
çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) a^3 B) a^{11} C) $-a^3$ D) $-a^{11}$ E) a^{-3}

7. $\frac{(3,8)^2 - (1,2)^2}{0,52}$
İşleminin sonucu kaçtır?
- A) 2 B) 5 C) 10 D) 20 E) 25

8. $\frac{4^x + 4^x + 4^x + 4^x}{2^x + 2^x}$
İfadesinin yarısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 1 B) 2^x C) 2^{2x} D) 2^{3x+1} E) 2^{4x}

9. $\frac{1}{1+a^x} + \frac{1}{1+a^{-x}}$
İfadesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\frac{1}{a}$ B) a C) 1 D) a^{-x} E) a^x

10. $\left[2 - 3 \left(2 - \frac{1}{3} \right)^{-1} \right]^{-1}$
İşleminin sonucu kaçtır?
- A) 5 B) 3 C) 1 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{5}$

11. $-2^{-6} : \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}$
İşleminin sonucu kaçtır?
A) -2^9 B) -2^3 C) -2^{-3} D) 2^{-9} E) 1

12. $\left(\frac{a}{b}\right)^{2x-5} = \left(\frac{b}{a}\right)^{5x-9}$
olduğuna göre, x kaçtır?
A) 1 B) $\frac{4}{3}$ C) 2 D) 3 E) 4

13. $\frac{10}{2^n} + \frac{1}{2^{n-1}} + \frac{1}{2^{n-2}}$
İşleminin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $16 \cdot 2^n$ B) 2^{4-n} C) $\frac{2^n}{10}$ D) 2^n E) 2^{n-4}

14. $\frac{\left(3+\frac{1}{5}\right)^n \cdot \left(3-\frac{1}{5}\right)^m}{\left(5+\frac{1}{3}\right)^n \cdot \left(5-\frac{1}{3}\right)^m}$
İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{3^{m+n}}{5}$ B) $3 \cdot 5^{m+n}$ C) $\left(\frac{5}{3}\right)^{m-n}$
D) $\left(\frac{3}{5}\right)^{m+n}$ E) $\left(\frac{3}{5}\right)^n$

15. $2^{x-y} = a$
 $3^{x-y} = b$
 $5^{y-x} = c$
olduğuna göre, $(3,6)^{x-y}$ ifadesinin a, b ve c türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $a^2 \cdot b \cdot c$ B) $a \cdot b^2 \cdot c^2$ C) $\frac{a \cdot b^2}{c}$
D) $\frac{a^2 \cdot b^2}{c}$ E) $a \cdot b^2 \cdot c$

16. $\frac{5 \cdot 10^{-3} - 15 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^{-4}}$
İşleminin sonucu kaçtır?
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) 1 E) $\frac{5}{2}$

17. $(0,125)^{-\frac{2}{3}} + \frac{3}{2-2^{-1}}$
İşleminin sonucu kaçtır?
A) 2 B) $\frac{9}{4}$ C) 4 D) $\frac{26}{5}$ E) 6

18. $3^{x-1} + 3^{x+1} - 3^x = 0, \bar{7}$
olduğuna göre, x kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

19. $2^{x+2} \cdot 4^{x-4} = 64^{x-2}$
olduğuna göre, 3^x kaçtır?
A) 0 B) $\frac{1}{3}$ C) 1 D) 3 E) 9

20. $2 \cdot 3^{x+2} - 5 \cdot 3^{x+1} + 4 \cdot 3^x = 63$
olduğuna göre, x kaçtır?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

21. $x \neq 0$ olmak üzere,

$$\frac{x^{16} + x^{16} + x^{16} + x^{16}}{x^4 \cdot x^4 \cdot x^4 \cdot x^4}$$

İfadesinin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 16

22.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{1-x} = 3$$

olduğuna göre, $36 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{1+2x}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{144}$ C) $\frac{1}{154}$ D) 1 E) 12

23. a ve b birer pozitif tamsayıdır.

$$a^b = 729$$

olduğuna göre, a + b nin alabileceği en büyük değer en küçük değerden kaç fazla olabilir?

- A) 721 B) 718 C) 20 D) 17 E) 3

24. x, y ve n birer gerçel sayıdır.

$$I. (-2^x)^y = (-2^y)^x$$

$$II. (-3)^{2n+1} = -3^{2n+1}$$

$$III. 2^{x \cdot y} = (2^x)^y$$

Yargılarından hangileri her zaman doğrudur?

- A) I., II. ve III. B) I. ve II. C) I. ve III.
D) Yalnız I. E) Yalnız III.

25.

$$5^x = a$$

$$4^x = b$$

olduğuna göre, $(0,625)^{\frac{2x}{3}}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

- A) $\frac{a^2}{b}$ B) $\frac{a^2}{b^2}$ C) $\frac{a^2}{b^3}$ D) $a^{\frac{2}{3}} \cdot b$ E) a

26.

$$(0,6)^{1-2x} = (0,4)^{2x+1}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $-\frac{1}{6}$ B) 0 C) 1 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

27.

$$50 \cdot (0,04)^2 \cdot 4^{x-1} + 2^x = 300$$

olduğuna göre, $4^x + 50 \cdot 2^x$ kaçtır?

- A) 150 B) 1500 C) 10000
D) 15000 E) 18000

28.

$$\frac{(-2)^{-2000} + \left(\frac{1}{2}\right)^{2001}}{(-2)^{-2003}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -12 B) -2 C) 1 D) 2 E) 12

29.

$$(a + b + c) \cdot 4^{b-a} = 1$$

$$(a + b + c)^{2a-2b} = 16$$

olduğuna göre, a - b aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

30. $b \neq 1$ ve a bir gerçel sayıdır.

$$a^{3x} = b^{2y}$$

$$a^2 \cdot b^3 = 1$$

olduğuna göre, $\frac{y}{x}$ oranı kaçtır?

- A) $-\frac{5}{2}$ B) $-\frac{9}{4}$ C) -2 D) $-\frac{7}{4}$ E) $-\frac{3}{2}$

Burada köklü sayılar ve köklü sayılarla yapılan işlemleri ele alacağız. Bu konunun anlaşılması için, BÖLÜM-6'da işlediğimiz üslü sayılar konusunun iyi bilinmesi gerekir.

Son yedi yılın Öğrenci Seçme Sınavı'nda köklü ifadelerle ilgili toplam 7 soru soruldu.

KÖKLÜ İFADELER

⇒ KÖKLÜ İFADELER

- A. TANIM
- B. RASYONEL ÜS
- C. RASYONEL ÜSSÜN SADELEŞTİRİLMESİ YA DA GENİŞLETİLMESİ
- D. KÖK İÇİNDEKİ BİR İFADENİN KÖK DIŞINA ÇIKARILMASI
- E. KÖKLÜ SAYILARLA YAPILAN İŞLEMLER
 - 1. Toplama – Çıkarma
 - 2. Çarpma – Bölme
 - 3. Paydayı Rasyonel Yapma
- F. İÇ İÇE KÖKLER
- G. SONSUZ KÖKLER
- H. KÖKLÜ İFADELERDE SIRALAMA

⇒ ÇÖZÜMLÜ TEST

⇒ CEVAPLI TEST (1, 2, 3, 4, 5)

B

Ö

L

Ü

M

7

K Ö K L Ü İ F A D E L E R

A. TANIM

n , 1 den büyük pozitif tamsayı olmak üzere,

$x^n = a$ denklemini sağlayan x sayısına a nın n . dereceden kökü denir.

$x = \sqrt[n]{a}$ biçiminde gösterilir.

$\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$: Karekök a

$\sqrt[3]{a}$: Küpkök a

$\sqrt[4]{a}$: Dördüncü dereceden kök a , diye okunur.

UYARI :

Her köklü ifade reel (gerçek) sayı belirtmez.

1. n tek ise $\sqrt[n]{a}$ reel (gerçek) sayı belirtir.
2. $a \geq 0$ ise $\sqrt[n]{a}$ reel (gerçek) sayı belirtir.
3. n çift ve $a < 0$ ise $\sqrt[n]{a}$ reel (gerçek) sayı belirtmez.

Örnek 1

$\sqrt[3]{5}$, $\sqrt[5]{-2}$, $\sqrt[4]{7}$, $\sqrt{10}$ sayıları reeldir.

$\sqrt{-3}$, $\sqrt[8]{-1}$ sayıları reel değildir.

Örnek 2

$$\sqrt{x-2} + \sqrt[3]{4-x}$$

İfadesinin reel sayı belirtmesi için, x hangi aralıkta olmalıdır?

Çözüm

Toplamanın reel sayı belirtmesi için toplamı oluşturan terimler ayrı ayrı reel sayı belirtmelidir.

$\sqrt{x-2}$ nin reel sayı olması için, $x-2 \geq 0$
 $x \geq 2 \dots (1)$ olmalıdır.

Kökün derecesi tek sayı olduğu için, $\sqrt[3]{4-x}$ daima reel sayı belirtir. Yani, $x \in \mathbb{R} \dots (2)$ dir.

(1) ve (2) nin kesişim kümeleri x in tanım aralığını belirtir. Buna göre,

$x \geq 2$ olmalıdır.

Örnek 3

$$\frac{\sqrt{x-2} + \sqrt{2-x} + 3x}{x-1}$$

İfadesinin belirttiği reel (gerçek) sayı değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

Çözüm

Verilen ifadenin bir reel sayı belirtmesi için $\sqrt{x-2}$ ve $\sqrt{2-x}$ reel olmalıdır.

$\sqrt{x-2}$ reel ise $x-2 \geq 0$
 $x \geq 2 \dots (1)$ olur.

$\sqrt{2-x}$ reel ise $2-x \geq 0$
 $x \leq 2 \dots (2)$ olur.

(1) ve (2) eşitsizliklerini birlikte sağlayan birtek değer vardır. Bu da $x = 2$ dir.

Buna göre, sonuç:

$$\frac{\sqrt{x-2} + \sqrt{2-x} + 3 \cdot 2}{2-1} = \frac{0+0+6}{1} = 6 \text{ olur.}$$

Cevap E

Örnek 4

$x \in \mathbb{R}$ ve $b \neq 0$ olmak üzere a ve b aralarında asal iki tamsayıdır.

x in alabileceği bütün değerlere göre $x^{\frac{a}{b}}$ sayısının gerçek olabilmesi için yeter koşul nedir?

Çözüm

$$x^{\frac{a}{b}} = \sqrt[b]{x^a}$$

burada x e negatif ya da pozitif sayılar verildiğinde köklü ifadenin tanımlı olabilmesi için b nin tek sayı olması gerekir.

Veya x negatif seçildiğinde $x^{\frac{a}{b}}$ nin pozitif olmasını sağlamak için, a çift sayı olmalıdır.

Veya x negatif sayı seçilmemelidir.

B. RASYONEL ÜS

KURAL :

$$a \geq 0 \text{ ise, } \sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}} \text{ dir.}$$

UYARI :

1. m tek ise $\sqrt[m]{a^m} = a$ dir.
2. m çift ise $\sqrt[m]{a^m} = |a|$ dir.
3. $a \geq 0$ için $\sqrt[m]{a^m} = a$ dir.
4. $(\sqrt[m]{a})^m = a$ dir.

Örnek 5

1. $\sqrt[4]{2^3} = 2^{\frac{3}{4}}$
2. $\sqrt[4]{2^4} = |2| = 2$
3. $\sqrt[4]{(-2)^4} = |-2| = -(-2) = 2$
4. $\sqrt[3]{2^4} = 2^{\frac{4}{3}}$
5. $\sqrt[3]{2^3} = 2$
6. $\sqrt[3]{(-2)^3} = -2$
7. $(\sqrt[3]{-2})^3 = -2$
8. $(\sqrt[4]{-2})^4 = -2$

Örnek 6

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

olduğuna göre, $\sqrt{(-3)^2} + \sqrt{3}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) 3 C) 6 D) 9 E) 12

Çözüm

$$\sqrt{(-3)^2} + \sqrt{3^2} = |-3| + |3| = 3 + 3 = 6 \quad \text{Cevap C}$$

Örnek 7

$a < 0$, $b < 0$, $c > 0$ olmak üzere,

$$\sqrt{a^2} + \sqrt[3]{b^3} + \sqrt[4]{c^4}$$

İfadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $a + b + c$ B) $b - a + c$ C) $b - a - c$
D) $a - b - c$ E) $-a - b - c$

Çözüm

$$\begin{aligned} \sqrt{a^2} + \sqrt[3]{b^3} + \sqrt[4]{c^4} &= |a| + b + |c| \\ &= -a + b + c \\ &= b - a + c \end{aligned}$$

Cevap B

Örnek 8

$0 < a < b$ olmak üzere,

$$a + b - \sqrt{a^2 - 2ab + b^2}$$

İfadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 0 B) $2a$ C) $2b$ D) $-2a$ E) $-2b$

Çözüm

$$\begin{aligned} a + b - \sqrt{a^2 - 2ab + b^2} &= a + b - \sqrt{(a-b)^2} \\ &= a + b - |a-b| \end{aligned}$$

$0 < a < b$ olduğundan $a - b < 0$ dir.

Buna göre,

$$\begin{aligned} a + b - |a-b| &= a + b - [-(a-b)] \\ &= a + b + a - b \\ &= 2a \text{ olur.} \end{aligned}$$

Cevap B

Örnek 9

$x < 0$, $y > 0$ olmak koşuluyla,

$$\sqrt{x^2} + \sqrt{x^2 - 2xy + y^2} + \sqrt{y^2}$$

İfadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2(x-y)$ B) $2x$ C) $2(y-x)$ D) $2y$ E) 0

Çözüm

$$\begin{aligned} \sqrt{x^2 - 2xy + y^2} &= \sqrt{(x-y)^2} = |x-y| = -(x-y) \dots (\star) \\ \sqrt{x^2} + \sqrt{x^2 - 2xy + y^2} + \sqrt{y^2} &= |x| + [-(x-y)] + |y| \\ &= -x - x + y + y \\ &= -2x + 2y \\ &= 2(y-x) \text{ dir.} \end{aligned}$$

($x < 0$ ve $y > 0$ olduğu için, $x - y < 0$ olduğuna dikkat ediniz.) Cevap C

C. RASYONEL ÜSSÜN SADELEŞTİRİLMESİ YA DA GENİŞLETİLMESİ

KURAL :

k ve a birer pozitif tam sayı olmak üzere,

1. $\sqrt[n]{a^k} = \sqrt[kn]{a^{kn}}$
2. $\sqrt[n]{a^k} = \sqrt[k]{a^{\frac{n}{k}}}$ dir. $\left(\frac{n}{k} \in \mathbb{Z}^+\right)$

Örnek 10

- $\sqrt[6]{2^3} = \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$
- $\sqrt[24]{3^{15}} = \sqrt[8]{3^5} = 3^{\frac{5}{8}}$
- $\sqrt[5]{(-2)^{10}} = \sqrt[5]{2^{10}} = 2^2 = 4$
- $\sqrt{3} = \sqrt[6]{3^3}$
- $\sqrt[6]{(-2)^{18}} = \sqrt[3]{(-2)^9}$

D. KÖK İÇİNDEKİ BİR İFADENİN KÖK DIŞINA ÇIKARILMASI

a, bir pozitif reel (gerçek) sayı olmak üzere,

$$\sqrt[n]{a^n \cdot b} = a \cdot \sqrt[n]{b} \text{ dir.}$$

Örnek 11

- $\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{5^2 \cdot 3} = 5\sqrt{3}$
- $\sqrt[3]{108} = \sqrt[3]{27 \cdot 4} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 4} = 3\sqrt[3]{4}$
- $\sqrt[4]{1250} = \sqrt[4]{625 \cdot 2} = \sqrt[4]{5^4 \cdot 2} = 5\sqrt[4]{2}$

E. KÖKLÜ SAYILARLA YAPILAN İŞLEMLER

1. Toplama - Çıkarma

Kök dereceleri birbirine eşit ve kök içindeki sayılar da birbirine eşit olan ifadeler toplanır ya da çıkarılır.

Bunun için, katsayılar toplanır ya da çıkarılır. Bulunan sonuç köklü ifadenin katsayısı olarak yazılır.

$$k \cdot \sqrt[n]{a} + p \cdot \sqrt[n]{a} - r \cdot \sqrt[n]{a} = (k + p - r) \cdot \sqrt[n]{a}$$

Örnek 12

$$\begin{aligned} \sqrt{8} - \sqrt{18} + \sqrt{50} + \sqrt{72} &= \sqrt{4 \cdot 2} - \sqrt{9 \cdot 2} + \sqrt{25 \cdot 2} + \sqrt{36 \cdot 2} \\ &= 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} + 6\sqrt{2} \\ &= (2 - 3 + 5 + 6) \cdot \sqrt{2} \\ &= 10\sqrt{2} \end{aligned}$$

Örnek 13

$$\begin{aligned} \sqrt{0,09} + \sqrt{0,64} + \sqrt{2,25} &= \sqrt{\frac{9}{100}} + \sqrt{\frac{64}{100}} + \sqrt{\frac{225}{100}} \\ &= \frac{3}{10} + \frac{8}{10} + \frac{15}{10} \\ &= \frac{26}{10} \\ &= 2,6 \end{aligned}$$

Örnek 14

$$\sqrt[3]{128} + 4 \cdot \sqrt[3]{16} + 2 \cdot \sqrt[3]{54}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $4 \cdot \sqrt[3]{2}$ B) $5 \cdot \sqrt[3]{2}$ C) $12 \cdot \sqrt[3]{2}$
D) $16 \cdot \sqrt[3]{2}$ E) $18 \cdot \sqrt[3]{2}$

Çözüm

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{128} + 4 \cdot \sqrt[3]{16} + 2 \cdot \sqrt[3]{54} &= \sqrt[3]{2 \cdot 64} + 4 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot 8} + 2 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot 27} \\ &= \sqrt[3]{2 \cdot 4^3} + 4 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot 2^3} + 2 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot 3^3} \\ &= 4 \cdot \sqrt[3]{2} + 4 \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{2} + 6 \cdot \sqrt[3]{2} \\ &= (4 + 8 + 6) \cdot \sqrt[3]{2} \\ &= 18 \cdot \sqrt[3]{2} \end{aligned}$$

Cevap E

UYARI :

a, b ≠ 0 olmak üzere,

$$\begin{aligned} \sqrt{a^2 + b^2} &\neq a + b \\ \sqrt{a \pm b} &\neq \sqrt{a} \pm \sqrt{b} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek 15

$$\begin{aligned} \sqrt{3^2} &= 3 \\ \sqrt{4^2} &= 4 \\ \sqrt{3^2 + 4^2} &= \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5 \\ \text{olduğu için,} \\ \sqrt{3^2 + 4^2} &\neq 3 + 4 \end{aligned}$$

2. Çarpma - Bölme

Kök dereceleri birbirine eşit olan ifadeler çarpılır veya bölünür. Kök dereceleri eşit değil ise kök dereceleri eşitlenip, sonra işleme geçilir.

- $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$ dir.
- $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$, (b ≠ 0) dir.

UYARI :

- Yukarıdaki iki kuralın doğru olması için, ya n tek sayı olmalı veya a ve b negatif olmamalıdır.
- Çarpma ve bölme kök dereceleri farklı ise kök dereceleri derecelerin OKEK ine genişletilerek eşitlenir.

Örnek 16

- 1) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 6} = \sqrt{36} = 6$
 2) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{-5} \cdot \sqrt[3]{50} = \sqrt[3]{4 \cdot (-5) \cdot 50}$
 $= \sqrt[3]{-1000}$
 $= \sqrt[3]{(-10)^3}$
 $= -10$
 3) $\frac{\sqrt[5]{64}}{\sqrt[5]{2}} = \sqrt[5]{\frac{64}{2}} = \sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$
 4) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3} = \sqrt[6]{2^3} \cdot \sqrt[6]{3^2} = \sqrt[6]{2^3 \cdot 3^2} = \sqrt[6]{72}$

Örnek 17

$a \geq 0, b \geq 0$ ise,

$$\begin{aligned} \sqrt[4]{a^2 \cdot b} \cdot \sqrt[4]{a \cdot b^2} \cdot \sqrt[4]{a \cdot b} &= \sqrt[4]{a^2 \cdot b \cdot a \cdot b^2 \cdot a \cdot b} \\ &= \sqrt[4]{a^4 \cdot b^4} \\ &= |a \cdot b| \\ &= a \cdot b \text{ olur.} \end{aligned}$$

Örnek 18

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[4]{27}$$

İşleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

(I. Yol)

Kök dereceleri farklı olduğu için, derecelerin OKEK ine genişletilir.

$$\begin{aligned} \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3^2} \cdot \sqrt[4]{3^3} &= \sqrt[12]{3^{6 \cdot 1} \cdot 3^{4 \cdot 2} \cdot 3^{3 \cdot 3}} \\ &= \sqrt[12]{3^6 \cdot 3^8 \cdot 3^9} \\ &= \sqrt[12]{3^6 \cdot 3^8 \cdot 3^9} \\ &= \sqrt[12]{3^{23}} \\ &= \frac{23}{12} \end{aligned}$$

(II. Yol)

$$\begin{aligned} \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3^2} \cdot \sqrt[4]{3^3} &= 3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{\frac{3}{4}} \\ &= 3^{\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4}} \\ &= 3^{\frac{23}{12}} \end{aligned}$$

Örnek 19

$$\sqrt{\frac{x^2}{9} + \frac{x^2}{16}}$$

İfadesinin sonucunu hesaplayalım.

Çözüm

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{x^2}{9} + \frac{x^2}{16}} &= \sqrt{\frac{16x^2 + 9x^2}{9 \cdot 16}} \\ &= \sqrt{\frac{25x^2}{9 \cdot 16}} \\ &= \sqrt{\left(\frac{5 \cdot x}{3 \cdot 4}\right)^2} \\ &= \frac{5 \cdot |x|}{12} \end{aligned}$$

$x \geq 0$ ise, sonuç: $\frac{5x}{12}$

$x < 0$ ise, sonuç: $-\frac{5x}{12}$ olur.

Örnek 20

$$\begin{aligned} \sqrt[9]{a^6} \cdot \sqrt[3]{a} &= \sqrt[3]{\frac{6}{a^3}} \cdot \sqrt[3]{a} \\ &= \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[3]{a} \\ &= \sqrt[3]{a^2 \cdot a} \\ &= \sqrt[3]{a^3} \\ &= a \end{aligned}$$

3. Paydayı Rasyonel Yapma

Kesirli ifadelerde paydayı kökten kurtarma işlemine paydayı rasyonel yapma denir.

$a > 0$ olmak üzere,

$$\begin{aligned} \text{A) } \frac{b}{\sqrt[m]{a^n}} &= \frac{b \cdot \sqrt[m]{a^{m-n}}}{\sqrt[m]{a^n} \cdot \sqrt[m]{a^{m-n}}} \\ &= \frac{b \cdot \sqrt[m]{a^{m-n}}}{\sqrt[m]{a^m}} \\ &= \frac{b \cdot \sqrt[m]{a^{m-n}}}{a} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek 21 _____

$$1) a > 0 \text{ ise, } \frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{b \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a} \text{ dir.}$$

$$2) \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$3) \frac{2}{\sqrt[3]{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2^2}} = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{4}}{2} = \sqrt[3]{4}$$

$$4) \frac{2}{\sqrt[5]{2^3}} = \frac{2 \cdot \sqrt[5]{2^2}}{\sqrt[5]{2^3} \cdot \sqrt[5]{2^2}} = \frac{2 \cdot \sqrt[5]{4}}{\sqrt[5]{2^5}} = \frac{2 \cdot \sqrt[5]{4}}{2} = \sqrt[5]{4}$$

$$B) \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{1 \cdot (\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}$$

$$C) \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{1 \cdot (\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a}-\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$$

UYARI :

$$a^2 - b^2 = (a-b) \cdot (a+b)$$

$$(\sqrt{a}-\sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a}+\sqrt{b}) = a-b$$

Örnek 22 _____

$$\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{3 \cdot (\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{5}+\sqrt{2})}$$

$$= \frac{3 \cdot (\sqrt{5}+\sqrt{2})}{5-2}$$

$$= \sqrt{5}+\sqrt{2}$$

Örnek 23 _____

$$\frac{\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}+1} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$$

$$= \frac{\sqrt{3}(1+\sqrt{3})}{\sqrt{3}+1}$$

$$= \sqrt{3}$$

Örnek 24 _____

$$\frac{7}{3-\sqrt{2}} + \frac{7}{3+\sqrt{2}} = \frac{7 \cdot (3+\sqrt{2})}{3^2 - (\sqrt{2})^2} + \frac{7 \cdot (3-\sqrt{2})}{3^2 - (\sqrt{2})^2}$$

$$= \frac{7 \cdot (3+\sqrt{2})}{7} + \frac{7 \cdot (3-\sqrt{2})}{7}$$

$$= 3+\sqrt{2}+3-\sqrt{2}$$

$$= 6$$

$$D) \frac{1}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}} = \frac{1 \cdot (\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})}{(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}) \cdot (\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{a^3}+\sqrt[3]{b^3}}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}{a+b}$$

$$E) \frac{1}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}} = \frac{1 \cdot (\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})}{(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}) \cdot (\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{a^3}-\sqrt[3]{b^3}}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}{a-b}$$

UYARI :

$$a^3 + b^3 = (a+b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$$

$$(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}) \cdot (\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}) = a+b$$

$$a^3 - b^3 = (a-b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$$

$$(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}) \cdot (\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}) = a-b$$

Örnek 25 _____

$$\frac{5}{\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2}} = \frac{5 \cdot (\sqrt[3]{3^2}-\sqrt[3]{3 \cdot 2}+\sqrt[3]{2^2})}{(\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2}) \cdot (\sqrt[3]{3^2}-\sqrt[3]{3 \cdot 2}+\sqrt[3]{2^2})}$$

$$= \frac{5 \cdot (\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4})}{\sqrt[3]{3^3}+\sqrt[3]{2^3}}$$

$$= \frac{5 \cdot (\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4})}{3+2}$$

$$= \sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}$$

Örnek 26 _____

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt[3]{2}-1} &= \frac{1 \cdot (\sqrt[3]{2^2} + \sqrt[3]{2 \cdot 1} + 1^2)}{(\sqrt[3]{2}-1) \cdot (\sqrt[3]{2^2} + \sqrt[3]{2 \cdot 1} + 1^2)} \\ &= \frac{1 \cdot (\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1)}{\sqrt[3]{2^3} - 1} \\ &= \frac{1 \cdot (\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1)}{2-1} \\ &= \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1 \end{aligned}$$

E. İÇ İÇE KÖKLER

KURAL :

$$\begin{aligned} a) \quad \sqrt[m]{\sqrt[n]{\sqrt[p]{a}}} &= \sqrt[mnp]{a} \\ b) \quad \sqrt[m]{a \cdot \sqrt[n]{b \cdot \sqrt[p]{c}}} &= \sqrt[mnp]{a^{np} \cdot b^p \cdot c} \end{aligned}$$

Örnek 27 _____

$$\begin{aligned} 1) \quad \sqrt[4]{\sqrt[5]{16}} &= 4^{25} \sqrt[5]{16} = 40 \sqrt[4]{2^4} = 10 \sqrt[4]{2} \\ 2) \quad \sqrt[3]{3 \cdot \sqrt[4]{9 \cdot \sqrt{3}}} &= 3^{4 \cdot 2} \sqrt[3]{3^{4 \cdot 2} \cdot 9^2 \cdot 3} = 24 \sqrt[3]{3^{13}} = 3^{\frac{13}{4}} \end{aligned}$$

UYARI :

$$\sqrt[m]{a^x \cdot \sqrt[n]{a^y} \cdot \sqrt[p]{a^z}} = \sqrt[mnp]{a^{(x+ny)p+z}}$$

Örnek 28 _____

$$\begin{aligned} \sqrt[6]{5^2 \cdot \sqrt[4]{5^3 \cdot \sqrt[3]{5^{-1} \cdot \sqrt{5}}}} &= 5^{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2} \sqrt[6]{5^{((2 \cdot 4 + 3) \cdot 3 + 0) \cdot 2 - 1} \cdot 2 + 1} \\ &= 288 \sqrt[6]{5^{131}} \\ &= 5^{\frac{131}{6}} \\ &= 5^{\frac{131}{6}} \end{aligned}$$

UYARI :

$$\sqrt[m]{a^{m-1} \cdot \sqrt[n]{a^{n-1} \cdot \sqrt[p]{a^{p-1}}}} = \sqrt[mnp]{a^{mnp-1}}$$

Örnek 29 _____

$$\sqrt[5]{2^4 \cdot \sqrt[4]{2^3 \cdot \sqrt[3]{2^2 \cdot \sqrt{2}}}} = 5^{4 \cdot 3 \cdot 2} \sqrt[5]{2^{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 - 1}} = 120 \sqrt[5]{2^{119}}$$

Örnek 30 _____

$$\sqrt[10]{3^9 \cdot \sqrt[4]{3^3 \cdot \sqrt{3}}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

$$A) 3^{\frac{9}{10}} \quad B) 3^{\frac{73}{80}} \quad C) 3^{\frac{37}{40}} \quad D) 3^{\frac{15}{16}} \quad E) 3^{\frac{79}{80}}$$

Çözüm

(I. Yol)

$$10 \cdot 4 \cdot 2 \sqrt[10]{3^{10 \cdot 4 \cdot 2 - 1}} = 80 \sqrt[10]{3^{79}} = 3^{\frac{79}{80}}$$

(II. Yol)

$$\begin{aligned} \sqrt[10]{3^9 \cdot \sqrt[4]{3^3 \cdot \sqrt{3}}} &= \sqrt[10]{3^9 \cdot \sqrt[4]{3^3 \cdot 3^{\frac{1}{2}}}} \\ &= \sqrt[10]{3^9 \cdot \sqrt[4]{3^{\frac{7}{2}}}} \\ &= \sqrt[10]{3^9 \cdot (3^{\frac{7}{2}})^{\frac{1}{4}}} \\ &= \sqrt[10]{3^9 \cdot 3^{\frac{7}{8}}} \\ &= \sqrt[10]{3^{\frac{79}{8}}} \\ &= (3^{\frac{79}{8}})^{\frac{1}{10}} \\ &= 3^{\frac{79}{80}} \end{aligned}$$

Cevap E

UYARI :

$$\underbrace{\sqrt{a \cdot \sqrt{a \cdot \sqrt{a \dots \sqrt{a}}}}}_{n \text{ tane}} = a^{\frac{2^n - 1}{2^n}}$$

Örnek 31 _____

$$\begin{aligned} 1) \quad \sqrt{2 \cdot \sqrt{2 \cdot \sqrt{2}}} &= 2^{\frac{2^3 - 1}{2^3}} = 2^{\frac{7}{8}} \\ 2) \quad \sqrt{7 \cdot \sqrt{7 \cdot \sqrt{7 \cdot \sqrt{7 \cdot \sqrt{7}}}}} &= 7^{\frac{2^5 - 1}{2^5}} = 7^{\frac{31}{32}} \end{aligned}$$

KURAL :

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$$

Örnek 32 _____

$$\begin{aligned}\sqrt{2+\sqrt{3}} &= \sqrt{\frac{2+\sqrt{2^2-3}}{2}} + \sqrt{\frac{2-\sqrt{2^2-3}}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{2+1}{2}} + \sqrt{\frac{2-1}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{(\sqrt{3}+1)\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

KURAL : $x > y > 0$ olmak üzere; $x \cdot y = b$ $x + y = a$ ise,

$$\sqrt{a \pm 2\sqrt{b}} = \sqrt{x} \pm \sqrt{y} \text{ dir.}$$

Örnek 33 _____

- 1) $\sqrt{5+2\sqrt{6}} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$
- 2) $\sqrt{8-2\sqrt{7}} = \sqrt{7} - \sqrt{1} = \sqrt{7} - 1$
- 3) $\sqrt{7+\sqrt{48}} = \sqrt{7+\sqrt{4\cdot 12}}$
 $= \sqrt{7+2\sqrt{12}}$
 $= \sqrt{4} + \sqrt{3}$
 $= 2 + \sqrt{3}$
- 4) $\sqrt{11-6\sqrt{2}} = \sqrt{11-2\cdot 3\sqrt{2}}$
 $= \sqrt{11-2\sqrt{18}}$
 $= \sqrt{9} - \sqrt{2}$
 $= 3 - \sqrt{2}$

Örnek 34 _____

$$\sqrt{4+\sqrt{15}}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}$ B) $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ C) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{2}$
D) $\frac{\sqrt{10}+\sqrt{6}}{2}$ E) $\sqrt{10}+\sqrt{15}$

Çözüm

$2\sqrt{15}$ ifadesini oluşturmak için, ilk kökün içindeki ifadeyi 2 ile çarpıp 2 ile böleriz.

$$\begin{aligned}\sqrt{4+\sqrt{15}} &= \sqrt{\frac{8+2\sqrt{15}}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{8+2\sqrt{15}}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{10}+\sqrt{6}}{2}\end{aligned}$$

Cevap D

Örnek 35 _____

$$\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}$$

işleminin sonucunu kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{6}$

Çözüm

(I. Yol)

Yukarıdaki örnekte verilen yöntemle göre işlemi sonuçlandırılır.

$$\begin{aligned}\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}} &= \sqrt{\frac{4+2\sqrt{3}}{2}} + \sqrt{\frac{4-2\sqrt{3}}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}+\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} \\ &= \sqrt{6}\end{aligned}$$

(II. Yol)

$x = \sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}$ eşitliğinde her iki tarafın karesi alınırsa;

$$x^2 = (\sqrt{2+\sqrt{3}})^2 + (\sqrt{2-\sqrt{3}})^2 + 2\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$$

$$x^2 = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} + 2\sqrt{4-3}$$

$$x^2 = 4 + 2 \cdot 1$$

$$x^2 = 6 \Rightarrow x = \sqrt{6} \text{ veya } x = -\sqrt{6} \text{ dir.}$$

İki pozitif sayının toplamı $-\sqrt{6}$ olamayacağı

için, $x = \sqrt{6}$ dir.

Cevap E

Örnek 36

$x > 1$ olmak koşuluyla,

$$\sqrt{x+1} - 2\sqrt{x} = 5$$

eşitliğini sağlayan, x kaçtır?

- A) 4 B) 16 C) 25 D) 36 E) 49

Çözüm

$$\sqrt{x+1} - 2\sqrt{x} = 5$$

$$\sqrt{(x+1)} - 2\sqrt{x} = 5$$

$$\sqrt{x} - \sqrt{1} = 5$$

$$\sqrt{x} - 1 = 5$$

$$\sqrt{x} = 6$$

$$x = 36$$

Cevap D

G. SONSUZ KÖKLER**KURAL :**

$$1) \sqrt[n]{a \cdot \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{a} \dots} = \sqrt[n]{a}$$

$$2) \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{a} : \dots = \sqrt[n+1]{a}$$

$$3) \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{b} \cdot \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{b} \dots = \sqrt[nm]{a^m \cdot b^n}$$

$$4) \sqrt{a} + \sqrt{a} + \sqrt{a} + \dots = \frac{1 + \sqrt{4a+1}}{2}$$

$$5) \sqrt{a} - \sqrt{a} - \sqrt{a} - \dots = \frac{-1 + \sqrt{4a+1}}{2}$$

Örnek 37

$$\sqrt[n]{a \cdot \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{a} \dots} = \sqrt[n-1]{a} \text{ olduğunu gösterelim.}$$

Çözüm

$$\sqrt[n]{a \cdot \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{a} \dots} = x \text{ ifadesinde her iki yanın}$$

n . kuvvetini alalım:

$$a \cdot \underbrace{\sqrt[n]{a \cdot \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{a} \dots}}_x = x^n \text{ olur.}$$

$$a \cdot x = x^n$$

$$a = \frac{x^n}{x}$$

$$a = x^{n-1}$$

$$x = \sqrt[n-1]{a} \text{ dir.}$$

Örnek 38

$$1) \sqrt{3 \cdot \sqrt{3 \cdot \sqrt{3 \dots}}} = 3$$

$$2) \sqrt[4]{8 \cdot \sqrt[4]{8 \cdot \sqrt[4]{8 \dots}}} = 4^{-1} \sqrt[4]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$$

$$3) \sqrt[5]{9 \cdot \sqrt[5]{9 \cdot \sqrt[5]{9 \dots}}} = 5^{-1} \sqrt[5]{9} = \sqrt[4]{3^2} = \sqrt{3}$$

$$4) \sqrt[3]{625 \cdot \sqrt[3]{625 \cdot \sqrt[3]{625 \dots}}} = 3^{-1} \sqrt[3]{625} = \sqrt[4]{5^4} = 5$$

$$5) \sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{3 \cdot \sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{3 \dots}}} = 2^{3-1} \sqrt[3]{2^3 \cdot 3} = \sqrt[5]{24}$$

$$6) \sqrt[4]{5 \cdot \sqrt{2 \cdot \sqrt[4]{5 \cdot \sqrt{2 \dots}}} = 4^{-2-1} \sqrt[4]{5^2 \cdot 2} = \sqrt[7]{50}$$

Örnek 39

$$1) \sqrt{3 + \sqrt{3 + \sqrt{3 \dots}}} = \frac{1 + \sqrt{4 \cdot 3 + 1}}{2} = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$2) \sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 \dots}}} = \frac{1 + \sqrt{4 \cdot 12 + 1}}{2} = 4$$

$$3) \sqrt{30 - \sqrt{30 - \sqrt{30 \dots}}} = \frac{-1 + \sqrt{4 \cdot 30 + 1}}{2} = 5$$

UYARI :

a ardışık iki pozitif tam sayının çarpımı ise;

$$1) \sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \dots}}} = \text{ardışık sayıların büyüğü}$$

$$2) \sqrt{a - \sqrt{a - \sqrt{a - \dots}}} = \text{ardışık sayıların küçüğü}$$

Örnek 40

$$12 = 4 \cdot 3 \text{ olduğundan; } \sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \dots}}} = 4 \text{ tür.}$$

$$30 = 6 \cdot 5 \text{ olduğundan; } \sqrt{30 - \sqrt{30 - \sqrt{30 - \dots}}} = 5 \text{ tir.}$$

Örnek 41

$$\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \dots}}} = 10$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 70 B) 80 C) 90 D) 100 E) 112

Çözüm

Verilen ifadede her iki yanın karesi alınırsa,

$$x + \sqrt{x + \sqrt{x + \dots}} = 10^2$$

$$x + 10 = 100$$

$$x = 90 \text{ olur.}$$

Cevap C

H. KÖKLÜ İFADELERDE SIRALAMA

Kök dereceleri eşit olan pozitif ifadelerde, kök içindeki sayıların büyüklüğüne göre sıralama yapılır.

$$\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b} < \sqrt[n]{c} \text{ ise } a < b < c \text{ dir.}$$

Örnek 42

$$a = \sqrt{2}$$

$$b = \sqrt[3]{3}$$

$$c = \sqrt[4]{5}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $b < a < c$
D) $b < c < a$ E) $c < a < b$

Çözüm

OKEK (2,3,4) = 12 olduğuna göre, kök derecelerini 12 de eşitlemeliyiz.

$$a = \sqrt{2} = \sqrt[6 \cdot 2]{2^{6 \cdot 1}} = \sqrt[12]{2^6} = \sqrt[12]{64}$$

$$b = \sqrt[3]{3} = \sqrt[4 \cdot 3]{3^{4 \cdot 1}} = \sqrt[12]{3^4} = \sqrt[12]{81}$$

$$c = \sqrt[4]{5} = \sqrt[3 \cdot 4]{5^{3 \cdot 1}} = \sqrt[12]{5^3} = \sqrt[12]{125}$$

$$64 < 81 < 125 \text{ olduğu için } a < b < c \text{ dir.}$$

Cevap A

Örnek 43

$x^2 < x$ olmak üzere,

$$a = \sqrt{x^{-1}}$$

$$b = \sqrt[3]{x^2}$$

$$c = \sqrt{x^3}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a < b < c$ B) $c < b < a$ C) $c < a < b$
D) $a < c < b$ E) $b = c < a$

Çözüm**(I. Yol)**

$x^2 < x$ ise, $0 < x < 1$... (*) dir.

OKEK (2,3,2) = 6 olduğundan kök derecelerini 6 da eşitlemeliyiz.

$$a = \sqrt{x^{-1}} = \sqrt[3 \cdot 2]{x^{(-1) \cdot 3}} = \sqrt[6]{x^{-3}}$$

$$b = \sqrt[3]{x^2} = \sqrt[2 \cdot 3]{x^{2 \cdot 2}} = \sqrt[6]{x^4}$$

$$c = \sqrt{x^3} = \sqrt[3 \cdot 2]{x^{3 \cdot 3}} = \sqrt[6]{x^9}$$

$0 < x < 1$ iken $x^9 < x^4 < x^{-3}$ olduğu için,
 $c < b < a$ dir.

(II. Yol)

$x^2 < x$ ise, $0 < x < 1$ dir.

Bu koşula uygun $x = \frac{1}{2^5} = 2^{-6}$ yı seçelim.

Buna göre,

$$a = \sqrt{x^{-1}} = \sqrt{(2^{-6})^{-1}} = \sqrt{2^6} = 2^{\frac{6}{2}} = 2^3$$

$$b = \sqrt[3]{x^2} = \sqrt[3]{(2^{-6})^2} = \sqrt[3]{2^{-12}} = 2^{\frac{-12}{3}} = 2^{-4}$$

$$c = \sqrt{x^3} = \sqrt{(2^{-6})^3} = \sqrt{2^{-18}} = 2^{\frac{-18}{2}} = 2^{-9} \text{ olur.}$$

$2^{-9} < 2^{-4} < 2^3$ olduğu için, $c < b < a$ dir.

Cevap B

1. Aşağıdakilerden hangisi bütün reel sayılar için doğrudur?

A) $\sqrt[4]{a^4} = a$
 B) $\sqrt[5]{a^2} \cdot \sqrt[5]{a^3} = a$
 C) $\sqrt{3a} \cdot \sqrt{12a} = 6a$
 D) $(a^6)^{\frac{3}{2}} = a^9$
 E) $\frac{\sqrt{10a}}{\sqrt{2a}} = \sqrt{5}$

2. $\frac{7}{\sqrt{7}} + \frac{2}{\sqrt{7}-3}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) -6 B) -3 C) $-\sqrt{7}$ D) -2 E) -1

3. $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{15}+\sqrt{5}+\sqrt{3}+1} + \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{6}-\sqrt{3}-\sqrt{2}+1}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{2}$ D) 1 E) -1

4. $\sqrt[3]{\frac{14^6 - 7^6}{63}}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 7 D) 49 E) 63

5. $\sqrt[n]{\frac{5^{n+3}}{125}}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 B) 5 C) 25 D) 125 E) 625

6. $\sqrt[3]{0,125} + \sqrt[4]{0,0081} + \sqrt[5]{0,00032}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 B) 1,2 C) 1,5 D) 2,2 E) 2,5

7. $\sqrt{\frac{1}{8} \cdot \sqrt[3]{2}}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $2^{-\frac{1}{2}}$ B) $2^{-\frac{3}{2}}$ C) $2^{-\frac{4}{3}}$ D) $2^{-\frac{5}{6}}$ E) $2^{-\frac{7}{6}}$

8. $a < b < 0 < c$ olmak üzere,

$$\sqrt[4]{a^4} + \sqrt[5]{b^5} + \sqrt[6]{c^6}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-a + b + c$ B) $-a - b + c$ C) $a + b + c$
 D) $a - b + c$ E) $a + b - c$

9. $\sqrt[4]{5-x} + \sqrt[3]{x-2} + \sqrt{x}$

toplamı x in hangi değerleri için reel sayı belirtir?

A) $x \leq 5$ B) $x \geq 0$ C) $-2 < x \leq 5$
 D) $0 \leq x \leq 5$ E) $x \in \mathbb{R}$

10. $\sqrt{3} = a$ olduğuna göre,

$$\sqrt{75} + \sqrt{108} - \sqrt{147}$$

toplamının a türünden ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $4a$ B) $5a$ C) $6a$ D) $7a$ E) $8a$

11. $\sqrt{252}$ sayısının yaklaşık değerinin hesaplanabilmesi için aşağıdaki sayılardan hangisinin yaklaşık değeri bilinmelidir?

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{6}$ E) $\sqrt{7}$

12.
$$\frac{\sqrt{2^a + 2^a + 2^a}}{\sqrt[4]{8^a + 8^a + 8^a}} = \frac{\sqrt[4]{3}}{8}$$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 5 D) 10 E) 12

13. $\sqrt{3}$ sayısı $2 - \sqrt{3}$ sayısının kaç katıdır?

A) $\sqrt{3} + 3$ B) $\sqrt{3} - 1$ C) $2\sqrt{3} + 3$
D) $3 - \sqrt{3}$ E) $\sqrt{3} + 2$

14. $25^a = n$ olduğuna göre, 125^{a-1} aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\sqrt[3]{n}}{5}$ B) $\frac{n\sqrt{n}}{125}$ C) $\frac{\sqrt[6]{n}}{5}$
D) $\frac{\sqrt[3]{n^2}}{25}$ E) $\frac{\sqrt{n}}{125}$

15. $\sqrt{36x^2 - 144} + \sqrt{9x^2 - 36} = 9\sqrt{5}$

olduğuna göre, x in pozitif değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

16.
$$\sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \dots}}} = \sqrt{5 \cdot \sqrt{5 \cdot \sqrt{5 \cdot \dots}}}$$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) 4 B) 10 C) 12 D) 16 E) 20

17.
$$\sqrt[4]{3360 \cdot 3336 - 3363 \cdot 3333}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

18.

$$x = 2^{\frac{1}{3}}$$

$$y = 3^{\frac{1}{4}}$$

$$z = 4^{\frac{1}{6}}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $x < z < y$ B) $x = z < y$ C) $y < x = z$
D) $x < y = z$ E) $z < x = y$

19. $a > 5$ olmak üzere,

$$\sqrt{a + 5 - 2\sqrt{5a}} + \frac{5}{\sqrt{5}}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sqrt{a}$ B) $2\sqrt{a}$ C) $\sqrt{a} - 2\sqrt{5}$
D) $\sqrt{5}$ E) $2\sqrt{5}$

20. $x^4 = 17 - 12\sqrt{2}$ olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sqrt{2} + 1$ B) $\sqrt{3} + 1$ C) $\sqrt{5} + 1$
D) $\sqrt{2} - 1$ E) $\sqrt{3} - 1$

1. A seçeneği negatif reel sayılar için yanlıştır. Çünkü,

$$\sqrt[n]{a^n} = |a| \text{ dir.}$$

- B seçeneği bütün reel sayılar için doğrudur. Çünkü,

$$\sqrt[n]{a^2} \cdot \sqrt[n]{a^3} = \sqrt[n]{a^2 \cdot a^3} = \sqrt[n]{a^5} = a \text{ dir.}$$

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |x|, & n \text{ çift sayı ise} \\ x, & n \text{ tek sayı ise} \end{cases}$$

olduğunu göz önüne alınız.

- C seçeneği negatif reel sayılar için yanlıştır. Çünkü,

$$a, b \in \mathbb{R}^+ \text{ iken } \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b} \text{ dir.}$$

- D seçeneği negatif reel sayılar için yanlıştır. Çünkü,

$$(a^2)^{\frac{3}{2}} = [(a^6)^{\frac{1}{2}}]^3 = \sqrt{a^{18}} = \sqrt{(a^9)^2} = |a^9|$$

- E seçeneği negatif reel sayılar için ve $a=0$ için yanlıştır.

Çünkü,

$$a, b \in \mathbb{R}^+ \text{ iken } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \text{ dir.}$$

Cevap B

$$2. \frac{7}{\sqrt{7}} = \frac{7 \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \frac{7\sqrt{7}}{7} = \sqrt{7} \dots (\star)$$

$$\frac{2}{\sqrt{7}-3} = \frac{2 \cdot (\sqrt{7}+3)}{(\sqrt{7}-3) \cdot (\sqrt{7}+3)}$$

$$= \frac{2(\sqrt{7}+3)}{7-9}$$

$$= \frac{2 \cdot (\sqrt{7}+3)}{-2}$$

$$= -\sqrt{7}-3 \dots (\star\star)$$

$$\frac{7}{\sqrt{7}} + \frac{2}{\sqrt{7}-3} = \sqrt{7} - \sqrt{7} - 3 = -3 \text{ tür.}$$

Cevap B

$$\begin{aligned} 3. \sqrt{15} + \sqrt{5} + \sqrt{3} + 1 &= \sqrt{5} \cdot (\sqrt{3}+1) + \sqrt{3} + 1 \\ &= (\sqrt{5}+1) \cdot (\sqrt{3}+1) \dots (\star) \\ \sqrt{6} - \sqrt{3} - \sqrt{2} + 1 &= \sqrt{3} \cdot (\sqrt{2}-1) - 1 \cdot (\sqrt{2}-1) \\ &= (\sqrt{3}-1)(\sqrt{2}-1) \dots (\star\star) \end{aligned}$$

olduğu için,

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{5}+1}{(\sqrt{5}+1) \cdot (\sqrt{3}+1)} + \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{2}-1)} \\ &= \frac{1}{(\sqrt{3}+1)} + \frac{1}{(\sqrt{3}-1)} \\ &= \frac{\sqrt{3}-1}{3-1} + \frac{\sqrt{3}+1}{3-1} \\ &= \frac{\sqrt{3}-1+\sqrt{3}+1}{2} \\ &= \sqrt{3} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Cevap B

$$\begin{aligned} 4. \sqrt[3]{\frac{14^6 - 7^6}{63}} &= \sqrt[3]{\frac{7^6(2^6 - 1)}{63}} \\ &= \sqrt[3]{\frac{7^6 \cdot 63}{63}} \\ &= \sqrt[3]{7^6} \\ &= 7^2 \\ &= 49 \end{aligned}$$

Cevap D

$$\begin{aligned} 5. \sqrt[n]{\frac{5^{n+3}}{125}} &= \sqrt[n]{\frac{5^n \cdot 5^3}{125}} \\ &= \sqrt[n]{\frac{5^n \cdot 125}{125}} \\ &= \sqrt[n]{5^n} \\ &= 5 \end{aligned}$$

Cevap B

$$\begin{aligned} 6. \sqrt[3]{0,125} + \sqrt[4]{0,0081} + \sqrt[5]{0,00032} \\ &= \sqrt[3]{(0,5)^3} + \sqrt[4]{(0,3)^4} + \sqrt[5]{(0,2)^5} \\ &= 0,5 + 0,3 + 0,2 \\ &= 1 \end{aligned}$$

Cevap A

$$\begin{aligned}
 7. \quad \sqrt{\frac{1}{8} \cdot \sqrt[3]{2}} &= \sqrt{2^{-3} \cdot 2^{\frac{1}{3}}} \\
 &= \sqrt{2^{-3+\frac{1}{3}}} \\
 &= \sqrt{2^{-\frac{8}{3}}} \\
 &= \left(2^{-\frac{8}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \\
 &= 2^{-\frac{4}{3}}
 \end{aligned}$$

Cevap C

$$\begin{aligned}
 8. \quad \sqrt[n]{x^n} &= \begin{cases} |x|, & n \text{ çift sayı ise} \\ x, & n \text{ tek sayı ise} \end{cases} \\
 |x| &= \begin{cases} x, & x \geq 0 \text{ ise} \\ -x, & x < 0 \text{ ise} \end{cases} \\
 a < b < 0 < c &\text{ olduğu için,} \\
 \sqrt[4]{a^4} &= |a| = -a \\
 \sqrt[5]{b^5} &= b \\
 \sqrt[6]{c^6} &= |c| = c \text{ olur.}
 \end{aligned}$$

Buradan, $\sqrt[4]{a^4} + \sqrt[5]{b^5} + \sqrt[6]{c^6} = -a + b + c$ bulunur.

Cevap A

9. $\sqrt[n]{f(x)}$ in reel sayı belirtebilmesi için,

a) n çift sayı ise $f(x) \geq 0$

b) n tek sayı ise $f(x) \in \mathbb{R}$

olmalıdır. Buna göre,

$\sqrt[4]{5-x}$ in reel sayı belirtebilmesi için,

$$5 - x \geq 0$$

$$x \leq 5 \dots (1) \text{ olmalıdır.}$$

$\sqrt[3]{x-2}$ nin reel sayı belirtebilmesi için,

$$x - 2 \in \mathbb{R}, \quad x \in \mathbb{R} \dots (2) \text{ olmalıdır.}$$

$\sqrt{x}$ in reel sayı belirtebilmesi için,

$$x \geq 0 \dots (3) \text{ olmalıdır.}$$

Toplamı oluşturan terimler ayrı ayrı reel sayı ise toplam reel sayıdır. Bunun için, çözüm kümesi (1), (2) ve (3) aralıklarının kesişim kümesidir.

Buna göre,

$$0 \leq x \leq 5 \text{ olur.}$$

Cevap D

10. $\sqrt{3} = a$ ise,

$$\begin{aligned}
 \sqrt{25 \cdot 3} + \sqrt{36 \cdot 3} - \sqrt{49 \cdot 3} &= 5\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 7\sqrt{3} \\
 &= (5+6-7) \cdot \sqrt{3} \\
 &= 4\sqrt{3} \\
 &= 4a \text{ olur.}
 \end{aligned}$$

Cevap A

$$\begin{array}{r|l}
 252 & 2 \\
 126 & 2 \\
 63 & 3 \\
 21 & 3 \\
 7 & 7 \\
 1 &
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \sqrt{252} &= \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 7} \\
 &= 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{7} \\
 &= 6\sqrt{7} \text{ dir.}
 \end{aligned}$$

Demek ki $\sqrt{252}$ nin yaklaşık değerinin hesaplanabilmesi için $\sqrt{7}$ nin yaklaşık değeri bilinmelidir.

($\sqrt{7}$ irrasyonel sayı olduğu için kesin değerinin bilinemeyeceğini hatırlayınız)

Cevap E

$$\begin{aligned}
 12. \quad \frac{\sqrt{2^a + 2^a + 2^a}}{\sqrt[4]{8^a + 8^a + 8^a}} &= \frac{\sqrt{3 \cdot 2^a}}{\sqrt[4]{3 \cdot 8^a}} \\
 &= \frac{(3 \cdot 2^a)^{\frac{1}{2}}}{(3 \cdot 2^{3a})^{\frac{1}{4}}} \\
 &= \frac{3^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{a}{2}}}{3^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{3a}{4}}} \\
 &= 3^{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{a}{2} - \frac{3a}{4}} \\
 &= 3^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{-\frac{a}{4}} \dots (\star)
 \end{aligned}$$

$$\text{ve } \frac{\sqrt[4]{3}}{8} = \frac{3^{\frac{1}{4}}}{2^3} = 3^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{-3} \dots (\star\star) \text{ olduğu için,}$$

$$3^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{-\frac{a}{4}} = 3^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{-3}$$

$$2^{-\frac{a}{4}} = 2^{-3}$$

$$-\frac{a}{4} = -3$$

$$a = 12 \text{ olur.}$$

Cevap E

13. $\sqrt{3}$ sayısı $2 - \sqrt{3}$ sayısının k katı ise,
 $\sqrt{3} = k \cdot (2 - \sqrt{3})$ dir.
 $k = \frac{\sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$
 $= \frac{\sqrt{3} \cdot (2 + \sqrt{3})}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})}$
 $= \frac{2\sqrt{3} + 3}{4 - 3}$
 $= 2\sqrt{3} + 3$ bulunur.

Cevap C

14. $25^a = n \dots (\star)$
 $(5^2)^a = n$
 $(5^a)^2 = n \Rightarrow 5^a = \sqrt{n} \dots (\star\star)$
 $125^{a-1} = \frac{125^a}{125}$
 $= \frac{(25 \cdot 5)^a}{125}$
 $= \frac{25^a \cdot 5^a}{125}$
 $= \frac{n \sqrt{n}}{125}$

Cevap B

15. $\sqrt{36x^2 - 144} + \sqrt{9x^2 - 36} = 9 \cdot \sqrt{5}$
 $\sqrt{36(x^2 - 4)} + \sqrt{9(x^2 - 4)} = 9 \cdot \sqrt{5}$
 $6 \cdot \sqrt{x^2 - 4} + 3 \cdot \sqrt{x^2 - 4} = 9 \cdot \sqrt{5}$
 $\sqrt{x^2 - 4} = \sqrt{5}$
 $x^2 - 4 = 5$
 $x^2 = 9$ ise $x = \pm 3$ tür.
 Buna göre, x in pozitif değeri 3 tür.

Cevap C

16. $\sqrt[n]{x \cdot \sqrt[n]{x \cdot \sqrt[n]{x \cdot \dots}}} = \sqrt[n]{x}$ olduğu için,
 $\sqrt{5 \cdot \sqrt{5 \cdot \sqrt{5 \cdot \dots}}} = 5$ tir.
 $\sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \dots}}} = 5$ (Her iki tarafın karesini alalım.)
 $a + \sqrt{a + \sqrt{a + \dots}} = 5^2$
 $a + 5 = 25$
 $a = 20$ olur.

Cevap E

17. $m = 3360$ ve $n = 3333$ olsun.

$$\sqrt[4]{3360.3336 - 3363.3333} = \sqrt[4]{m(n+3) - (m+3)n}$$

$$\sqrt[4]{mn + 3m - mn - 3n}$$

$$\sqrt[4]{-3(n-m)}$$

$$= \sqrt[4]{3 \cdot 27}$$

$$= \sqrt[4]{3^4}$$

$$= 3 \text{ olur.}$$

Cevap A

18. $x = 2^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{4}{12}} = \sqrt[12]{2^4} = \sqrt[12]{16}$
 $y = 3^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{3}{12}} = \sqrt[12]{3^3} = \sqrt[12]{27}$
 $z = 4^{\frac{1}{6}} = 4^{\frac{2}{12}} = \sqrt[12]{4^2} = \sqrt[12]{16}$ olduğu için,
 $x = z < y$ dir.

Cevap B

19. $\sqrt{(x_1 + x_2) - 2 \cdot \sqrt{x_1 \cdot x_2}} = \sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}$, $x_1 > x_2$
 olduğu için
 $\sqrt{(a+5) - 2 \cdot \sqrt{a \cdot 5}} = \sqrt{a} - \sqrt{5} \dots (\star)$
 $\frac{5}{\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{5} = \sqrt{5} \dots (\star\star)$
 Buna göre,
 $\sqrt{a+5 - 2\sqrt{5a}} + \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{a} - \sqrt{5} + \sqrt{5} = \sqrt{a}$

Cevap A

20. $x^4 = 17 - 12\sqrt{2}$
 $x^4 = 17 - 2 \cdot \sqrt{36 \cdot 2}$
 $x^2 = \sqrt{17 - 2\sqrt{72}}$
 $x^2 = \sqrt{(9+8) - 2 \cdot \sqrt{9 \cdot 8}}$
 $x^2 = \sqrt{9 - \sqrt{8}}$
 $x^2 = 3 - 2\sqrt{2}$
 $x = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$
 $x = \sqrt{(2+1) - 2 \cdot \sqrt{2 \cdot 1}}$
 $x = \sqrt{2} - \sqrt{1}$
 $x = \sqrt{2} - 1$

Cevap D

1. Aşağıdakilerden hangisi bütün reel sayılar için doğrudur?

- A) $\sqrt{a^2} = a$
 B) $\sqrt[3]{-a} = a$
 C) $(4a^6)^{\frac{3}{2}} = 8a^9$
 D) $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[3]{a} = a$
 E) $\sqrt{3a} \cdot \sqrt{27a} = a$

2.

$$\frac{3}{3+\sqrt{3}} + \frac{3}{2\sqrt{3}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

3.

$$\frac{\sqrt{108} + \sqrt{72}}{\sqrt{27} + \sqrt{18}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 9

4.

$$\sqrt[n]{\frac{4^{2n+2}}{16}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 16 E) 64

5.

$$\sqrt[4]{\frac{15^{12} - 10^{12}}{3^{12} - 2^{12}}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 25 D) 125 E) 625

6.

$$8 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot \sqrt{\frac{1}{8}}} \cdot \sqrt[6]{2}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

7.

$$\sqrt{0,9} + \sqrt{0,4} - \sqrt{0,1}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{\sqrt{10}}{10}$ B) -1 C) $\frac{2}{5}$
 D) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ E) $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

8.

$$\sqrt[6]{(\sqrt{70}-9)^6} + \sqrt[3]{(\sqrt{70}-5)^3}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) -14 B) -1 C) 4 D) 14 E) $2\sqrt{70}$

9.

$$\frac{2 \cdot \sqrt[6]{16} + \sqrt[4]{4 \cdot \sqrt[3]{4}}}{\sqrt[3]{4}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) $\sqrt[3]{2}$ E) $\sqrt[3]{3}$

10. a pozitif bir reel (gerçek) sayı olmak üzere,

$\sqrt[3]{a \cdot \sqrt[5]{a}}$ sayısı $\sqrt{a \cdot \sqrt[5]{a^{-1}}}$ sayısının kaç katıdır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) a E) a^2

11. $\sqrt{0,4} + \sqrt{0,9} + \sqrt{2,5}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 10 C) $\sqrt{10}$ D) $2\sqrt{10}$ E) 10

12. $\sqrt{21 + \sqrt{14 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

13. $\sqrt{x+5} + \sqrt[3]{2-x}$

ifadesi bir reel sayı belirttiğine göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $x \geq 2$ B) $x \geq -5$ C) $-8 \leq x \leq 2$
D) $x > -50$ E) $x < 2$

14. $\sqrt[4]{x+y-10} + \sqrt[6]{x-y+2} = 0$

olduğuna göre, $x^2 - y^2$ kaçtır?

- A) -20 B) -16 C) 0 D) 16 E) 20

15. a, b ve c pozitif, d negatif reel sayı olmak koşuluyla,

$$a = \sqrt[5]{c \cdot \sqrt{\frac{b}{d^2}}}$$

olduğuna göre, $\sqrt{b}$ aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

- A) $-\frac{a^5 \cdot d}{c}$ B) $-\frac{a^5 \cdot c}{d}$ C) $\frac{a \cdot d}{c}$
D) $\frac{a^5 \cdot d}{c}$ E) $\frac{a^5 \cdot c}{d}$

16. $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 4$ olduğuna göre

$$\sqrt{\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 2}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 9 D) 16 E) 64

17. $x = 8 - \sqrt{60}$

olduğuna göre, $\sqrt{x} + \sqrt{3}$ kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{6}$ E) $\sqrt{7}$

18. $\sqrt{\frac{1}{9} - \frac{2}{5} + \frac{9}{25}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{15}}{15}$ B) $\frac{2\sqrt{15}}{15}$ C) $\frac{2}{15}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{4}{15}$

19. $x = \sqrt{2}$
 $y = \sqrt[4]{5}$
 $z = \sqrt[3]{3}$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $x < y < z$ B) $x < z < y$ C) $z < x < y$
D) $z < y < x$ E) $y < x < z$

20. $\sqrt{7775.7790 - 7770.7795}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 25 B) 16 C) 12 D) 10 E) 8

1. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $\sqrt[3]{(-2)^3} = 2$
 B) $\sqrt{-4} \cdot \sqrt{-9} = \sqrt{4 \cdot 9}$
 C) $\sqrt{25+16} = 9$
 D) $\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18} = 3\sqrt{8}$
 E) $\sqrt[6]{(-2)^{18}} = \sqrt[3]{(-2)^9}$

2. $4^x = 3$ olduğuna göre, 2^{3x} kaçtır?

- A) $\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$ D) 3 E) 27

3. $\sqrt{98} + 3\sqrt{32} - 2\sqrt{50} + 4\sqrt{8} - 2\sqrt{72}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $2\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{2}$ D) $5\sqrt{2}$ E) $6\sqrt{2}$

4. $\sqrt{1,44} - \sqrt{1,21} - \sqrt{0,16} - \sqrt{1,69}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -1,6 B) -1 C) -0,1 D) 1 E) 1,1

5.

$$\frac{\sqrt[3]{0,512}}{\sqrt{0,000036} + (0,02)^2}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 125 B) $\frac{1}{8} \cdot 10^4$ C) $8 \cdot 10^{-3}$
 D) $2 \cdot 10^3$ E) $16 \cdot 10^3$

6.

$$5 \cdot \sqrt{\frac{3}{5}} - 3 \cdot \sqrt{\frac{5}{3}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\sqrt{2}$ B) $-2\sqrt{3}$ C) 0 D) $\sqrt{15}$ E) 3

7.

$$\frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{8}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{9}{4}$ E) $\frac{9}{2}$

8. $\sqrt{6} \approx 2,45$ olduğuna göre,

$\sqrt{\frac{2}{3}}$ ün yaklaşık değeri kaçtır?

- A) 0,612 B) 0,796 C) 0,803
 D) 0,813 E) 0,816

9.

$$a = \sqrt{2}$$

$$b = \sqrt{5}$$

$$c = \sqrt{7}$$

olduğuna göre, $\sqrt{\frac{0,2}{0,07}}$ nin a, b ve c ye bağlı değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{ab}{c}$ B) abc C) $\frac{ab^2}{c}$
 D) $\frac{a^2b}{c}$ E) $\frac{a^2b^2}{c}$

10.

$$\frac{1}{2-\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+2}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) $-\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) 2 E) 4

11. $\sqrt{4 - \sqrt{15}} - \sqrt{4 + \sqrt{15}}$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) -6 B) $-\sqrt{6}$ C) $\sqrt{2} - \sqrt{5}$
D) $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ E) $\sqrt{6}$

12. $\sqrt{56 + \sqrt{56 + \sqrt{56 + \dots}}}$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 11

13. a ile b aralarında asal iki sayıdır.

$$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}}}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{a}{b}}$$

olduğuna göre, a + b kaçtır?

- A) 15 B) 23 C) 31 D) 47 E) 52

14. $\sqrt{(\sqrt{5} - \sqrt{3}) \cdot \sqrt{(\sqrt{5} + \sqrt{3}) \cdot \sqrt{8 + \sqrt{60}}}}$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{2}$ D) 2 E) 4

15. $x > y$ ve $\sqrt{x+1} + \sqrt{y^2 - 2} = 0$

olduğuna göre, x . y kaçtır?

- A) 2 B) $\sqrt{2}$ C) -1 D) $-\sqrt{2}$ E) -2

16. $\sqrt[4]{(-2)^4} - \sqrt[3]{-27} - \sqrt[5]{(-1)^5} + \sqrt[6]{(-3)^6}$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) -9 B) -7 C) -1 D) 3 E) 9

17. $\sqrt{24} - \sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{\frac{3}{2}} = a\sqrt{6}$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{7}{6}$ D) 1 E) $\frac{17}{6}$

18. $\frac{1}{2 + \sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} - \frac{1}{2 + \sqrt{5}}$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) $2(\sqrt{5} - \sqrt{3})$ C) $2\sqrt{5}$
D) 4 E) 2

19. $\frac{\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}}{\frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{a - b}}$

İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -2a B) -2 C) 1 D) a E) 2

20. $\frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{6} + 1} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + 2 - \sqrt{2} - \sqrt{6}}$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $-2\sqrt{2}$ B) -2 C) 0 D) 2 E) $2\sqrt{2}$

1.
$$\frac{\sqrt{72} - \sqrt{108}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 6 B) 3 C) 1 D) -3 E) -6

2.
$$\frac{5(\sqrt{27} - \sqrt{45})}{\sqrt{125} - \sqrt{75}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 5 B) 3 C) 1 D) -3 E) -5

3.
$$\frac{\sqrt{0,04} : \sqrt{0,16} - \sqrt{0,01} : \sqrt[3]{0,008}}{\sqrt{6,25} + \sqrt{2,25}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

4.
$$\left(\frac{\sqrt{0,04}}{\sqrt{0,0016}} + \frac{\sqrt{0,01}}{\sqrt[3]{0,008}} \right) (\sqrt{6,25} + \sqrt{2,25})$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 11 B) 22 C) 33 D) 42 E) 50

5.
$$\left(\frac{1}{2-\sqrt{3}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}} \right) : \left(\frac{1}{2+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6.
$$\left[\sqrt{243} - \sqrt{75} + \sqrt{\frac{48}{9}} \right] \cdot \frac{3}{2\sqrt{3}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) 8 D) $8\sqrt{3}$ E) 32

7.
$$\left(\frac{1}{2-\sqrt{3}} - \frac{1}{2+\sqrt{3}} \right) : \frac{\sqrt{3}}{2}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8.
$$\sqrt{41 + \sqrt{60 + \sqrt{19 + \sqrt[3]{-27}}}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) 8 D) 10 E) 11

9.
$$\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{1}{6}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $2\sqrt{6}$ B) $\sqrt{6}$ C) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D) 1 E) $\frac{1}{\sqrt{6}}$

10.
$$m = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$n = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

olduğuna göre, $\left(\frac{m+n}{m-n} \right)^2$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{2}{3}$ C) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

11. $\sqrt{(5-\sqrt{5})}\sqrt{30+10\sqrt{5}}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) $2\sqrt{5}$ B) $\sqrt{5}$ C) 5 D) 10 E) $\sqrt{3}$

12. $2x\sqrt{\left(\frac{27}{125}\right)^{x+1}} = \left(\frac{5}{3}\right)^{-3x}$
olduğuna göre, x kaçtır?
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

13. $3^x = a$
 $a.\sqrt{a}.\sqrt[3]{a} = 243$
olduğuna göre, x kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. $\frac{1}{a} = \sqrt{2}$
 $\frac{1}{b} = \sqrt[3]{3}$
 $\frac{1}{c} = \sqrt[4]{5}$
olduğuna göre, a, b, c nin küçükten büyüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $a < b < c$ B) $c < b < a$ C) $a < c < b$
D) $b < a < c$ E) $b < c < a$

15. $\sqrt{\frac{a^2}{3} + \sqrt{\frac{a^2}{3} + \sqrt{\frac{a^2}{3} + \dots}}} = 4$
eşitliğini sağlayan a sayısının pozitif değeri kaçtır?
A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

16. $\sqrt{16x^2 - 32} + \sqrt{36x^2 - 72} = 10\sqrt{2}$
olduğuna göre, x in pozitif değeri kaçtır?
A) 2 B) $\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{2}$ D) 4 E) 1

17. $\sqrt[3]{7.\sqrt{7}.\sqrt[3]{7}.\sqrt{7}...}$
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $7^{\frac{2}{3}}$ B) $7^{\frac{3}{5}}$ C) $7^{\frac{1}{2}}$ D) $7^{\frac{2}{5}}$ E) $7^{\frac{5}{3}}$

18. $x = \sqrt[3]{3^4}$
 $y = \sqrt[3]{2^5}$
 $z = \sqrt{5}$
sayıları için aşağıdaki sıralamaların hangisi doğrudur?
A) $x < y < z$ B) $x < z < y$ C) $z < y < x$
D) $z < x < y$ E) $y < x < z$

19. $\sqrt[n]{\frac{32}{2^{5-n}}}$
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 2^n E) 2^{n+1}

20. $25.\sqrt{\frac{1}{5}.\sqrt[3]{5}}$
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) 5 B) $\sqrt{5}$ C) $5.\sqrt[3]{25}$ D) $5\sqrt{5}$ E) $\sqrt[3]{5}$

KÖKLÜ İFADELER

Cevaplı Test - 4

1. $a = 5^{10} + 5^{-10}$
 $b = 5^{10} - 5^{-10}$
 olduğuna göre, $a^2 - b^2$ kaçtır?
 A) 4 B) 2 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) 0

2. $\sqrt{192} - \sqrt{108} + \frac{\sqrt{243}}{3}$
 işleminin sonucu kaçtır?
 A) $5\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{5}$ C) $5\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{3}$ E) $8\sqrt{3}$

3. $\sqrt{3} - \sqrt{2} = a$
 olduğuna göre, $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ nin a türünden eşiti
 aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?
 A) $\sqrt{10-a}$ B) $\sqrt{10+a^2}$ C) $\frac{1}{a}$
 D) $\frac{1}{a^2}$ E) $\sqrt{a^2-5}$

4. $x < 0 < y$ olmak üzere,
 $\sqrt{a^2} = |a|$ olduğuna göre,
 $\sqrt{4y^2} - \sqrt{x^2} + \sqrt{(x-y)^2}$
 ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) $x+2y$ B) $x-2y$ C) $3y-x$ D) $2x$ E) $3y$

5. $\sqrt{3} = a$
 $\sqrt{2} = b$
 olduğuna göre, $\sqrt{0,48}$ in a ve b türünden
 ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) $\frac{ab^2}{10}$ B) a^2b C) $\frac{a^2b}{5}$
 D) $\frac{a^2b^2}{3}$ E) $\frac{ab^2}{5}$

6. Aşağıdaki irrasyonel sayılardan hangisinin
 değeri bilinirse $\sqrt{648}$ sayısının yaklaşık
 değeri bulunabilir?

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{6}$ E) $\sqrt{7}$

7. $\frac{\sqrt[3]{0,125}}{\sqrt{0,0025}}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 3 B) 5 C) 10 D) 25 E) 100

8. $\left(\sqrt[4]{(0,0016)^3}\right)^{-1} - (0,02)^{-1}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 5 B) 25 C) 50 D) 75 E) 100

9. $\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} - \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $4\sqrt{15}$ B) $15-4\sqrt{15}$ C) $8\sqrt{15}$
 D) $30-8\sqrt{15}$ E) $-4\sqrt{15}$

10. a, b, c pozitif gerçel sayılar ve

$$a \cdot b = 18$$

$$b \cdot c = 25$$

$$a \cdot c = 8$$

olduğuna göre, $\sqrt{a \cdot b \cdot c}$ kaçtır?

A) 20 B) 60 C) $\sqrt{15}$ D) $2\sqrt{15}$ E) $6\sqrt{5}$

11. a ve b birer tamsayıdır.

$$\frac{4}{1+\sqrt{3}} - \frac{2}{-1+\sqrt{3}} = a\sqrt{3} - b$$

olduğuna göre, a + b kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) -2 D) -3 E) -4

12.

$$A = \sqrt{7x^2 - \frac{7x^2}{8}} - \sqrt{x^2 + \frac{x^2}{8}}$$

olduğuna göre, A² aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{x^2}{2}$ B) 2x² C) 4x² D) 9x² E) 16x²

13.

$$\sqrt{25x^2 - 25} - \sqrt{4x^2 - 4} = 6$$

olduğuna göre, x² kaçtır?

- A) 37 B) 36 C) 16 D) 4 E) 5

14.

$$\sqrt[3]{0,008} - 2 \cdot \sqrt{0,04} + \sqrt[3]{-64}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -8,2 B) -4,2 C) -3,8 D) 3,4 E) 4,2

15.

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-2} + \frac{6}{\sqrt{3}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) -1 E) -3

16.

$$\frac{\sqrt{2^{6x+4}}}{\sqrt[3]{8^{x+1}}} = 32$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 1 D) 2 E) 3

17.

$$\sqrt{3^{x-3}} = 0,333...$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

18.

$$(\sqrt{8} - 2\sqrt{32}) \cdot \sqrt{2}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 12 B) 9 C) 6 D) -6 E) -12

19.

$$\frac{2 \cdot \sqrt{6+2\sqrt{5}}}{\sqrt{5}-1}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 3 - $\sqrt{5}$ B) 3 + $\sqrt{5}$ C) 1 + $\sqrt{5}$

- D) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ E) $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

20.

$$\sqrt{18x} - \sqrt{8x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

olduğuna göre, x⁻¹ kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

1. $\sqrt{0,04} + 20 \cdot \sqrt{0,0009} + \frac{2}{10}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) 0,01 B) 0,1 C) 1 D) 10 E) 100

2. $\frac{\sqrt{8} + \sqrt{32} + \sqrt{50}}{\sqrt{2}}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) 12 B) 11 C) 9 D) 8 E) 3

3. $\sqrt{1-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{1-\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{1-\frac{1}{5}} \cdot \sqrt{1-\frac{1}{6}}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) $\frac{1}{3}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
D) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{6}$

4. $\frac{0,04}{\sqrt[3]{0,04} \cdot \sqrt[3]{0,008}}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) 1 B) 0,4 C) 0,2 D) 0,1 E) 0,02

5. $x < 0 < y$ olduğuna göre,
 $\frac{\sqrt{x^2 y^3} - \sqrt{x^2 y}}{y-1}$
ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\sqrt{y}$ B) $y-1$ C) $x\sqrt{y}$ D) $-x\sqrt{y}$ E) -1

6. $\sqrt{20} + \frac{2}{\sqrt{5}} + \sqrt{\frac{9}{5}} + \sqrt{45}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) $\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $\frac{5}{3\sqrt{5}}$
D) $5\sqrt{5}$ E) $6\sqrt{5}$

7. $(0,004)^2 \cdot 10^4 + \sqrt{\frac{20}{0,05}} - \frac{0,0072}{0,12}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) 36 B) 20,1 C) 20,01 D) 4 E) 3,6

8. $16^a = b$
olduğuna göre, 64^a nın b türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\sqrt{b}$ B) $2\sqrt{b}$ C) $4\sqrt{b}$
D) $b\sqrt{b}$ E) $2b\sqrt{b}$

9. $2\sqrt{\frac{3}{4}} + \sqrt{24} : \sqrt{2} - 6\sqrt{\frac{4}{3}} + \frac{6}{\sqrt{3}}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) $-3\sqrt{3}$ B) $-2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3}$
D) $2\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{3}$

10. $\sqrt{14 \cdot a} + \sqrt{54 \cdot b} = c\sqrt{2}$
eşitliğinde a, b, c pozitif tamsayılar olduğuna göre, c nin en küçük değeri kaçtır?
A) 10 B) 12 C) 13 D) 14 E) 16

11.
$$\frac{\sqrt{4,9} - 2\sqrt{0,9}}{\sqrt{3,6}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{13}{6}$ E) $\frac{6}{13}$

12.
$$a = \sqrt{4 \cdot \sqrt{\frac{2}{\sqrt{5}}}}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi rasyonel sayıdır?

- A) a^3 B) a^4 C) a^6 D) a^8 E) a^9

13.
$$\sqrt{75} - \sqrt{48} + \sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{12}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

14.
$$\sqrt[3]{250} + \sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{686}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B) $-\sqrt[3]{2}$ C) $-2\sqrt{3}$
D) $\sqrt[3]{2}$ E) $4\sqrt[3]{2}$

15.
$$\sqrt[5]{a^{5n+2}} : \sqrt[5]{a^{2n+2}}$$

İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{a}$ B) a C) a^2 D) a^3 E) a^5

16.
$$\sqrt[5]{\frac{3^{10} - 6^{10}}{6^{10} - 12^{10}}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) 4 E) 6

17. $a > 0$ ve $b < 0$ olmak üzere,

$$a\sqrt{b^2} - b\sqrt{a^2}$$

İfadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-2ab$ B) 0 C) $a+b$ D) $2ab$ E) $a-b$

18. $a > 0$ ve $n > 1$ olmak üzere,

$$\sqrt[n]{\frac{a}{n+1\sqrt{a}}}$$

İfadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sqrt[n]{a}$ B) $\frac{1}{\sqrt[n]{a}}$ C) $n+1\sqrt[n]{a}$
D) $\sqrt[n]{a^{n+1}}$ E) $n-1\sqrt[n]{a}$

19.
$$\sqrt[5]{\frac{125}{5^{a+3}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{81}{3^{b+4}}} \cdot \sqrt[4]{\frac{4}{2^{2+c}}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{15}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{30}$

20.
$$\sqrt[6]{\frac{2^5 + 2^5}{5^5 + 5^5 + 5^5 + 5^5 + 5^5}}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 0,1 B) 0,2 C) 0,4 D) 1 E) 10^5

21. $\sqrt[3]{2^4 \sqrt{3}} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{x}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 3 B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt[3]{3}$ D) $\sqrt[4]{3}$ E) $\sqrt[12]{3}$

22. $A = \sqrt{2} + \sqrt{3} + 2 + \sqrt{5} + \sqrt{6} + \sqrt{7} + 2\sqrt{2} + 3$
 $B = 2 + \sqrt{6} + \sqrt{8} + \sqrt{10} + \sqrt{12} + \sqrt{14} + 4 + \sqrt{18}$

olduğuna göre, $\frac{B-3A}{B+A}$ kaçtır?

- A) $5 - 4\sqrt{2}$ B) $3 - 2\sqrt{2}$ C) $2 - \sqrt{2}$
D) $3 + 2\sqrt{2}$ E) $2 + \sqrt{2}$

23. $x = \sqrt{5} - \sqrt{6}$
 $y = \sqrt{5} + \sqrt{6}$

olduğuna göre, $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 1$ kaçtır?

- A) -24 B) -23 C) -22 D) -21 E) -20

24. $\sqrt{x+1-2\sqrt{x}} = 1 - \sqrt{x}$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi da
ma doğrudur?

- A) $x \leq 1$ B) $0 < x \leq 1$ C) $x \geq 1$
D) $3 \leq x \leq 1$ E) $4 \leq x \leq 1$

25. $\left(\frac{2}{\sqrt{3-\sqrt{5}}} + \frac{2}{\sqrt{3+\sqrt{5}}} \right) \cdot A$

işleminin sonucu pozitif tamsayıdır.

Buna göre, A en az kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{10}$ D) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{10}}{10}$

26. $\frac{1}{1+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}+3}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) $\frac{1+\sqrt{7}}{2}$ E) $1+\sqrt{7}$

27. $\sqrt[x]{3 \cdot \sqrt{5}} = \sqrt[32]{45^x}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 2 D) 4 E) 6

28. $2 \cdot \sqrt{2} = (2^x)^{\sqrt{2}}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $3\sqrt{2}$ B) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ C) $\sqrt{2}$
D) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

29. $\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}}$

sonsuz kesrinin sonucu kaçtır?

- A) $2 + 2\sqrt{2}$ B) $\frac{4+8\sqrt{2}}{7}$ C) $\frac{4+8\sqrt{2}}{3}$
D) $2 + 4\sqrt{2}$ E) $1 + 2\sqrt{2}$

30. a pozitif gerçel sayıdır.

$$\sqrt{13 \cdot a + \sqrt{13 \cdot a + \sqrt{13 \cdot a + \dots}}} = \sqrt{a \cdot \sqrt{a \cdot \sqrt{a \cdot \dots}}}$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

Burada, "çarpanlara ayırma" konusunu ele alacağız. Genellikle, bu konu polinomlardan sonra anlatılır. Çünkü, çarpanlarına ayırdığımız ifade bir polinomdur. Ancak, polinomlar konusunun BÖLÜM-16'da ele alınacak olmasından ve çarpanlara ayırma konusunun hemen hemen bütün matematik konularının temelini oluşturuyor olmasından dolayı bu konuyu öne aldık.

Son yedi yılın Öğrenci Seçme Sınavı'nda çarpanlara ayırma ve rasyonel kesirlerin sadeleştirilmesiyle ilgili toplam 12 soru soruldu.

ÇARPANLARA AYIRMA VE RASYONEL KESİRLERİN SADELEŞTİRİLMESİ

⇒ ÇARPANLARA AYIRMA METODLARI

- ➔ A. ORTAK ÇARPAN PARANTEZİNE ALMA
- ➔ B. GRUPLANDIRMA
- ➔ C. ÖZDEŞLİKLERDEN YARARLANARAK ÇARPANLARA AYIRMA
 - 1. İki Kare Farkı
 - 2. İki Küp Toplamı ya da Farkı
 - 3. Tam Kare İfadeler
 - 4. $(a + b)^n$ İfadesinin Açılımı
- ➔ D. $ax^2 + bx + c$ BİÇİMİNDEKİ ÜÇ TERİMLİNİN ÇARPANLARA AYRILMASI
- ➔ E. TERİM EKLEME – ÇIKARMA
- ➔ G. ÖZDEŞLİKLERDEN YARARLANARAK SAYI DEĞERİ BULMAK

⇒ RASYONEL KESİRLERİN SADELEŞTİRİLMESİ

⇒ ÇÖZÜMLÜ TEST

⇒ CEVAPLI TEST (1, 2, 3, 4)

B

Ö

L

Ü

M

8

ÇARPANLARA AYIRMA ve RASYONEL KESİRLERİN SADELEŞTİRİLMESİ

$A(x)$ ifadesi $B(x)$ ile $C(x)$ in çarpımına eşit ise $B(x)$ ve $C(x)$ e $A(x)$ in çarpanları adı verilir. $A(x)$ i $B(x)$ ile $C(x)$ in çarpımı biçiminde yazma işlemine çarpanlara ayırma denir.

I. ÇARPANLARA AYIRMA METODLARI

A. ORTAK ÇARPAN PARANTEZİNE ALMA

$$A(x) \cdot B(x) \pm A(x) \cdot C(x) = A(x) \cdot [B(x) \pm C(x)]$$

Örnek 1 _____

1. $ax + ay = a(x + y)$
2. $ax - ay + az = a(x - y + z)$
3. $32x^3 + 8x = 8x(4x^2 + 1)$
4. $3m^3 - 6m^2 + 27m = 3m(m^2 - 2m + 9)$
5. $4xy^2 - 8x^2y = 4xy(y - 2x)$
6. $xn^2 + x^2n - xn = xn(n + x - 1)$
7. $a^5b^2 - a^3b^4 + a^4b^3 = a^3b^2(a^2 - b^2 + ab)$
8. $(x - y) - a(x - y) = (x - y)(1 - a)$
9. $2a(x + y) - 3ab(x + y) = a \cdot (x + y)(2 - 3b)$
10. $(a^2 - 3a)^2 - (a - 3) = a^2(a - 3)^2 - (a - 3)$
 $= (a - 3)[a^2(a - 3) - 1]$
 $= (a - 3)[a^3 - 3a^2 - 1]$
 $= (a - 3)(a^3 - 3a^2 - 1)$
11. $3ab(x - y) + 9a^2(y - x) = (x - y)(3ab - 9a^2)$
 $= 3a(x - y)(b - 3a)$
12. $3a(x - y)^2 - 3b(y - x)^2 = 3(x - y)^2(a - b)$

UYARI :

- 1) $x - y = -(y - x)$
- 2) $(x - y)^2 = (y - x)^2$

Örnek 2 _____

$$a + b = 3$$

$$c - d = 4$$

olduğuna göre, $d(a + b) - c(a + b)$ kaçtır?

- A) -12 B) 0 C) 4 D) 8 E) 12

Çözüm

$$\begin{aligned} d(a + b) - c(a + b) &= d \cdot 3 - c \cdot 3 \\ &= 3(d - c) \\ &= -3(c - d) \\ &= -3 \cdot 4 \\ &= -12 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Cevap A

Örnek 3 _____

b bir tamsayıdır.

$$b + \frac{a}{b} = 2$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi a nın bir çarpanıdır?

- A) $b - 1$ B) $b + 1$ C) $b^2 - 2$
 D) $2 + b$ E) $2 - b$

Çözüm

$$b + \frac{a}{b} = 2$$

$$\frac{a}{b} = 2 - b$$

$$a = b(2 - b)$$

Buna göre, a nın çarpanlarından biri $2 - b$ dir.

Cevap E

Örnek 4 _____

$$(a - b)^2(c - a) + (a - c)^2(a - b)$$

ifadesinin çarpanlara ayrılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(a - b)(c - a)(c - b)$ B) $(a - b)(a - c)(c - b)$
 C) $(a - b)(a + c)(b - c)$ D) $(a + b)(c - a)(c - b)$
 E) $(a + b)(a - c)(b + c)$

Çözüm

$$\begin{aligned} (a - b)^2(c - a) + (a - c)^2(a - b) \\ &= (a - b)^2(c - a) + (c - a)^2(a - b) \\ &= (a - b)(c - a)(a - b + c - a) \\ &= (a - b)(c - a)(c - b) \end{aligned}$$

Cevap A

B. GRUPLANDIRMA

En az dört terimi olan ifadeler ortak çarpan parantezine alınacak biçimde gruplandırılır, sonra ortak çarpan parantezine alınır.

Örnek 5 _____

$$x^3 + 2x^2 - 3x - 6$$

İfadesinin çarpanlarından birisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + 1$ B) $x + 3$ C) $x + 2$
D) $x - 2$ E) $x^2 + 3$

Çözüm

$$\begin{aligned} x^3 + 2x^2 - 3x - 6 &= x^2(x + 2) - 3(x + 2) \\ &= (x + 2)(x^2 - 3) \end{aligned}$$

Cevap C

Örnek 6 _____

1. $ax + bx + ay + by = x(a + b) + y(a + b)$
 $= (a + b)(x + y)$
2. $a^3 + a^2 + a + 1 = a^2(a + 1) + a + 1$
 $= (a + 1)(a^2 + 1)$
3. $x^2 - 2xy - ax + 2ay = x^2 - ax - 2xy + 2ay$
 $= x(x - a) - 2y(x - a)$
 $= (x - a)(x - 2y)$
4. $a^3 + 2 - 2a^2 - a = a^3 - 2a^2 + 2 - a$
 $= a^2(a - 2) - 1(a - 2)$
 $= (a - 2)(a^2 - 1)$

Örnek 7 _____

$$y - x - z = 5$$

$$ax + bx - ay - by + az + bz = 10$$

olduğuna göre, $a + b$ kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

Çözüm

$$ax + bx - ay - by + az + bz = 10$$

$$x(a + b) - y(a + b) + z(a + b) = 10$$

$$(a + b)(x - y + z) = 10 \quad \dots (*)$$

$$y - x - z = 5 \text{ olduğuna göre,}$$

$$-y + x + z = -5 \text{ tir.}$$

Buna göre,

$$(a + b)(x - y + z) = 10$$

$$(a + b)(-5) = 10$$

$$a + b = -2 \text{ dir.}$$

Cevap B

Örnek 8 _____

$$15 + 4x^2y^2 - 10y^2 - 6x^2$$

İfadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x^2 + 5$ B) $2y^2 + 3$ C) $2x - 5$
D) $2x^2 - 5$ E) $2x + 5$

Çözüm

$$\begin{aligned} 15 + 4x^2y^2 - 10y^2 - 6x^2 &= (4x^2y^2 - 6x^2) + (15 - 10y^2) \\ &= 2x^2(2y^2 - 3) + 5(3 - 2y^2) \\ &= 2x^2(2y^2 - 3) - 5(2y^2 - 3) \\ &= (2y^2 - 3)(2x^2 - 5) \end{aligned}$$

Cevap D

Örnek 9 _____

$$x + y = 4$$

$$xy = 1$$

olduğuna göre, $x(2y^2 + 1) + y(2x^2 + 1)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 8 D) 12 E) 16

Çözüm

$$\begin{aligned} x(2y^2 + 1) + y(2x^2 + 1) &= 2xy^2 + x + 2yx^2 + y \\ &= (2xy^2 + 2yx^2) + (x + y) \\ &= 2xy(y + x) + (x + y) \\ &= (x + y)(2xy + 1) \\ &= 4 \cdot (2 \cdot 1 + 1) \\ &= 4 \cdot (2 + 1) \\ &= 4 \cdot 3 \\ &= 12 \end{aligned}$$

Cevap D

**C. ÖZDEŞLİKLERDEN
YARARLANARAK ÇARPANLARA
AYIRMA**

1. İki Kare Farkı :

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Örnek 10

1. $49x^2 - 25 = (7x)^2 - (5)^2$

$$= (7x - 5)(7x + 5)$$

2. $\frac{4}{9}y^2 - x^2 = \left(\frac{2}{3}y\right)^2 - x^2$

$$= \left(\frac{2}{3}y - x\right)\left(\frac{2}{3}y + x\right)$$

3. $x^2 - 5 = x^2 - (\sqrt{5})^2$

$$= (x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})$$

4. $25(a + 2b)^2 - 4(3a + b)^2$

$$= [5(a + 2b) - 2(3a + b)] [5(a + 2b) + 2(3a + b)]$$

$$= [5a + 10b - 6a - 2b] [5a + 10b + 6a + 2b]$$

$$= (8b - a)(12b + 11a)$$

Örnek 11

$$(a + b - c)^2 - (a - b + c)^2$$

ifadesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2a(c - a)$ B) $4b(c - a)$ C) $4c(a - b)$

D) $4a(b - c)$ E) $2c(a - b)$

Çözüm

$$(a + b - c)^2 - (a - b + c)^2$$

$$= (a + b - c + a - b + c)(a + b - c - a + b - c)$$

$$= 2a(2b - 2c)$$

$$= 4a(b - c)$$

Cevap D

Örnek 12

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

özdeşliğinden yararlanılarak 5780×5774 çarpımı nasıl ifade edilebilir?

A) $(5775)^2 - 5^2$

B) $(5776)^2 - 4^2$

C) $(5779)^2 - 1$

D) $(5778)^2 - 2^2$

E) $(5777)^2 - 3^2$

Çözüm

$$\frac{5780 - 5774}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ olduğundan}$$

$$\begin{cases} 5780 = 5777 + 3 \\ 5774 = 5777 - 3 \end{cases} \text{ olur.}$$

Buradan,

$$5780 \times 5774 = (5777 + 3)(5777 - 3)$$

$$= 5777^2 - 3^2 \text{ olur.}$$

Cevap E

Örnek 13

$$120^2 - 117^2 = 3p$$

olduğuna göre, p kaçtır?

A) 79

B) 119

C) 237

D) $\frac{40^2 + 39^2}{3}$

E) $40^2 + 39^2$

Çözüm

$$3p = 120^2 - 117^2$$

$$3p = (120 - 117) \cdot (120 + 117)$$

$$3p = 3 \cdot 237$$

$$p = 237 \text{ dir.}$$

Cevap C

Örnek 14

$$(77\,778)^2 - (22\,222)^2$$

sayısı, kaç basamaklıdır?

A) 9

B) 10

C) 11

D) 12

E) 13

Çözüm

$$\begin{aligned}
(77\,778)^2 - (22\,222)^2 &= (77\,778 - 22\,222) \cdot (77\,778 + 22\,222) \\
&= (55\,556) \cdot (100\,000) \\
&= 5\,555\,600\,000
\end{aligned}$$

sayısı, on basamaklıdır.

Cevap B

2. İki Küp Toplamı ya da Farkı

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Örnek 15

$$1. \quad 8 + a^3 = 2^3 + a^3 = (2 + a)(4 - 2a + a^2)$$

$$2. \quad 27a^3 - b^3 = (3a)^3 - b^3 = (3a - b)(9a^2 + 3ab + b^2)$$

$$3. \quad x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$$

$$\begin{aligned}
4. \quad x^3 - 2 &= x^3 - \left(\sqrt[3]{2}\right)^3 \\
&= \left(x - \sqrt[3]{2}\right) \left[x^2 + x\sqrt[3]{2} + \left(\sqrt[3]{2}\right)^2\right] \\
&= \left(x - \sqrt[3]{2}\right) \left(x^2 + x\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}\right)
\end{aligned}$$

Örnek 16

$$(x - y)^3 - y^3$$

İfadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

$$A) x + 2y \quad B) x^2 xy + y^2 \quad C) x - y$$

$$D) x^2 - xy + y^2 \quad E) x^2 + 2xy + y^2$$

Çözüm

$$\begin{aligned}
(x - y)^3 - y^3 &= [(x - y) - y] [(x - y)^2 + (x - y)y + y^2] \\
&= (x - 2y) [(x - y)(x - y + y) + y^2] \\
&= (x - 2y) [(x - y)x + y^2] \\
&= (x - 2y)(x^2 - xy + y^2)
\end{aligned}$$

Cevap D

KURAL :

1. n pozitif doğal sayı olmak üzere,

$$x^n - y^n = (x - y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 + \dots + xy^{n-2} + y^{n-1}) \text{ dir.}$$

2. n bir tek doğal sayı olmak üzere,

$$x^n + y^n = (x + y)(x^{n-1} - x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 - \dots - xy^{n-2} + y^{n-1}) \text{ dir.}$$

Örnek 17

$$1. \quad x^5 - y^5 = (x - y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4)$$

$$\begin{aligned}
2. \quad x^7 - 128 &= x^7 - 2^7 \\
&= (x - 2)(x^6 + x^5 \cdot 2 + x^4 \cdot 2^2 + x^3 \cdot 2^3 + x^2 \cdot 2^4 + x \cdot 2^5 + 2^6) \\
&= (x - 2)(x^6 + 2x^5 + 4x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 32x + 64)
\end{aligned}$$

$$3. \quad x^9 + 1 = (x + 1)(x^8 - x^7 + x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)$$

4. $x^4 - 16$ ifadesini çarpanlarına ayırılım :

(I. Yol)

$$\begin{aligned}
x^4 - 2^4 &= (x - 2)(x^3 + x^2 \cdot 2 + x \cdot 2^2 + 2^3) \\
&= (x - 2)(x^3 + 2x^2 + 4x + 8) \\
&= (x - 2)[x^2(x + 2) + 4(x + 2)] \\
&= (x - 2)[(x + 2)(x^2 + 4)] \\
&= (x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)
\end{aligned}$$

(II. Yol)

$$\begin{aligned}
x^4 - 2^4 &= (x^2)^2 - (2^2)^2 \\
&= (x^2 - 2^2)(x^2 + 2^2) \\
&= (x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)
\end{aligned}$$

3. Tam Kare İfadeler

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$$

$$(a + b - c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab - ac - bc)$$

Örnek 18

$$\begin{aligned}
1. \quad x^2 + 4x + 4 &= (x + 2)(x + 2) \\
&= (x + 2)^2
\end{aligned}$$

2. $9x^2 + 12x + 4$

$3x \cdot 2 = 6x$
 $3x \cdot 2 = 6x$
 $6x + 6x = 12x$

$$9x^2 + 12x + 4 = (3x + 2)(3x + 2) = (3x + 2)^2$$

3. $(2x - y)^2 = 4x^2 - 2 \cdot 2xy + y^2$
 $= 4x^2 - 4xy + y^2$

4. $(x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(-xy - xz + yz)$
 $= x^2 + y^2 + z^2 - 2(xy + xz - yz)$

Örnek 19 _____

$$mx^2 - 6x + 9$$

Üç terimli tam karedir.

Buna göre, m kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 9

Çözüm

$$mx^2 - 6x + 9 = (ax + b)^2 \text{ olsun.}$$

$$mx^2 - 6x + 9 = a^2x + 2abx + b^2$$

$$\text{ise } m = a^2, -6 = 2ab, 9 = b^2 \text{ dir.}$$

$$b^2 = 9 \Rightarrow b = 3 \text{ veya } b = -3 \dots (1) \text{ dir.}$$

$$b = 3 \text{ ve } 2ab = -6 \Rightarrow a = -1 \dots (2) \text{ dir.}$$

$$b = -3 \text{ ve } 2ab = -6 \Rightarrow a = 1 \dots (3) \text{ tür.}$$

$$a = -1 \text{ veya } a = 1 \text{ olduğuna göre, } a^2 = 1 \dots (*) \text{ dir.}$$

$$\text{Buna göre, } m = a^2 = 1 \text{ dir.}$$

Cevap A

Örnek 20 _____

$$\sqrt{13^2 - 2 \cdot 4 \cdot 13 + 4^2}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 4 D) 9 E) 16

Çözüm

$$13^2 - 2 \cdot 4 \cdot 13 + 4^2 = (13 - 4)^2 = 9^2 \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$\sqrt{13^2 - 2 \cdot 4 \cdot 13 + 4^2} = \sqrt{9^2} = |9| = 9 \text{ dur.}$$

Cevap D

4. $(a + b)^n$ ifadesinin Açılımı

Paskal Üçgeni

n = 0 için	1
n = 1 için	1 1
n = 2 için	1 2 1
n = 3 için	1 3 3 1
n = 4 için	1 4 6 4 1
n = 5 için	1 5 10 10 5 1
	
	
	

Örnek 21 _____

$$(x + y)^4$$

İfadesinin açılımını yapalım.

Çözüm

Önce x in azalan kuvvetleri ile, y nin artan kuvvetlerinin çarpımları yazılıp toplanır.

Sonra n = 4 için paskal üçgeninin katsayıları yazılır.

$$\begin{aligned} (x + y)^4 &= x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4 \\ &\quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ &\quad 1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1 \\ &= 1x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + 1y^4 \\ &= x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4 \end{aligned}$$

Örnek 22 _____

$$(x - y)^5$$

İfadesinin açılımını yapalım.

Çözüm

$$(x - y)^5 = x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$$

Örnek 23

- $(x-1)^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$
- $(x+2)^4 = x^4 + 4x^3 \cdot 2 + 6x^2 \cdot 2^2 + 4x \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4$
 $= x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x + 16$
- $(2x-1)^5 = (2x)^5 - 5(2x)^4 \cdot 1 + 10(2x)^3 \cdot 1^2$
 $- 10(2x)^2 \cdot 1^3 + 5(2x) \cdot 1^4 - 1^5$
 $= 32x^5 - 80x^4 + 80x^3 - 40x^2 + 10x - 1$

D. $ax^2 + bx + c$ Biçimindeki Üç Terimlinin Çarpanlara Ayırılması

Bu tür ifadelerin çarpanlara ayrılabilmesi için,

$$b^2 - 4ac \geq 0 \text{ olmalıdır.}$$

1. $a = 1$ ise,

$x^2 + bx + c$ üç terimlisini,

$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$ biçiminde yazabilmek için,

$b = m + n$ ve $c = m \cdot n$ koşullarını sağlayan m ve n reel (gerçek) sayılarını bulmalıyız.

Örnek 24

- $x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$
 $\begin{array}{cc} \nearrow & \nwarrow \\ 3+2 & 3 \cdot 2 \end{array}$
- $x^2 + 5x - 6 = (x + 6)(x - 1)$
 $\begin{array}{cc} \nearrow & \nwarrow \\ -1+6 & -1 \cdot 6 \end{array}$
- $x^2 - 8x + 12 = (x - 6)(x - 2)$
 $\begin{array}{cc} \nearrow & \nwarrow \\ (-6)+(-2) & (-6) \cdot (-2) \end{array}$
- $x^2 + (m-n)x - mn = (x + m)(x - n)$
 $\begin{array}{cc} \nearrow & \nwarrow \\ (m)+(-n) & m \cdot (-n) \end{array}$
- $x^2 - (a-2)x - 2a = (x - a)(x + 2)$
 $\begin{array}{cc} \nearrow & \nwarrow \\ (-a)+(2) & (-a) \cdot (2) \end{array}$

2. $a \neq 1$ ise,

$ax^2 + bx + c$ üç terimlisini,

$$ax^2 + bx + c = (mx + n)(px + q)$$

biçiminde yazabilmek için,

$$a = mp, \quad b = mq + np \quad \text{ve} \quad c = nq$$

koşullarını sağlayan m, n, p ve q gerçel (reel) sayılarını bulmalıyız.

Örnek 25

$$1. \quad 5x^2 - 7x - 6$$

$$\begin{array}{cc} \nearrow & \nwarrow \\ 5x & -2 \\ x & 3 \end{array}$$

$$5x(-2) + 3x = -7x$$

$$5x^2 - 7x - 6 = (5x + 3)(x - 2)$$

$$2. \quad 6x^2 + x - 12$$

$$\begin{array}{cc} \nearrow & \nwarrow \\ 3x & -4 \\ 2x & 3 \end{array}$$

$$3x \cdot 3 - 2 \cdot 4 = x$$

$$6x^2 + x - 12 = (3x - 4)(2x + 3)$$

$$3. \quad 6x^2 + 5x - 11$$

$$\begin{array}{cc} \nearrow & \nwarrow \\ 6x & 11 \\ x & -1 \end{array}$$

$$6x(-1) + 11 \cdot x = 5x$$

$$6x^2 + 5x - 11 = (6x + 11)(x - 1)$$

$$4. \quad abx^2 + (a-b)x - 1$$

$$\begin{array}{cc} \nearrow & \nwarrow \\ ax & -1 \\ bx & 1 \end{array}$$

$$ax1 + bx(-1) = ax - bx$$

$$= (a-b)x$$

$$abx^2 + (a-b)x - 1 = (ax - 1)(bx + 1)$$

$$5. \quad nx^2 - (n-3)x - 3$$

$$\begin{array}{cc} \nearrow & \nwarrow \\ nx & 3 \\ x & -1 \end{array}$$

$$nx(-1) + 3x = (-n+3)x$$

$$nx^2 - (n-3)x - 3 = (nx + 3)(x - 1)$$

E. TERİM EKLEME - ÇIKARMA

Bazı ifadeler uygun bir terim eklemek ve çıkarmak yolu ile özdeşliklerden yararlanılarak çarpanlarına ayrılır.

Örnek 26

$$x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x - 15$$

İfadesini çarpanlarına ayıralım.

Çözüm

$$\begin{aligned} x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x - 15 &= x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1 - 16 \\ &= [(x + 1)^2]^2 - 4^2 \\ &= [(x + 1)^2 - 4] [(x + 1)^2 + 4] \\ &= (x + 1 - 2)(x + 1 + 2)(x^2 + 2x + 1 + 4) \\ &= (x - 1)(x + 3)(x^2 + 2x + 5) \end{aligned}$$

Örnek 27

$$4a^4 + b^4 - 5a^2b^2$$

İfadesini çarpanlarına ayıralım.

Çözüm

$$\begin{aligned} 4a^4 + b^4 - 5a^2b^2 &= 4a^4 + b^4 - 5a^2b^2 + 4a^2b^2 - 4a^2b^2 \\ &= 4a^4 + 4a^2b^2 + b^4 - 4a^2b^2 - 5a^2b^2 \\ &= (2a^2 + b^2)^2 - (3ab)^2 \\ &= (2a^2 + b^2 - 3ab)(2a^2 + b^2 + 3ab) \\ &= (2a^2 - 3ab + b^2)(2a^2 + 3ab + b^2) \\ &= (2a - b)(a - b)(2a + b)(a + b) \end{aligned}$$

Örnek 28

$$a^4 + 4$$

İfadesini çarpanlarına ayıralım.

Çözüm

$$\begin{aligned} a^4 + 4 &= a^4 + 4 + 4a^2 - 4a^2 \\ &= (a^4 + 4a^2 + 4) - 4a^2 \\ &= (a^2 + 2)^2 - (2a)^2 \\ &= (a^2 + 2 + 2a)(a^2 + 2 - 2a) \\ &= (a^2 + 2a + 2)(a^2 - 2a + 2) \end{aligned}$$

Örnek 29

$$m^4 + m^2 + 1$$

İfadesini çarpanlarına ayıralım.

Çözüm

$$\begin{aligned} m^4 + m^2 + 1 &= m^4 + m^2 + 1 + m^2 - m^2 \\ &= (m^4 + 2m^2 + 1) - m^2 \\ &= (m^2 + 1)^2 - m^2 \\ &= (m^2 + 1 - m)(m^2 + 1 + m) \\ &= (m^2 - m + 1)(m^2 + m + 1) \end{aligned}$$

Örnek 30

$$x^3 - 3x^2 + 3x + 7$$

İfadesini çarpanlarına ayıralım.

Çözüm

$$\begin{aligned} x^3 - 3x^2 + 3x + 7 &= x^3 - 3x^2 + 3x + 7 - 8 + 8 \\ &= (x^3 - 3x^2 + 3x - 1) + 8 \\ &= (x - 1)^3 + 2^3 \\ &= (x - 1 + 2)[(x - 1)^2 - 2(x - 1) + 4] \\ &= (x + 1)[(x^2 - 2x + 1 - 2x + 2 + 4)] \\ &= (x + 1)(x^2 - 4x + 7) \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek 31

$$x^3 + 2x^2 + 2x + 1$$

İfadesini çarpanlarına ayıralım.

Çözüm

$$\begin{aligned} x^3 + 2x^2 + 2x + 1 &= x^3 + 2x^2 + 2x + 1 + 2 - 2 \\ &= x^3 - 1 + 2(x^2 + x + 1) \\ &= (x - 1)(x^2 + x + 1) + 2(x^2 + x + 1) \\ &= (x - 1 + 2)(x^2 + x + 1) \\ &= (x + 1)(x^2 + x + 1) \end{aligned}$$

Örnek 32

$$x^4 - 7x^2y^2 + y^4$$

İfadesini çarpanlarına ayıralım.

Çözüm

$$\begin{aligned} x^4 - 7x^2y^2 + y^4 &= x^4 - 7x^2y^2 + y^4 + 9x^2y^2 - 9x^2y^2 \\ &= (x^4 + 2x^2y^2 + y^4) - 9x^2y^2 \\ &= (x^2 + y^2)^2 - (3xy)^2 \\ &= (x^2 + y^2 - 3xy)(x^2 + y^2 + 3xy) \end{aligned}$$

**F. ÖZDEŞLİKLERDEN
YARARLANARAK SAYI DEĞERİ
BULMAK**

1. $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$
2. $a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$
3. $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$
4. $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$
5. 1. ve 2. özdeşliklerden yararlanarak
 $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$
bulunur.

Örnek 33 _____

$$\begin{aligned} x + y &= 7 \\ x \cdot y &= 5 \end{aligned}$$

olduğuna göre, $x^2 + y^2$ kaçtır?

- A) 59 B) 49 C) 39 D) 29 E) 19

Çözüm

(I. Yol)

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\ &= 7^2 - 2 \cdot 5 \\ &= 49 - 10 \\ &= 39 \end{aligned}$$

(II. Yol)

$$\begin{aligned} x + y &= 7 \Rightarrow (x + y)^2 = 7^2 \\ x^2 + 2xy + y^2 &= 49 \\ x^2 + y^2 &= 49 - 2xy \\ &= 49 - 2 \cdot 5 \\ &= 49 - 10 \\ &= 39 \end{aligned}$$

Cevap C

Örnek 34 _____

$$\frac{4}{x} = 5 + 3x$$

olduğuna göre, $\frac{16}{x^2} + 9x^2$ kaçtır?

- A) 49 B) 39 C) 69 D) 79 E) 89

Çözüm

(I. Yol)

$$\begin{aligned} \frac{4}{x} - 3x &= 5 \\ \left(\frac{4}{x} - 3x\right)^2 &= 5^2 \\ \frac{16}{x^2} - 2 \cdot \frac{4}{x} \cdot 3x + 9x^2 &= 25 \\ \frac{16}{x^2} - 24 + 9x^2 &= 25 \\ \frac{16}{x^2} + 9x^2 &= 25 + 24 \\ &= 49 \end{aligned}$$

(II. Yol)

$$\begin{aligned} \frac{16}{x^2} + 9x^2 &= \left(\frac{4}{x} - 3x\right)^2 + 2 \cdot \frac{4}{x} \cdot 3x \\ &= 5^2 + 24 \\ &= 25 + 24 \\ &= 49 \end{aligned}$$

Cevap A

Örnek 35 _____

$$25a^2 + \frac{1}{a^2} = 6$$

olduğuna göre, $5a + \frac{1}{a}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

- A) 2 B) $\sqrt{6}$ C) $\sqrt{7}$ D) $2\sqrt{2}$ E) 4

Çözüm

$$\begin{aligned} 25a^2 + \frac{1}{a^2} &= 6 \\ \left(5a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot 5a \cdot \frac{1}{a} &= 6 \\ \left(5a + \frac{1}{a}\right)^2 - 10 &= 6 \\ \left(5a + \frac{1}{a}\right)^2 &= 16 \end{aligned}$$



veya $5a + \frac{1}{a} = -4$

Cevap E

Örnek 36

$$3x - 2y = 5$$

$$x \cdot y = 1$$

olduğuna göre, $3x + 2y$ nin negatif değeri kaçtır?

- A) -3 B) -4 C) -5 D) -6 E) -7

Çözüm

$$\begin{aligned} (3x + 2y)^2 &= (3x - 2y)^2 + 4 \cdot 3x \cdot 2y \\ &= 5^2 + 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot xy \\ &= 25 + 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \\ &= 25 + 24 \\ &= 49 \text{ ise} \end{aligned}$$

$$3x + 2y = 7 \text{ veya } -7$$

Cevap E

Örnek 37

$$a - \frac{1}{a} = 2\sqrt{3}$$

olduğuna göre, $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2$ nin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 9 C) 16 D) 25 E) 36

Çözüm

$$\begin{aligned} \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 &= (2\sqrt{3})^2 \\ a^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} &= 4 \cdot 3 \\ a^2 - 2 + \frac{1}{a^2} &= 12 \\ a^2 + \frac{1}{a^2} &= 14 \\ \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} &= 14 \\ \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 &= 14 + 2 \\ \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 &= 16 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Cevap C

Örnek 38

x, y, z pozitif sayılar olmak koşuluyla,

$$\frac{x}{y} = \frac{y}{z}$$

$$x^2 + xz + 2xy = 1$$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{4}{3}$

Çözüm

$$\frac{x}{y} = \frac{y}{z} \text{ ise } xz = y^2 \text{ dir.}$$

Bu değer,

$$x^2 + xz + 2xy = 1 \text{ eşitliğinde yazılırsa,}$$

$$x^2 + y^2 + 2xy = 1$$

$$(x + y)^2 = 1 \text{ ise } x + y = 1 \text{ dir.}$$

Cevap C

Örnek 39

a ve b birer doğal sayıdır.

$$a^2 - b^2 = 11$$

olduğuna göre, $a^2 + b^2$ toplamı kaçtır?

- A) 18 B) 21 C) 25 D) 36 E) 61

Çözüm

$$a^2 + b^2 = (a + b)(a - b) = 11 \text{ ifadesinde}$$

a ve b doğal sayı olduğundan $a + b = 11$ ve $a - b = 1$ dir. Bu iki denklem taraf tarafa toplanırsa,

$$a + b = 11$$

$$+ a - b = 1$$

$$2a = 12 \text{ ise } a = 6 \text{ ve } b = 5 \text{ bulunur.}$$

Bu durumda;

$$a^2 + b^2 = 6^2 + 5^2$$

$$= 36 + 25$$

$$= 61 \text{ bulunur.}$$

Cevap E

Örnek 40

$$a + \frac{1}{a} = 2\sqrt{3}$$

olduğuna göre, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2$ nin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

Çözüm

$$\begin{aligned} a + \frac{1}{a} &= 2\sqrt{3} \text{ ise} \\ a^2 + 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} &= 12 \\ a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 &= 12 \\ a^2 + \frac{1}{a^2} &= 10 \dots (\star) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 &= a^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} \\ &= a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 \\ &= 10 - 2 \\ &= 8 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Cevap C

Örnek 41

$$\frac{298^2 - 98^2 - 200 \cdot 392}{2a} = 16$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 5 B) 15 C) 25 D) 35 E) 45

Çözüm

$$\frac{(298^2 - 98^2) - 200 \cdot 392}{2a} = 16$$

$$(298 - 98)(298 + 98) - 200 \cdot 392 = 2a \cdot 16$$

$$200 \cdot 396 - 200 \cdot 392 = 32 \cdot a$$

$$200(396 - 392) = 32 \cdot a$$

$$200 \cdot 4 = 32 \cdot a$$

$$200 = 8 \cdot a \text{ ise}$$

$$a = 25 \text{ bulunur.}$$

Cevap C

Örnek 42

$$\frac{9x^2 - 6x + 1}{9} = (x + a)^2$$

olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{4}$ E) $-\frac{1}{5}$

Çözüm

$$\frac{9x^2 - 6x + 1}{9} = (x + a)^2$$

$$9x^2 - 6x + 1 = 9(x + a)^2$$

$$(3x - 1)^2 = 9(x + a)^2$$

$$(3x - 1)^2 = (3x + 3a)^2$$

$$|3x - 1| = |3x + 3a| \text{ ise}$$

$$3x - 1 = 3x + 3a \text{ veya } 3x - 1 = -3x - 3a \text{ dir.}$$

$$a = -\frac{1}{3} \text{ veya } a = -\frac{-6x+1}{3}$$

Cevap C

Örnek 43

$$a = \sqrt{6} + 1$$

$$b = \sqrt{6} - 1$$

olduğuna göre, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) $\frac{14}{5}$ E) $\frac{29}{7}$

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} + \frac{b}{a} &= \frac{a^2 + b^2}{a \cdot b} \\ &= \frac{(a+b)^2 - 2ab}{a \cdot b} \\ &= \frac{(\sqrt{6}+1+\sqrt{6}-1)^2 - 2(\sqrt{6}+1)(\sqrt{6}-1)}{(\sqrt{6}+1)(\sqrt{6}-1)} \\ &= \frac{(2\sqrt{6})^2 - 2(6-1)}{6-1} \\ &= \frac{4 \cdot 6 - 10}{5} \\ &= \frac{14}{5} \end{aligned}$$

Cevap D

Örnek 44

$$x^2 - y^2 = 27$$

$$\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} = \frac{4}{9}$$

olduğuna göre, y aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) 8

Çözüm

$$\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{x-y+x+y}{x^2-y^2} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{2x}{27} = \frac{4}{9} \text{ ise } x = 6 \text{ dir.}$$

$$x^2 - y^2 = 27 \text{ den } 6^2 - y^2 = 27$$

$$y^2 = 36 - 27$$

$$y^2 = 9 \text{ olduğundan}$$

$$y = 3 \text{ veya } y = -3 \text{ tür.}$$

Cevap A

Örnek 45

x ve y gerçel (reel) sayıdır.

$$3xy^2 + x^3 = 9$$

$$3x^2y + y^3 = 18$$

olduğuna göre, x + y kaçtır?

- A) $\sqrt[3]{9}$ B) $\sqrt[3]{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) 3 E) 1

Çözüm

$$3xy^2 + x^3 = 9$$

$$+ 3x^2y + y^3 = 18$$

$$x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = 27$$

$$(x + y)^3 = 3^3 \text{ ise } x + y = 3 \text{ tür.}$$

Cevap D

Örnek 46

$$a^3 + b^3 = a + b = 3$$

olduğuna göre, a . b kaçtır?

- A) $\frac{11}{3}$ B) $\frac{10}{3}$ C) 3 D) $\frac{8}{3}$ E) $\frac{7}{3}$

Çözüm

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3 . a . b . (a + b)$$

$$3 = 3^3 - 3 . a . b . 3$$

$$3 = 27 - 9 . a . b$$

$$9 . a . b = 24$$

$$a . b = \frac{24}{9}$$

$$= \frac{8}{3} \text{ tür.}$$

Cevap D

Örnek 47

$$x - \frac{2}{x} = 5$$

olduğuna göre, $x^3 - \frac{8}{x^3}$ kaçtır?

- A) 125 B) 135 C) 145 D) 155 E) 165

Çözüm

$$x^3 - \frac{8}{x^3} = \left(x - \frac{2}{x}\right)^3 + 3 . x . \frac{2}{x} . \left(x - \frac{2}{x}\right)$$

$$= 5^3 + 3 . 2 . (5)$$

$$= 125 + 30$$

$$= 155 \text{ tir.}$$

Cevap D

Örnek 48

$$a^2 - 2ab + b^2 + 9c^2 - 12c + 5$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 5

Çözüm

$$a^2 - 2ab + b^2 + 9c^2 - 12c + 5$$

$$= (a^2 - 2a + b^2) + (9c^2 - 12c + 4) + 1$$

$$= (a - b)^2 + (3c - 2)^2 + 1 \dots (\star)$$

(a - b)² ve (3c - 2)² ifadelerinin alabileceği en küçük değer sıfır olduğuna göre, toplamın en küçük değerini alması için (a - b)² = 0 ve (3c - 2)² = 0 alınmalıdır. Buna göre, toplam :

$$= 0 + 0 + 1$$

$$= 1 \text{ olur.}$$

Cevap B

Örnek 49

x pozitif bir reel (gerçel) sayıdır.

$$x - \frac{6}{x+1} = 4$$

olduğuna göre, $\left(x + 1 + \frac{6}{x+1}\right)^2$ kaçtır?

- A) 36 B) 42 C) 49 D) 56 E) 64

Çözüm

$$x - \frac{6}{x+1} = 4$$

$$x + 1 - \frac{6}{x+1} = 4 + 1$$

$$x + 1 - \frac{6}{x+1} = 5 \dots (\star)$$

$$\left(x + 1 + \frac{6}{x+1}\right)^2 = \left(x + 1 - \frac{6}{x+1}\right)^2 + 4 . (x+1) . \frac{6}{x+1}$$

$$= 5^2 + 4 . 6$$

$$= 25 + 24$$

$$= 49$$

Cevap C

II. RASYONEL KESİRLERİN SADELEŞTİRİLMESİ

Rasyonel bir kesrin payı ve paydası ayrı ayrı çarpanlarına ayrılır. Ortak çarpanlar sadeleştirilir.

$$\frac{A(x)}{B(x)} = \frac{C(x) \cdot D(x)}{C(x) \cdot E(x)} = \frac{D(x)}{E(x)}$$

Örnek 50 _____

$$\frac{a^2 - ab}{b^2 - ab}$$

İfadesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{a}{b}$ B) -1 C) 0 D) 1 E) $\frac{a}{b}$

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{a^2 - ab}{b^2 - ab} &= \frac{a(a-b)}{b(b-a)} \\ &= \frac{-a(b-a)}{b(b-a)} \\ &= -\frac{a}{b} \end{aligned}$$

Cevap A

Örnek 51 _____

$$\frac{a^2 - ba - a + b}{a - 1}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $b - a$ B) $a - b$ C) $a + b$ D) $a - 1$ E) $a + 1$

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{a^2 - ab - a + b}{a - 1} &= \frac{a(a-b) - (a-b)}{a - 1} \\ &= \frac{(a-1)(a-b)}{a - 1} \\ &= a - b \end{aligned}$$

Cevap B

Örnek 52 _____

$$\frac{a^2 - ab + b^2}{b^2 - a^2} \cdot \frac{(a^2 + ab)^3}{a^5 + a^2b^3}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a}{a-b}$ B) $\frac{a+b}{a(b-a)}$ C) $\frac{a(a+b)^2}{b-a}$
D) $\frac{a+b}{a}$ E) $\frac{a(a+b)}{b-a}$

Çözüm

$$\begin{aligned} &\frac{a^2 - ab + b^2}{b^2 - a^2} \cdot \frac{(a^2 + ab)^3}{a^5 + a^2b^3} \\ &= \frac{a^2 - ab + b^2}{(b-a)(b+a)} \cdot \frac{[a(a+b)]^3}{a^2(a^3 + b^3)} \\ &= \frac{(a^2 - ab + b^2) \cdot a^3 \cdot (a+b)^3}{(b-a)(b+a) \cdot a^2(a+b) \cdot (a^2 - ab + b^2)} \\ &= \frac{a^3(a+b)^3}{(b-a)a^2(a+b)^2} \\ &= \frac{a(a+b)}{b-a} \end{aligned}$$

Cevap E

Örnek 53 _____

$$2a + 3 - \frac{2a^2 + 3a - 9}{2a - 3}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a + 12$ B) 1 C) $\frac{a}{3-2a}$
D) $-\frac{2}{2a-3}$ E) a

Çözüm

$$\begin{aligned} 2a^2 + 3a - 9 &= (2a - 3) \cdot (a + 3) \text{ olduğu için} \\ 2a + 3 - \frac{2a^2 + 3a - 9}{2a - 3} &= 2a + 3 - \frac{(2a - 3)(a + 3)}{2a - 3} \\ &= 2a + 3 - (a + 3) \\ &= 2a + 3 - a - 3 \\ &= a \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Cevap E

Örnek 54 _____

$$\frac{a^3b - ab^3}{a^3b + 2a^2b^2 + ab^3}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a+b}{a-b}$ B) $\frac{a-b}{a+b}$ C) $\frac{ab}{a+b}$
D) $\frac{ab}{a-b}$ E) $ab(a-b)$

Çözüm

$$\frac{a^3b - ab^3}{a^3b + 2a^2b^2 + ab^3} = \frac{ab(a^2 - b^2)}{ab(a^2 + 2ab + b^2)} \\ = \frac{(a-b)(a+b)}{(a+b)^2} \\ = \frac{a-b}{a+b}$$

Cevap B

Örnek 55

$$\frac{3x^3y - 18x^2y + 27xy}{6x^2y^2 - 54y^2}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2y(x+3)}{(x-3)}$ B) $\frac{x(x+3)}{y(x-3)}$ C) $\frac{y(x+3)}{2x(x-3)}$
D) $\frac{x(x-3)}{2y(x+3)}$ E) $\frac{x(x-3)}{2y}$

Çözüm

$$\frac{3x^3y - 18x^2y + 27xy}{6x^2y^2 - 54y^2} = \frac{3xy(x^2 - 6x + 9)}{6y^2(x^2 - 9)} \\ = \frac{x(x-3)^2}{2y(x-3)(x+3)} \\ = \frac{x(x-3)}{2y(x+3)}$$

Cevap D

Örnek 56

m bir tamsayıdır.

$$\frac{x^2 + mx - 10}{x^2 + 8x + 15}$$

kesri sadeleştirilebilir bir kesir olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

$$x^2 + 8x + 15 = (x+3)(x+5)$$

$$x^2 + mx - 10 = (x-x_1)(x-x_2)$$

$$\frac{x^2 + mx - 10}{x^2 + 8x + 15} = \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x+3)(x+5)}$$

x_1 ve x_2 den biri -5 veya -3 olmalıdır.

$$x_1 \cdot x_2 = -10$$

olduğundan x_1 ve x_2 den biri -3 olamaz, -5 olabilir.

$x_1 = -5$ ise $x_2 = 2$ dir.

Buna göre,

$$x^2 + mx - 10 = (x+5)(x-2) \\ = x^2 - 2x + 5x - 10 \\ = x^2 + 3x - 10 \\ m = 3 \text{ olur.}$$

Cevap C

Örnek 57

m pozitif bir tamsayıdır.

$$\frac{x^2 - mx + 36}{(x-1)(x-5)}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x-3}{x-5}$ B) $\frac{x-4}{x-1}$ C) $\frac{x-18}{x-5}$
D) $\frac{x-9}{x-7}$ E) $\frac{x-36}{x-5}$

Çözüm

$$\frac{x^2 - mx + 36}{(x-1)(x-5)}$$

İfadesinin sadeleştirilebilir olması için,

$$x^2 - mx + 36 = (x-x_1)(x-x_2)$$

şeklinde çarpanlara ayrılmalı ve x_1 ve x_2 den biri 1 veya 5 olmalıdır. x_1 ile x_2 nin çarpımı 36 olduğu için x_1 ve x_2 sayıları 5 olamaz.

$x_1 = 1$ olmalıdır. $x_1 \cdot x_2 = 36$ olduğuna göre $x_2 = 36$ olur.

Buna göre,

$$\frac{x^2 - mx + 36}{(x-1)(x-5)} = \frac{(x-1)(x-36)}{(x-1)(x-5)} = \frac{x-36}{x-5}$$

olur.

Cevap E

Örnek 58

$$\frac{2ab\left(\frac{1}{4a^2} - \frac{9}{b^2}\right)}{b+6a}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{b+6a}{a}$ B) $\frac{b+6a}{a^2b^2}$ C) $\frac{b+6a}{a^2b^2}$
D) $\frac{b-6a}{2ab}$ E) $\frac{1}{2ab}$

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{2ab\left(\frac{1}{4a^2} - \frac{9}{b^2}\right)}{b+6a} &= \frac{2ab\left(\frac{b^2 - 36a^2}{4a^2b^2}\right)}{b+6a} \\ &= \frac{(b-6a)(b+6a)}{2ab} \\ &= \frac{b-6a}{2ab} \end{aligned}$$

Cevap D

Örnek 59

$$\frac{abx^2 - (a+b)x + 1}{ax-1}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(a-2b)x$ B) $8abx$ C) $ax+1$
D) abx E) $bx-1$

Çözüm

$$\frac{abx^2 - (a+b)x + 1}{ax-1} = \frac{(ax-1) \cdot (bx-1)}{ax-1} = bx-1$$

Cevap E

Örnek 60

$$\frac{\frac{a-2}{1-\frac{4}{a^2}} \cdot \frac{1}{a+2}}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a B) a^2 C) $a+1$ D) $a-1$ E) $a+2$

Çözüm

(I. Yol)

$$\begin{aligned} \frac{\frac{a-2}{1-\frac{4}{a^2}} \cdot \frac{1}{a+2}}{1} &= \frac{a-2}{\frac{a^2-4}{a^2}} \cdot \frac{1}{a+2} \\ &= \frac{a^2(a-2)}{a^2-4} \cdot \frac{1}{a+2} \\ &= a^2 \text{ dir.} \end{aligned}$$

(II. Yol)

a yerine paydayı sıfır yapmayacak herhangi bir sayı yazılıp sonuç bulunur. a yerine yazılan sayı seçeneklerde de yazılır. Aynı sonucu veren istenen seçenektir.

$a = 3$ için,

$$\begin{aligned} \frac{\frac{a-2}{1-\frac{4}{a^2}} \cdot \frac{1}{a+2}}{1} &= \frac{3-2}{1-\frac{4}{9}} \cdot \frac{1}{3+2} \\ &= \frac{1}{\frac{5}{9}} \cdot \frac{1}{5} \\ &= 1 \end{aligned}$$

seçeneklerde $a = 3$ için 9 u veren doğru yanıtır.

Cevap B

Örnek 61

$$t^2 = t + 1$$

olduğuna göre t^5 sayısının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3t$ B) $3t+2$ C) $3t-3$ D) $5t-2$ E) $5t+3$

Çözüm

$$\begin{aligned} t^2 = t + 1 \text{ ise } t^5 &= t(t^2)^2 \\ &= t(t+1)^2 \\ &= t(t^2 + 2t + 1) \\ &= t(t + 1 + 2t + 1) \\ &= t(3t + 2) \\ &= 3t^2 + 2t \\ &= 3(t + 1) + 2t \\ &= 3t + 3 + 2t \\ &= 5t + 3 \text{ tür.} \end{aligned}$$

Cevap E

ÇARPANLARA AYIRMA ve RASYONEL KESİRLERİN SADELEŞTİRİLMESİ

Çözümlü Test

1. $a^3 - 2a^2 - 9a + 18$
İfadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) a B) a + 1 C) a + 2
D) a - 2 E) a² + 1

2. $333^2 - 111^2 = 111^2 \cdot n$
olduğuna göre, n kaçtır?
- A) 9 B) 8 C) 6 D) -4 E) -6

3. $\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right)\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n}\right) + \left(\frac{2}{m} + \frac{2}{n}\right)\left(\frac{2}{m} - \frac{2}{n}\right) = 10$
 $m \cdot n = -2$
olduğuna göre, $m^2 - n^2$ kaçtır?
- A) 12 B) 8 C) -8 D) -12 E) -18

4. $4^a + 4^{-a} = 18$
olduğuna göre, $2^a - 2^{-a}$ aşağıdakilerden hangisi olabilir?
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 9

5. $m = 0,012$
 $n = 1,988$
olmak üzere, $(m - n)^2 + 4mn$ ifadesinin değeri kaçtır?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $\frac{2m^2}{n^2} + \frac{9m}{n} = 5$
olduğuna göre, m'nin n türünden eşiti aşağıdakilerden hangisi olabilir?
- A) -5n B) -2n C) n D) 2n E) 5n

7. $\frac{4}{a} + a = 3$
olduğuna göre, $\frac{64}{a^3} + a^3$ kaçtır?
- A) 9 B) 3 C) 1 D) -3 E) -9

8. $8x^3 - 12x^2y = 3$
 $6xy^2 - y^3 = -2$
olduğuna göre, y'nin x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisi olabilir?
- A) x B) 2x - 1 C) x - 1
D) 2x + 3 E) x + 1

9. $\frac{x}{y} - \frac{y}{x} = 6$
olduğuna göre, $\frac{x^4 + y^4}{x^2y^2}$ kaçtır?
- A) 1 B) 3 C) 8 D) 19 E) 38

10. $t^4 - t + 1 = 0$
olduğuna göre, $t^{10} + 2t^3 - t^2$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?
- A) t - 1 B) t + 1 C) t - 2
D) 1 E) 0

11.
$$\frac{a^3b + 2 \cdot a^2b}{a^2b + 2ab}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdaki-
lerden hangisidir?

- A) ab B) b C) a + 2 D) a²b E) a

12.
$$\frac{\frac{x^2-100}{x^2+1} \cdot \frac{x^2+1}{x^2-100}}{\frac{x^2+1}{x^2-100} \cdot \frac{x^2-100}{x^2+1}}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdaki-
lerden hangisidir?

- A) 1 B) -1 C) 0 D) x² E) x

13.
$$\frac{a^4 + a^2 + 1}{a^2 + a + 1}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdaki-
lerden hangisidir?

- A) a² B) a² + 1 C) a² - a + 1
D) a² + a + 1 E) a² - 1

14.
$$\frac{(x-y)^5 + (y-x)^5 + (x-2)^2}{x} \cdot \left(\frac{2}{x} - 1\right)^2$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdaki-
lerden hangisidir?

- A) x B) x - 1 C) x - 2
D) x² + 1 E) x²

15.
$$\frac{5^{12} + 1}{5^8 - 5^4 + 1}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 126 B) 165 C) 176 D) 626 E) 2226

16.
$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} \cdot \frac{x^2 - 1}{x^3 + 3x^2 + 2x}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdaki-
lerden hangisidir?

- A) x B) x² C) x + 1
D) $\frac{x}{x+1}$ E) $\frac{x+1}{x}$

17. m ve n birer tamsayı ve

$$\frac{x^2 + mx - 3}{x^2 - 5x + n}$$

kesrinin pay ve paydasının birer çarpanı x - 3 tür.
Buna göre, m + n kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

18. n pozitif tamsayıdır.

$$\frac{a^{3n}}{a^n - 1} - \frac{a^{2n}}{a^n + 1} - \frac{1}{a^n - 1} + \frac{1}{a^n + 1}$$

İfadesinin en sade biçimi aşağıdakilerden
hangisi olabilir?

- A) a²ⁿ + 1 B) aⁿ - 1 C) a²ⁿ + 2
D) $\frac{1}{a^n + 1}$ E) $\frac{a^n + 1}{a^n - 1}$

19.
$$\frac{1+y-y^2-y^3}{(xy^2-x)(xy+y)} \cdot \frac{(x-1)^2 y - 4y}{x^2 - 9}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdaki-
lerden hangisidir?

- A) $\frac{1+y}{x+3}$ B) $\frac{x-1}{x+3}$ C) 1 D) 0 E) $-\frac{1+y}{x(x+3)}$

20.
$$\frac{a^2 - 4b^2}{a^2 + 2ab} \cdot \frac{a^2 + 3ab - 10b^2}{2a^2 + 10ab}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdaki-
lerden hangisidir?

- A) 2 B) 2a C) ab D) a - b E) $\frac{a}{b}$

ÇARPANLARA AYIRMA ve RASYONEL KESİRLERİN SADELEŞTİRİLMESİ

Çözümler

1. $a^3 - 2a^2 - 9a + 18 = a^3 - 2a^2 - 9(a - 2)$

$$= a^2(a - 2) - 9(a - 2)$$

$$= (a^2 - 9)(a - 2)$$

$$= (a + 3)(a - 3)(a - 2)$$

olduğuna göre, verilen ifadenin çarpanlarından biri $(a - 2)$ dir.

Cevap D

2. $333^2 - 111^2 = 111^2 \cdot n$

$$(111 \cdot 3)^2 - (111 \cdot 1)^2 = 111^2 \cdot n$$

$$111^2 \cdot 3^2 - 111^2 \cdot 1^2 = 111^2 \cdot n$$

$$111^2 \cdot (3^2 - 1^2) = 111^2 \cdot n$$

$$111^2 \cdot 8 = 111^2 \cdot n$$

$$n = 8$$

Cevap B

3. $m \cdot n = -2 \dots (\star)$

$$\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right)\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n}\right) + \left(\frac{2}{m} + \frac{2}{n}\right)\left(\frac{2}{m} - \frac{2}{n}\right) = 10$$

$$\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) + \left(\frac{4}{m^2} - \frac{4}{n^2}\right) = 10$$

$$\frac{5}{m^2} - \frac{5}{n^2} = 10$$

$$5\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) = 10$$

$$\frac{n^2 - m^2}{m^2 n^2} = 2$$

$$n^2 - m^2 = 2m^2 n^2$$

$$m^2 - n^2 = -2(mn)^2$$

$$m^2 - n^2 = -2 \cdot (-2)^2$$

$$= -2 \cdot 4$$

$$= -8 \text{ olur.}$$

Cevap C

4. $2^a - 2^{-a} = t$ olsun.

$$t^2 = (2^a)^2 - 2 \cdot 2^a \cdot 2^{-a} + (2^{-a})^2$$

$$t^2 = (2^2)^a - 2 \cdot 2^{a-a} + (2^2)^{-a}$$

$$t^2 = 4^a - 2 \cdot 2^0 + 4^{-a}$$

$$t^2 = 4^a + 4^{-a} - 2 \cdot 1$$

$$t^2 = 18 - 2$$

$$t^2 = 16 \text{ ise}$$

$$t = 4 \text{ veya } t = -4 \text{ tür.}$$

Buna göre, $2^a - 2^{-a} = 4$ veya $2^a - 2^{-a} = -4$ tür.

Cevap B

5. $(m - n)^2 + 4mn = (m + n)^2$

$$= (0,012 + 1,988)^2$$

$$= (2)^2$$

$$= 4 \text{ tür.}$$

Cevap D

6. $\frac{2m^2}{n^2} + \frac{9m}{n} = 5$

$$\frac{2m^2}{n^2} + \frac{9mn}{n^2} = 5$$

$$\frac{2m^2 + 9mn}{n^2} = 5$$

$$2m^2 + 9mn = 5n^2$$

$$2m^2 + 9mn - 5n^2 = 0$$

$$(m + 5n)(2m - n) = 0$$

$$m + 5n = 0 \text{ veya } 2m - n = 0$$

$$m = -5n \text{ veya } m = \frac{n}{2} \text{ dir.}$$

Cevap A

7. $\frac{4}{a} + a = 3$ ifadesinde her iki tarafın karesi alınırsa,

$$\frac{16}{a^2} + 2 \cdot \frac{4}{a} \cdot a + a^2 = 9$$

$$\frac{16}{a^2} + a^2 = 1 \dots (\star) \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{64}{a^3} + a^3 &= \left(\frac{4}{a}\right)^3 + a^3 \\
 &= \left(\frac{4}{a} + a\right) \left(\frac{16}{a^2} - \frac{4}{a} \cdot a + a^2\right) \\
 &= \left(\frac{4}{a} + a\right) \left(\frac{16}{a^2} + a^2 - 4\right) \\
 &= 3 \cdot (1 - 4) \\
 &= 3 \cdot (-3) \\
 &= -9 \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

Cevap E

$$\begin{aligned}
 8. \quad 8x^3 - 12x^2y &= 3 \\
 + 6xy^2 - y^3 &= -2 \\
 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3 &= 1 \\
 (2x - y)^3 &= 1 \\
 2x - y &= 1 \\
 y &= 2x - 1 \text{ dir.}
 \end{aligned}$$

Cevap B

$$\begin{aligned}
 9. \quad \frac{x}{y} - \frac{y}{x} &= 6 \text{ Her iki tarafın karesi alınırsa,} \\
 \frac{x^2}{y^2} - 2 \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2} &= 36 \\
 \frac{x^2}{y^2} - 2 + \frac{y^2}{x^2} &= 36 \\
 \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} &= 38 \\
 \frac{x^4 + y^4}{x^2y^2} &= 38 \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

Cevap E

$$\begin{aligned}
 10. \quad t^4 - t + 1 &= 0 \\
 t^4 &= t - 1 \dots (*) \\
 t^{10} + 2t^3 - t^2 &= (t^4)^2 \cdot t^2 + 2t^3 - t^2 \\
 &= (t - 1)^2 t^2 + 2t^3 - t^2 \\
 &= (t^2 - 2t + 1)t^2 + 2t^3 - t^2 \\
 &= t^4 - 2t^3 + t^2 + 2t^3 - t^2 \\
 &= t^4 \\
 &= t - 1 \text{ dir.}
 \end{aligned}$$

Cevap A

$$11. \quad \frac{a^3b + 2a^2b}{a^2b + 2ab} = \frac{a^2b(a+2)}{ab(a+2)} = a \text{ dır.}$$

Cevap E

$$\begin{aligned}
 12. \quad \frac{x^2 - 100}{x^2 + 1} &= m \text{ ve } \frac{x^2 + 1}{x^2 - 100} = n \text{ olsun.} \\
 \frac{x^2 - 100}{x^2 + 1} \cdot \frac{x^2 + 1}{x^2 - 100} &= \frac{m - n}{n - m} = \frac{-(n - m)}{n - m} = -1 \text{ olur.}
 \end{aligned}$$

Cevap B

$$\begin{aligned}
 13. \quad a^4 + a^2 + 1 &= a^4 + a^2 + 1 + a^2 - a^2 \\
 &= a^4 + 2a^2 + 1 - a^2 \\
 &= (a^2 + 1)^2 - a^2 \\
 &= [(a^2 + 1) - a][(a^2 + 1) + a] \\
 &= (a^2 - a + 1)(a^2 + a + 1)
 \end{aligned}$$

olduğu için,

$$\begin{aligned}
 \frac{a^4 + a^2 + 1}{a^2 + a + 1} &= \frac{(a^2 - a + 1)(a^2 + a + 1)}{a^2 + a + 1} \\
 &= a^2 - a + 1 \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

Cevap C

14.

$$\begin{aligned}
 (y - x)^5 &= [-(x - y)]^5 = -(x - y)^5 \text{ olduğu için,} \\
 (x - y)^5 + (y - x)^5 &= (x - y)^5 - (x - y)^5 = 0 \text{ olur.}
 \end{aligned}$$

Buna göre,

$$\begin{aligned}
 \frac{(x - y)^5 + (y - x)^5 + (x - 2)^2}{x} \cdot \left(\frac{2}{x} - 1\right)^2 &= \frac{(x - 2)^2}{x} \cdot \left(\frac{2}{x} - 1\right)^2 \\
 &= \frac{(x - 2)^2}{x} \cdot \frac{(2 - x)^2}{x^2} \\
 &= \frac{(2 - x)^2}{x} \cdot \frac{x^2}{(2 - x)^2} \\
 &= x \text{ olur.}
 \end{aligned}$$

Cevap A

15. $5^{12} + 1 = (5^4)^3 + 1^3$

$= (5^4 + 1) \cdot (5^8 - 5^4 + 1)$ olduğu için,

$$\begin{aligned} \frac{5^{12} + 1}{5^8 - 5^4 + 1} &= \frac{(5^4 + 1) \cdot (5^8 - 5^4 + 1)}{5^8 - 5^4 + 1} \\ &= 5^4 + 1 \\ &= 625 + 1 \\ &= 626 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Cevap D

16. $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} \cdot \frac{x^2 - 1}{x^3 + 3x^2 + 2x}$

$$\begin{aligned} &= \frac{(x-2)(x-1)}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{x(x^2 + 3x + 2)}{(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{x \cdot (x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)} \\ &= x \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Cevap A

17. Pay ve paydanın bir çarpanı $x - 3$ olduğu için,

$$\frac{x^2 + mx - 3}{x^2 - 5x + n} = \frac{(x-3)(x+a)}{(x-3)(x+b)} \text{ olmalıdır.}$$

$$(-3 \cdot a) = -3 \text{ ise } a = 1 \text{ ve}$$

$$-3 + b = -5 \text{ ise } b = -2 \text{ dir. Buna göre,}$$

$$\begin{aligned} \frac{x^2 + mx - 3}{x^2 - 5x + n} &= \frac{(x-3)(x+a)}{(x-3)(x+b)} \\ &= \frac{(x-3)(x+1)}{(x-3)(x-2)} \\ &= \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 5x + 6} \end{aligned}$$

olur. Buna göre,

$$m = -2 \text{ ve } n = 6 \text{ ise } m + n = -2 + 6 = 4 \text{ tür.}$$

Cevap C

18. (I. Yol)

$$\begin{aligned} &\frac{a^{3n}}{a^n - 1} - \frac{a^{2n}}{a^n + 1} - \frac{1}{a^n - 1} + \frac{1}{a^n + 1} \\ &= \frac{a^{3n}}{a^n - 1} - \frac{1}{a^n - 1} - \left(\frac{a^{2n}}{a^n + 1} - \frac{1}{a^n + 1} \right) \\ &= \frac{a^{3n} - 1}{a^n - 1} - \frac{a^{2n} - 1}{a^n + 1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(a^n)^3 - 1^3}{a^n - 1} - \frac{(a^n)^2 - 1}{a^n + 1} \\ &= \frac{(a^n - 1)(a^{2n} + a^n + 1)}{a^n - 1} - \frac{(a^n - 1)(a^n + 1)}{a^n + 1} \\ &= a^{2n} + a^n + 1 - a^n + 1 \\ &= a^{2n} + 2 \end{aligned}$$

(II. Yol)

$n = 1$ ve $a = 2$ için,

$$\frac{2^3}{2^1 - 1} - \frac{2^2}{2^1 + 1} - \frac{1}{2^1 - 1} + \frac{1}{2^1 + 1} = 6 \text{ olduğundan seçe-}$$

neklerde $n = 1$ ve $a = 2$ için 6'yı veren doğru cevaptır.

Cevap C

19. $\frac{1+y-y^2-y^3}{(xy^2-x)(xy+y)} \cdot \frac{(x-1)^2 y - 4y}{x^2 - 9}$

$$\begin{aligned} &= \frac{(1+y)-y^2(1+y)}{x(y^2-1)y(x+1)} \cdot \frac{y[x^2-2x-3]}{(x-3)(x+3)} \\ &= \frac{(1+y)(1-y^2)}{-1 \cdot xy(1-y^2)(x+1)} \cdot \frac{y(x+1)(x-3)}{(x-3)(x+3)} \\ &= \frac{1+y}{-x(x+3)} \\ &= -\frac{1+y}{x(x+3)} \end{aligned}$$

Cevap E

20. $a^2 + 3ab - 10b^2 = (a - 2b)(a + 5b)$

olduğuna göre,

$$\begin{aligned} &\frac{a^2 - 4b^2}{a^2 + 2ab} \cdot \frac{a^2 + 3ab - 10b^2}{2a^2 + 10ab} \\ &= \frac{(a-2b)(a+2b)}{a(a+2b)} \cdot \frac{(a-2b)(a+5b)}{2a(a+5b)} \\ &= \frac{a-2b}{a} \cdot \frac{2a}{a-2b} \\ &= 2 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Cevap A

**ÇARPANLARA AYIRMA ve
RASYONEL KESİRLERİN SADELEŞTİRİLMESİ**

Cevaplı Test - 1

1. $(mn^2 - m^2n)^2 - m^2n + mn^2$
ifadesinin çarpanlarından birisi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) m^2 B) n^2 C) $m + n$
D) $m - n$ E) $m - n + 1$

2. $\frac{(77\ 777)^2 - (22\ 223)^2}{55\ 554}$
işleminin sonucu kaçtır?

A) 10^4 B) 10^5 C) 10^6 D) 10^7 E) 10^8

3. $x \cdot y$ çarpımının her çarpanı 3 azaltılırsa çarpım ne kadar azalır?

A) $-3(x - y)$ B) $-(x + y - 3)$ C) $3(x - y)$
D) $3(x + y)$ E) $3(x + y - 3)$

4. $m^2 + \frac{9}{m^2} = 22$

olduğuna göre, $m - \frac{3}{m}$ aşağıdakilerin hangisine eşit olabilir?

A) -4 B) -3 C) 2 D) 3 E) 5

5. $x = 0,1$ için, $(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) -8,001 B) -7,009 C) -7,999
D) 8,001 E) 7,999

6. $x = 3,92$ ve $y = 0,04$ için,

$$x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) 8 B) 27 C) 64 D) 125 E) 243

7. $\left(\frac{4}{x+y} - \frac{4}{x-y}\right) : \left(\frac{2}{x-y} - \frac{2}{x+y}\right)$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) -2 B) $-\frac{2x}{y}$ C) $2y$ D) 2 E) $\frac{2y}{x}$

8. $\left(m + 2 - \frac{15}{m}\right) : \left(\frac{1}{m} + \frac{5}{m^2}\right)$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $m^2 - 2$ B) $m^2 + m$ C) $m^2 + 2m$
D) $m^2 - 3m$ E) $m - 2$

9. $\left(\frac{m+mn}{m-n} + m\right) : \left(\frac{m-mn}{m-n} - m\right)$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1-m}{1+m}$ B) $\frac{1+m}{1-m}$ C) $\frac{m^2}{m+1}$ D) m E) $m-1$

10. $\frac{x}{1+\frac{x}{y}} - \frac{2}{\frac{1}{x} - \frac{x}{y^2}} + \frac{x}{\frac{y}{x} - 1}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) $2x^2y$ C) $-x$ D) $2xy^2$ E) 0

11. $(x-3)(x+3)(x^2+9)(x^4+81)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x^4 - 3^4$ B) $x^6 + 3^8$ C) $x^8 - 3^8$
D) $x^{16} - 3^{16}$ E) $x^{16} + 3^{16}$

12.
$$\frac{(x+2y)^3 + (x-2y)^3 - 24xy^2}{x^2}$$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x B) $2x$ C) $x+1$
D) $2x+1$ E) $2(x+1)$

13.
$$\frac{m^2 - 4mn + 4n^2 - 4}{m^2 - 4m - 4n^2 + 4} : \frac{m - 2n + 2}{m + 2n - 2}$$

ifadesi sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) $\frac{m+2n-2}{m-2n+2}$ D) -1 E) -2

14.
$$\begin{aligned} m &= \sqrt{2} - 2 \\ n &= \sqrt{2} + 2 \end{aligned}$$

olduğuna göre, $(m^2 - n^2)^{\frac{8}{7}}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 9 C) 16 D) 25 E) 64

15.
$$\frac{5^{3n} - 1}{5^{2n} + 5^n + 1} = 624$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

16.
$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 6$$

olduğuna göre, $x - \frac{1}{x}$ aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

17.
$$a^{-1} + b^{-1} = \frac{3}{4}$$

$a + b = 6$

olduğuna göre $a^2 + b^2$ nin değeri kaçtır?

- A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 36

18.
$$(a^2 + 9b^2 - 6ab) : \frac{a^2 - 3ab}{a^2 + 3ab}$$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a^2 - 9b^2$ B) $a^2 + 3b^2$ C) $a + 3b$
D) $a - 3b$ E) $3a + 2b$

19.
$$a + \frac{1}{a} = 2\sqrt{3}$$

olduğuna göre, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2$ kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

20.
$$\frac{x^4 + x}{x^2 - x - 2} : \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 2x}$$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-x^2$ B) $-x$ C) 1 D) x E) x^2

1. $\frac{a^2b - ab^2}{ab - b^2}$
İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $-a$ B) $-b$ C) ab D) b E) a

2. $\frac{xyz - yz^2}{y^2z - xy^2}$
İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $-\frac{y}{z}$ B) $-\frac{z}{y}$ C) $\frac{x}{y}$ D) $\frac{y}{z}$ E) $\frac{z}{y}$

3. $\frac{2ab^3 - 8a^3b}{2ab^2 - 4a^2b}$
İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $-b - 2a$ B) $b - 2a$ C) $a + b$
D) $2a - b$ E) $b + 2a$

4. $(2a - b) \cdot (2a + b) + (2b - a)(2b + a)$
İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $3(a^2 - b^2)$ B) $3(a + b)^2$ C) $3(a^2 + b^2)$
D) $5(a^2 + b^2)$ E) $5(a^2 - b^2)$

5. $\left(\frac{2}{a} - \frac{1}{b}\right)\left(\frac{2}{a} + \frac{1}{b}\right) + \left(\frac{2}{b} + \frac{1}{a}\right)\left(\frac{1}{a} - \frac{2}{b}\right)$
İfadesinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $3\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right)$ B) $5\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)$
C) $3\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)$ D) $5\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right)$
E) $3\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)^2$

6. $\sqrt{a} - \sqrt{b} = 4$
 $a - b = 24$
olduğuna göre, $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ kaçtır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

7. $(x - y - z)^2 - (x + y - z)^2$
İfadesi aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?
A) $4y(z - x)$ B) $4y(x - z)$ C) $2y(x - z)$
D) $2y(z - x)$ E) $4(z - x)(y + z)$

8. $(a - b)^2(a - c)(c - b)^2 + (b - a)(c - a)^2(b - c)^2$
İfadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisi olamaz?
A) $b - a$ B) $b - c$ C) $(b - c)^3$
D) $a(b + c)$ E) $(a - c)$

9. $x - \frac{1}{2x} = 2\sqrt{2}$
olduğuna göre, $4x^2 + \frac{1}{x^2}$ kaçtır?
A) 7 B) 8 C) 9 D) 28 E) 36

10. $\frac{a^4b - ab^4}{a^3b + ab^3 + a^2b^2}$
İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $a + b$ B) $a - b$ C) $b - a$
D) $\frac{a - b}{a + b}$ E) ab

11. x, y birer gerçel (reel) sayıdır.

$$x^3 + y^3 = 10$$

$$3xy^2 + 3x^2y = 17$$

olduğuna göre, $x + y$ kaçtır?

- A) $\sqrt{3}$ B) 2 C) 3 D) $3\sqrt{3}$ E) 9

- 12.

$$\frac{x^2 - (a+b)x + ab}{b-x}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a - x$ B) $x - a$ C) $ax - 1$
D) $x + a$ E) $-x - a$

- 13.

$$\frac{ax^2 - b^2 + bx - abx}{ax^2 + ab + a^2x + bx} : \frac{b-x}{x^2 - a^2}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-x - a$ B) $x - a$ C) $ax + b$
D) $a - x$ E) $x + a$

- 14.

$$\frac{(x^2 + xy)^2}{y^3 + 2xy^2 + yx^2} : \frac{(x^2 - xy)^2}{x^3 - 2x^2y + y^2x}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{y}{z}$ B) $-x$ C) $\frac{y}{x}$ D) y E) $\frac{x}{y}$

- 15.

$$\left[\frac{x^3 - x^2 + x}{1 + x^3} : \frac{x^2 - 3x + 2}{1 - x^2} \right] \cdot \frac{4 - x^2}{x^3 + 2x^2}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-x^2$ B) $-\frac{1}{x}$ C) x D) $\frac{1}{x}$ E) x^2

- 16.

$$\frac{a}{a-1} - \frac{a}{1+a} + \frac{2}{a^2-1}$$

İfadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{2}{1+a}$ B) $\frac{2}{a^2-1}$ C) $\frac{1}{a-1}$
D) $\frac{1}{a+1}$ E) $\frac{2}{a-1}$

- 17.

$$\frac{(a-b)^2 + 3ab}{a^2 + ab} : \frac{a^3 - b^3}{ab^2 - a^3}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{a}{b}$ B) $-a$ C) -1 D) b E) 1

- 18.

$$4x^2 - 2y + 4x - y^2$$

İfadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $2x + y$ B) $2x - y + 2$ C) $2x + y + 2$
D) $x - y$ E) $2x - y + 4$

- 19.

$$\frac{\frac{9}{m^2} - 1}{m-3} \cdot \frac{m^4}{m^2 + 3m}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) $-m$ C) m D) $m-3$ E) $\frac{m+3}{m-3}$

- 20.

$$\frac{1+x+x^{-1}}{x^3-1}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\frac{x+1}{x-1}$ B) $\frac{1}{x(x-1)}$ C) $\frac{1}{x+1}$
D) $x-1$ E) x

1. $(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})^2 - (\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{5})^2 =$
 $a(\sqrt{5} - \sqrt{3})$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) $-4\sqrt{2}$ B) -4 C) $-2\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{2}$

2. $m + n = 3$

$m - k = 2$

olduğuna göre,

$mk + 2m - nm + 2n + nk - m^2$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -12 B) -6 C) 0 D) 6 E) 12

3.
$$\frac{a^2b^2c - a^2b^2c^3}{ab - ac^2b}$$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) ab B) bc C) abc D) ac E) $\frac{ab}{c}$

4. a ve b pozitif reel (gerçek) sayılardır.

$a + b = 13$

$a \cdot b = 4$

olduğuna göre, $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

- A) -4 B) -3 C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) 9

5. $a - b + c = 3$

$ab + bc - ac = 4$

olduğuna göre, $a^2 + b^2 + c^2$ kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 16 D) 17 E) 20

6. m negatif bir tamsayı olmak üzere,

$$\frac{x^2 + mx - 12}{x^2 + 8x + 15}$$

kesri sadeleşebilir bir kesirdir.

Buna göre, bu kesrin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x-4}{x+5}$ B) $\frac{x+4}{x-5}$ C) $\frac{x+3}{x-5}$

D) $\frac{x-4}{x+3}$ E) $\frac{x+4}{x+5}$

7.

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 14$$

olduğuna göre, $\sqrt{\frac{y}{x}} + \sqrt{\frac{x}{y}}$ nin değeri kaçtır?

- A) 3 B) $2\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{3}$ D) 4 E) $3\sqrt{2}$

8.

$$\frac{x^8 - x^2}{x^6 + x^4 + x^2}$$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1 - x^2$ B) $x^2 + 1$ C) $x^2 - 1$
D) $x^3 - 1$ E) $x^2 + x - 1$

9.

$$\left(\frac{\sqrt{m} - \sqrt{n}}{\sqrt{m} + \sqrt{n}} - \frac{\sqrt{m} + \sqrt{n}}{\sqrt{m} - \sqrt{n}} \right) \cdot \left(\sqrt{\frac{n}{m}} - \sqrt{\frac{m}{n}} \right)$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -1 B) $-4\sqrt{mn}$ C) 0 D) 1 E) 4

10. x ve y birer reel (gerçek) sayıdır.

$$4x^2 + 4y + y^2 - 12x = -13$$

olduğuna göre, $x \cdot y$ kaçtır?

- A) -6 B) -3 C) 3 D) 6 E) 12

11. $x^2 = x - 1$
olduğuna göre, $x^{13} + x^{10} + x^9 - 8$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) -10 B) -9 C) -8 D) -7 E) 0

12. $\left(\sqrt{\frac{y}{x}} - \sqrt{\frac{x}{y}} - 1\right) : \left(\frac{x\sqrt{y}}{y\sqrt{x}} - \frac{y\sqrt{x}}{x\sqrt{y}} + 1\right)$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\sqrt{\frac{y}{x}}$ B) $\sqrt{x} - \sqrt{y}$ C) -1 D) $\sqrt{xy}$ E) 1

13. $\frac{\sqrt{a+1+2\sqrt{a}}}{1-a} : \frac{a+1+\sqrt{a}}{a^2-\sqrt{a}}$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\sqrt{a}$ B) -1 C) 1 D) $\sqrt{a} - 1$ E) $\sqrt{a}$

14. $\left(\frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1}\right) : \left(\frac{x}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4x}\right)$

İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x+1}{x-1}$ B) $\frac{x-1}{x+1}$ C) $\frac{1-x}{1+x}$ D) $\frac{1+x}{1-x}$ E) -1

15. $\left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} + \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1}\right) : \frac{a+1}{a-1}$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{a-1}{a+1}$ B) $\frac{a}{a-1}$ C) $\frac{2a}{a-1}$ D) 1 E) 2

16. $\left(\frac{x-\sqrt{y}}{x+\sqrt{y}} + \frac{x+\sqrt{y}}{x-\sqrt{y}}\right) : \frac{yx^2+y^2}{y^2-x^2y}$

İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) -2y B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

17. $\left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}}\right) : \left(\frac{a\sqrt{ab} - b\sqrt{a}}{a\sqrt{a} - \sqrt{ab} - a\sqrt{b} + b}\right)$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ B) -1 C) $a - 1$
D) 1 E) $\sqrt{a} + \sqrt{b}$

18. $\left(\sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}}\right) : \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{xy}}$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{y} - \sqrt{x}$ B) $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ C) $\sqrt{x} - \sqrt{y}$
D) $x - y$ E) 1

19. n pozitif tamsayıdır.

$$\frac{x^{6n} - 27^{2n}}{(x^{2n} - 9^n) \cdot (x^{2n} + 3^n x^n + 9^n)}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^n + 3^n$ B) $x^{2n} + 9^n$ C) $x^{2n} + 3$
D) $x^{2n} - 3^n x^n + 9^n$ E) $x^n - 3^n$

20. $\frac{a^5 + a^2 b^3}{a^2 + 2ab + b^2} : \frac{a^2 - ab + b^2}{(a^2 + ab)^2}$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $a^2(a+b)$ B) $a^4(a+b)$ C) $a+b$
D) $a \cdot b$ E) a^4

1. $\frac{ax^2 - (2a+1)x + a}{x-2}$

kesri sadeleşebilir bir kesirdir.

Buna göre, bu kesrin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x-2$ B) $2x-1$ C) $x+2$
D) $2x+1$ E) $x-1$

2. $\frac{\frac{2}{y} - \frac{1}{x} \left(\frac{3x}{y} - \frac{y}{x} \right)}{\frac{1}{y} - \frac{y}{x} \left(\frac{2}{y} - \frac{1}{x} \right)}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x-y}{x+y}$ B) -1 C) $\frac{x+y}{x-y}$
D) $\frac{x+y}{y-x}$ E) $\frac{3x^2 - y^2}{x - y^2}$

3. $\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = 1$

olduğuna göre, $\frac{x^3 - 1}{x\sqrt{x}}$ kaçtır?

- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) 3 E) 4

4. $\frac{2001^2 + 2002^2 - 2002 \cdot 4002}{2001^2 - 2000^2}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{1}{4001}$ B) -1 C) $\frac{1}{4001}$ D) 1 E) 2

5. $\frac{x^2 \cdot \sqrt{y} + y^2 \cdot \sqrt{x}}{x \cdot \sqrt{xy} - xy + y \cdot \sqrt{xy}} : \frac{x-y}{\sqrt{xy} - x}$

işleminin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) $-\sqrt{x}$ C) $\sqrt{xy}$ D) $\sqrt{x}$ E) 1

6. $\frac{32^x + 2 \cdot 16^x - 2x - 2}{8^x + 2 \cdot 4^x - 2^x - 2}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2^x - 1$ B) $2^x + 1$ C) $4^x - 1$
D) $4^x + 1$ E) $2^x + 4$

7. $\frac{\sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}}}{\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}}} : \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{y}}{x} \right)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) $\sqrt{x}$ C) $\sqrt{x} - \sqrt{y}$ D) 1 E) x

8. $\left[\frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{x\sqrt{x} - y\sqrt{y}} : \frac{x\sqrt{x} - x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{x\sqrt{y} + y\sqrt{x} + y\sqrt{y}} \right] \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{y}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right]$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ B) $\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{x}$ C) $y(\sqrt{x} + \sqrt{y})$
D) y E) x

9. $3x^2 - 12x + 2xy + 9 - y^2$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $3x - y - 3$ B) $3x + y + 3$ C) $x + y + 3$
D) $3x + y$ E) $3x - y$

10. $999^2 + 888^2 + 99^2 - 2(999 \cdot 888 + 999 \cdot 99 - 888 \cdot 99)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 10 B) 44 C) 100 D) 112 E) 144

11.
$$\frac{x^2 - y^2 - 4y - 4}{x^2 - 4 + y^2 + 2xy}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) $\frac{x-y+2}{x+y-2}$ C) $\frac{x-y-2}{x+y-2}$
D) $\frac{x+2+y}{x+y-2}$ E) 1

12.
$$\frac{x^5 - x^3 - x^2 + 1}{x^4 - x^3 - x + 1}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1 - x$ B) $x + 1$ C) $x - 2$
D) $x + 2$ E) $x - 1$

13.
$$\begin{aligned} x + y - z &= 6 \\ x^2 + y^2 + z^2 &= 16 \end{aligned}$$

olduğuna göre, $\frac{x}{yz} + \frac{y}{xz} + \frac{z}{xy}$ işleminin sonucunu kaçtır?

- A) $-\frac{8}{5}$ B) $-\frac{3}{2}$ C) $\frac{8}{5}$ D) $\frac{5}{4}$ E) $\frac{4}{5}$

14.
$$x - \frac{1}{x} = 4$$

olduğuna göre, $x + \frac{1}{x}$ aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

- A) $2\sqrt{3}$ B) 3 C) $3\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{5}$ E) $2\sqrt{6}$

15.
$$\begin{aligned} 3^x - 2^x &= 2 \\ 6^x &= 5 \end{aligned}$$

olduğuna göre, $27^x - 8^x$ kaçtır?

- A) 18 B) 24 C) 32 D) 38 E) 45

16.
$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 3\sqrt{3}$$

$x \cdot y = 36$

olduğuna göre, $x\sqrt{x} + y\sqrt{y}$ kaçtır?

- A) $9\sqrt{3}$ B) $18\sqrt{3}$ C) $21\sqrt{3}$
D) $24\sqrt{3}$ E) $27\sqrt{3}$

17.
$$\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 2\right) : \frac{x^6 - y^6}{x^5y + x^3y^3 + y^5x}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x+y}{x-y}$ B) x^2y^2 C) $\frac{x-y}{x+y}$ D) $\frac{x^2y^2}{x-y}$ E) 1

18.
$$\frac{\frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}}}{\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}}} : (a+b) + \frac{1}{\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}}}$$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ C) ab D) $\sqrt{ab}$ E) $a+b$

19. $a + b + c = -5$

$abc = 9$

$ab + ac + bc = 3$

olduğuna göre, $\frac{ab}{c} + \frac{ac}{b} + \frac{bc}{a}$ kaçtır?

- A) -10 B) -9 C) 6 D) 10 E) 11

20.
$$\frac{210^3 + 1}{210^2 - 209}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 840 B) 422 C) 420 D) 211 E) 100

Burada, önce oran konusunu sonra da orantı konusunu anlatacağız. Orantı konusu içinde doğru orantılı çoklukları, ters orantılı çoklukları, bileşik orantıyı ve bazı ortalama tanımlarını vereceğiz.

Son yedi yılın Öğrenci Seçme Sınavı'nda oran ve orantı ile ilgili toplam 5 soru soruldu.

ORAN – ORANTI

⇒ ORAN

⇒ ORANTI

- A. TANIM
- B. ORANTININ ÖZELLİKLERİ
- C. DOĞRU ORANTILI ÇOKLUKLAR
- D. TERS ORANTILI ÇOKLUKLAR
- E. ARİTMETİK ORTALAMA
- F. GEOMETRİK ORTALAMA
- G. DÖRDÜNCÜ ORANTILI
- H. HARMONİK ORTA

⇒ ÇÖZÜMLÜ TEST

⇒ CEVAPLI TEST (1, 2, 3, 4)

B

Ö

L

Ü

M

9

ORAN ve ORANTI

I. ORAN

a ve b reel sayılarının en az biri sıfırdan farklı olmak koşuluyla $\frac{a}{b}$ ye a'nın b ye oranı denir.

UYARI :

- ✓ Kesir ile oran karıştırılmamalıdır. Kesrin payı sıfır olabilir fakat paydası sıfır olamaz. Ancak oranın payı ya da paydası sıfır olabilir.
- ✓ Oranlanan çoklukların birimleri aynı tür olmalıdır.
- ✓ Oranın sonucu birimsizdir.

ÖRNEK 1 _____

3 gr'ın 5 gr a oranı (3 ün 5 e oranı) : $\frac{3 \text{ gr}}{5 \text{ gr}} = \frac{3}{5}$ tir.

$\frac{3 \text{ gr}}{5 \text{ cm}}$ ifadesi bir oran belirtmez.

II. ORANTI

A. TANIM

$\frac{a}{b}$ ve $\frac{c}{d}$ gibi iki oranın eşitliğini ifade eden önermeye

orantı denir.

Yani $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ eşitliğine orantı denir.

B. ORANTININ ÖZELİKLERİ

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ orantısı, } \begin{array}{c} \text{içler} \\ \downarrow \downarrow \\ a : b = c : d \\ \uparrow \uparrow \\ \text{dışlar} \end{array}$$

biçiminde de gösterilebilir.

Bu orantıda; a ile d ye dışlar, b ile c ye içler denir.

1) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$ dir.

2) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ise,

i) $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

ii) $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$

iii) $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ dir.

3) $m \neq 0, n \neq 0$ olmak üzere,

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ ise;

i) $\frac{m \cdot a + n \cdot c}{m \cdot b + n \cdot d} = k$

ii) $\frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2} = k^2$

iii) $\frac{m \cdot a^2 + n \cdot c^2}{m \cdot b^2 + n \cdot d^2} = k^2$

iv) $\frac{a^n}{b^n} = \frac{c^n}{d^n} = k^n$

4) Bir orantının her iki tarafına aynı sayı eklenir ya da çıkarılırsa orantı bozulmaz.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ ise,

i) $\frac{a}{b} + 1 = \frac{c}{d} + 1 \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} = k+1$

ii) $\frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1 \Rightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} = k-1$

iii) $\frac{a}{b} + n = \frac{c}{d} + n \Rightarrow \frac{a+nb}{b} = \frac{c+nd}{d} = k+n$ dir.

i ve ii deki ifadeler taraf tarafa bölünürse,

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ elde edilir.

5) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$ ise,

$a = bk, c = dk, e = fk$ dir.

6) a, b, c sayıları sırasıyla x, y, z ile orantılı ise,

$a : b : c = x : y : z$ veya $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$ biçiminde gösterilir.

Örnek 2 _____

$$\frac{a+b}{b} = \frac{5}{3}$$

olduğuna göre, $\frac{2a-3b}{b}$ oranının değeri kaçtır?

- A) $-\frac{5}{3}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{8}{3}$

Çözüm

(I. Yol)

$$\frac{a+b}{b} = \frac{5}{3}$$

$$3 \cdot (a+b) = 5 \cdot b$$

$$3a + 3b = 5b$$

$$3a = 2b$$

$$a = \frac{2b}{3} \dots (\star)$$

$$\begin{aligned} \frac{2a-3b}{b} &= \frac{2 \cdot \frac{2b}{3} - 3b}{b} \\ &= \frac{4b-9b}{3b} \\ &= \frac{-5b}{3b} \\ &= -\frac{5}{3} \end{aligned}$$

(II. Yol)

$$\frac{a+b}{b} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{b} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{a}{b} + 1 = \frac{5}{3}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{3} \dots (\star)$$

$$\frac{2a-3b}{b} = \frac{2a}{b} - \frac{3b}{b} = 2 \cdot \frac{a}{b} - 3 = 2 \cdot \frac{2}{3} - 3 = -\frac{5}{3} \text{ olur.}$$

Cevap A

Örnek 3 _____

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{8} = \frac{z}{5}$$

$$2x - y + z = 2$$

olduğuna göre, z kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

Çözüm

(I. Yol)

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{8} = \frac{z}{5} = k \text{ ise,}$$

$$\frac{2x}{4} = \frac{-y}{-8} = \frac{z}{5} = k$$

$$\frac{2x-y+z}{4-8+5} = k$$

$$\frac{2}{1} = k$$

$$k = 2 \dots (\star)$$

$$\frac{z}{5} = k \text{ ise, } z = 5k = 5 \cdot 2 = 10 \text{ olur.}$$

(II. Yol)

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{8} = \frac{z}{5} = k \text{ olsun. Buna göre,}$$

$x = 2k$, $y = 8k$, $z = 5k$ olur. Bu değerler verilen denklemde yazılarak sonuca gidilir.

$$2x - y + z = 2$$

$$2 \cdot (2k) - 8k + 5k = 2$$

$$k = 2 \dots (\star)$$

$$z = 5k = 5 \cdot 2 = 10 \text{ olur.}$$

Cevap E

Örnek 4 _____

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$$

$$2x - 3y + z = -2$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

Çözüm

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} = k \text{ olsun. Buna göre,}$$

$x = 3k$, $y = 4k$, $z = 5k$ olur. Bu değerleri

$2x - 3y + z = -2$ de yerine yazalım.

$$2 \cdot (3k) - 3 \cdot (4k) + (5k) = -2$$

$$6k - 12k + 5k = -2$$

$$k = 2 \dots (\star)$$

$$x = 3k = 3 \cdot 2 = 6 \text{ dir.}$$

Cevap C

Örnek 5

a, b, c birer reel (gerçek) sayıdır.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

$$\frac{2a+3}{2b+md} = k$$

olduğuna göre, m'nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3a B) 3c C) $\frac{3}{c}$ D) $\frac{3}{d}$ E) 3d

Çözüm

$$\frac{2a+3}{2b+md} = k \quad \dots (1)$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

$$\frac{2a}{2b} = \frac{mc}{md} = k$$

$$\frac{2a+mc}{2b+md} = k \quad \dots (2)$$

(1) ve (2) orantılarının sabitleri eşit olduğuna göre,

$$\frac{2a+3}{2b+md} = \frac{2a+mc}{2a+md} \Rightarrow 3=mc$$

$$\Rightarrow m = \frac{3}{c} \text{ dir.}$$

Cevap C

Örnek 6

a, b, c sayıları sırasıyla 13, 12, 5 sayıları ile orantılıdır.

$$b + c - a = 8$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 16 B) 20 C) 26 D) 30 E) 32

Çözüm

a, b, c sayıları sırasıyla 13, 12, 5 sayılarıyla orantılı ise,

$$\frac{a}{13} = \frac{b}{12} = \frac{c}{5} = k \text{ dir. Buradan}$$

$$k = \frac{b}{12} = \frac{c}{5} = \frac{-a}{-13}$$

$$k = \frac{b+c-a}{12+5-13}$$

$$k = \frac{b+c-a}{4}$$

$$k = \frac{8}{4}$$

$$k = 2 \quad \dots (\star)$$

$$\left(\frac{a}{13} = k \text{ ve } k=2 \right) \Rightarrow a=26 \text{ dir.}$$

Cevap C

Örnek 7

$x > 0, y > 0, z > 0$ ve

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 200$$

olduğuna göre, $x + y + z$ toplamı kaçtır?

- A) 18 B) 22 C) 24 D) 26 E) 30

Çözüm

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} = k \text{ olsun.}$$

Buna göre, $x = 3k, y = 4k, z = 5k$ olur. Bu değerler verilen denklemde yerine yazılarak sonuca gidilir.

$$x^2 + y^2 + z^2 = 200$$

$$(3k)^2 + (4k)^2 + (5k)^2 = 200$$

$$9k^2 + 16k^2 + 25k^2 = 200$$

$$50k^2 = 200$$

$$k^2 = 4$$

$$k = 2 \quad \dots (\star)$$

$$x + y + z = 3k + 4k + 5k = 12k = 12 \cdot 2 = 24 \text{ bulunur.}$$

Cevap C

Örnek 8

671 ceviz üç kişi arasında $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ sayıları ile orantılı olacak biçimde paylaştırılıyor.

Buna göre, payı en az olan kaç ceviz almıştır?

- A) 370 B) 366 C) 183 D) 122 E) 66

Çözüm

Üç kişinin aldıkları ceviz sayıları x, y, z olsun.

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{\frac{1}{2}} = \frac{z}{\frac{1}{3}} = k$$

$$\frac{x+y+z}{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = k$$

$$\frac{671}{\frac{11}{6}} = k$$

$$k = 366 \quad \dots (\star)$$

Payı en az olanın aldığı ceviz sayısı :

$$z = \frac{1}{3} \cdot k = \frac{1}{3} \cdot 366 = 122 \text{ dir.}$$

Cevap D

Örnek 9

Bir sınıftaki kız ve erkek öğrencilerin sayıları sırasıyla 1,2 ve 1,4 sayılarıyla orantılıdır.

Bu sınıftaki kız öğrenciler en az kaç kişidir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 12

Çözüm

Kız öğrenci sayısı x , erkek öğrenci sayısı y ve oranı sabiti k olsun.

Buna göre,

$$\frac{x}{1,2} = \frac{y}{1,4} = k \text{ olur.}$$

$$x = 1,2 \cdot k$$

$$= \frac{12}{10} \cdot k$$

$$= \frac{6}{5} \cdot k \dots (\star)$$

$y = 1,4 \cdot k$ dir.

$$= \frac{14}{10} \cdot k$$

$$= \frac{7}{5} \cdot k \dots (\star\star)$$

$k = 5$ için x ve y en küçük tamsayı değerini alır.

Buna göre, $x = 1,2 \cdot 5 = 6$ dir.

Cevap C

Örnek 10

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{f}{k} = 1$$

$$\frac{d}{f} = 2$$

$$\frac{k}{a} = 3$$

olduğuna göre, $\frac{c}{b}$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{6}$ D) 3 E) 6

Çözüm

$\frac{d}{f} = 2$, $\frac{k}{a} = 3$ olduğuna göre,

$$\frac{a}{c} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{f}{k} = 1$$

$$\frac{a}{k} \cdot \frac{f}{d} \cdot \frac{c}{b} = 1$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{c}{b} = 1$$

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{c}{b} = 1$$

$$\frac{c}{b} = 6 \text{ olur.}$$

Cevap E

Örnek 11

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{y}{z} = \frac{2}{3}$$

olduğuna göre, x , y , z sırasıyla hangi sayılarla orantılı olabilir?

- A) 5,6,10 B) 4,5,6 C) 4,6,10
D) 3,4,10 E) 3,4,6

Çözüm

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{4} \dots (1)$$

$$\frac{y}{z} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$$

$$\frac{y}{4} = \frac{z}{6} \dots (2)$$

$$\left(\frac{x}{3} = \frac{y}{4} \text{ ve } \frac{y}{4} = \frac{z}{6} \right) \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6} \text{ dir.}$$

Buna göre; x , y , z sırasıyla 3, 4, 6 sayılarıyla orantılıdır.

Cevap E

Örnek 12

a , b ve c sıfırdan farklı reel sayılardır.

$$\frac{a-b+c}{a} = \frac{b-a+c}{c} = \frac{a-c+b}{b}$$

olduğuna göre, $\frac{a^2+b^2+c^2}{ab+ac+bc}$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 16

Çözüm

$$\frac{a-b+c}{a} = \frac{b-a+c}{c} = \frac{a-c+b}{b} = k \text{ ise,}$$

$$\frac{a-b+c+b-a+c+a-c+b}{a+b+c} = k$$

$$\frac{a+b+c}{a+b+c} = k$$

$$k=1 \dots (\star)$$

$$\frac{a-b+c}{a} = 1 \Rightarrow a-b+c=a$$

$$b=c \dots (1)$$

$$\frac{b-a+c}{c} = 1 \Rightarrow b-a+c=c$$

$$b=a \dots (2)$$

$$\frac{a-c+b}{b} = 1 \Rightarrow a-c+b=b$$

$$a=c \dots (3)$$

$$\frac{a^2+b^2+c^2}{ab+ac+bc} = \frac{a^2+a^2+a^2}{a \cdot a + a \cdot a + a \cdot a} = \frac{3a^2}{3a^2} = 1 \text{ olur.}$$

Cevap A

C. DOĞRU ORANTILI ÇOKLUKLAR

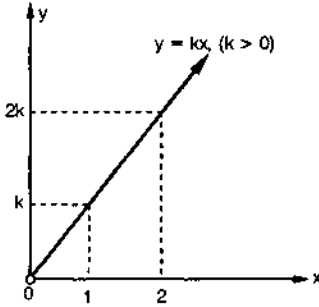
Aynı birimle ifade edilen iki çokluğun biri artarken diğeri de orantılı biçimde artıyorsa veya biri azalırken diğeri de orantılı biçimde azalıyorsa bu iki çokluk **doğru orantılıdır** denir.

y, x ile doğru orantılı ise k pozitif bir sabit olmak

koşuluyla $k = \frac{y}{x}$ e **doğru orantı sabiti**,

$y = k \cdot x$ ifadesine **doğru orantının denklemi** denir.

Bu denklemin grafiği şu şekildedir.

**Örnek 13**

y, 3x ile doğru orantılıdır.

x = 1 iken y = 6 ise, x = 3 iken y kaçtır?

- A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 18

Çözüm

k pozitif bir sabit olmak koşuluyla; y, 3x ile doğru orantılı ve

x = 1 iken y = 6 ise,

$$y = k \cdot 3x$$

$$6 = k \cdot 3 \cdot 1$$

$$k = 2 \quad \dots \quad (\star)$$

Buna göre,

$$y = k \cdot 3x$$

$$y = 2 \cdot 3 \cdot x$$

$$y = 6x \quad \dots \quad (\star\star)$$

Bu denklemde x = 3 alınarak y nin değeri bulunur.

$$y = 6x = 6 \cdot 3 = 18 \text{ dir.}$$

Cevap E

Örnek 14

4 terzi bir günde 52 gömlek dikerse 7 terzi bir günde kaç gömlek diker?

- A) 62 B) 72 C) 82 D) 91 E) 100

Çözüm

Terzi sayısı arttığında dikilen gömlek sayısı da orantılı olarak artar. Bunun için terzi çokluğu ile gömlek çokluğu doğru orantılıdır.

$$\begin{array}{c} \text{Artış} \left(\begin{array}{cc} 4 \text{ terzi} & 52 \text{ gömlek} \\ 7 \text{ terzi} & x \text{ gömlek} \end{array} \right) \text{Artış} \\ \hline \text{D.O.} \quad | \quad 4 \cdot x = 7 \cdot 52 \\ \quad \quad \quad x = 91 \text{ dir.} \end{array}$$

Cevap D

Örnek 15

6 işçi, günde 8 saat çalışarak 5 günde 320 gömlek dikişmektedir.

Buna göre, aynı nitelikteki 18 işçi, günde 10 saat çalışarak 3 günde kaç tane gömlek dikişebilirler?

- A) 600 B) 630 C) 640
D) 720 E) 800

Çözüm

(I. Yol)

$$\begin{array}{ccc} \text{İşçi sayısı} & \text{saat} & \text{ürün miktarı} \\ 6 & \longrightarrow & 5.8 \\ 18 & \longrightarrow & 3.10 \\ \hline 6 \cdot 5 \cdot 8 \cdot x = 18 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 320 & \text{D.O. D.O.} & \\ \quad \quad \quad x = 720 & & \end{array}$$

Gün sayısı ile günlük çalışma süresi çarpılarak toplam çalışma saati elde edilir. Böylece çokluk sayısı azaltılmış olur.

Toplam çalışma saati ile üretilen ürün sayısı doğru orantılıdır. Bundan dolayı bu iki çokluk arasında çapraz oklar konur.

Saat çokluğu kapatılarak, işçi sayısı ile ürün miktarı arasındaki ilişki belirlenir. İşçi sayısı ile ürün miktarı doğru orantılıdır.

Bunun için işçi sayısı çokluğuyla ürün miktarı çokluğu arasında çapraz oklar oluşturulmalıdır. Bunun için işçi sayısı çokluğu ile saat çokluğu arasına paralel oklar konur.

(II. Yol)

$$\frac{\text{Birinci iş miktarı}}{\text{ikinci iş miktarı}} = \frac{\text{Birinci işle ilgili diğer verilerin çarpımı}}{\text{ikinci işle ilgili diğer verilerin çarpımı}}$$

$$\begin{aligned} \frac{320}{x} &= \frac{6.8.5}{18.10.3} \\ x &= \frac{18.10.3.320}{6.8.5} \\ &= 720 \end{aligned}$$

Cevap D

Örnek 16

A, B ve C maddeleri sırasıyla 2, 5 ve 3 sayılarıyla orantılı olarak karıştırılıp 40 gr lık karışım oluşturuluyor.

Karışımında A maddesinden kaç gr kullanılmıştır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

Çözüm

Karışımına katılan maddelerin miktarları sırasıyla x gr, y gr ve z gr olsun. Verilenlere göre,

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z}{3} = k$$

$$x = 2k$$

$$y = 5k$$

$$z = 3k \text{ dir.}$$

$$x + y + z = 40$$

$$2k + 5k + 3k = 40$$

$$k = 4 \dots (\star)$$

$$x = 2 \cdot k = 2 \cdot 4 = 8 \text{ dir.}$$

Cevap D

Örnek 17

30 metre kumaş iki kardeşe 2 ve 3 sayıları ile doğru orantılı olacak biçimde paylaşılacaktır.

Payı az olan kardeş kaç metre kumaş almıştır?

- A) 8 B) 12 C) 16 D) 18 E) 20

Çözüm

Kardeşlerden biri x metre diğeri y metre kumaş alsın. Buna göre,

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = k$$

$$x = 2k \text{ ve } y = 3k \text{ olur.}$$

$$x + y = 30$$

$$2k + 3k = 30$$

$$5k = 30$$

$$k = 6 \dots (\star)$$

Buna göre payı az olan kardeş : $2 \cdot k = 2 \cdot 6 = 12$ metre kumaş alır.

Cevap B

D. TERS ORANTILI ÇOKLUKLAR

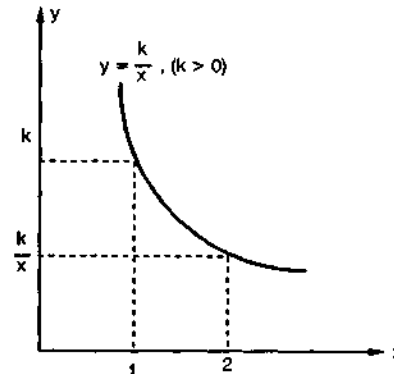
Aynı birimle ifade edilen iki çokluktan biri artarken diğeri orantılı biçimde azalıyorsa veya biri azalırken diğeri orantılı biçimde artıyorsa bu iki çokluk **ters orantılıdır** denir.

x, y ile ters orantılı ise k pozitif bir sabit olmak koşuluyla;

$$k = y \cdot x \text{ e ters orantı sabiti,}$$

$$y = \frac{k}{x} \text{ e de ters orantının denklemi denir.}$$

Bu denklemin grafiği şu şekildedir.



Örnek 18

y, x ile ters orantılıdır.

x = 2 iken y = 6 olduğuna göre, x = 4 iken y kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

Çözüm

k pozitif bir sabit sayı olmak koşuluyla; y, x ile ters orantılı olduğu için, $y = \frac{k}{x}$ dir.

x = 2 iken y = 6 olduğuna göre,

$$6 = \frac{k}{2} \Rightarrow k = 12 \dots (\star)$$

O halde ters orantının denklemini,

$$y = \frac{12}{x} \dots (\star\star) \text{ olur.}$$

Buradan, x = 4 için $y = \frac{12}{4} = 3$ bulunur.

Cevap B

Örnek 19

Çalışma hızları eşit olan 4 işçi bir binayı 28 günde badana ederse aynı binayı 7 işçi kaç günde badana eder?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

Çözüm

İşçi sayısı arttığında iş daha az günde biter. İşçi sayısı ile işi tamamlama süresi ters orantılıdır.

$$\begin{array}{c} \text{Artış} \left(\begin{array}{c} 4 \text{ işçi} \longrightarrow 28 \text{ günde} \\ 7 \text{ işçi} \longrightarrow x \text{ günde} \end{array} \right) \text{Azalış} \\ \hline \text{T.O} \quad | \quad 4 \cdot 28 = 7 \cdot x \text{ ise } x = 16 \text{ bulunur.} \end{array}$$

Cevap D

Örnek 20

Bir musluk, boş bir havuzu 12 saatte doldurmaktadır.

Musluktan birim zamanda akan su miktarı % 20 azaltılırsa, boş havuz kaç saatte dolar?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 20

Çözüm

Havuzla birim zamanda akan su miktarı ile havuzun dolması için gereken süre arasında ters orantı vardır.

Saatte v litre su aktığında havuz 12 saatte dolarsa

saatte $\frac{v \cdot 80}{100}$ litre su aktığında havuz x saatte dolsun.

$$\begin{array}{c} \text{Azalış} \left(\begin{array}{c} v \text{ litre} \longrightarrow 12 \text{ saatte} \\ \frac{4v}{5} \text{ litre} \longrightarrow x \text{ saatte} \end{array} \right) \text{Artış} \end{array}$$

$$\text{T.O} \quad | \quad v \cdot 12 = \frac{4v}{5} \cdot x \text{ ise } x = 15 \text{ olur.}$$

Cevap A

Örnek 21

74 tane ceviz 4, 5, 6 sayıları ile ters orantılı olacak biçimde üç kişiye paylaştırılıyor.

Buna göre, payı en çok olan kaç tane ceviz almıştır?

- A) 20 B) 24 C) 30 D) 34 E) 36

Çözüm

Üç kişinin aldığı ceviz sayıları x, y, z olsun.

$4x = 5y = 6z = k$ olur. Buradan

$$\text{Verilenlere göre, } x = \frac{k}{4}, y = \frac{k}{5}, z = \frac{k}{6} \text{ olur.}$$

Toplam ceviz sayısının 74 olduğu göz önüne alınarak sonuca gidilir.

$$x + y + z = 74$$

$$\frac{k}{4} + \frac{k}{5} + \frac{k}{6} = 74$$

$$\frac{37k}{60} = 74$$

$$k = 120 \text{ olur.}$$

Payı en çok olanın aldığı ceviz sayısı :

$$x = \frac{k}{4} = \frac{120}{4} = 30 \text{ dur.}$$

Cevap C

KURAL :

y, x ile doğru orantılı ve z ile ters orantılı ise,

$$\frac{y \cdot z}{x} = k \text{ dir.}$$

(k : bileşik orantı sabiti)

Örnek 22

y, $a^2 + 1$ ile doğru orantılı ve $b - 1$ ile ters orantılıdır.
a = 2 ve b = 3 iken y = 15 olduğuna göre, a = 4 ve b = 7 iken y kaçtır?

- A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

Çözüm

Verilenlere göre

$$y = k \cdot \frac{a^2 + 1}{b - 1} \text{ dir.}$$

Bu denklemde a = 2, b = 3 ve y = 15 yazılarak k bulunur.

$$15 = k \cdot \frac{2^2 + 1}{3 - 1}$$

$$k = 6 \dots (\star)$$

Buna göre,

$$y = 6 \cdot \frac{a^2 + 1}{b - 1} \dots (\star\star)$$

$$a = 4 \text{ ve } b = 7 \text{ iken } y = 6 \cdot \frac{4^2 + 1}{7 - 1} = 17 \text{ dir.}$$

Cevap B

Örnek 23

a sayısı b ile doğru, c ile ters orantılıdır.

b = 5 ve c = 16 iken a = 9 dur.

Buna göre, b = 25 ve c = 144 iken a kaçtır?

- A) 20 B) 15 C) 12 D) 8 E) 5

Çözüm

a sayısı b ile doğru, c ile ters orantılı ise k bileşik orantı sabiti olmak üzere;

$$\frac{a \cdot c}{b} = k \text{ dir.}$$

a = 9, b = 5, c = 16 değerleri yazılarak k bulunur.

$$\frac{9 \cdot 16}{5} = k$$

$$k = \frac{144}{5} \dots (\star)$$

$$\frac{a \cdot c}{b} = \frac{144}{5} \dots (\star\star)$$

Bu denklemde b = 25 ve c = 144 yazılarak a bulunur.

$$\frac{a \cdot 144}{25} = \frac{144}{5}$$

$$a = 5 \text{ tir.}$$

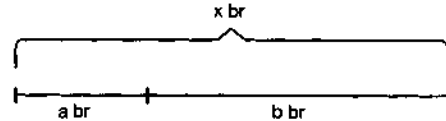
Cevap E

Örnek 24

x br uzunluğundaki bir çubuk 2 ile doru 3 ile ters orantılı iki parçaya ayrılıyor.

Buna göre, bu parçaların uzunluklarının farkı x türünden aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\frac{x}{3}$ B) $\frac{5x}{7}$ C) $\frac{5x}{3}$ D) $\frac{7x}{3}$ E) $\frac{8x}{3}$

Çözüm

Parçalardan birinin uzunluğu a br ve diğerinin uzunluğu b br olsun. Bu durumda

$$a \cdot 3 = \frac{b}{2} = k$$

$$a = \frac{k}{3} \text{ ve } b = 2k \text{ olur.}$$

$$a + b = x$$

$$\frac{k}{3} + 2k = x$$

$$\frac{7k}{3} = x$$

$$k = \frac{3x}{7} \dots (\star)$$

$$b - a = 2k - \frac{k}{3} = \frac{5k}{3} = \frac{5}{3} \cdot \frac{3x}{7} = \frac{5x}{7}$$

Cevap B

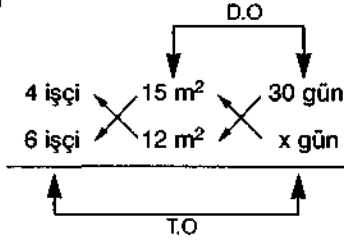
Örnek 25

4 işçi 15 m² halıyı 30 günde dokursa aynı nitelikteki 6 işçi 12 m² halıyı kaç günde dokur?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

Çözüm

(I. Yol)



olduğundan; $x \cdot 15 \cdot 6 = 30 \cdot 12 \cdot 4$

$$x = 16$$

(II. Yol)

Birinci iş miktarı = Birinci işle ilgili diğer verilerin çarpımı
İkinci iş miktarı = İkinci işle ilgili diğer verilerin çarpımı

$$\frac{15}{12} = \frac{4 \cdot 30}{6 \cdot x}$$

$$15 \cdot 6 \cdot x = 12 \cdot 4 \cdot 30$$

$$x = 16$$

Cevap D

Örnek 26

6 işçi günde 4 saat çalışarak bir işi 10 günde bitirebiliyor.

Buna göre, aynı işi 5 işçi günde 6 saat çalışarak kaç günde bitirebilir?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

Çözüm

Birinci iş miktarı = Birinci işle ilgili diğer verilerin çarpımı
İkinci iş miktarı = İkinci işle ilgili diğer verilerin çarpımı

Her iki durumda da iş aynı olduğundan,

$$\frac{1}{1} = \frac{6 \cdot 4 \cdot 10}{5 \cdot 6 \cdot x}$$

$$5 \cdot 6 \cdot x = 6 \cdot 4 \cdot 10$$

$$x = 8$$

Cevap C

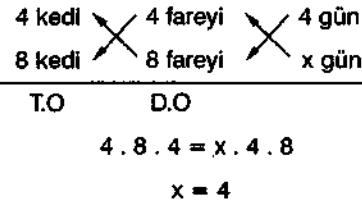
Örnek 27

4 kedi, 4 fareyi 4 günde yerse, aynı nitelikteki; 8 kedi, 8 fareyi kaç günde yer?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm

(I. Yol)



$$4 \cdot 8 \cdot 4 = x \cdot 4 \cdot 8$$

$$x = 4$$

(II. Yol)

Birinci iş miktarı = Birinci işle ilgili diğer verilerin çarpımı
İkinci iş miktarı = İkinci işle ilgili diğer verilerin çarpımı

$$\frac{4}{8} = \frac{4 \cdot 4}{8 \cdot x}$$

$$4 \cdot 8 \cdot x = 4 \cdot 4 \cdot 8$$

$$x = 4$$

Cevap A

E. ARİTMETİK ORTALAMA

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ sayılarının aritmetik ortalaması bu n tane sayının toplamının n ye bölümüdür.

$$A.O. = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

SONUÇ :

a, b gibi iki sayının aritmetik ortalaması :

$$\frac{a+b}{2} \text{ dir.}$$

a, b, c gibi üç sayının aritmetik ortalaması :

$$\frac{a+b+c}{3} \text{ tür.}$$

Örnek 28

-3, 5, 7, 11, 15

sayılarının aritmetik ortalaması kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 7 E) 10

Çözüm

$$\begin{aligned} \text{A.O.} &= \frac{-3+5+7+11+15}{5} \\ &= \frac{35}{5} \\ &= 7 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Cevap D

Örnek 29

12 sayının aritmetik ortalaması 20 olduğuna göre, bu sayıların toplamı kaçtır?

- A) 144 B) 180 C) 200 D) 240 E) 360

Çözüm

12 sayısının aritmetik ortalaması 20 ise, bu sayıların toplamı :

$$20 \cdot 12 = 240 \text{ dir.}$$

Cevap D

Örnek 30

Fizik sınavından 54 ve 80 alan bir öğrenci ortalamayı 70 düşürmek için üçüncü sınavdan kaç almalıdır?

- A) 70 B) 72 C) 76 D) 78 E) 80

Çözüm

Üçüncü sınavdan alacağı nota x diyelim. Buna göre;

$$\frac{54+80+x}{3} = 70$$

$$134 + x = 3 \cdot 70$$

$$134 + x = 210$$

$$x = 76 \text{ dir.}$$

Cevap C

Örnek 31

Altı tane sayının aritmetik ortalaması 50 dir.

Bu altı sayıya hangi sayıyı eklemeliyiz ki aritmetik ortalama 60 olsun?

- A) 55 B) 60 C) 100 D) 110 E) 120

Çözüm

Verilen sayılar $a_1, a_2, \dots, a_6$ olsun. İlave edeceğimiz sayıya da x diyelim. Verilenlere göre,

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_6}{6} = 50$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_6 = 300 \dots (\star)$$

Yeni ortalama,

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_6 + x}{7} = 60$$

$$300 + x = 420$$

$$x = 120 \text{ dir.}$$

Cevap E

Örnek 32

10 tane pozitif sayının aritmetik ortalaması 160 dir. Bu sayıların her birinden hangi sayıyı çıkaralım ki aritmetik ortalama 110 olsun?

- A) 10 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

Çözüm

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{10}}{10} = 160$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{10} = 1600 \dots (\star)$$

olup bu sayıların her birinden x çıkarılırsa 10 sayıdan toplam $10x$ çıkarılmış olur. Buna göre,

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{10} - 10x}{10} = 110$$

$$1600 - 10x = 1100$$

$$1600 - 1100 = 10x$$

$$50 = x \text{ dir.}$$

Cevap E

KURAL :

n tane sayının aritmetik ortalaması x olsun. Bu n tane sayının herbiri a ile çarpılır, b kadar artırırsa ortalama $ax+b$ olur.

Örnek 32 yi bu kurala göre çözersek cevabın 50 olacağı kolayca görülür.

Örnek 33

15 kız, 25 erkek öğrencinin katıldığı bir sınavda kız öğrencilerin puanlarının ortalaması 32, erkek öğrencilerin puanlarının ortalaması 30 olduğuna göre, tüm öğrencilerin puanlarının ortalaması kaçtır?

- A) 30,50 B) 30,75 C) 31,00
D) 31,25 E) 31,50

Çözüm

15 kız öğrencinin puanlarının ortalaması 32 ise puanlarının toplamı : $32 \cdot 15 = 480$ dir.

25 erkek öğrencinin puanlarının ortalaması 30 ise puanlarının toplamı : $30 \cdot 25 = 750$ dir.

Buna göre bu 40 öğrencinin puanlarının toplamı :

$480 + 750 = 1230$ olduğu için puanların ortalaması,

$$\frac{1230}{40} = 30,75 \text{ dir.}$$

Cevap B

Örnek 34

a ile b sayılarının aritmetik ortalaması 15, a ile c sayılarının aritmetik ortalaması 17, b ile c sayılarının aritmetik ortalaması 23 olduğuna göre, c kaçtır?

- A) 24 B) 25 C) 26 D) 27 E) 28

Çözüm

a ile b nin aritmetik ortalaması 15 ise,

$$\frac{a+b}{2} = 15$$

$$a + b = 30 \dots (1)$$

a ile c nin aritmetik ortalaması 17 ise,

$$\frac{a+c}{2} = 17$$

$$a + c = 34 \dots (2)$$

b ile c nin aritmetik ortalaması 23 ise,

$$\frac{b+c}{2} = 23$$

$$b + c = 46 \dots (3)$$

(1), (2) ve (3) denklemlerini taraf tarafa toplayalım.

$$a + b = 30$$

$$a + c = 34$$

$$+ \quad b + c = 46$$

$$2(a + b + c) = 110$$

$$a + b + c = 55 \dots (\star)$$

Burada $a + b = 30$ yazılırsa,

$$a + b + c = 55$$

$$30 + c = 55$$

$$c = 25 \text{ bulunur.}$$

Cevap B

Örnek 35

Toplamları 166 olan 28 tane sayma sayısı vardır.

Bunlardan bir kısmının ortalaması 7, diğerlerinin ortalaması ise 5 tir.

Buna göre, ortalaması 7 olan sayılar kaç tanedir?

- A) 17 B) 16 C) 15 D) 14 E) 13

Çözüm

Ortalaması 7 olanlar m tane, ortalaması 5 olanlar ise n tane olsun.

28 tane sayı olduğuna göre,

$$m + n = 28 \dots (1) \text{ dir.}$$

Bütün sayıların toplamı 166 olduğuna göre,

$$7m + 5n = 166 \dots (2) \text{ olur.}$$

(1) ve (2) denklemlerinin ortak çözümünden m bulunur.

$$7m + 5n = 166$$

$$m + n = 28$$

$$7m + 5n = 166$$

$$+ \quad -5m - 5n = -140$$

$$2m = 26 \text{ ise } m = 13 \text{ bulunur.}$$

Cevap E

F. GEOMETRİK ORTALAMA

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ gibi n tane sayının geometrik ortalaması :

$$G.O. = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n} \text{ dir.}$$

KURAL :

1. a, b gibi iki sayının geometrik ortalaması :

$$G.O. = \sqrt{a \cdot b} \text{ dir.}$$

2. a ve b gibi iki sayı ile orta orantılı olan sayı x ise,

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$$

orantısı yazılabilir.

$$\text{Buradan, } x^2 = a \cdot b$$

$$x = \sqrt{a \cdot b} \text{ dir.}$$

O halde, iki sayı için geometrik orta, orta orantılıya eşittir.

3. a, b, c gibi üç sayının geometrik ortalaması :

$$\sqrt[3]{a \cdot b \cdot c} \text{ dir.}$$

Örnek 36

$\sqrt{8}$ ile $4\sqrt{2}$ sayılarının geometrik ortalaması kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm

$\sqrt{8}$ ile $4\sqrt{2}$ nin geometrik ortasına x dersek,

$$x = \sqrt{\sqrt{8} \cdot 4\sqrt{2}} = \sqrt{4 \cdot \sqrt{8 \cdot 2}} = \sqrt{4 \cdot 4} = 4 \text{ tür.}$$

Cevap A

Örnek 37

3 ve 12 sayısı ile orta orantılı olan sayı kaçtır?

- A) 36 B) 25 C) 10 D) 6 E) 4

Çözüm

3 ve 12 ile orta orantılı olan sayıya x dersek,

$$\begin{aligned} \frac{3}{x} &= \frac{x}{12} \\ x^2 &= 3 \cdot 12 \\ x &= \sqrt{3 \cdot 12} \\ &= \sqrt{36} \\ &= 6 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Cevap D

Örnek 38

x, a ile b nin hem aritmetik hem de geometrik ortalamasıdır.

Buna göre, x, a, b arasındaki bağıntıyı bulalım.

Çözüm

x, a ile b nin aritmetik ortalaması ise, $x = \frac{a+b}{2}$

x, a ile b nin geometrik ortalaması ise, $x = \sqrt{a \cdot b}$ dir.

Verilenlere göre,

$$\frac{a+b}{2} = \sqrt{a \cdot b} \text{ dir. Her iki tarafın karesi alınırsa,}$$

$$\frac{a^2 + 2ab + b^2}{4} = ab$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 4ab$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 0$$

$$(a-b)^2 = 0 \Rightarrow a = b \dots (\star) \text{ dir.}$$

$$x = \frac{a+b}{2} = \frac{a+a}{2} = a \text{ dir. Buna göre,}$$

$$x = a = b \text{ dir.}$$

Örnek 39

a ile b nin aritmetik ortalaması 15 tir.

a ile geometrik ortalaması $6\sqrt{30}$, b ile geometrik ortalaması $6\sqrt{10}$ olan sayı kaçtır?

- A) 27 B) 30 C) 33 D) 36 E) 48

Çözüm

a ile b nin aritmetik ortalaması 15 ise

$$\frac{a+b}{2}=15$$

$a + b = 30$ dur. ... (1)

istenen sayı x olsun.

a ile x in geometrik ortalaması $6\sqrt{30}$ ise,

$$\sqrt{a \cdot x} = 6\sqrt{30}$$

$$ax = 36 \cdot 30 \quad \dots (2)$$

b ile x in geometrik ortalaması $6\sqrt{10}$ ise,

$$\sqrt{bx} = 6\sqrt{10}$$

$$bx = 36 \cdot 10 \quad \dots (3)$$

(2) ve (3) denklemleri taraf tarafa toplanırsa,

$$ax + bx = 36 \cdot 30 + 36 \cdot 10$$

$$x(a + b) = 36(30 + 10)$$

$$x \cdot 30 = 36 \cdot 40$$

$$x = 48 \text{ olur.}$$

Cevap E

Örnek 40

9 sayısı, $2a + 5$ ile $3b - 6$ sayılarının hem aritmetik, hem de geometrik ortalamasıdır.

Buna göre, a . b kaçtır?

- A) 2 B) 5 C) 10 D) 15 E) 25

Çözüm

Örnek 38 de x, a ile b nin hem aritmetik hem de geometrik ortası ise, $x = a = b$ olduğunu bulmuştuk.

Buna göre, $9 = 2a + 5 = 3b - 6$

$$9 = 2a + 5 \Rightarrow a = 2 \quad \dots (\star)$$

$$9 = 3b - 6 \Rightarrow b = 5 \quad \dots (\star\star)$$

Buna göre,

$$a \cdot b = 2 \cdot 5 = 10 \text{ dur.}$$

Cevap C

G. DÖRDÜNCÜ ORANTILI

$\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$ ortasında x sayısına a, b, c sayıları ile dördüncü orantılı sayı denir.

Örnek 41

3, 8 ve 12 sayıları ile dördüncü orantılı olan sayı kaçtır?

- A) 16 B) 32 C) 38 D) 40 E) 42

Çözüm

İstenen sayı x olsun.

$$\frac{3}{8} = \frac{12}{x}$$

$$3 \cdot x = 8 \cdot 12$$

$$x = 32 \text{ dir.}$$

Cevap B.

H. HARMONİK ORTA

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ sayılarının harmonik ortalaması :

$$H.O. = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}} \text{ dir.}$$

KURAL :

1) a ile b nin harmonik ortalaması :

$$H.O. = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{2ab}{a+b} \text{ dir.}$$

2) a, b ve c nin harmonik ortalaması :

$$H.O. = \frac{3}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} = \frac{3abc}{bc+ac+ab} \text{ dir.}$$

Örnek 42

2, 4, 12 sayılarının harmonik ortalaması kaçtır?

- A) 1,3 B) 2,4 C) 3,6 D) 4,4 E) 4,6

Çözüm

$$H.O. = \frac{3}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12}} = \frac{3}{\frac{6+3+1}{12}} = \frac{3 \cdot 12}{10} = 3,6$$

Cevap C

1. $\frac{x}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$
olduğuna göre, $\frac{x^2 + y^2 + z^2}{xy + yz + xz}$ oranı kaçtır?
A) $\frac{65}{52}$ B) $\frac{48}{43}$ C) $\frac{32}{25}$ D) $\frac{28}{13}$ E) $\frac{16}{7}$
2. $\frac{x-y}{x+y} = \frac{1}{5}$
olduğuna göre, $\frac{2x-y}{4x+y}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{5}{7}$
3. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 8$
olduğuna göre, $\frac{a.f.c}{b.e.d}$ kaçtır?
A) 1 B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{8}$ D) 4 E) 8
4. m ve n sıfırdan farklı pozitif reel (gerçek) sayılardır.
 $\frac{m^5}{n^5} = \frac{4}{9}$
olduğuna göre, $\frac{\sqrt{m^5} + \sqrt{n^5}}{\sqrt{m^5} - \sqrt{n^5}}$ kaçtır?
A) 5 B) 3 C) -3 D) -5 E) -8
5. x, y ve z sırasıyla 3, 5 ve 7 ile orantılıdır.
 $2x - z = 6$
olduğuna göre, y kaçtır?
A) -14 B) -24 C) -30 D) -36 E) -40

6. a, b ve c pozitif tamsayıdır.

$$5a = 4b = 7c$$

olduğuna göre, a + b + c toplamı en az kaçtır?

- A) 3 B) 16 C) 36 D) 63 E) 83

7. $\frac{x}{3} = \frac{y}{7} = n$
 $\sqrt{27x} + \sqrt{7y} = 48$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 5 D) 3 E) $\sqrt{3}$

8. $\frac{x+5y-2z}{x+y-z} = 5$

olduğuna göre, $\frac{z}{x}$ kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{7}{2}$ D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{5}{4}$

9. $a + 2b - c = 0$
 $b - 3a + 2c = 0$

olduğuna göre, $\frac{4a+b}{c}$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. Ali'nin yaşının Cem'in yaşına oranı $\frac{5}{8}$ ve

Veli'nin yaşının Cem'in yaşına oranı $\frac{3}{4}$ tür.

Buna göre, Veli'nin yaşının Ali'nin yaşına oranı kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{5}{8}$ D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{8}{3}$

11. İki doğal sayının aritmetik ortalaması 15 ve geometrik ortalaması 9 dur.

Buna göre, bu sayıların büyük olanı kaçtır?

A) 16 B) 21 C) 27 D) 30 E) 36

12. Un, yağ ve şeker 5, 3, 1 sayılarıyla orantılı olarak karıştırılıp 90 kg lık karışım elde ediliyor.

Buna göre, bu karışımında kaç kg yağ kullanılmıştır?

A) 10 B) 30 C) 40 D) 45 E) 60

13. Cem ile Fatih'in paralarının oranı $\frac{2}{5}$ tir.

Cem'in parası % 25 artırılır ve Fatih'in parası % 25 azaltılırsa paralarının oranı kaç olur?

A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

14. 5 kişilik bir grubun yaş ortalaması 28 dir.

Bu gruba 40 yaşında bir kişi daha katıldığında grubun yaş ortalaması kaç olur?

A) 29 B) 30 C) 32 D) 33 E) 34

15. y, x + 2 ile doğru orantılıdır.

x = 3 iken y = 15 olduğuna göre, x = - 1 iken y kaçtır?

A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 3

16. 48 izci 40 gün yetecek erzak ile kampta bulunmaktadır.

4 gün sonra kamptan kaç izci ayrılırsa kalan erzak kalan izcilere 54 gün yeter?

A) 16 B) 12 C) 8 D) 6 E) 4

17. Birbirini çeviren üç dişli çarktan biri 5 kez döndüğünde ikincisi 6 kez, üçüncüsü de 9 kez dönmektedir.

Toplam diş sayısı 129 ise, küçük çarkta kaç diş vardır?

A) 24 B) 27 C) 54 D) 30 E) 45

18. x, 2 ile doğru orantılı ve y, 7 ile ters orantılıdır.

$$x - y = 39$$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 7 B) 14 C) 21 D) 28 E) 42

19. 18 işçi 6 m² halıyı 12 günde dokursa, 24 işçi 18 m² halıyı kaç günde dokur?

A) 18 B) 27 C) 30 D) 32 E) 36

20. Bir traktörün ön tekerleğinin yarıçapı 2 ile, arka tekerleğinin yarıçapı 5 ile orantılıdır. Traktör 50π metre yol aldığıında ön tekerlek arka tekerlekten 30 kez fazla dönüyor.

Buna göre ön tekerleğin yarıçapı kaç cm dir?

A) 50 B) 45 C) 40 D) 35 E) 30

1. (I. Yol)

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6} = k \text{ olsun.}$$

Buna göre,

$$x = 2k$$

$$y = 5k$$

$z = 6k$ olur. Bu değerler yerlerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} \frac{x^2 + y^2 + z^2}{xy + yz + xz} &= \frac{(2k)^2 + (5k)^2 + (6k)^2}{2k \cdot 5k + 5k \cdot 6k + 2k \cdot 6k} \\ &= \frac{4k^2 + 25k^2 + 36k^2}{10k^2 + 30k^2 + 12k^2} \\ &= \frac{(4+25+36)k^2}{(10+30+12)k^2} \\ &= \frac{65}{52} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

(II. Yol)

$k = 1$ alınırsa $x = 2$, $y = 5$ ve $z = 6$ olur.

Buradan,

$$\frac{x^2 + y^2 + z^2}{xy + yz + xz} = \frac{2^2 + 5^2 + 6^2}{2 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 2 \cdot 6} = \frac{65}{52} \text{ bulunur.}$$

Cevap A

2.

$$\frac{x-y}{x+y} = \frac{1}{5} \text{ ise}$$

$$5x - 5y = x + y$$

$$4x = 6y$$

$$2x = 3y \quad \dots (\star)$$

$$\frac{2x-y}{4x+y} = \frac{3y-y}{6y+y} = \frac{2y}{7y} = \frac{2}{7} \text{ dir.}$$

Cevap B

$$3. \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 8 \text{ ise,}$$

$$\frac{a}{b} = 8, \frac{c}{d} = 8, \frac{f}{e} = \frac{1}{8} \text{ dir. Buna göre,}$$

$$\frac{a \cdot f \cdot c}{b \cdot e \cdot d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{f}{e} \cdot \frac{c}{d} = 8 \cdot \frac{1}{8} \cdot 8 = 8 \text{ olur.}$$

Cevap E

$$4. \frac{m^5}{n^5} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{m^5}{4} = \frac{n^5}{9} = k \text{ olsun.}$$

Buna göre,

$m^5 = 4 \cdot k$ ve $n^5 = 9 \cdot k$ olur. Bu değerler yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{m^5} + \sqrt{n^5}}{\sqrt{m^5} - \sqrt{n^5}} &= \frac{\sqrt{4 \cdot k} + \sqrt{9 \cdot k}}{\sqrt{4 \cdot k} - \sqrt{9 \cdot k}} \\ &= \frac{2\sqrt{k} + 3\sqrt{k}}{2\sqrt{k} - 3\sqrt{k}} \\ &= \frac{\sqrt{k}(2+3)}{\sqrt{k}(2-3)} \\ &= -5 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Cevap D

$$5. \frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = k \text{ olsun. Buna göre,}$$

$$x = 3k$$

$$y = 5k$$

$z = 7k$ olur. Bu değerleri verilen denklemde yerlerine yazalım.

$$2 \cdot x - z = 6$$

$$2(3k) - (7k) = 6$$

$$-k = 6$$

$$k = -6 \text{ dir. Buradan,}$$

$$y = 5 \cdot k = 5 \cdot (-6) = -30 \text{ bulunur.}$$

Cevap C

6. $5a = 4b = 7c = k$ olsun. Buna göre,

$$a = \frac{k}{5}$$

$$b = \frac{k}{4}$$

$$c = \frac{k}{7} \text{ olur.}$$

$a + b + c$ toplamının en küçük değerini alması a , b ve c nin en küçük değerlerini almasına bağlıdır. a , b ve c nin en küçük pozitif tamsayı değerlerini alabilmesi için k sayısı 5, 4 ve 7 ile bölünebilen en küçük pozitif tam sayı olmalıdır. Yani $k = 140$ olmalıdır.

Buna göre, $a = 28$, $b = 35$ ve $c = 20$ olur. Buradan $a + b + c = 28 + 35 + 20 = 83$ olur.

Cevap E

7. $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = n$ ise $x = 3n$ ve $y = 5n$ dir.

Bu değerler verilen denklemde yerlerine yazılırsa,

$$\sqrt{27x} + \sqrt{7y} = 48$$

$$\sqrt{27 \cdot 3n} + \sqrt{7 \cdot 5n} = 48$$

$$\sqrt{81n} + \sqrt{35n} = 48$$

$$9\sqrt{n} + 7\sqrt{n} = 48$$

$$16\sqrt{n} = 48$$

$$\sqrt{n} = 3$$

$$n = 9 \text{ bulunur.}$$

Cevap A

8. $\frac{x+5y-2z}{x+y-z} = 5$

$$x + 5y - 2z = 5x + 5y - 5z$$

$$3z = 4x$$

$$\frac{z}{x} = \frac{4}{3} \text{ olur.}$$

Cevap B

9. $\begin{cases} a + 2b - c = 0 \\ b - 3a + 2c = 0 \end{cases}$ Taraf tarafa çıkarma yapılırsa,
 $4a + b - 3c = 0$ ise $4a + b = 3c$ dir.

Buna göre,

$$\frac{4a+b}{c} = \frac{3c}{c} = 3 \text{ olur.}$$

Cevap C

10. Ali'nin yaşı : a

Cem'in yaşı : c

Veli'nin yaşı : v olsun.

$$\frac{a}{c} = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{8}{5} \dots (1)$$

$$\frac{v}{c} = \frac{3}{4} \dots (2)$$

(1) ve (2) orantılarını taraf tarafa çarpalım.

$$\frac{c}{a} \cdot \frac{v}{c} = \frac{8}{5} \cdot \frac{3}{4}$$

$$\frac{v}{a} = \frac{6}{5} \text{ olur.}$$

Cevap D

11. Bu sayılar x ve y olsun. Verilenlere göre,

$$\frac{x+y}{2} = 15 \text{ ise } x+y=30 \dots (1)$$

$$\sqrt{x \cdot y} = 9 \text{ ise } x \cdot y = 81 \dots (2) \text{ dir.}$$

Bu iki denklem ortak çözülerek sonuca gidilir.

$x + y = 30$ ise $y = 30 - x$ olur. Bu değer

$x \cdot y = 81$ de yazılırsa,

$$x \cdot (30 - x) = 81$$

$$x^2 - 30x + 81 = 0$$

$$(x-3)(x-27) = 0$$

$x = 3$ veya $x = 27$ bulunur.

$$x = 3 \text{ ise } y = 30 - x = 30 - 3 = 27 \dots (\star)$$

$$x = 27 \text{ ise } y = 30 - x = 30 - 27 = 3 \dots (\star\star)$$

bulunur. Demek ki büyük sayı 27 dir.

Cevap C

12. Un miktarı u, yağ miktarı y, şeker miktarı ş olsun.

$$\frac{u}{5} = \frac{y}{3} = \frac{s}{1} = k$$

$$u = 5k, y = 3k, s = 1k \text{ olur.}$$

$$u + y + s = 9k$$

$$90 = 9k$$

$$k = 10 \text{ ise } y = 3 \cdot 10 = 30 \text{ olur.}$$

Karışımında kullanılan yağ miktarı : 30 kg dır.

Cevap B

13. Cem'in parası C, Fatih'in parası F olsun.

$$\text{Verilenlere göre } \frac{C}{F} = \frac{2}{5} \text{ tir.}$$

$$\frac{C}{F} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{C}{2} = \frac{F}{5} = 20 \text{ olsun.}$$

Buna göre, C = 40 ve F = 100 ... (★) dır.

Cem'in parası % 25 artırılsa,

$$C = 40 + \frac{25}{100} \cdot 40 = 40 + 10 = 50$$

Fatih'in parası % 25 azaltılırsa,

$$F = 100 - \frac{25}{100} \cdot 100 = 100 - 25 = 75 \dots (\star\star) \text{ olur.}$$

Bu durumda Cem'in parasının Fatih'in parasına oranı :

$$\frac{50}{75} = \frac{2}{3}$$

olur.

Cevap D

14. 5 kişinin yaşları toplamı T ise $\frac{T}{5} = 28$

$$T = 140 \text{ olur.}$$

40 yaşındaki kişi de gruba katıldığında 6 kişilik grubun yaş ortalaması :

$$\frac{40 + 140}{5 + 1} = \frac{180}{6} = 30 \text{ olur.}$$

Cevap B

15. k, orantı sabiti olmak üzere y, x ile doğru orantılı ise, $y = kx$ tir. Buna göre,

$$y = k \cdot (x + 2) \text{ dir.}$$

$$y = k(x + 2) \text{ de } x = 3 \text{ ve } y = 15 \text{ yazılırsa}$$

$$15 = k(3 + 2)$$

$$k = 3 \text{ bulunur. Demek ki;}$$

$$y = 3(x + 2) \dots (\star)$$

Buna göre, $x = -1$ iken $y = 3 \cdot (-1 + 2) = 3$ olur.

Cevap E

16. 4 gün sonra kamptan a tane izci ayrılırsın. Bunlar ayrıldığında kampta 48 kişiye 40 - 4 = 36 gün yetecek erzak vardır. O halde,

$$48 \text{ kişiye} \longrightarrow 36 \text{ gün yeten erzak}$$

$$(48 - a) \text{ kişiye} \longrightarrow 54 \text{ gün yeter}$$

$$\text{Ters orantı} \quad 48 \cdot 36 = (48 - a) \cdot 54 \Rightarrow a = 16 \text{ olur.}$$

Cevap A

17. Dişlilerin diş sayıları x, y ve z olsun.

Diş sayısı ile dönme sayısı ters orantılıdır.

Verilenlere göre

$$5x = 6y = 9z = k \text{ dir.}$$

$$\text{Buna göre; } x = \frac{k}{5}, y = \frac{k}{6}, z = \frac{k}{9} \text{ olur.}$$

$$x + y + z = \frac{k}{5} + \frac{k}{6} + \frac{k}{9}$$

$$129 = \frac{43k}{90}$$

$$k = 270 \text{ olur.}$$

Buradan; $x = 54$, $y = 45$ ve $z = 30$ bulunur.
Demek ki, küçük çark 30 dişlidir.

Cevap D

18. Verilenlere göre

$$\frac{x}{2} = 7y = k \text{ olsun.}$$

$$\text{Buna göre, } x = 2k \text{ ve } y = \frac{k}{7} \text{ dir.}$$

$$x - y = 2k - \frac{k}{7}$$

$$39 = \frac{13k}{7}$$

$$k = 21 \dots (\star)$$

O halde,

$$x = 2 \cdot k = 2 \cdot 21 = 42 \text{ dir.}$$

Cevap E

19. (I. Yol)

$$+ \left(\begin{array}{c} 18 \text{ işçi} \\ 24 \text{ işçi} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} 6 \text{ m}^2 \\ 18 \text{ m}^2 \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} 12 \text{ gün} \\ x \text{ gün} \end{array} \right) +$$

$$18 \cdot 18 \cdot 12 = 24 \cdot 6 \cdot x$$

T.O. D.O.

$$x = 27 \text{ bulunur.}$$

Şema sağdan sola doğru düzenlenir. Yani önce halı çokluğu ile gün çokluğu arasında doğru orantı (D.O.) olduğu görüldü ve çapraz oklar yerleştirildi. Daha sonra işçi çokluğu ile gün çokluğu arasında ters orantı (T.O.) olduğu

görüldü. İşçi çokluğu ile gün çokluğu arasında paralel okların oluşabilmesi için işçi çokluğu ile halı çokluğu arasına çapraz oklar yerleştirildi. Böylece şema oluşturuldu. Okları takip ederek çarpımlar ve denklem oluşturularak sonuca ulaşıldı.

(II. Yol)

$$\frac{\text{Birinci iş miktarı}}{\text{İkinci iş miktarı}} = \frac{\text{Birinci işle ilgili diğer verilerden çarpımı}}{\text{İkinci işle ilgili diğer verilerden çarpımı}}$$

$$\frac{6}{18} = \frac{18 \cdot 12}{24 \cdot x}$$

$$6 \cdot 24 \cdot x = 18 \cdot 18 \cdot 12$$

$$x = 27$$

Cevap B

20. Ön tekerleğin yarıçapı : $r = 2k$ metre

Arka tekerleğin yarıçapı : $R = 5k$ metre

Arka tekerleğin tur sayısı x olsun.

Alınan yol = (Tekerleğin çevresi $\times$ Tur sayısı)

Verilenlere göre,

$$50\pi = 2\pi 2k(x + 30) = 2\pi 5kx \text{ olur.}$$

$$4\pi k(x + 30) = 10\pi kx$$

$$x = 20 \dots (\star)$$

$$50\pi = 2\pi 2k(x + 30)$$

$$50\pi = 4\pi k(20 + 30)$$

$$\frac{1}{4} = k \dots (\star\star)$$

Ön tekerleğin yarıçapı

$$2k = 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ m} = 50 \text{ cm dir.}$$

Cevap A

1. $\frac{2a+7b-c+7d}{a+b-c+d}=7$

olduğuna göre, $\frac{2a+6c}{a}$ oranı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 7

2. $\frac{a+b}{b}=\frac{7}{5}$
 $\frac{b-c}{c}=\frac{2}{3}$

olduğuna göre, $\frac{a}{c}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

3. $\frac{a+b+c}{10}=\frac{b-2c}{-1}=\frac{a-2b+c}{-5}$

olduğuna göre, a, b ve c sayıları sırasıyla hangi sayılarla orantılı olabilir?

- A) 2, 3, 5 B) 3, 2, 5 C) 2, 5, 3
D) 1, 3, 5 E) 4, 5, 3

4. $x + y \neq 0$ olmak üzere,

$$\frac{x^2 - 4xy + y^2}{2y^2 + 4x^2} = 1$$

olduğuna göre, $\frac{x-y}{x+y}$ oranı kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) -1 D) 2 E) 4

5. $(x + 3y)$, $(x - y)$ sayıları sıra ile 7 ve 3 ile orantılıdır.

Buna göre, $\frac{x^2 + 2y^2}{xy}$ kaçtır?

- A) $\frac{9}{4}$ B) $\frac{15}{4}$ C) $\frac{7}{2}$ D) $\frac{8}{3}$ E) $\frac{9}{2}$

6. $k \neq 0$ olmak üzere,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

olduğuna göre, $\left(\frac{a^2+b^2}{c^2+d^2}\right) \cdot \left(\frac{c^2-d^2}{a^2-b^2}\right)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 1 B) k C) $k^2 + 1$ D) k^2 E) $k + 1$

7. a, b, c birer pozitif reel (gerçek) sayılardır.

$$\frac{5}{2.a} = \frac{7}{8.b} = \frac{10}{3.c}$$

olduğuna göre, a, b, c için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $a > b > c$ B) $c > a > b$ C) $c > b > a$
D) $a > c > b$ E) $b > a > c$

8. $\frac{a^3}{n^2} = \frac{1}{32}$

olduğuna göre, $\frac{\sqrt[5]{a^3} + \sqrt[5]{n^2}}{\sqrt[5]{n^2} - \sqrt[5]{a^3}}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

9. $x \cdot y = 10$
 $y \cdot z = 14$

olduğuna göre, $\frac{x+z}{z}$ oranının değeri kaçtır?

- A) $\frac{12}{7}$ B) $\frac{7}{5}$ C) $\frac{5}{7}$ D) $\frac{8}{7}$ E) $\frac{6}{5}$

10. $ax = by = cz = 4$
 $x + y + z = 20$

olduğuna göre, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 5 D) 8 E) 10

11. x, y, z negatif tamsayıdır.

$$8x = 5y = 12z$$

olduğuna göre, $x + y + z$ en çok kaçtır?

- A) - 33 B) - 49 C) - 63 D) - 78 E) - 98

12. Bir miktar cevizin yarısını Fatih, Cem ve Selim sırasıyla; 3, 4, 7 sayılarıyla orantılı olarak paylaşıyorlar. Cevizin diğer yarısını Ayşe, Fatma ve Leyla sırasıyla; 5, 11 ve 12 sayılarıyla orantılı olarak paylaşıyorlar.

Buna göre, bu altı kişiden en az ceviz alan ile en çok ceviz alan kimdir?

- A) Fatih, Cem B) Fatih, Leyla C) Ayşe, Selim
D) Ayşe, Cem E) Cem, Fatma

13. b sayısı $a + 3$ ile doğru, $c - 2$ ile ters orantılıdır.

$$a = 3 \text{ ve } c = 3 \text{ iken } b = 18 \text{ dir.}$$

Buna göre, $a = -1$ ve $c = -1$ iken b kaçtır?

- A) - 4 B) - 3 C) - 2 D) - 8 E) - 6

14. 25 erkek ve 15 bayanın bulunduğu bir toplulukta erkeklerin yaş ortalaması 24 ve bayanların yaş ortalaması 16'dır.

Buna göre, topluluğun yaş ortalaması kaçtır?

- A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 28

15. Bir toplulukta bulunan erkeklerin sayısı ve bayanların sayısı sırasıyla 0,8 ve 0,4 sayılarıyla orantılıdır.

Buna göre, bu toplulukta en az kaç kişi vardır?

- A) 3 B) 6 C) 8 D) 14 E) 22

16. a tane işçi günde b saat çalışarak p m² halıyı d

günde dokursa, $4a$ tane işçi günde $\frac{b}{3}$ saat

çalışarak $8p$ m² halıyı x d günde dokuyabiliyor.

Buna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

17. y sayısı x^2 ile ters orantılıdır.

$$x = 2 \text{ iken } y = 1 \text{ dir.}$$

Buna göre, $y = \frac{4}{9}$ iken x^2 kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 4 D) 5 E) 9

18. x, y, z pozitif reel sayılardır. y, x ile z nin hem aritmetik hem de geometrik ortalamasıdır.

$$x + y + z = 12$$

olduğuna göre, $\frac{3x+y-2z}{y}$ oranı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 10

19. Bir otomobil x km yolu v km/sa hızla t saatte alıyor.

Hızını 8 katına çıkarırsa aynı yolun yarısını kaç saatte alır?

- A) $8t$ B) $4t$ C) $2t$ D) $\frac{t}{4}$ E) $\frac{t}{16}$

20. Bir üçgenin iç açıları 2, 5, 8 sayılarıyla orantılıdır.

Buna göre, bu üçgenin en küçük iç açısı kaç derecedir?

- A) 12 B) 24 C) 36 D) 48 E) 60

1. Aşağıdaki sayı çiftlerinden hangisi, orantı oluşturur?

A) $\left(\frac{2}{3}, \frac{3}{2}\right)$ B) $\left(\frac{3}{4}, \frac{4}{3}\right)$ C) $\left(\frac{3}{5}, \frac{6}{10}\right)$
D) $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{6}\right)$ E) $\left(\frac{5}{2}, \frac{10}{6}\right)$

2. $\frac{4,2}{x} = \frac{0,14}{0,2}$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 0,06 B) 0,3 C) 0,6 D) 3 E) 6

3. $\frac{a}{a+b} = \frac{2}{3}$

olduğuna göre, $\frac{a+b}{b}$ kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

4. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{2}{3}$

olduğuna göre, $\left(\frac{a-b}{b}\right) \cdot \left(\frac{d}{d-c}\right)$ çarpımının değeri kaçtır?

A) -9 B) $-\frac{1}{3}$ C) -1 D) 1 E) 9

5. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{3}{4}$

olduğuna göre, $\frac{b.d.e}{a.f.c}$ kaçtır?

A) $\frac{9}{16}$ B) $\frac{27}{64}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{16}{9}$

6. $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$

$2a - 3b + 4c = -33$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) -12 B) -9 C) -6 D) 6 E) 9

7. $\frac{a}{2} = \frac{b}{-5} = \frac{c}{3}$

$a \cdot b \cdot c = -240$

olduğuna göre, b kaçtır?

A) -40 B) -10 C) -4 D) 10 E) 40

8. a, b, c sayıları sırasıyla 15, 12, 7 sayılarıyla orantılıdır.

$b + c - a = 12$

olduğuna göre, c kaçtır?

A) 45 B) 36 C) 30 D) 24 E) 21

9. x, y, z sayıları sırasıyla $2, \frac{1}{3}, 4$ sayıları ile ters orantılıdır.

$x + y + z = 45$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 6 D) 9 E) 12

10. $3x = 2y = 5z$

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 2$

olduğuna göre, z kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

11. a sayısı c - 2 ile doğru orantılı ve $(b - 1)^2$ ile ters orantılıdır.

c = 4 ve b = 3 iken a = 3 tür.

Buna göre, b = 2 ve c = 3 iken a kaçtır?

- A) - 6 B) - 3 C) - 2 D) 3 E) 6

12. $\frac{a \cdot b \cdot d}{c} = 3$

İfadesi için, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) c ile d sabit olmak üzere, a ile b doğru orantılıdır.
 B) a ile c sabit olmak üzere, b ile d doğru orantılıdır.
 C) a ile b sabit olmak üzere, c ile d doğru orantılıdır.
 D) a ile d sabit olmak üzere, b ile c ters orantılıdır.
 E) b ile d sabit olmak üzere, a ile c ters orantılıdır.

- 13.

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{3}{4}$$

olduğuna göre, a, b, c sırasıyla hangi sayılarla orantılı olabilir?

- A) 3,4,6 B) 3,4,9 C) 9,12,15
 D) 9,12,16 E) 12,16,20

- 14.

$$\frac{m}{n} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{n}{r} = \frac{2}{3}$$

$$r + m - n = 28$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 24

- 15.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

$$\frac{3a-6}{3b+2nd} = k$$

olduğuna göre, n nin c türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -3c B) $-\frac{3}{c}$ C) $-\frac{6}{c}$ D) $\frac{6}{c}$ E) $\frac{3}{c}$

- 16.

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = 3$$

$$2a + 3b - 4c = 20$$

$$x - 2z = 18$$

olduğuna göre, y kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

17. Herkesin eşit iş yaptığı bir işçi grubuna 20 günlük iş veriliyor. İşçilerden 6 sı işe başlamadan ayrılıyor.

Kalan işçiler aynı işi 30 günde bitirdiklerine göre başlangıçta kaç işçi vardır?

- A) 12 B) 13 C) 15 D) 16 E) 18

18. a ve b sayılarının aritmetik ortalaması 9, a ve c sayılarının aritmetik ortalaması 10, b ve c sayılarının aritmetik ortalaması 11 dir.

Buna göre, a kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

19. A sınıfındaki öğrencilerin matematik not ortalaması 8 dir. Bu dersten A sınıfındaki erkek öğrencilerin not ortalaması 9, kız öğrencilerin not ortalaması 6 dir.

Buna göre, bu sınıftaki erkek öğrenci sayısının, kız öğrenci sayısına oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

20. a ile b nin aritmetik ortalaması 10 dur.

a ile geometrik ortalaması $4\sqrt{8}$, b ile geometrik ortalaması $4\sqrt{7}$ olan sayı kaçtır?

- A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 24

1. $\frac{a}{a-b} = 4$
olduğuna göre, $\frac{a+b}{b}$ kaçtır?
A) $\frac{7}{3}$ B) $\frac{7}{4}$ C) $\frac{6}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{8}{3}$

2. $\frac{x}{3} = 2y = \frac{z}{4}$
 $2x - y + 4 = \frac{3z}{2}$
olduğuna göre, $x + y$ kaçtır?
A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

3. $\frac{a}{b} - 1 = \frac{1}{a}$
 $\frac{b}{a} - 1 = -\frac{1}{b}$
olduğuna göre, a nın b türünden eşit aşağıdakilerden hangisidir?
A) $3b$ B) $2b$ C) b D) $-b$ E) $-2b$

4. $x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3} = k$
olduğuna göre, $\frac{x \cdot y \cdot z}{x + y + z}$ oranını aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $6k$ B) k^2 C) k D) $\frac{k}{2}$ E) 1

5. x , y ve z maddeleri 2, 3, 4 ile orantılı olarak karıştırılıp 36 kg lık karışım elde ediliyor.
Bu karışıma y maddesinden 12 kg daha ilave edildiğinde oluşan yeni karışımındaki x , y , z maddeleri sırasıyla aşağıdaki sayılardan hangileri ile orantılı olabilir?
A) 2,3,4 B) 2,5,4 C) 1,3,2
D) 6,2,3 E) 3,2,1

6. $a \cdot b = \frac{3}{4}$
olduğuna göre, $\left(2a + \frac{1}{b}\right) \cdot \left(b - \frac{1}{a}\right)$ çarpımının değeri kaçtır?
A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $-\frac{3}{5}$ D) $-\frac{5}{6}$ E) $-\frac{1}{2}$

7. $\frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{3}{c}$
olduğuna göre, $\left(\frac{3c-a}{b}\right) \cdot \left(\frac{4c-b}{2a}\right) \cdot \left(\frac{a-2b}{c}\right)$ işleminin sonucu kaçtır?
A) -30 B) -20 C) -10 D) 10 E) 20

8. $a - \frac{1}{b} = \frac{1}{3}$
 $b - \frac{1}{a} = \frac{1}{4}$
olduğuna göre, $\left(\frac{a-b}{b}\right) : \left(\frac{a+b}{a}\right)$ işleminin sonucu kaçtır?
A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{4}{21}$

9. $2a - \frac{2}{b} = \frac{2}{5}$
 $3a - \frac{3}{a} = \frac{3}{5}$
olduğuna göre, $\frac{a}{b}$ oranı kaçtır?
A) $-\frac{3}{2}$ B) -1 C) 1 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{5}$

10. $\frac{2}{x} = \frac{3}{y} = \frac{4}{z}$
 $2x + 4y - 3z = 4$
olduğuna göre, x kaçtır?
A) 3 B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{1}{2}$

11. $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$
 $a + 2b + 4c = 48$
 olduğuna göre, b kaçtır?
 A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 15

12. 720 milyon lira dört kişiye A milyon lira, B milyon lira, C milyon lira ve D milyon lira olarak dağıtılıyor.
 $A = B + 20$
 $B = C = 3 \cdot D$
 olduğuna göre, B kaç milyon liradır?
 A) 200 B) 210 C) 220 D) 230 E) 240

13. $x = 3y = 5z$
 $\frac{1}{x} + \frac{3}{y} + \frac{4}{z} = 2$
 olduğuna göre, y kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{k}{m} = 2$
 $\frac{m+a}{a} = 4$
 $\frac{k+b}{b} = 3$
 olduğuna göre, $\frac{c}{d}$ kaçtır?
 A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 3 E) $\frac{4}{3}$

15. $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$
 $a + 2b + 4c = 120$
 olduğuna göre, a kaçtır?
 A) 6 B) 18 C) 10 D) 12 E) 15

16. $x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$
 olduğuna göre, $\frac{x^2 + z^2}{y^2 + x^2}$ oranı kaçtır?
 A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{4}{3}$
17. Ali'nin yaşı, Ahmet ile Mehmet'in yaşlarının aritmetik ortalamasına eşittir.
 Mehmet'in yaşı Ahmet ile Ali'nin yaşlarının farkına eşit olduğuna göre, üçünün yaşları toplamı Mehmet'in yaşının kaç katıdır?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

18. $\frac{5x^2 - 2xy + y^2}{x^2 + y^2} = 1$
 olduğuna göre, $\frac{x+y}{x-y}$ kaçtır?
 A) -3 B) -2 C) 1 D) 2 E) 3
19. a sayısı $(b^2 - 2)$ ile doğru orantılıdır.
 $a = 2$ ise $b = 1$ dir.
 Buna göre, $a = -4$ olduğunda b nin pozitif değeri kaç olur?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

20. Bir dörtgenin iç açıları 1, 2, 4, 5 sayılarıyla orantılıdır.
 Buna göre, bu dörtgenin iç açılarından en büyük olanının ölçüsü kaç derecedir?
 A) 30° B) 60° C) 120° D) 150° E) 170°

1. $\frac{a+b}{c} = \frac{3}{2}$
 $\frac{c}{a} = \frac{5}{6}$

olduğuna göre, $\frac{b}{c}$ kaçtır?

- A) $\frac{10}{3}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{10}$ E) $\frac{2}{3}$

2. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 5$

olduğuna göre, $\sqrt[3]{\frac{a^3 + 2c^3 - 4e^3}{b^3 + 2d^3 - 4f^3}}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) $\sqrt{5}$ D) 5 E) $\sqrt{6}$

3. İki sayının toplamı ile farkı sırasıyla 4 ve 8 ile orantılıdır.

Bu iki sayının kareleri farkı 64 olduğuna göre, bu sayıların çarpımı kaçtır?

- A) -24 B) -12 C) 12 D) 24 E) 36

4. 2^{x+1} ile 4^{2x-1} sayılarının orta oranlısı 4 tür.

Buna göre, bu iki sayının aritmetik ortalaması kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

5. x ile y nin harmonik ortalaması 2 dir. 2, x ve y nin aritmetik ortalaması 1 dir.

Buna göre, x ile y nin geometrik ortalaması kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. a . b = 5

$$\frac{b}{c} = \frac{2}{3}$$

$$c.d = \sqrt{3}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) a ile b doğru orantılıdır.
 B) a ile c doğru orantılıdır.
 C) a ile d doğru orantılıdır.
 D) c ile d doğru orantılıdır.
 E) b ile d doğru orantılıdır.

7. Birbirinden farklı 12 doğal sayının aritmetik ortalaması 20 dir.

Buna göre, bu sayılardan en büyüğü en fazla kaç olabilir?

- A) 60 B) 69 C) 182 D) 183 E) 185

8. a ile b pozitif sayıların aritmetik ortalaması A, geometrik ortalaması B dir.

Buna göre, a ile b nin harmonik ortalaması, A ve B türünden aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{B}{A}$ B) $\frac{A^2}{B^2}$ C) $\frac{B^2}{A^2}$ D) $\frac{B^2}{A}$ E) $\frac{2B^2}{A}$

9. a ve b pozitif sayıların aritmetik ortalaması, geometrik ortalamasına eşittir.

Buna göre, $\frac{a+3b}{2a-b}$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. a ve b pozitif sayıların geometrik ortalaması, harmonik ortalamasına eşittir.

Buna göre, a ile b arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a + b = 2 B) a . b = 2 C) a - b = 0
 D) a = 2b E) a = b^2

11. a, b, c sayıları sırasıyla 1, 2 ve 4 ile orantılıdır.

Buna göre, bu üç sayının geometrik ortalamasının, aritmetik ortalamasına oranı kaçtır?

- A) $\frac{6}{7}$ B) $\frac{5}{7}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{2}{7}$

12. Birbirini çeviren üç dişli çarkın yarıçapları 1, 3, $\frac{1}{5}$

ile orantılıdır.

Bu çarklardan çevresi en büyük olan 4 devir yaptığında çevresi en küçük olan kaç devir yapmıştır?

- A) 12 B) 40 C) 50 D) 60 E) 69

13. x ile y gerçel (reel) sayıları arasında

$$y = 2x - 3$$

bağıntısı vardır.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) x ile y ters orantılıdır.
B) x ile y doğru orantılıdır.
C) 2x ile y doğru orantılıdır.
D) 2x + 3 ile y doğru orantılıdır.
E) x ile y + 3 doğru orantılıdır.

14. Un, yağ ve şeker ağırlık bakımından sırasıyla 8, 2 ve 3 ile orantılı olacak biçimde karıştırılarak bir karışım yapılıyor. Bu karışıma 8 kg daha un katıldığında oranın bozulmaması için x kg yağ ile y kg şeker katılıyor.

Buna göre, x + y kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 12

15. Üç ile tam bölünebilen ardışık üç tamsayının aritmetik ortalaması geometrik ortalamasına eşittir.

Buna göre, bu sayılardan en büyüğü kaç olabilir?

- A) 0 B) 3 C) 6 D) 9 E) 18

16. a, b, c sayıları sırasıyla x, y ve z ile orantılıdır.

$$a + b + c = 2(x + y + z)$$

olduğuna göre, $\frac{a \cdot b \cdot c}{x \cdot y \cdot z}$ kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

17. x, y ve a birer pozitif sayıdır.

$(x^2 + xy)$, a^2 , $(y^2 + xy)$ sayıları sırasıyla 4, 1 ve 5 ile orantılıdır.

Buna göre, x + y toplamı a'nın kaç katıdır?

- A) 2 B) 3 C) 9 D) $\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

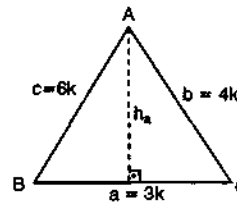
18. x ile y^2 ters orantılıdır.

$$x = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} \text{ iken } y = \sqrt{\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}}$$

olduğuna göre, $y = \frac{1}{2}$ için x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

- 19.



Şekildeki üçgende

$$|AB| = 6k,$$

$$|BC| = 3k$$

$$|AC| = 4k \text{ dir.}$$

Buna göre, a, b, c kenarlarına ait yükseklikler sırasıyla

aşağıdakilerden hangisi ile orantılı olabilir?

- A) 8 : 6 : 4 B) 4 : 5 : 6 C) 1 : 2 : 3
D) 3 : 4 : 6 E) 6 : 4 : 3

20. Yaşları 26, 28 ve 30 olan üç arkadaş, yaşları ile orantılı olacak biçimde para koyarak 42 milyar liralık bir şirket kuruyorlar.

Buna göre, şirkete en çok sermaye ile katılan kaç milyar lira ile katılmıştır?

- A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

Bu bölümde,

- Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler
 - Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler
 - Özel denklemler
- ele alınacaktır.

BÖLÜM-4'te eşitsizliğin özelliklerini vermiştik. Şimdi de eşitliğin özelliklerini vereceğiz. Denklemlerin çözümünde eşitliğin özelliklerinden yararlanacağız. Ayrıca, bazı özel denklem modellerini vereceğiz. Konunun çerçevesini buraya kadar verilen konular ve eşitliğin özellikleri oluşturacaktır. Amacımız, öncelikle çok karşılaşılan modelleri vermektir. Ancak, temel kavramları, mutlak değeri, üslü sayıları, köklü sayıları, çarpanlara ayırmayı hatta oran ve orantıyı içine katacağımız denklemleri de irdeleneceğiz. Bunun için, bu konuların gözden geçirilmesi özel denklemlerin anlaşılmasını kolaylaştırır.

Son yedi yılın Öğrenci Seçme Sınavı'nda denklem çözme ile ilgili toplam 11 soru soruldu.

DENKLEM ÇÖZME

⇒ I. BİRİNCİ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

- A. TANIM
- B. EŞİTLİĞİN ÖZELLİKLERİ
- C. $ax + b = 0$ DENKLEMİNİN ÇÖZÜM KÜMESİNİN BULUNMASI

⇒ II. BİRİNCİ DERECEDEN İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

- A. BİRİNCİ DERECEDEN İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEM
- B. BİRİNCİ DERECEDEN İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEM SİSTEMİ

⇒ 1. Çözüm Kümesinin Bulunması

- ▶ a) Yok Etme Yöntemi
- ▶ b) Yerine Koyma Yöntemi
- ▶ c) Grafik Yöntemi

⇒ III. ÖZEL DENKLEMLER

⇒ ÇÖZÜMLÜ TEST

⇒ CEVAPLI TEST (1, 2, 3)

B

Ö

L

Ü

M

10

I. BİRİNCİ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

A. TANIM

$a, b \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ olmak üzere,

$$ax + b = 0$$

biçimindeki eşitliklere **birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler** denir.

Bu denklemi sağlayan x değerine **denklemin kökü** denir.

Denklemin köklerinden oluşan kümeye de bu denklemin **çözüm kümesi** denir.

Denklemin köklerini bulmak için yapılan işleme **denklemin çözme** denir.

B. EŞİTLİĞİN ÖZELLİKLERİ

1. $a = b \Leftrightarrow a + c = b + c$

2. $a = b \Leftrightarrow a - c = b - c$

3. $a = b \Leftrightarrow a \cdot c = b \cdot c$

4. $a = b \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{c}, (c \neq 0)$

5. $a = b \Rightarrow a^n = b^n$

6. $a = b \Rightarrow \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b}$

7. $a = b$ ve $b = c \Rightarrow a = c$

8. $\begin{array}{l} a = b \\ + c = d \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{İki eşitlik taraf tarafa} \\ \text{toplanabilir.} \end{array}$
 $a + c = b + d$

9. $\begin{array}{l} a = b \\ - c = d \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{İki eşitlik taraf tarafa} \\ \text{çıkarılabilir.} \end{array}$
 $a - c = b - d$

10. $\begin{array}{l} a = b \\ \times c = d \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{İki eşitlik taraf tarafa} \\ \text{çarpılabilir.} \end{array}$
 $a \cdot c = b \cdot d$

11. $\begin{array}{l} a = b \\ : c = d \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{İki eşitlik taraf tarafa} \\ \text{bölünebilir.} \end{array}$
 $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}, (c \neq 0, d \neq 0)$

C. $ax + b = 0$ DENKLEMİNİN ÇÖZÜM KÜMESİNİN BULUNMASI

Eşitliğin özellikleri kullanılarak denklemin çözüm kümesi bulunur.

$$ax + b = 0$$

$$ax + b + (-b) = 0 + (-b)$$

$$ax + 0 = -b$$

$$ax = -b$$

$$\frac{1}{a} \cdot ax = \frac{1}{a} \cdot (-b)$$

$$x = -\frac{b}{a}$$

$$Ç = \left\{ -\frac{b}{a} \right\} \text{ dir.}$$

© Pi Yayınları

Örnek 1

$6x - 3(x + 1) = 2x$
denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$$6x - 3(x + 1) = 2x$$

$$6x - 3x - 3 = 2x$$

$$3x - 2x = 3$$

$$x = 3$$

$$Ç = \{3\}$$

Örnek 2

$(m - 4)x^2 + 3mx - 4m + 1 = 0$
denklemini birinci dereceden x değişkenine bağlı bir denklemdir.

Buna göre, bu denklemin kökü kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 3 E) 4

Çözüm

Verilen denklemin birinci dereceden olması için $m - 4 = 0$ olmalıdır.

$$m - 4 = 0$$

$$m = 4$$

O halde verilen denklem :

$$(4 - 4)x^2 + 3 \cdot 4x - 4 \cdot 4 + 1 = 0$$

$$12x - 15 = 0 \dots (\star) \text{ dir.}$$

Bu denklem çözülerek kökü bulunur.

$$12x - 15 = 0$$

$$2x = 15$$

$$x = \frac{15}{2}$$

$$x = \frac{5}{4}$$

Cevap B

Örnek 3

$$\frac{4x}{15} - \frac{2x-1}{10} = \frac{3}{10}$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-1\}$ B) $\{0\}$ C) $\{1\}$ D) $\{2\}$ E) $\{3\}$

Çözüm

$$\frac{4x}{15} - \frac{2x-1}{10} = \frac{3}{10}$$

$$30 \cdot \left(\frac{4x}{15} - \frac{2x-1}{10} \right) = 30 \cdot \frac{3}{10}$$

$$30 \cdot \frac{4x}{15} - 30 \cdot \frac{2x-1}{10} = 3 \cdot \frac{3}{1}$$

$$2 \cdot 4x - 3 \cdot (2x - 1) = 9$$

$$8x - 6x + 3 = 9$$

$$2x + 3 = 9$$

$$2x = 9 - 3$$

$$2x = 6$$

$$x = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

$$\mathcal{C} = \{3\}$$

Cevap E

Örnek 4

$$\frac{x}{x+m} + \frac{x+1}{x-1} = \frac{2}{x-2} + 3$$

denkleminin bir kökü 3 tür.

Buna göre, m kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm

Verilen denklemin kökü 3 olduğuna göre, $x = 3$ için denklem doğrulanır.

$$\frac{x}{x+m} + \frac{x+1}{x-1} = \frac{2}{x-2} + 3$$

$$\frac{3}{3+m} + \frac{3+1}{3-1} = \frac{2}{3-2} + 3$$

$$\frac{3}{3+m} + \frac{4}{2} = \frac{2}{1} + 3$$

$$\frac{3}{3+m} + 2 = 2 + 3$$

$$\frac{3}{3+m} = 3$$

$$3 \cdot (3+m) = 3 \cdot 1$$

$$3+m = 1$$

$$m = 1 - 3$$

$$m = -2 \text{ dir.}$$

Cevap A

Örnek 5

$a \neq b$ olmak üzere,

$$ax - bx + b^2 = a^2 + 2a - 2b$$

denklemin sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a + b$ B) $a + b + 2$ C) $a + b - 2$

- D) $a - b + 2$ E) $a - b - 2$

Çözüm

$$ax - bx + b^2 = a^2 + 2a - 2b$$

$$(a - b)x = a^2 - b^2 + 2a - 2b$$

$$(a - b)x = (a - b)(a + b) + 2(a - b)$$

$$(a - b)x = (a - b)(a + b + 2)$$

$$x = \frac{(a - b)(a + b + 2)}{(a - b)}$$

$$x = a + b + 2$$

Cevap B

Denklemler Çözme

Örnek 6

$a + b \neq 0$ olmak üzere,

$$\frac{a-x}{b} + \frac{b-x}{a} = -2$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{a\}$ B) $\{a-b\}$ C) $\{a+b\}$ D) $\{b\}$ E) $\{2a+b\}$

Çözüm

$$\frac{a-x}{b} + \frac{b-x}{a} = -\frac{2}{1}$$

$$\frac{a^2 - ax}{ab} + \frac{b^2 - bx}{ab} = -\frac{2ab}{ab}$$

$$a^2 - ax + b^2 - bx = -2ab$$

$$a^2 + b^2 + 2ab = (a+b)x$$

$$(a+b)^2 = (a+b)x$$

$$a+b = x$$

$$x = a+b$$

$$\mathcal{C} = \{a+b\} \text{ dir. Cevap C}$$

Örnek 7

$$\frac{1}{1+\frac{1}{2}} = 1$$

denkleminin kökü olan x değeri aşağıdaki koşulların hangisini sağlar?

- A) $-7 < x < -5$ B) $-4 < x < -2$ C) $-1 < x < 1$
D) $2 < x < 4$ E) $5 < x < 7$

Çözüm

$$\frac{1}{1+\frac{1}{2}} = 1$$

$$\frac{2}{x+1} = 1$$

$$\frac{2}{3} = \frac{x+1}{x}$$

$$2x = 3x + 3$$

$$2x - 3x = 3$$

$$-x = 3$$

$$x = -3$$

$$x = -3 \text{ değeri } -4 < x < -2 \text{ aralığındadır.}$$

Cevap B

Örnek 8

$$\frac{2-3x}{6} - \frac{x-3}{3} = 3$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) $-\frac{1}{4}$

Çözüm

$$\frac{2-3x}{6} - \frac{x-3}{3} = 3$$

$$\frac{2-3x}{6} - \frac{2x-6}{6} = 3$$

$$\frac{2-3x-2x+6}{6} = 3$$

$$\frac{8-5x}{6} = 3$$

$$8-5x = 18$$

$$-5x = 10$$

$$x = -2$$

Cevap A

Örnek 9

$$3 + \frac{6}{2 + \frac{1}{x+1}} = 4$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) $-\frac{3}{4}$ E) $-\frac{5}{2}$

Çözüm

$$3 + \frac{6}{2 + \frac{1}{x+1}} = 4$$

$$\frac{6}{2 + \frac{1}{x+1}} = 1$$

$$2 + \frac{1}{x+1} = 6$$

$$\frac{1}{x+1} = 4$$

$$x+1 = \frac{1}{4}$$

$$x = -\frac{3}{4}$$

Cevap D

Örnek 10

$$\frac{m+15}{m+1} - \frac{x-6}{m-1} = \frac{7m-9}{m^2-1}$$

denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 7 B) 7m C) -7 D) -7m E) 6-m

Çözüm

$$\frac{x+15}{m+1} - \frac{x-6}{m-1} = \frac{7m-9}{m^2-1}$$

$$\frac{(m-1)(x+15) - (m+1)(x-6)}{m^2-1} = \frac{7m-9}{m^2-1}$$

$$(m-1)(x+15) - (m+1)(x-6) = 7m-9$$

$$(mx + 15m - x - 15) - (mx - 6m + x - 6) = 7m - 9$$

$$mx + 15m - x - 15 - mx + 6m - x + 6 = 7m - 9$$

$$-2x + 21m - 9 = 7m - 9$$

$$-2x = -14m$$

$$x = 7m$$

Cevap B

Örnek 12

$xy + y - x + 2 = 0$ bağıntısının $y = f(x)$ biçiminde ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = \frac{x+2}{x-1}$ B) $y = \frac{x-1}{x+1}$ C) $y = \frac{x-2}{x+1}$

D) $y = \frac{x+1}{2-x}$ E) $y = \frac{2-x}{x}$

Çözüm

$$xy + y - x + 2 = 0$$

$$xy + y = x - 2$$

$$y(x+1) = x-2$$

$$y = \frac{x-2}{x+1}$$

Cevap C

Örnek 13

$$\frac{1}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x-1}{x} = \frac{4}{3}$$

eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{2}{3}$

Çözüm

$$\frac{1}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x-1}{x} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x-1}{x} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{x}{x+1} + 1 = \frac{4}{3}$$

$$\frac{x}{x+1} = \frac{4}{3} - 1$$

$$\frac{x}{x+1} = \frac{1}{3}$$

$$3x = x+1$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Cevap C

Örnek 11

$\{x - [y - (z + 2)]\} - \{x + [z - (x - 1)]\} + y - 1 = 5$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

Çözüm

$$\{x - [y - (z + 2)]\} - \{x + [z - (x - 1)]\} + y - 1 = 5$$

$$x - [y - (z + 2)] - x - [z - (x - 1)] + y - 1 = 5$$

$$x - y + (z + 2) - x - z + (x - 1) + y - 1 = 5$$

$$z + 2 - z + x - 1 - 1 = 5$$

$$2 + x - 2 = 5$$

$$x = 5$$

Cevap A

Denklemler Çözme

Örnek 14

$$\frac{a}{x} + c = \frac{a(b+c)}{bx}$$

denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a}{b}$ B) $\frac{a}{c}$ C) a D) b E) c

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{a}{x} + c &= \frac{a(b+c)}{bx} \\ \frac{a+cx}{x} &= \frac{ab+ac}{bx} \\ a+cx &= \frac{ab+ac}{b} \\ b(a+cx) &= ab+ac \\ ab+bcx &= ab+ac \\ bcx &= ac \\ bx &= a \\ x &= \frac{a}{b} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Cevap A

Örnek 15

$$\frac{x^2 - 3x - 10}{x+2} = 0$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{5, 2\}$ B) $\{-5, 2\}$ C) $\{5, -2\}$ D) $\{5\}$ E) $\{2\}$

Çözüm

$$\frac{x^2 - 3x - 10}{x+2} = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \text{ ve } x+2 \neq 0 \text{ dir.}$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$(x-5) \cdot (x+2) = 0 \Rightarrow x-5 = 0 \text{ veya } x+2 = 0 \\ \Rightarrow x = 5 \text{ veya } x = -2 \dots (1)$$

$$x+2 \neq 0 \Rightarrow x \neq -2 \dots (2)$$

$$[(x = 5 \text{ veya } x = -2) \text{ ve } x \neq -2] \Rightarrow x = 5 \text{ tir.}$$

Buna göre; $\mathcal{C} = \{5\}$ tir.

Cevap D

KURAL :

1. $a \cdot b = 0 \Rightarrow a = 0$ veya $b = 0$ dir.

2. $\frac{a}{b} = 0 \Rightarrow a = 0$ ve $b \neq 0$ dir.

UYARI :

$$ax + b = 0$$

denkleminde,

1. $a \neq 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$

$$\mathcal{C} = \left\{ -\frac{b}{a} \right\} \text{ dir.}$$

2. $a = 0$ ve $b = 0$ ise,

$$0 \cdot x + 0 = 0$$

$$0 = 0$$

Çözüm kümesi sonsuz elemanlıdır. Bu denklem reel (gerçek) sayılarda tanımlı ise,

$$\mathcal{C} = \mathbb{R} \text{ dir.}$$

3. $a = 0$ ve $b \neq 0$ ise,

$$0 \cdot x + b = 0$$

$$b = 0$$

çelişkisi bizi, "bu denklemi sağlayan hiçbir sayı yoktur." sonucuna götürür. O halde,

$$\mathcal{C} = \{ \} \text{ dir.}$$

Örnek 16

$$x + 12 = 3 \cdot (x-1) - 2x$$

denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$$x + 12 = 3(x-1) - 2x$$

$$x + 12 = 3x - 3 - 2x$$

$$x + 12 = x - 3$$

$$x - x = -3 - 12$$

$$0 = -15 \text{ olduğuna göre,}$$

$$\mathcal{C} = \{ \} \text{ dir.}$$

Örnek 17

$$2mx - \frac{1}{3} = 4 + n - 3x$$

denkleminin çözüm kümesi boş kümedir.

Buna göre, m kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{3}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) -1 E) 0

Çözüm

$$2mx - \frac{1}{3} = 4 + n - 3x$$

$$2mx + 3x - \frac{1}{3} - 4 - n = 0$$

$$(2m+3)x - \frac{13}{3} - n = 0 \dots (\star)$$

denkleminin çözüm kümesi boş küme olduğuna göre,

$$2m+3=0 \text{ ve } -\frac{13}{3}-n \neq 0 \text{ dir.}$$

$$m = -\frac{3}{2} \text{ ve } n \neq -\frac{13}{3}$$

Cevap B

Örnek 18

$$\frac{x-3}{x+5} + 2x - \frac{5}{1-\frac{1}{3}} = ax + \frac{b}{2} - \frac{8}{x+5}$$

denkleminin çözüm kümesi boş kümedir.

Buna göre, $a \cdot b$ çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisi **olamaz**?

- A) -26 B) -13 C) -12 D) 13 E) 26

Çözüm

$$\frac{x-3}{x+5} + 2x - \frac{5}{1-\frac{1}{3}} = ax + \frac{b}{2} - \frac{8}{x+5}$$

$$\frac{x-3}{x+5} + \frac{8}{x+5} + 2x - \frac{5}{\frac{2}{3}} = ax + \frac{b}{2}$$

$$\frac{x-3+8}{x+5} + 2x - \frac{15}{2} = ax + \frac{b}{2}$$

$$1 + 2x - \frac{15}{2} = ax + \frac{b}{2}$$

$$2x - ax + 1 - \frac{15}{2} - \frac{b}{2} = 0$$

$$(2-a)x - \frac{13}{2} - \frac{b}{2} = 0 \dots (\star)$$

Bu denklemin çözüm kümesi boş küme olduğuna göre,

$$2-a=0 \text{ ve } -\frac{13}{2}-\frac{b}{2} \neq 0 \text{ dir.}$$

$$2-a=0 \Rightarrow a=2 \dots (1)$$

$$-\frac{13}{2}-\frac{b}{2} \neq 0 \Rightarrow b \neq -13 \dots (2)$$

$$(a=2 \text{ ve } b \neq -13) \Rightarrow a \cdot b \neq 2 \cdot (-13)$$

$$\Rightarrow a \cdot b \neq -26$$

Cevap A

Örnek 19

$$2x - 5 = 1 - 2(3 - x)$$

denkleminin reel (gerçek) sayılardaki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\mathbb{R}$ B) $\emptyset$ C) $\mathbb{R} - \{1\}$
D) $\mathbb{R} - \{0\}$ E) $\mathbb{R} - \{1, 2\}$

Çözüm

$$2x - 5 = 1 - 2(3 - x)$$

$$2x - 5 = 1 - 6 + 2x$$

$$2x - 5 = 2x - 5$$

$$2x - 2x = -5 + 5$$

$$0 = 0 \dots (\star)$$

olduğuna göre, verilen denklemin bütün sayılar sağlar.

$$\mathbb{Q} = \mathbb{R} \text{ dir.}$$

Cevap A

Örnek 20

$$mx - 5 = n + 4x$$

denkleminin çözüm kümesi sonsuz elemanlıdır.

Buna göre, $m + n$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm

$$mx - 5 = n + 4x$$

$$mx - 4x - 5 - n = 0$$

$$(m-4)x - 5 - n = 0$$

denkleminin çözüm kümesi sonsuz elemanlı olduğuna göre,

$$m-4=0 \text{ ve } -5-n=0$$

$$m=4 \text{ ve } n=-5$$

olmalıdır. Buna göre,

$$m+n=4+(-5)=-1 \text{ dir.}$$

Cevap B

Örnek 21

$$\frac{x}{x^2-4} + \frac{2}{4-x^2} + \frac{3}{x+2} = 0$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\emptyset$ B) $\mathbb{R}$ C) $\mathbb{R} - \{2\}$
D) $\mathbb{R} - \{2, -2\}$ E) $\mathbb{R} - \{0\}$

Çözüm

$$\frac{x}{x^2-4} + \frac{2}{4-x^2} + \frac{3}{x+2} = 0$$

$$\frac{x-2+3(x-2)}{x^2-4} = 0$$

$$\frac{4(x-2)}{x^2-4} = 0 \dots (\star)$$

olduğuna göre, $4(x-2) = 0$ ve $x^2-4 \neq 0$ dir.

$$4(x-2) = 0 \Rightarrow x = 2 \dots (1)$$

$$x^2-4 \neq 0 \Rightarrow x^2 \neq 4$$

$$\Rightarrow x \neq -2 \text{ veya } x \neq 2 \dots (2)$$

$$[x = 2 \text{ ve } (x \neq -2 \text{ veya } x \neq 2)] \Rightarrow x \notin \mathbb{R} \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$\mathcal{C} = \{ \} = \emptyset \text{ dir.}$$

Cevap A

Örnek 22

$x^2 \neq 1$ olmak üzere,

$$\frac{2a}{x^2+1} + b = \frac{2b}{x^2+1} + a$$

olduğuna göre, a'nın b türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2b$ B) b C) $-b$ D) $-2b$ E) $b-2$

Çözüm

$$\frac{2a}{x^2+1} - \frac{2b}{x^2+1} = a-b$$

$$\frac{2a-2b}{x^2+1} = a-b$$

$$2(a-b) = (a-b)(x^2+1)$$

$$2(a-b) - (a-b)(x^2+1) = 0$$

$$(a-b)(2 - (x^2+1)) = 0$$

$$(a-b)(2 - x^2 - 1) = 0$$

$$(a-b)(1 - x^2) = 0$$

$$a-b = 0 \text{ veya } 1-x^2 = 0$$

$x^2 \neq 1$ olduğuna göre, $1-x^2 \neq 0$ dir.

Bu durumda $a-b = 0 \Rightarrow a = b$ dir.

Cevap B

II. BİRİNCİ DERECEDEKİ İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

A. BİRİNCİ DERECEDEKİ İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEM

a, b, c $\in \mathbb{R}$, a $\neq 0$ ve b $\neq 0$ olmak üzere,

$$ax + by + c = 0$$

biçimindeki denklemlere **birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler** denir.

Bu denklemler düzlemde birer doğru belirtirler.

Örnek 23

- $2x - 3y + 1 = 0$ denklemini x ve y değişkenine bağlı birinci dereceden iki bilinmeyenli bir denklemdir.
- $m + n + 5 = 0$ denklemini m ve n değişkenine bağlı birinci dereceden iki bilinmeyenli bir denklemdir.

B. BİRİNCİ DERECEDEKİ İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEM SİSTEMİ

$$ax + by + c = 0$$

$$dx + ey + f = 0$$

biçimindeki birden fazla iki bilinmeyenli denklemlerden oluşan ikiliye birinci dereceden iki bilinmeyenli **denklem sistemi** denir.

1. Çözüm Kümesinin Bulunması

Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözüm kümesinin bulunmasına dair birçok yöntem vardır. Biz burada bazılarını vereceğiz.

a) Yok Etme Yöntemi

Verilen denklemlerin katsayıları, değişkenlerden biri yok edilecek şekilde düzenlenir ve taraf tarafa toplanır.

Örnek 24

$$2x - y + 2 = 0$$

$$3x + 2y - 11 = 0$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$2x - y + 2 = 0$ denklemi 2 ile genişletilip diğer denklemlerle taraf tarafa toplanır.

$$\begin{array}{r} 4x - 2y + 4 = 0 \\ + \quad 3x + 2y - 11 = 0 \\ \hline 7x - 7 = 0 \\ x = 1 \end{array}$$

Bulunan bu değer, verilen denklemlerden herhangi birinde yazılarak y değeri bulunur.

$$\begin{array}{r} 2x - y + 2 = 0 \\ 2 \cdot 1 - y + 2 = 0 \\ y = 4 \\ \mathcal{C} = \{(1, 4)\} \end{array}$$

Örnek 25

$$\begin{array}{r} 2x - 3y + 5 = 0 \\ x - 2y + 4 = 0 \end{array}$$

denklemler sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{(2, 3)\}$ B) $\{(1, 3)\}$ C) $\{(3, 4)\}$
D) $\{(-1, -2)\}$ E) $\{(1, 2)\}$

Çözüm

(I. Yol)

Birinci satırdaki denklemi 2 ile, ikinci satırdaki denklemi -3 ile genişletip taraf tarafa toplarsak, y değişkeni yok edilir.

$$\begin{array}{r} 2x - 3y + 5 = 0 \\ x - 2y + 4 = 0 \\ \hline 4x - 6y + 10 = 0 \\ + \quad -3x + 6y - 12 = 0 \\ \hline x - 2 = 0 \end{array}$$

$$x = 2 \dots (\star)$$

bu değeri, $x - 2y + 4 = 0$ da yazalım.

$$\begin{array}{r} 2 - 2y + 4 = 0 \\ -2y + 6 = 0 \\ y = 3 \text{ ü buluruz.} \end{array}$$

Buna göre,

$$\mathcal{C} = \{(2, 3)\} \text{ tür.}$$

(II. Yol)

İkinci satırdaki denklemi -2 yi genişletip, birinci denklemlerle taraf tarafa toplarsak, x değişkeni yok edilir.

$$\begin{array}{r} 2x - 3y + 5 = 0 \\ x - 2y + 4 = 0 \\ \hline 2x - 3y + 5 = 0 \\ + \quad -2x + 4y - 8 = 0 \\ \hline y - 3 = 0 \\ y = 3 \dots (\star) \\ x - 2y + 4 = 0 \\ x - 2 \cdot 3 + 4 = 0 \\ x - 6 + 4 = 0 \\ x = 2 \dots (\star\star) \\ \mathcal{C} = \{(2, 3)\} \text{ tür.} \end{array}$$

Cevap A

b) Yerine Koyma Yöntemi

Verilen denklemlerin birinden, değişkenlerden biri çekilip diğer denklemlerde yazılarak sonuca gidilir.

Örnek 26

$$\begin{array}{r} 2x - y - 3 = 0 \\ 3x + 2y - 1 = 0 \end{array}$$

denklemler sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{(1, 1)\}$ B) $\{(1, -1)\}$ C) $\{(-1, 1)\}$
D) $\{(0, 1)\}$ E) $\{(3, 2)\}$

Çözüm

$$\begin{array}{r} 2x - y - 3 = 0 \\ y = 2x - 3 \dots (\star) \end{array}$$

y nin bu değeri diğer denklemlerde yerine yazılarak x bulunur.

$$\begin{array}{r} 3x + 2y - 1 = 0 \\ 3 \cdot x + 2(2x - 3) - 1 = 0 \\ x = 1 \dots (\star\star) \end{array}$$

x in değeri $(\star)$ eşitliğinde yerine yazılarak y bulunur.

$$\begin{array}{r} y = 2 \cdot 1 - 3 \\ y = -1 \dots (\star\star\star) \\ \mathcal{C} = \{(1, -1)\} \end{array}$$

Cevap B

c) Grafik Yöntemi

Verilen denklemlerin grafikleri çizilir. Grafiklerin kesiştiği nokta denklem sistemini sağlayan noktadır.

Örnek 27

$$24x - 5y + 1 = 0$$

$$9x + 7y + 5 = 0$$

denklem sisteminin çözüm kümesi $\{(x, y)\}$ dir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $x \cdot y < 0$ B) $x \cdot y > 0$ C) $x + y > 0$

- D) $-\frac{1}{24} < x < 0$ E) $0 < y < 1$

Çözüm

Verilen denklemlerin grafiklerini çizelim

$$d_1 : 24x - 5y + 1 = 0$$

$$d_2 : 9x + 7y + 5 = 0$$

1. denklemde $x = 0$ için, $y = \frac{1}{5}$

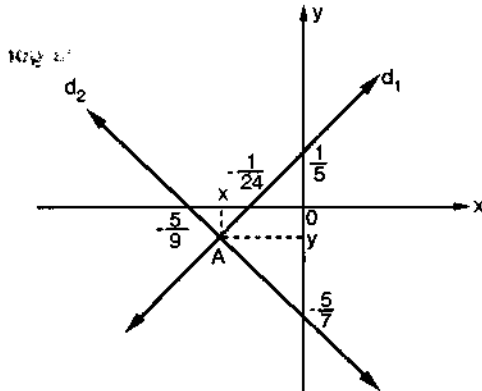
$$y = 0 \text{ için, } x = -\frac{1}{24} \text{ tür.}$$

d_1 doğrusu $(0, \frac{1}{5})$ ve $(-\frac{1}{24}, 0)$ noktadan geçer.

2. denklemde $x = 0$ için, $y = -\frac{5}{7}$

$$y = 0 \text{ için, } x = -\frac{5}{9} \text{ dur.}$$

d_2 doğrusu $(0, -\frac{5}{7})$ ve $(-\frac{5}{9}, 0)$ noktalarından geçer.



A noktası, sistemi sağlayan noktadır. A noktasının apsisi (x) de ordinatı (y) da negatiftir.

$$x \cdot y > 0 \text{ dir.}$$

Bu denklem sisteminin, çözüm kümesi diğer iki yoldan birisi ile bulunabilir.

Cevap B

UYARI :

$$d_1 : ax + by + c = 0$$

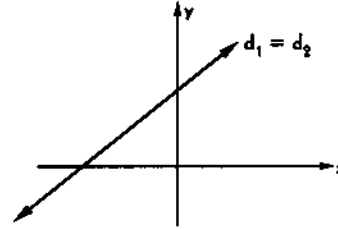
$$d_2 : dx + ey + f = 0$$

denklem sisteminde

1. $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$ ise, bu iki doğru çakışiktır.

Doğru üzerindeki her nokta denklem sistemi sağlar.

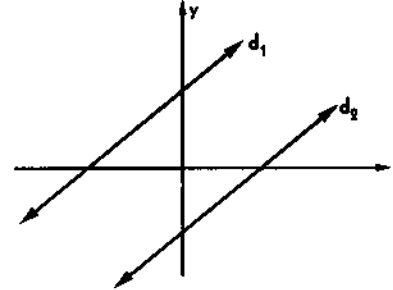
Verilen denklem sisteminin çözüm kümesi sonsuz noktadan oluşur.



2. $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} \neq \frac{c}{f}$ ise, bu iki doğru paraleldir.

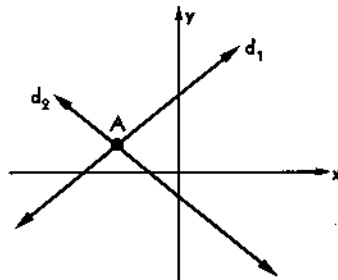
Denklem sistemini sağlayan hiçbir nokta bulunamaz.

Verilen denklem sisteminin çözüm kümesi boş kümedir.



3. $\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e}$ ise, bu iki doğru tek bir nokta kesişir.

Verilen denklem sisteminin çözüm kümesi bir tek noktadan oluşur.



$A(x, y)$ noktası denklem sisteminin çözüm kümesinin elemanıdır.

Örnek 28

$$\begin{aligned}x - 2y + 3 &= 0 \\ -2x + 4y - 6 &= 0\end{aligned}$$

denklemler sisteminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

(I. Yol)

Birinci satırda verilen denklemi 2 ile genişletip ikinci satırda verilen denklemle taraf tarafa toplayalım.

$$\begin{array}{r}x - 2y + 3 = 0 \\ -2x + 4y - 6 = 0 \\ \hline 2x - 4y + 6 = 0 \\ + \quad -2x + 4y - 6 = 0 \\ \hline 0 + 0 + 0 = 0 \\ 0 = 0\end{array}$$

Bu denklem sistemini sağlayan sonsuz nokta vardır. Verilen doğrular çakışiktır.

(II. Yol)

$$\frac{1}{-2} = \frac{-2}{4} = \frac{3}{-6} \text{ olduğundan, doğrular çakışiktır.}$$

Doğru üzerindeki sonsuz noktanın her biri denklem sistemini sağlar.

Örnek 29

$$\begin{aligned}2x - y + 3 &= 0 \\ 6x - 3y + 5 &= 0\end{aligned}$$

denklemler sisteminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

(I. Yol)

Birinci satırda verilen denklemi -3 ile çarpıp ikinci satırda verilen denklem ile toplayalım.

$$\begin{array}{r}2x - y + 3 = 0 \\ 6x - 3y + 5 = 0 \\ -6x + 3y - 9 = 0 \\ \hline + \quad 6x - 3y + 5 = 0 \\ \hline 0 + 0 - 4 = 0 \\ -4 \neq 0\end{array}$$

Bu bir çelişmedir. Yani denklem sistemini sağlayacak nokta yoktur. Çözüm kümesi boş kümedir.

$$\emptyset = \emptyset \text{ dir.}$$

(II. Yol)

$$\frac{2}{6} = \frac{-1}{-3} \neq \frac{3}{5} \text{ olduğundan, doğrular paraleldir.}$$

$$\emptyset = \emptyset \text{ dir.}$$

KURAL :

$a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$ax + by + c = 0$$

denklemi her (x, y) ikilisi için sağlanıyorsa

$$a = b = c = 0 \text{ dir.}$$

Örnek 30

$$(2a - 8)x + (a + b + 8)y + ab + c = 0$$

denklemi her (x, y) için sağlandığına göre, c kaçtır?

- A) -48 B) -12 C) 0 D) 12 E) 48

Çözüm

$$\underbrace{(2a - 8)}_0 x + \underbrace{(a + b + 8)}_0 y + \underbrace{ab + c}_0 = 0$$

olursa verilen denklem her (x, y) için sağlanır.

$$2a - 8 = 0 \Rightarrow a = 4 \dots (1)$$

$$a + b + 8 = 0 \Rightarrow 4 + b + 8 = 0 \Rightarrow b = -12 \dots (2)$$

$$ab + c = 0 \Rightarrow c = -ab$$

$$c = -(-4)(-12)$$

$$c = 48$$

Cevap E

Örnek 31

$$(2a + b)x + (a + b)y - 5a - 3b = 0$$

denklemi her (a, b) ikilisi için sağlandığına göre, x kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

(I. Yol)

$$(2a + b)x + (a + b)y - 5a - 3b = 0$$

$$2ax + bx + ay + by - 5a - 3b = 0$$

$$\underbrace{(2x + y - 5)}_0 a + \underbrace{(x + y - 3)}_0 b = 0$$

olmalıdır.

Buna göre;

$$2x + y - 5 = 0$$

$$-x + y - 3 = 0$$

$$x - 2 = 0$$

$$x = 2 \text{ dir.}$$

(II. Yol)

Her (a, b) için sağlandığına göre, $a = 3$ ve $b = -3$ için de sağlanır. (Seçtiğimiz a, b değerleriyle y nin yok edildiğine dikkat ediniz.)

$$\begin{aligned}(2a + b)x + (a + b)y - 5a - 3b &= 0 \\ (2 \cdot 3 - 3) \cdot x + (3 - 3) \cdot y - 5 \cdot 3 - 3 \cdot (-3) &= 0 \\ 3 \cdot x + 0 \cdot y - 15 + 9 &= 0 \\ 3 \cdot x - 6 &= 0 \\ x &= 2\end{aligned}$$

Cevap C

III. ÖZEL DENKLEMLER

Örnek 72

$$\begin{aligned}a + b &= 3 \\ b + c &= 4 \\ c + a &= 5\end{aligned}$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

(I. Yol)

Denklemleri taraf tarafa toplayalım.

$$\begin{aligned}a + b &= 3 \\ b + c &= 4 \\ + \quad c + a &= 5\end{aligned}$$

$$2(a + b + c) = 12$$

$$\underbrace{a + b + c}_{4} = 6 \Rightarrow a + 4 = 6 \Rightarrow a = 2 \text{ dir.}$$

(II. Yol)

$$\begin{array}{rcl}a + b & = & 3 \\ - \quad b + c & = & 4 \\ \hline a - c & = & -1 \quad (*)\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}c + a & = & 5 \\ + \quad a - c & = & -1 \\ \hline 2a & = & 4\end{array}$$

$$a = 2 \text{ dir.}$$

Cevap B

Örnek 73

$$\begin{aligned}x - y &= 22 \\ y + z &= 10 \\ z - v &= 8\end{aligned}$$

olduğuna göre, $x - 2y - 2z + v$ nin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 9 D) 12 E) 18

Çözüm

İkinci ve üçüncü denklemler - 1 ile çarpılıp üç denklem taraf tarafa toplanırsa

$$\begin{aligned}x - y &= 22 \quad \dots (1) \\ y + z &= 10 \quad \dots (2) \\ z - v &= 8 \quad \dots (3) \\ \hline x - y &= 22 \\ -y + z &= -10 \\ + \quad -z + v &= -8 \\ \hline x - 2y - 2z + v &= 4\end{aligned}$$

 $x - 2y - 2z + v = 4$ bulunur.

Cevap A

Örnek 74

Bazı gözleri boş bırakılan aşağıdaki toplama ve çarpma tablolarında k, l ve m harfleri farklı birer sayıyı göstermektedir.

+	k	l	m
k			
l			
m		9	

x	k	l	m
k			42
l	21		
m			

Buna göre, m kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 7

Çözüm

Yukarıdaki tablolardan

$$m + l = 9 \quad \dots (1)$$

$$l \cdot k = 21 \quad \dots (2)$$

$$k \cdot m = 42 \quad \dots (3)$$

2. ve 3. denklemler taraf tarafa bölünürse

$$\frac{l \cdot k}{k \cdot m} = \frac{21}{42} \Rightarrow \frac{l}{m} = \frac{1}{2} \Rightarrow l = \frac{m}{2} \quad (*) \text{ olur.}$$

Bu değer (1) denkleminde yerine yazılırsa,

$$m + \frac{m}{2} = 9$$

$$\frac{3m}{2} = 9$$

$$m = 6 \text{ bulunur.}$$

Cevap D

Örnek 35

$$a + b + c = d$$

$$b + c + d = a$$

$$c + d + a = b$$

olduğuna göre, $a + b + d$ toplamının c türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) c B) $2c$ C) $3c$ D) $-c$ E) $-3c$

Çözüm

Verilen üç denklemleri taraf tarafa toplayalım.

$$a + b + c = d$$

$$b + c + d = a$$

$$+ c + d + a = b$$

$$2a + 2b + 3c + 2d = a + b + d$$

$$2(a + b + d) + 3c = (a + b + d)$$

$$2(a + b + d) - (a + b + d) = -3c$$

$$a + b + d = -3c \text{ bulunur.}$$

Cevap E

Örnek 36

$$\frac{b \cdot c}{a} = 1$$

$$\frac{c \cdot a}{b} = 2$$

$$\frac{a \cdot b}{c} = 3$$

olduğuna göre, $a^2 + b^2 + c^2$ kaçtır?

- A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 4

Çözüm

$$\frac{b \cdot c}{a} \cdot \frac{c \cdot a}{b} = 1 \cdot 2$$

$$c^2 = 2 \dots (\star)$$

$$\frac{b \cdot c}{a} \cdot \frac{a \cdot b}{c} = 1 \cdot 3$$

$$b^2 = 3 \dots (\star\star)$$

$$\frac{c \cdot a}{b} \cdot \frac{a \cdot b}{c} = 2 \cdot 3$$

$$a^2 = 6 \dots (\star\star\star)$$

olduğuna göre,

$$a^2 + b^2 + c^2 = 6 + 3 + 2$$

$$= 11 \text{ dir.}$$

Cevap A

Örnek 37

$$a \cdot b = 12$$

$$b \cdot c = 60$$

$$a \cdot c = 80$$

olduğuna göre, a nın pozitif değeri kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 4 E) 2

Çözüm

- I. $a \cdot b = 12$ } Sistemdeki birinci eşitlik ile
II. $b \cdot c = 60$ } Üçüncü eşitlik taraf tarafa çarpılıp
III. $a \cdot c = 80$ } ikinci eşitlikle taraf tarafa bölünür.

$$\frac{a \cdot b \cdot a \cdot c}{b \cdot c} = \frac{12 \cdot 80}{60}$$

$$a^2 = 16 \text{ ise } a = 4 \text{ bulunur.}$$

Cevap D

Örnek 38

x ve y birer gerçel sayıdır.

$$(2x - 3y + 7)^2 + (x + y - 4)^2 = 0$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

$$a^2 + b^2 = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ve } b = 0 \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$(2x - 3y + 7)^2 + (x + y - 4)^2 = 0 \text{ ise}$$

$$2x - 3y + 7 = 0 \text{ ve } x + y - 4 = 0 \text{ dir.}$$

Bu iki denklemin ortak çözümünden x bulunur.

$$2x - 3y + 7 = 0$$

$$x + y - 4 = 0$$

$$2x - 3y + 7 = 0$$

$$+ 3x + 3y - 12 = 0$$

$$5x - 5 = 0$$

$$x = 1$$

Cevap B

Örnek 39

a ve b birer doğal sayıdır.

$$a^2 = 11 + b^2$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

Denklemler Çözme

Çözüm

a ve b doğal sayı ve

$$a^2 - b^2 = 11$$

$(a - b)(a + b) = 11 \Rightarrow a - b = 1$ ve $a + b = 11$ dir.

Bu iki denklemin ortak çözümünden a bulunur.

$$\begin{array}{r} a - b = 1 \\ + \quad a + b = 11 \\ \hline 2a = 12 \end{array}$$

$$a = 6 \text{ dir.} \quad \text{Cevap D}$$

Örnek 40

$$2^{x+1} + 6 \cdot 2^x + 4 \cdot 2^{x-1} = 80$$

denklemini sağlayan x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

$$2^{x+1} + 6 \cdot 2^x + 4 \cdot 2^{x-1} = 80$$

$$2 \cdot 2^x + 6 \cdot 2^x + 4 \cdot \frac{2^x}{2} = 80$$

$$(2 + 6 + 2) \cdot 2^x = 80$$

$$10 \cdot 2^x = 80$$

$$2^x = 8$$

$$2^x = 2^3 \text{ ise } x = 3 \text{ olur.}$$

Cevap C

Örnek 41

x, y, z sıfırdan ve birbirinden farklı pozitif tam sayılardır.

Buna göre, $3x + 2y + z = 40$ denklemini sağlayan en büyük z kaçtır?

- A) 34 B) 33 C) 32 D) 31 E) 30

Çözüm

x, y, z sıfırdan ve birbirinden farklı pozitif tamsayılar olmak üzere $3x + 2y + z = 40$ ise z nin en büyük değerini alması için, x ve y en küçük değerlerini almalıdır.

Bunun için x ve y den katsayısı büyük olan küçük seçilir.

$$x = 1 \text{ ve } y = 2 \text{ alınırsa } 3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + z = 40$$

$$z = 40 - 4 - 3$$

$$z = 33 \text{ bulunur.}$$

Cevap B

Örnek 42

x, y, z sıfırdan ve birbirinden farklı pozitif tam sayılardır.

$$x - y + z = 3$$

$$x + y + z = 7$$

olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 8

Çözüm

$$x - y + z = 3$$

$$- \quad x + y + z = 7$$

$$\hline -2y = -4$$

$$y = 2 \quad \dots (\star)$$

Bu değer $x - y + z = 3$ denkleminde yazılırsa

$x - 2 + z = 3$ ise $x + z = 5$ bulunur. x, y, z birbirinden farklı olduğu için, $y = 2$ ve $x + z = 5$ ise,

$$z = 1 \text{ iken } x = 4$$

$$z = 4 \text{ iken } x = 1 \text{ dir.}$$

O halde, x in alabileceği değerlerin toplamı :

$$4 + 1 = 5 \text{ tir.}$$

Cevap C

Örnek 43

a ve b birer reel (gerçek) sayıdır.

$$2a^2 + 4ab + 4b^2 + 6a + 6$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) 0 D) 1 E) 8

Çözüm

Tam kare ifadenin alabileceği en küçük değer sıfırdır. Bunun için verilen ifadede tam kare ifadeler oluşturmak bizi sonuca yaklaştırır.

$$2a^2 + 4ab + 4b^2 + 6a + 6$$

$$= a^2 + 4ab + 4b^2 + a^2 + 6a + 9 - 3$$

$$= (a + 2b)^2 + (a + 3)^2 - 3$$

En küçük 0 olabilir.

$$= -3 \text{ tür.}$$

Cevap B

Örnek 44

$$b = 2a$$

$$c = 2b$$

$$d = 3c$$

$$a + b + c + d = 19$$

olduğuna göre, $d - a$ farkı kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 11 E) 12

Çözüm

$$b = 2a \quad \dots (1)$$

$$c = 2b = 2 \cdot 2a = 4a \quad \dots (2)$$

$$d = 3c = 3 \cdot 4a = 12a \quad \dots (3)$$

bulunan bu değerleri $a + b + c + d = 19$ denkleminde, yerine yazalım :

$$a + 2a + 4a + 12a = 19$$

$$19a = 19$$

$$a = 1$$

bu değer (3) denkleminde yazılırsa,

$$d = 12 \cdot a$$

$$d = 12 \cdot 1$$

$$d = 12 \quad \dots (\star) \text{ bulunur.}$$

Demek ki, $d - a = 12 - 1 = 11$ dir.

Cevap D

Örnek 46

$$\sqrt[4]{a^3 - 3a^2b - 2} = 0$$

$$\sqrt{3ab^2 - b^3} = \sqrt{6}$$

olduğuna göre, $b - a$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm

$$\sqrt[4]{a^3 - 3a^2b - 2} = 0 \Rightarrow a^3 - 3a^2b - 2 = 0 \quad \dots (1)$$

$$\sqrt{3ab^2 - b^3} = \sqrt{6} \Rightarrow 3ab^2 - b^3 = 6 \quad \dots (2)$$

(1) ve (2) ifadeleri taraf tarafa toplanır

$$a^3 - 3a^2b - 2 + 3ab^2 - b^3 = 6$$

$$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = 6 + 2$$

$$(a - b)^3 = 2^3$$

$$a - b = 2$$

$$b - a = -2 \text{ dir.}$$

Cevap A

Örnek 45

$$\frac{a-b}{b} = \frac{3}{2}$$

$$1 - \frac{b}{a} = c$$

olduğuna göre, c kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 1

Çözüm

$$\frac{a-b}{b} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{a}{b} - 1 = \frac{3}{2}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{2} \quad \dots (\star)$$

$$c = 1 - \frac{b}{a}$$

$$= 1 - \frac{2}{5}$$

$$= \frac{3}{5} \text{ tir.}$$

Cevap C

Örnek 47

$$x - y = \sqrt{x} + \sqrt{y} = 11$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 16 D) 36 E) 64

Çözüm

$$x - y = 11$$

$$(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2 = 11$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 11 \text{ ve}$$

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 11 \Rightarrow \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1 \text{ dir. } \dots (\star)$$

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 1$$

$$+ \quad \sqrt{x} + \sqrt{y} = 11$$

$$2\sqrt{x} = 12$$

$$\sqrt{x} = 6$$

$$x = 36$$

Cevap D

1. $x - \{2x - [3x - (4x - 5)]\} = 1$
olduğuna göre, x kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $\frac{x^3 - 9x}{x^2 - x - 6} = 0$
olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
A) $x = 0$ B) $x = 3$ C) $x = -3$
D) $x \neq -2$ E) $x \neq 3$

3. $2 - \frac{2}{1 - \frac{2}{3x}} = -1$
olduğuna göre, x kaçtır?
A) -1 B) -2 C) 4 D) 2 E) 1

4. $m^2 \cdot n = 12$
 $n^3 \cdot p^2 = 675$
 $m^2 \cdot p^2 = 100$
olduğuna göre, n kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 9

5. $x + 5y = 18$
 $y - 3z = 2$
 $3x + z = 4$
olduğuna göre, $x + y + z$ kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 5 D) 8 E) 10

6. x, y ve z pozitif tamsayıdır.
 $3x + 2y + z = 80$
 $2x + 3y + z = 70$
olduğuna göre, x en az kaçtır?
A) 1 B) 7 C) 11 D) 13 E) 15

7. x ve y reel (gerçek) sayıdır.
 $5x^2 + y^2 + 4xy - 4x + 4 = 0$
olduğuna göre, y kaçtır?
A) -4 B) -2 C) 0 D) 1 E) 2

8. $5^{n+1} + 10 \cdot 5^{n-1} = m \cdot 5^n$
olduğuna göre, m kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 12

9. $m + \frac{6}{n} = 11$
 $m - \frac{6}{n} = 5$
olduğuna göre, n kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 12

10. $x \neq 0$, $x \neq 1$ ve $x \neq -1$ olmak üzere,
 $x \cdot \sqrt[n]{x^{6-n}} = \sqrt[n]{x^{n-8}}$
eşitliğini sağlayan n kaçtır?
A) 2 B) 6 C) 8 D) 10 E) 14

11. $a \neq 2$ ve $a \neq -2$ olmak üzere,

$$\frac{a-2x}{a} - \frac{2-ax}{2} = a-2$$

olduğuna göre, x in a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a+2$ B) $2a$ C) $\frac{a}{a+2}$
D) $\frac{2a}{a+2}$ E) $\frac{a}{a-2}$

12. $x \neq -z$ olmak üzere,

$$x^2 - y^2 = 2$$

$$y^2 - z^2 = \frac{2x}{z}$$

olduğuna göre, x in z türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2}{z}$ B) $\frac{z^2+2}{z}$ C) $\frac{z^2-1}{z}$
D) $\frac{z^2+1}{z}$ E) $\frac{z+2}{z}$

13. $m^2 - 4mn + 12n^2 = 12$

$$mn - n^2 = 3$$

olduğuna göre, m nin n türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4n$ B) $3n$ C) n D) $-n$ E) $-4n$

14. x ve y doğal sayılardır.

$$y^2 = x^2 + 39$$

olduğuna göre, y nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 14 B) 16 C) 20 D) 24 E) 28

15. $m^2 - n = 12$

$$m - \sqrt{n} = 2$$

olduğuna göre, $m \cdot n$ kaçtır?

- A) 4 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

16. $m^2 \cdot x + 9 = 4x + n^2$

denkleminin çözüm kümesi $\mathbb{R}$ dir.

Buna göre, $m^2 + n^2$ kaçtır?

- A) 5 B) 8 C) 13 D) 15 E) 18

- 17.

$$y = n + \sqrt{n^2 - 16}$$

$$x = n - \sqrt{n^2 - 16}$$

olduğuna göre, $x = 2$ için y kaçtır?

- A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 1

- 18.

$$\frac{x}{x-2} + \frac{5}{x+3} - \frac{2}{x-2} = \frac{2}{x-6} + 1$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

- 19.

$$m^2 - mn = \frac{3}{5}$$

$$\frac{m-n}{n} = \frac{9}{25}$$

olduğuna göre, $m \cdot n$ kaçtır?

- A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{27}{125}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{7}{2}$ E) $\frac{5}{7}$

- 20.

$$2x - y + 1 = 0$$

$$x + 2y - 7 = 0$$

denklemler sisteminin kökleri,

$$\frac{x+y}{x+m} + \frac{y-x}{y-m} = \frac{10}{3}$$

denklemini de sağlamaktadır.

Buna göre, m doğal sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

DENKLEM ÇÖZME

Çözümler

$$\begin{aligned}
 1. \quad & x - \{2x - [3x - (4x - 5)]\} = 1 \\
 & x - \{2x - [3x - 4x + 5]\} = 1 \\
 & x - \{2x - [-x + 5]\} = 1 \\
 & x - \{2x + x - 5\} = 1 \\
 & x - \{3x - 5\} = 1 \\
 & x - 3x + 5 = 1 \\
 & -2x + 5 = 1 \\
 & -2x = -4 \\
 & x = 2
 \end{aligned}$$

Cevap E

$$\begin{aligned}
 2. \quad & \frac{x^3 - 9x}{x^2 - x - 6} = 0 \Leftrightarrow (x^3 - 9x = 0 \text{ ve } x^2 - x - 6 \neq 0) \\
 & x^3 - 9x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 9) = 0 \\
 & \Rightarrow [x = 0 \text{ veya } x = \pm 3] \dots (\star) \\
 & x^2 - x - 6 \neq 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 2) \neq 0 \\
 & \Rightarrow x \neq 3 \text{ veya } x \neq -2 \dots (\star\star) \\
 & \text{O halde,} \\
 & (x = 0 \text{ veya } x = \pm 3) \text{ ve } (x \neq 3 \text{ veya } x \neq -2) \text{ dir.} \\
 & \text{Cevap B}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad & 2 - \frac{2}{1 - \frac{2}{3x}} = -1 \\
 & 3 = \frac{2}{\frac{3x - 2}{3x}} \\
 & 3 = \frac{6x}{3x - 2} \\
 & 9x - 6 = 6x \\
 & 3x = 6 \\
 & x = 2
 \end{aligned}$$

Cevap D

$$\begin{aligned}
 4. \quad & \text{I. } m^2 \cdot n = 12 \\
 & \text{II. } n^3 \cdot p^2 = 675 \\
 & \text{III. } m^2 \cdot p^2 = 100 \\
 & \text{II. denklem ile I. denklemin taraf tarafa çarpımı} \\
 & \text{III. denklem ile taraf tarafa bölünerek sonuca} \\
 & \text{gidilir.} \\
 & \frac{n^3 \cdot p^2}{m^2 \cdot p^2} \cdot m^2 \cdot n = \frac{675}{100} \cdot 12 \\
 & n^4 = 81 \\
 & n = 3 \\
 & (\text{I. denklemden ya da II. denklemden } n \text{ nin po-} \\
 & \text{zitif olduğu görülür.}) \\
 & \text{Cevap B}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5. \quad & \text{I. } x + 5y = 18 \\
 & \text{II. } y - 3z = 2 \\
 & \text{III. } 3x + z = 4
 \end{aligned}$$

İkinci denklemin her iki tarafı -1 ile çarpılıp bu üç denklem taraf tarafa toplanırsa;

$$\begin{aligned}
 & x + 5y = 18 \\
 & -y + 3z = -2 \\
 & + \quad 3x + z = 4 \\
 \hline
 & 4x + 4y + 4z = 20
 \end{aligned}$$

$$x + y + z = 5 \text{ tir.}$$

Cevap C

$$\begin{aligned}
 6. \quad & 3x + 2y + z = 80 \\
 & -2x + 3y + z = 70 \\
 \hline
 & x - y = 10 \dots (\star)
 \end{aligned}$$

x in en küçük değerini alması için, y en küçük değerini almalıdır.

$$y = 1 \text{ için, } x - 1 = 10$$

$$x = 11 \text{ olur.}$$

Cevap C

$$\begin{aligned}
 7. \quad & 5x^2 + y^2 + 4xy - 4x + 4 = 0 \\
 & x^2 - 4x + 4 + y^2 + 4xy + 4x^2 = 0 \\
 & (x - 2)^2 + (y + 2x)^2 = 0 \Rightarrow x - 2 = 0 \text{ ve } y + 2x = 0 \\
 & x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \\
 & y + 2x = 0 \Rightarrow y = -2x \\
 & = -2 \cdot 2 \\
 & = -4
 \end{aligned}$$

Cevap A

$$\begin{aligned}
 8. \quad & 5^{n+1} + 10 \cdot 5^{n-1} = m \cdot 5^n \\
 & 5 \cdot 5^n + 10 \cdot 5^n \cdot 5^{-1} = m \cdot 5^n \\
 & 5 \cdot 5^n + 2 \cdot 5^n = m \cdot 5^n \\
 & 7 \cdot 5^n = m \cdot 5^n \\
 & m = 7 \text{ dir.}
 \end{aligned}$$

Cevap D

$$\begin{aligned}
 9. \quad & m + \frac{6}{n} = 11 \\
 & m - \frac{6}{n} = 5 \\
 \hline
 & 2m = 16 \\
 & m = 8
 \end{aligned}$$

Bu değer, birinci satırdaki denklemden yazılırsa,

$$m + \frac{6}{n} = 11$$

$$8 + \frac{6}{n} = 11$$

$$\frac{6}{n} = 3 \Rightarrow n = 2 \text{ dir.}$$

Cevap A

$$10. x \cdot \sqrt[n]{x^{6-n}} = \sqrt[n]{x^{n-8}}$$

$$x \cdot x^{\frac{6-n}{n}} = x^{\frac{n-8}{n}}$$

$$x^{1+\frac{6-n}{n}} = x^{\frac{n-8}{n}} \Rightarrow 1 + \frac{6-n}{n} = \frac{n-8}{n}$$

$$1 + \frac{6-n}{n} = \frac{n-8}{n}$$

$$1 + \frac{6-n}{n} - 1 = \frac{n-8}{n} - 1$$

$$\frac{6-n}{n} = \frac{n-8}{n}$$

$$\frac{14}{n} = 1$$

$$n = 14$$

Cevap E

$$11. \frac{a-2x}{2} - \frac{2-ax}{a} = a-2$$

$$\frac{2a-4x-2a+a^2x}{2a} = a-2$$

$$a^2x - 4x = 2a(a-2)$$

$$x(a-2)(a+2) = 2a(a-2)$$

$$x(a+2) = 2a$$

$$x = \frac{2a}{a+2}$$

Cevap D

$$12. x^2 - y^2 = 2$$

$$+ y^2 - z^2 = \frac{2x}{z}$$

$$x^2 - z^2 = 2 + \frac{2x}{z}$$

$$(x-z)(x+z) = \frac{2(x+z)}{z}$$

$$x-z = \frac{2}{z}$$

$$x = z + \frac{2}{z}$$

$$x = \frac{z^2 + 2}{z}$$

Cevap B

$$13. m^2 - 4mn + 12n^2 = 12$$

$$mn - n^2 = 3$$

$$m^2 - 4mn + 12n^2 = 12$$

$$- \quad 4mn - 4n^2 = 12$$

$$m^2 - 8mn + 16n^2 = 0$$

$$(m - 4n)^2 = 0$$

$$m - 4n = 0$$

$$m = 4n$$

Cevap A

14. x, y doğal sayı ve

$$y^2 - x^2 = 39$$

$$(y-x)(y+x) = 39 \text{ ise}$$

$$y-x = 1 \text{ ve } y+x = 39 \text{ ya da}$$

$$y-x = 3 \text{ ve } y+x = 13 \text{ tür.}$$

$$(y-x = 1 \text{ ve } y+x = 39) \Rightarrow y = 20 \dots (\star)$$

$$(y-x = 3 \text{ ve } y+x = 13) \Rightarrow y = 8 \dots (\star\star)$$

Buna göre, y nin alabileceği değerlerin toplamı :
20 + 8 = 28 dir.

Cevap E

$$15. m - \sqrt{n} = 2 \dots (1)$$

$$m^2 - n = 12$$

$$m^2 - (\sqrt{n})^2 = 12$$

$$(m - \sqrt{n})(m + \sqrt{n}) = 12$$

$$2.(m + \sqrt{n}) = 12$$

$$m + \sqrt{n} = 6 \dots (2)$$

(1) ve (2) denklemlerinin ortak çözümünden m ve n bulunur.

$$m + \sqrt{n} = 6$$

$$+ m - \sqrt{n} = 2$$

$$2m = 8$$

$$m = 4 \dots (\star)$$

$$m + \sqrt{n} = 6$$

$$4 + \sqrt{n} = 6$$

$$\sqrt{n} = 2$$

$$n = 4 \dots (\star\star)$$

Buna göre,

$$m \cdot n = 4 \cdot 4$$

$$= 16 \text{ dir.}$$

Cevap E

16. $m^2x + 9 = 4x + n^2$

$$(m^2 - 4)x + 9 - n^2 = 0$$

Denkleminin çözüm kümesi reel sayılar kümesi olduğuna göre, $m^2 - 4 = 0$ ve $9 - n^2 = 0$ dir.

$$m^2 - 4 = 0 \Rightarrow m^2 = 4 \dots (\star)$$

$$9 - n^2 = 0 \Rightarrow n^2 = 9 \dots (\star\star)$$

Buna göre, $m^2 + n^2 = 13$ olur.

Cevap C

17. $x = 2$ değerini ikinci satırda verilen denklemde yerine yazıp n yi buluruz. n nin değerini birinci satırda verilen denklemde yerine yazıp y yi buluruz.

$$2 = n - \sqrt{n^2 - 16}$$

$$n - 2 = \sqrt{n^2 - 16}$$

$$n^2 - 4n + 4 = n^2 - 16$$

$$-4n = -20$$

$$n = 5 \dots (\star)$$

$$y = 5 + \sqrt{5^2 - 16}$$

$$= 5 + \sqrt{9}$$

$$= 5 + 3$$

$$= 8$$

Cevap A

18. $\frac{x}{x-2} + \frac{5}{x+3} - \frac{2}{x-2} = \frac{2}{x-6} + 1$

$$\frac{x}{x-2} - \frac{2}{x-2} + \frac{5}{x+3} = \frac{2}{x-6} + 1$$

$$1 + \frac{5}{x+3} = \frac{2}{x-6} + 1$$

$$\frac{x-2}{x-2} + \frac{5}{x+3} = \frac{2}{x-6} + 1$$

$$1 + \frac{5}{x+3} = \frac{2}{x-6} + 1$$

$$\frac{5}{x+3} = \frac{2}{x-6}$$

$$5(x-6) = 2(x+3)$$

$$5x - 30 = 2x + 6$$

$$3x = 36$$

$$x = 12$$

Cevap E

19. $m^2 - mn = \frac{3}{5}$

$$\frac{m-n}{n} = \frac{9}{25}$$

$$\frac{m(m-n)}{n} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{n}{m-n} = \frac{25}{9}$$

$$x \cdot \frac{m(m-n)}{m-n} = \frac{3}{5} \cdot \frac{25}{9}$$

$$m \cdot n = \frac{5}{3}$$

Cevap A

20. $2x - y + 1 = 0$

$$x + 2y - 7 = 0$$

$$4x - 2y + 2 = 0$$

$$+ \quad x + 2y - 7 = 0$$

$$5x - 5 = 0$$

$$x = 1 \dots (\star)$$

$$2x - y + 1 = 0$$

$$2 \cdot 1 - y + 1 = 0$$

$$y = 3 \dots (\star\star)$$

$$\frac{x+y}{x+m} + \frac{y-x}{y-m} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{1+3}{1+m} + \frac{3-1}{3-m} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{4}{1+m} + \frac{2}{3-m} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{2}{1+m} + \frac{1}{3-m} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{2(3-m) + (1+m)}{(1+m)(3-m)} = \frac{5}{3}$$

$$[2(3-m) + 1 + m] \cdot 3 = 5 \cdot (1+m)(3-m)$$

$$(7-m) \cdot 3 = 5 \cdot (3+2m-m^2)$$

$$21 - 3m = 15 + 10m - 5m^2$$

$$5m^2 - 13m + 6 = 0$$

$$(5m-3)(m-2) = 0$$

$$m = \frac{3}{5} \text{ veya } m = 2$$

m doğal sayı olduğu için, $m = 2$ dir.

Cevap B

1. $7x - 11 = 5x + 9$
denklemini sağlayan x kaçtır?
A) 5 B) 6 C) 8 D) 10 E) 20

2. $\frac{x}{2} + \frac{5x}{6} = 2x + \frac{x}{3} + 9$
denklemini sağlayan x kaçtır?
A) -9 B) -3 C) 1 D) 3 E) 9

3. $3a + 2 - b = 2a + 4 - 2b$
olduğuna göre, $a + b$ kaçtır?
A) -6 B) -2 C) 2 D) 4 E) 6

4. $\frac{b}{x} - a = \frac{b(c-a)}{cx}$
olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisi olabilir?
A) $\frac{a}{b}$ B) $\frac{b}{c}$ C) $\frac{c}{a}$ D) $\frac{a}{c}$ E) $\frac{b}{4}$

5. $\frac{5}{x+3} - \frac{x+2}{2} = 2 - \frac{3x}{2}$
denklemini sağlayan x in pozitif değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) $2\sqrt{2}$ E) 4

6. $2x + 3y - 13 = 0$
 $3x + 2y - 9 = 3$
denklemleri sağlayan, x ve y değerleri için, $x + y$ kaçtır?
A) 25 B) 20 C) 15 D) 10 E) 5

7. $(2a - b + 5)x + (a - b - 2)y = 0$
eşitliği her (x,y) için doğru olduğuna göre, b kaçtır?
A) -9 B) -7 C) 5 D) 7 E) 9

8. x ve y reel (gerçek) sayılardır.
 $\left(\frac{2x}{3} - 4\right)^2 + \left(\frac{3x}{2} - 5 + y\right)^2 = 0$
olduğuna göre, y kaçtır?
A) -5 B) -4 C) -2 D) 2 E) 6

9. $2(5 - ax) + y = 3(y - 2x) - 6$
ifadesi x e bağlı birinci dereceden bir bilinmeyenli bir denklemdir.
Denklemin çözüm kümesi sonsuz elemanlı olduğuna göre, y kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 2 D) 6 E) 8

10. $\frac{x-3}{x-2} + \frac{3x}{x+3} = 3 - \frac{2x-5}{2-x}$
denklemini sağlayan x kaçtır?
A) -2 B) -3 C) -4 D) -8 E) -12

11. $3x + y + 5z = 13$
 $x - y + 3z = 9$
 olduğuna göre, $x + y + z$ kaçtır?
 A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 11

12. $\frac{4}{x} + \frac{2}{y} - \frac{1}{z} = 4$
 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} - \frac{2}{z} = 5$
 $\frac{1}{x} - \frac{3}{y} - \frac{7}{z} = -3$
 olduğuna göre, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ kaçtır?
 A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

13. $a \neq -b$ olmak üzere,
 $a = 3 + bc$
 $ac = 3 + b$
 olduğuna göre, $b - a$ kaçtır?
 A) -6 B) -3 C) 1 D) 3 E) 6

14. $ab = 17$
 $c - a = 4$
 $bc = 9$
 olduğuna göre, $(a - b) - (b + c)$ kaçtır?
 A) -8 B) -4 C) 0 D) 6 E) 8

15. $\frac{x-3}{x+m} + \frac{x-1}{x+2m} = -\frac{1}{12}$
 denkleminin bir kökü 2 dir.
 Buna göre, m nin değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?
 A) 0 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

16. a, b, c pozitif gerçel sayılardır.
 $ab = 6$
 $bc = 8$
 $ac = 3$
 olduğuna göre, $a + b + c$ kaçtır?
 A) 6 B) 6,5 C) 7,5 D) 8 E) 9

17. $x + y = 3$
 $y - z = 4$
 $z + v = 5$
 olduğuna göre, $v - x$ kaçtır?
 A) -6 B) -4 C) -2 D) 4 E) 6

18. $2x + 3y = b$
 $ax + 2y + 4 = 0$
 denklemler sisteminin çözüm kümesi sonsuz elemanlıdır.
 Buna göre, $a - b$ kaçtır?
 A) $\frac{17}{3}$ B) $\frac{19}{3}$ C) $\frac{20}{3}$ D) $\frac{22}{3}$ E) $\frac{23}{3}$

19. x, y, z doğal sayılar olmak üzere,
 $3x - 2y + z = 41$
 $5x + 2z - 3y = 74$
 denklemler sistemini sağlayan en büyük z değeri kaçtır?
 A) 15 B) 17 C) 18 D) 20 E) 38

20. $x - y + 5z = 8$
 $2x + y = 9$
 $3y - 2z = 1$
 olduğuna göre, $x + y + z$ kaçtır?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

1. $x^2 - \{x - [3x - (x^2 - 1)]\} = 9$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 2 D) 3 E) 4

2. $5a - \left(\frac{a-2}{\frac{a}{1-\frac{2}{a}}} \right) : \frac{5}{a} = 48$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 5 D) 10 E) 20

3. $\frac{m}{n} - \frac{n}{m} = 0$

olduğuna göre, m^{2n} aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

- A) n^n B) $4n^{2n}$ C) n^{2n} D) $2n^n$ E) $n^{(n^2)}$

4. $m \cdot n^3 = 15$

$m^3 \cdot n = 135$

olduğuna göre, $m^2 \cdot n^2$ kaçtır?

- A) 15 B) 24 C) 30 D) 35 E) 45

5. $\frac{3}{m} + n = 3$
 $\frac{3}{n} + p = 1$

olduğuna göre, mnp kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 3

6. $x + 2y = 18$

$2y + 3z = 24$

$3z + 4x = 26$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 8 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

7. x, y ve z birer pozitif tamsayıdır.

$x + 2y - z = 42$

$2x + y - z = 26$

olduğuna göre, y en az kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 21

8. $m + \frac{1}{n} = 12$
 $n + \frac{1}{m} = 3$

olduğuna göre, $\frac{m}{n}$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) 9 D) 3 E) 4

9. $\frac{1}{x+3} + \frac{2}{x+4} + \frac{x+2}{x+3} = 0$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -5 D) -4 E) -3

10. $m \neq n$ olmak üzere,

$\frac{x}{2} = \frac{m^2}{m^2 - n^2}$

$\frac{x}{3} = \frac{n^2}{m^2 - n^2}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 6 D) 9 E) 10

11. x ve y birer doğal sayı ve $2x + 3y$ ile $x \cdot y$ aralarında asal sayılardır.

$$\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{13}{5}$$

olduğuna göre, $x + y$ kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 11 E) 19

12.
$$\frac{6^n + 6^n + 6^n}{2^n + 2^n + 2^n} = \frac{1}{243}$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) 3 D) 4 E) 5

13.
$$\frac{n(x-6n)}{6n-x} - 1 = 0$$

eşitliğinde x in hangi değeri için, n bir reel sayıya eşit olamaz?

- A) -12 B) -6 C) $\frac{1}{6}$ D) 6 E) 2

14.
$$\frac{4}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{14}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{2}{y} = \frac{8}{7}$$

olduğuna göre, $x + y$ kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

15. $x \neq 1$ olmak üzere,

$$x^2 - y = 1$$

$$y - z = -\frac{z}{x}$$

olduğuna göre, z nin x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1-x^2}{x}$ B) $\frac{x}{x-1}$ C) $\frac{x}{x^2-1}$

- D) $x^2 + x$ E) $x^2 - 1$

16. $2x - y + z = 23$

$$x + 4y + 2z = 37$$

olduğuna göre, $x + y + z$ kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 20 D) 24 E) 30

17. x ve y pozitif tamsayılarıdır.

$$y^2 = x^2 + 123$$

denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 42 B) 60 C) 72 D) 80 E) 90

18.
$$\frac{2x-5}{x-2} + 1 = \frac{3x-5}{x-1}$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\emptyset$ B) $\mathbb{R}$ C) $\{1\}$ D) $\{2\}$ E) $\{3\}$

19. $a \neq 1$ ve $a \neq 0$ olmak üzere,

$$a^2x - 1 = ax + a - 1$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\emptyset$ B) $\{1\}$ C) $\{a\}$ D) $\{a+1\}$ E) $\left\{\frac{1}{a-1}\right\}$

20. $x + 2y = 9$

$$y + 2z = 4$$

$$z + 2x = 11$$

olduğuna göre, $x \cdot y \cdot z$ kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 14 D) 18 E) 26

1. $\frac{2}{x} - \frac{3}{y} + 1 = 0$
 $\frac{3}{x} + \frac{1}{y} - 7 = 0$

olduğuna göre, $20x$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 11 E) 17

2. $a - b = \sqrt{a} + \sqrt{b} = 9$
 olduğuna göre, $a + b$ kaçtır?

- A) 6 B) 9 C) 13 D) 34 E) 41

3. $a - 2b + 3c = 5$
 $2a + 5b + 4c = 7$
 olduğuna göre, $4a + b + 10c$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 12 D) 14 E) 17

4. m sıfırdan farklı bir reel (gerçek) sayıdır.

$$x - my + m = 0$$

$$2x + my - 6m = 0$$

olduğuna göre, $3y$ kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 6 D) 8 E) 9

5. x ve y birer gerçel sayıdır.

$$5(2x - 4)^2 + 6(3y + 6)^2 = 0$$

olduğuna göre, $5x + 6y$ kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

6. $\frac{3}{2 + \frac{1}{x-3}}$

İfadesini tanımsız yapan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{11}{2}$ E) 10

7. $(2x + 14)(2 - 4m) = (2x + 18)(3 - 4m)$

olduğuna göre, x in m türünden eşit aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $8m - 13$ B) $12m - 20$ C) $\frac{6m-13}{1-8m}$
 D) $64m - 13$ E) $\frac{2m+1}{m-4}$

8. $\frac{x}{x+1} = \frac{x+1}{x-4} + \frac{5}{x^2 - 3x - 4}$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\emptyset$ B) $\mathbb{R}$ C) $\mathbb{R} - \{4\}$
 D) $\mathbb{R} - \{4, -1\}$ E) $\mathbb{R} - \{-1, 2, 4\}$

9. $\frac{9}{x} - \frac{x}{m-x} = \frac{m}{x-m} - 3$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $-\frac{9}{4}$ B) -3 C) $-\frac{9}{2}$ D) $-\frac{9}{5}$ E) $-\frac{3}{2}$

10. $\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 1\right)\left(x - 1 + \frac{1}{x^2 + x + 1}\right) = 5$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11.
$$\frac{x^2}{1 + \frac{x^3 - 1}{x + \frac{1}{x+1}}} = x - 7$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

12. x ve y birer tamsayıdır.

$$x^2 + xy = 12$$

$$y^2 + xy = 4$$

olduğuna göre, x - y en fazla kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

13. a ve b birer reel (gerçek) sayıdır.

$$\frac{7-a}{a} - 2b + 2 = \frac{14b}{a}$$

eşitliğinde, b'nin hangi değeri için a bütün reel (gerçek) sayı değerlerini alabilir?

- A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) 1

14. n ve m doğal sayıdır

$$n = \frac{m^2 + 2m + 2}{m + 2}$$

$$2n = 2x + mn + 6$$

olduğuna göre, x'in tamsayı değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

15. $(m-3)x + ny - 5 = 0$

$$(2m+9)x + ny + 8 = 0$$

denklemler sisteminin çözüm kümesi bir tek ikili den oluşmaktadır.

Buna göre, m aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -12 B) -4 C) -3 D) 0 E) 1

16.
$$\left(\frac{2}{a} + \frac{1}{b} - 4\right)x + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c} - 6\right)y + \frac{3}{b} + \frac{1}{c} = 3$$

denklemin her (x, y) ikilisi için sağladığına göre, a kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{8}{15}$ C) $\frac{7}{15}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{3}$

17.
$$\frac{a^2x^2 - (b^2 - a^2)x - b^2}{a^2x - b^2} = 3$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 1 D) 2 E) 3

18. $|1-x| + \sqrt{x^2 - 2x + 1} = 6$

olduğuna göre, x'in alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) -10 B) -5 C) -3 D) 2 E) 1

19. $x^2 - x - 1 = 0$

olduğuna göre, $x^3 - 2x + 1$ kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

20.
$$\frac{x^2 + mx - 4}{x + 4} = 0$$

denklemin çözüm kümesi bir elemandır.

Buna göre, m kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Son yedi yılın Öğrenci Seçme Sınavı'nda "Denklem kurma problemleri" ile ilgili toplam 51 soru soruldu. Matematik 1 de (ODS de - Ortak Denler Sınavında -) 30 soru sorulacağı göz önüne alınırsa, yekdaşık olarak sorulann üçte birinin "Denklem kurma problemleri" ile ilgili olduğu sonucuna varırız.

Şu halde, "Denklem kurma problemleri" konusu çok iyi halledilmelidir.

Konunun anlaşılmasını kolaylaştırmak için, önce "matematik diline çevirme" üzerinde duracağız.

Konuyu,

- Sayı problemleri
- Kesir problemleri
- Yaş problemleri
- İşçi-Havuz problemleri
- Hareket problemleri
- Yüzde problemleri
- Faiz problemleri
- Karışım problemleri

başlıkları altında ele alacağız.

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

⇒ DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

- ⇒ A. MATEMATİK DİLİNE ÇEVİRME
- ⇒ B. SAYI PROBLEMLERİ
- ⇒ C. KESİR PROBLEMLERİ
- ⇒ D. YAŞ PROBLEMLERİ
- ⇒ E. İŞÇİ - HAVUZ PROBLEMLERİ
- ⇒ F. HAREKET PROBLEMLERİ
- ⇒ G. YÜZDE PROBLEMLERİ
- ⇒ H. FAİZ PROBLEMLERİ
- ⇒ I. KARIŞIM PROBLEMLERİ

⇒ ÇÖZÜMLÜ TEST

⇒ CEVAPLI TEST (1, 2, 3, 4, 5)

B

Ö

L

Ü

M

11

DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

A. MATEMATİK DİLİNE ÇEVİRME

Verilen problemin x , y , a , b , ... gibi sembollerle ifade edilmesine, matematik diline çevirme denir.

Örnek 1

a) Herhangi bir sayı x olsun;

Sayının 3 fazlası : $x + 3$

Sayının 3 eksiği : $x - 3$

Sayının 3 katı : $3x$

Sayının $\frac{2}{3}$ ü : $\frac{2x}{3}$

Sayının $\frac{2}{3}$ fazlası : $x + \frac{2}{3}$

Sayının yarısı : $\frac{x}{2}$

Sayının 4 fazlasının 3 katı : $3(x + 4)$

Sayının 3 katının 4 fazlası : $3x + 4$

Sayının 2 eksiğinin yarısı : $\frac{x-2}{2}$

Sayının yarısının 2 eksiği : $\frac{x}{2} - 2 = \frac{x-4}{2}$

Sayının karesi : x^2

Sayının küpü : x^3

Sayının 2 katının küpünün

3 eksiği : $(2x)^3 - 3$

Sayının küpünün 2 katı : $2x^3$

b) Herhangi iki sayı x ve y olsun;

İki sayının toplamı : $x + y$

İki sayının karelerinin toplamı : $x^2 + y^2$

İki sayının toplamının karesi : $(x + y)^2$

c) Ardışık tamsayılardan küçükü x olsun;

Ardışık iki tamsayının toplamı : $x + (x + 1)$

Ardışık üç tamsayının toplamı : $x + (x + 1) + (x + 2)$

Ardışık iki çift sayının toplamı : $x + (x + 2)$

Ardışık iki tek sayının toplamı : $x + (x + 2)$

Ardışık üç tek sayının toplamı : $x + (x + 2) + (x + 4)$

UYARI :

Verilen problemi çözerken;

1. Problem, verilenler ve istenenler anlaşılan kadar okunur.
2. Problemdaki veriler, matematik diline çevrilir.
3. Denklem çözme metodları ile matematik diline çevrilen denklem çözülür.
4. Bulunan değer, soru cümlesinde istenen olup olmadığı kontrol edilir.

B. SAYI PROBLEMLERİ

Örnek 2

Üç katının 4 fazlası 43 olan sayı kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

Çözüm

Aranan sayı : x olsun

$$3x + 4 = 43$$

$$3x = 43 - 4$$

$$3x = 39$$

$$x = 13 \text{ tür.}$$

Sağlama : 13 ün üç katının 4 fazlasının 43 olduğunu görürüz. Cevap D

Örnek 3

Bir sayının yarısının 5 fazlası, aynı sayının 3 fazlasına eşittir.

Buna göre, bu sayı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm

İstenen sayı x olsun;

$$\frac{x}{2} + 5 = x + 3$$

$$\frac{x}{2} - x = 3 - 5$$

$$\frac{x - 2x}{2} = -2$$

$$-\frac{x}{2} = -2$$

$$-x = -4$$

$$x = 4 \text{ tür.}$$

Cevap B

Örnek 4

Beş katının 2 eksiği, 4 katının 5 fazlasına eşit olan sayı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm

Aranan sayı x olsun;

$$5x - 2 = 4x + 5$$

$$5x - 4x = 5 + 2$$

$$x = 7 \text{ dir.}$$

Cevap D

Örnek 5

4 katının 2 eksiği, 2 eksiğinin 10 katına eşit olan sayı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

Aranan sayı x olsun;

$$4x - 2 = (x - 2) \cdot 10$$

$$4x - 2 = 10x - 20$$

$$20 - 2 = 10x - 4x$$

$$18 = 6x$$

$$3 = x$$

$$x = 3 \text{ tür.}$$

Cevap C

Örnek 6

Negatif bir sayının karesi ile aynı sayının 1 fazlasının 4 katı toplandığında 289 elde ediliyor.

Buna göre, bu sayı kaçtır?

- A) - 19 B) - 20 C) - 21 D) - 22 E) - 23

Çözüm

İstenen sayı x olsun :

$$x^2 + (x + 1) \cdot 4 = 289$$

$$x^2 + 4x + 4 = 289$$

$$(x + 2)^2 = 289$$

$$x + 2 = 17 \text{ veya } x + 2 = -17 \text{ ise}$$

$$x = 15 \text{ veya } x = -19$$

Cevap A

Örnek 7

Farkları 4 olan iki sayının toplamının yarısı, bu sayılardan küçük olanın 2 katına eşittir.

Buna göre, bu sayılardan büyük olanı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm

Büyük sayı x ise, küçük sayı $x - 4$ olur.

$$\frac{x + (x - 4)}{2} = 2 \cdot (x - 4)$$

$$x + x - 4 = 2 \cdot 2 \cdot (x - 4)$$

$$2x - 4 = 4(x - 4)$$

$$2x - 4 = 4x - 16$$

$$16 - 4 = 4x - 2x$$

$$12 = 2x$$

$$\frac{12}{2} = \frac{2x}{2}$$

$$6 = x$$

$$x = 6 \text{ dir.}$$

Cevap C

Örnek 8

17 katı ile 14 katının farkı 3600 olan sayı kaçtır?

- A) 1350 B) 1300 C) 1250 D) 1200 E) 1150

Çözüm

Aradığımız sayı x olsun;

$$17x - 14x = 3600$$

$$3x = 3600$$

$$x = 1200 \text{ olur.}$$

Cevap D

Örnek 9

Toplamları 30 olan iki sayıdan büyük olanın yansının 3 eksiği, küçük sayıya eşittir.

Buna göre, bu sayılardan küçük olanı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 22

Çözüm**(I. Yol)**

Sayılar a ve b olsun.

$$a + b = 30 \dots (1)$$

$$\frac{a}{2} - 3 = b \dots (2)$$

(2) deki b değeri (1) de yazılırsa,

$$a + \frac{a}{2} - 3 = 30$$

$$\frac{2a + a}{2} = 33$$

$$\frac{3a}{2} = 33$$

$$a = 22 \dots (3)$$

(a + b = 30 ve a = 22) $\Rightarrow$ b = 30 - 22 = 8 olur.**(II. Yol)**

Büyük sayı x ise, küçük sayı 30 - x olur.

$$\frac{x}{2} - 3 = 30 - x$$

$$\frac{x - 6}{2} = 30 - x$$

$$x - 6 = 2(30 - x)$$

$$x - 6 = 60 - 2x$$

$$x + 2x = 60 + 6$$

$$3x = 66$$

$$x = 22 \dots (\star)$$

Soruda küçük sayı istendiğinden,

$$30 - x = 30 - 22 = 8 \text{ dir.}$$

Cevap C**Örnek 10**

Toplamları 106 olan üç sayıdan birincisi, ikincisinden 5 fazla ve üçüncüsünden 15 eksiktir.

Buna göre, bu sayılardan küçük olan kaçtır?

- A) 22 B) 24 C) 26 D) 27 E) 32

Çözüm

Birinci sayı : x ise

İkinci sayı : x - 5,

Üçüncü sayı : x + 15 olur.

$$x + (x - 5) + (x + 15) = 106$$

$$3x + 10 = 106$$

$$3x = 96$$

$$x = 32 \dots (\star)$$

Küçük sayı : x - 5 = 32 - 5 = 27 dir.

Cevap D**Örnek 11**

51 bilye üç kardeşe, ortanca kardeş, küçük kardeşten 2 fazla ve büyük kardeşten 2 eksik bilye alacak biçimde paylaşılıyor.

Buna göre, küçük kardeş kaç bilye alır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 17

Çözüm**(I. Yol)**

Büyük kardeşin aldığı bilye sayısı : a

Ortanca kardeşin aldığı bilye sayısı : b

Küçük kardeşin aldığı bilye sayısı : c olsun.

Verilenlere göre,

$$b = c + 2 = a - 2 \dots (1)$$

$$a + b + c = 51 \dots (2)$$

(1) deki a ve b değerlerinin c türünden eşiti (2) de yazılırsa,

$$(c + 4) + (c + 2) + c = 51$$

$$3c + 6 = 51$$

$$3c = 45$$

$$c = 15 \text{ olur.}$$

(II. Yol)

Büyük kardeş : x + 2 tane bilye aldıysa,

Ortanca kardeş : x tane bilye,

Küçük kardeş : x - 2 tane bilye alır.

$$(x + 2) + x + (x - 2) = 51$$

$$3x = 51$$

$$x = 17 \dots (\star)$$

Küçük kardeş : x - 2 = 17 - 2 = 15 tane bilye almıştır.

Cevap D**Örnek 12**

10 YKr ve 50 YKr den oluşan 30 tane paranın tutan 12,20 YTL dir.

Bu paralardan kaç tanesi 50 YKr liktir?

- A) 25 B) 24 C) 23 D) 21 E) 18

Çözüm

50 YKr liklerin sayısı x ise,

10 YKr liklerin sayı 30 - x olur.

1 YTL = 100 YKr olduğu için,

12,20 YTL = 1220 YKr dir.

Buna göre,

$$50 \cdot x + 10 \cdot (30 - x) = 1220$$

$$5x + 30 - x = 122$$

$$4x = 92$$

$$x = 23 \text{ bulunur.}$$

Cevap C

Örnek 13

3 kalem ve 2 silgi 7 YTL

2 kalem ve 3 silgi 5 YTL

olduğuna göre, bir kalem, bir silgiden kaç YTL pahalıdır?

A) 1,80 B) 1,90 C) 2 D) 2,20 E) 2,80

Çözüm

(I. Yol)

Bir kalemin fiyatı k YTL

Bir silginin fiyatı s YTL olsun.

$$3k + 2s = 7$$

$$\begin{array}{r} 2k + 3s = 5 \\ \hline k - s = 2 \end{array}$$

$$k = s + 2$$

Buna göre, bir kalem bir silgiden 2 YTL pahalıdır.

(II. Yol)

3 kalem yerine 2 kalem ve 2 silgi yerine 3 silgi alınca (7 - 5) 2 YTL az ödenmiştir. Buna göre, bir kalem, bir silgiden 2 YTL pahalıdır.

Cevap C

Örnek 14

Su ile dolu iken bir kabın ağırlığı 30 kg'dır.

Bu kaptaki suyun ağırlığı, boş kabın ağırlığının 5 katı olduğuna göre, boş kabın ağırlığı kaç kg'dır?

A) 7,5 B) 6 C) 5 D) 4,5 E) 4

Çözüm

Suyun ağırlığı x kg ve boş kabın ağırlığı y kg olsun.

Su ile dolu iken kabın ağırlığı 30 kg ise,

$$x + y = 30 \dots (1) \text{ olur.}$$

Suyun ağırlığı boş kabın ağırlığının 5 katı ise,

$$x = 5y \dots (2) \text{ olur.}$$

Bu iki denklem birlikte çözülürse,

$$x + y = 30$$

$$5y + y = 30$$

$$6y = 30$$

$$y = 5 \text{ tir.}$$

Cevap C

Örnek 15

Bir manav, bir sandıktaki b tane limonun tanesini a liradan satmayı düşünmektedir.

Sandıktaki limonların 10 tanesi çürük çıktığına göre, aynı parayı elde edebilmek için manav, sağlam limonların tanesini kaç liradan satmalıdır?

$$A) \frac{a+b}{a+10} \quad B) \frac{a.b}{b+10} \quad C) \frac{a.b}{b-10}$$

$$D) \frac{a.b}{a-10} \quad E) \frac{a}{b+10}$$

Çözüm

Manav b tane limonu tanesi a liradan satarsa eline b . a lira geçer.

10 limon çürük çıktığına göre, b - 10 tane limon kalır.

Kalan limonların her biri x liradan satılırsa, (b - 10) x lira kazanılır.

Aynı paranın elde edilmesi için,

$$b . a = (b - 10) . x$$

$$x = \frac{a.b}{b-10} \text{ olmalıdır.}$$

Cevap C

Örnek 16

Bir adam belli bir yolun tamamını eşit adımlarla 120 adımda alıyor. Bu adam adımlarını 10 ar santim kısaltınca aynı yolu 150 adımda alıyor.

Buna göre, yolun tamamı kaç metredir?

A) 60 B) 70 C) 80 D) 90 E) 120

Çözüm

Adamın bir adımı x cm olsun.

Yol = (Adım sayısı) × (Adım uzunluğu)

İki durumda da alınan yol aynı olduğu için,

$$120 . x = 150 . (x - 10)$$

$$4x = 5x - 50$$

$$x = 50 \dots (\star) \text{ olur.}$$

$$\text{Yol} = 120 . 50 = 6000 \text{ cm} = 60 \text{ m dir.}$$

Cevap A

Örnek 17

Bir sınıfta öğrenciler sıralara 2 şerli oturduğunda 6 öğrenci ayakta kalıyor; 3 erli oturduğunda 4 sıra boş kalıyor.

Buna göre, bu sınıfta kaç öğrenci vardır?

- A) 12 B) 18 C) 22 D) 40 E) 42

Çözüm

Öğrenci sayısı : y

Sınıftaki sıra sayısı : x olsun.

2 şerli oturduğunda 6 öğrenci ayakta kaldığına göre,

$$y = 2x + 6 \dots (1)$$

3 erli oturduğunda 4 sıra boş kaldığına göre,

$$y = 3(x - 4) \dots (2) \text{ olur.}$$

(1) ve (2) denklemlerinin ortak çözümünden x bulunur.

$$2x + 6 = 3(x - 4)$$

$$2x + 6 = 3x - 12$$

$$x = 18 \dots (\star)$$

Buna göre, öğrenci sayısı :

$$y = 2x + 6 = 2 \cdot 18 + 6 = 42 \text{ olur.}$$

Cevap E

Örnek 18

Bir adam merdivenin basamaklarını 3 er, 3 er çıkıp, 4 er 4 er iniyor.

Bu adamın çıkarken attığı adım sayısı, inerken attığı adım sayısından 14 fazla olduğuna göre, merdiven kaç basamaklıdır?

- A) 164 B) 166 C) 168 D) 170 E) 172

Çözüm

Merdiven x basamaklı olsun.

Bu durumda çıkarken atılan adım sayısı : $\frac{x}{3}$

İnerken atılan adım sayısı : $\frac{x}{4}$ tür.

Çıkarken atılan adım sayısı inerken atılan adım sayısından 14 fazla olduğuna göre,

$$\frac{x}{3} = \frac{x}{4} + 14$$

$$\frac{4x - 3x}{12} = 14$$

$$x = 168 \text{ dir.}$$

Cevap C

Örnek 19

Bir bardak çayın 60 YKr olduğu okul kantininde çay içen öğrencilerden 5 inin parası olmadığı için parası olanların her biri 72 YKr ödüyor.

Her öğrenci 1 bardak çay içtiğine göre kaç öğrenci çay içmiştir?

- A) 20 B) 30 C) 35 D) 40 E) 45

Çözüm

Çay için öğrenci sayısı x olsun.

İki durumda da kantincinin alacağı para eşit olduğu için,

$$60 \cdot x = 72 \cdot (x - 5)$$

$$5x = 6 \cdot (x - 5)$$

$$5x = 6x - 30$$

$$x = 30 \text{ olur.}$$

Cevap B

Örnek 20

1000 öğrencisi olan bir okulun öğrenci sayısı her yıl 10 azalmaktadır. 650 öğrencisi olan diğer bir okulun öğrenci sayısı da her yıl 15 artmaktadır.

Buna göre, kaç yıl sonra bu okulların öğrenci sayıları birbirine eşit olur?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

Çözüm

Bu okulların öğrenci sayıları x yıl sonra eşit olsun.

$$1000 - 10x = 650 + 15x$$

$$350 = 25x$$

$$x = 14$$

Cevap C

Örnek 21

93 kalem, 27 kişilik bir sınıftaki öğrencilerden bir kısmına 5 er, diğerlerine de 3 er kalem düşecek şekilde dağıtılıyor.

Buna göre, kaç öğrenci 5 kalem almıştır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm

5 kalem alan öğrenci sayısı x ise,

3 kalem alan öğrenci sayısı $27 - x$ tir.

$$5 \cdot x + 3 \cdot (27 - x) = 93$$

$$5x + 81 - 3x = 93$$

$$2x = 12$$

$$x = 6 \text{ dir.}$$

Cevap C

Örnek 22

50 yolcusu bulunan bir otobüsten 5 bay, 5 bayan inince geriye kalanlar arasında, bayların sayısı bayanların sayısının üç katı oluyor.

Buna göre, ilk durumda otobüste kaç bay vardır?

- A) 35 B) 34 C) 30 D) 28 E) 25

Çözüm

Bay sayısı : x ise,

Bayan sayısı : $50 - x$ olur.

$$(x - 5) = 3 \cdot (50 - x - 5)$$

$$x - 5 = 3 \cdot (45 - x)$$

$$x - 5 = 135 - 3x$$

$$x + 3x = 135 + 5$$

$$4x = 140$$

$$x = \frac{140}{4}$$

$$x = 35 \text{ tir.}$$

Cevap A

Örnek 23

75 bilyesi olan Kaya, 15 bilyesini Çetin'e verirse, bilye sayıları eşit oluyor.

Buna göre, Çetin'in bilyeleri almadan önce kaç bilyesi vardır?

- A) 30 B) 35 C) 38 D) 40 E) 45

Çözüm

(I. Yol)

75 bilyesi olan Kaya 15 bilyesini Çetin'e verdiğinde bilyeleri eşit olduğuna göre Çetin'in $75 - 15 = 60$ bilyesi olur. Kaya'dan 15 bilye almadan önce ise $60 - 15 = 45$ bilyesi vardır.

(II. Yol)

Kaya'nın bilye sayısı : 75

Çetin'in bilye sayısı : x olsun.

$$75 - 15 = x + 15$$

$$60 = x + 15$$

$$60 - 15 = x$$

$$45 = x$$

Cevap E

Örnek 24

Kilogramı 25 YTL olan peynirden 640 gram alan bir kişi kaç YTL ödeyecektir?

- A) 16 B) 14 C) 12 D) 10 E) 8

Çözüm

1000 gramı 25 YTL olan peynirin 640 gramı

$$\frac{640}{1000} \cdot 25 = 16 \text{ YTL olur.}$$

Cevap A

Örnek 25

Banu, kilosı 4 YTL olan fıstık ile kilosı 3 YTL olan fındıktan 500 gramlık bir karışım alarak 1,80 YTL ödemiştir.

Banu'nun aldığı karışımında kaç gram fındık vardır?

- A) 250 B) 225 C) 200 D) 175 E) 150

Çözüm

Alınan fındık x gram ise,

Fıstık $500 - x$ gram olur.

$$\text{Fındığın gramı } \frac{3}{1000} = 0,003 \text{ YTL,}$$

$$\text{Fıstığın gramı } \frac{4}{1000} = 0,004 \text{ YTL, olduğu için,}$$

$$0,003x + 0,004(500 - x) = 1,80$$

$$3x + 4(500 - x) = 1800$$

$$3x + 2000 - 4x = 1800$$

$$-x = -200$$

$$x = 200 \text{ olur.}$$

Cevap C

Örnek 26

Kilogramı 40 YKr olana pirinçten 15 kg, kilogramı 80 YKr olan pirinçten 25 kg, kilogramı 75 YKr olan pirinçten 10 kg karıştırılıyor.

Karışık pirincin kilogramı en az kaç YKr den satılmalıdır ki zarar edilmesin?

- A) 62 B) 63 C) 64 D) 67 E) 68

Çözüm

Karışık pirincin kilogramı en az x YKr olsun.

$$15 \cdot 40 + 25 \cdot 80 + 10 \cdot 75 = (15 + 25 + 10) \cdot x$$

$$600 + 2000 + 750 = 50 \cdot x$$

$$3350 = 50 \cdot x$$

$$x = 67 \text{ olur.}$$

Cevap D

Örnek 27

20 kg lik tereyağını 120 YTL ye alan bir bakkal bunu net ağırlığı 250 gr olan paketler halinde satacaktır. Her paket için 50 YKr lik paketleme masrafı yapılmaktadır.

Bu bakkal, 20 kg tereyağı satışından 28 YTL kâr etmek istediğine göre bir paket tereyağını kaç YTL den satmalıdır?

- A) 2 B) 2,20 C) 2,35 D) 3 E) 3,20

Çözüm

20 kg = 20 000 gram tereyağı ile 250 gramlık

$$\frac{20\ 000}{250} = 80 \text{ tane paket yapılır.}$$

80 paket yağın paketleme maliyeti,

80 . 50 = 4000 YKr = 40 YTL dir. Yapılacak toplam kâr 28 YTL olduğu için 80 paket yağın satış tutarı şudur :

$$120 + 40 + 28 = 188 \text{ YTL dir.}$$

Buna göre bir paket yağın satış fiyatı,

$$\frac{188}{80} = 2,35 \text{ YTL dir.}$$

Cevap C

Örnek 28

Üç arkadaş 53 telefon jetonunu şu şekilde paylaşıyorlar: Birinci ikincisinden 1 fazla, ikinci ise üçüncüden 2 fazla jeton alıyor.

Buna göre, en az telefon jetonu alan, kaç tane almıştır?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

Çözüm

Üçüncünün aldığı jeton sayısı : x ise,

İkincinin aldığı jeton sayısı : x + 2,

Birincinin aldığı jeton sayısı : x + 3 olur.

Toplam jeton sayısı 53 olduğuna göre,

$$x + (x + 2) + (x + 3) = 53$$

$$3x = 48$$

$$x = 16 \text{ dir.}$$

Cevap C

Örnek 29

A kovasının hacmi, B kovasının hacminden 2 litre azdır. A kovası ile 28 kova su alan bir bidon, B kovası ile 21 kova su almaktadır.

Buna göre, A kovasının hacmi kaç litredir?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Çözüm

A kovasının hacmi x litre ise,

B kovasının hacmi x + 2 litre olur.

Verilenlere göre,

$$28x = 21(x + 2)$$

$$28x = 21x + 42$$

$$7x = 42$$

$$x = 6 \text{ dir.}$$

Cevap A

Örnek 30

Hacmi 2560 litre olan bir depo, 20 litrelik ve 17 litrelik iki bidonla su taşınarak doldurulmuştur.

Toplam 140 bidon su taşınınca depo tam dolduğuna göre, 17 litrelik bidon ile kaç bidon su taşınmıştır?

- A) 50 B) 60 C) 70 D) 80 E) 90

Çözüm

17 litrelik bidonla x litre su taşınmış ise,

20 litrelik bidonla 140 - x litre su taşınmıştır.

Verilenlere göre,

$$17x + 20 \cdot (140 - x) = 2560$$

$$17x + 2800 - 20x = 2560$$

$$- 3x = 2560 - 2800$$

$$- 3x = - 240$$

$$x = 80 \text{ olur.}$$

Cevap D

Örnek 31

Ahmet, Mehmet ve Hasan babalarının verdiği paradan önce her biri 10 YTL alıyorlar. Kalan paranın yarısını Ahmet aldıktan sonra artan parayı da Mehmet ve Hasan eşit olarak bölüşüyorlar.

Mehmet'in aldığı paranın toplamı 12,50 YTL olduğuna göre, babalarının üç çocuğa verdiği toplam para kaç YTL dir?

- A) 158 B) 54 C) 50 D) 46 E) 40

Çözüm

Mehmet 12,50 YTL aldığına göre, ikinci paylaşım da $12,50 - 10 = 2,50$ YTL almıştır.

Hasan da ikinci paylaşım da 2,50 YTL almıştır.

İkinci paylaşım da Ahmet kalan paranın yarısını aldıktan sonra diğer yarısı Mehmet ve Hasan arasında eşit olarak paylaşıldığına göre, Ahmet'in ikinci paylaşım da aldığı para 5 YTL dir.

Buna göre, ikinci paylaşım da paylaşılan para

$$2,50 + 2,50 + 5 = 10 \text{ YTL dir.}$$

3 kardeşin her biri 10 YTL de ilk paylaşım da aldıkları na göre, babalarının verdiği toplam para :

$$10 + 3 \cdot 10 = 40 \text{ YTL dir.}$$

Cevap E

Örnek 32

Bir bidonun ağırlığı boş iken x gram, yarısı su ile dolu iken y gramdır.

Bu bidonun tamamı su ile dolu iken, toplam ağırlığı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2y - x$ B) $2x - y$ C) $2x + y$
D) $y - 2x$ E) $y + x$

Çözüm

Boş bidonun ağırlığı : x gr

Bidonun tamamını dolduran suyun ağırlığı : s gr olsun.

Buna göre,

Yarısı su ile dolu bidonun ağırlığı : y ise,

$$\begin{aligned} x + \frac{s}{2} &= y \\ s &= 2(y - x) \\ s &= 2y - 2x \dots (*) \text{ olur.} \end{aligned}$$

Tamamı su ile dolu bidonun ağırlığı :

$$x + s = x + 2y - 2x = 2y - x \text{ tir.}$$

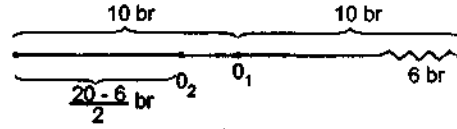
Cevap A

Örnek 33

20 birim uzunluğundaki bir çubuğun herhangi bir ucundan 6 birim kesiliyor.

Buna göre, bu çubuğun orta noktası ilk orta noktaya göre kaç birim kaymıştır?

- A) 7 B) 6 C) 3 D) 2 E) 1

Çözüm

$$\begin{aligned} |O_1O_2| &= 10 - \frac{20-6}{2} \\ &= 10 - 7 \\ &= 3 \text{ br} \end{aligned}$$

Cevap C

Örnek 34

Ali bir bilet kuyruğunda baştan n . sırada, son dan $(2n - 2)$. sıradadır.

Kuyrukta 81 kişi olduğuna göre, Ali baştan kaçınıcı kişidir?

- A) 28 B) 30 C) 32 D) 33 E) 34

Çözüm

Ali bilet kuyruğunda baştan n . sırada, son dan $(2n - 2)$. sırada olduğuna göre kuyrukta

$$n + (2n - 2) - 1$$

kişi vardır.

Buna göre,

$$n + (2n - 2) - 1 = 81$$

$$3n = 84$$

$$n = 28 \text{ olur.}$$

Cevap A

Örnek 35

Bir kıyıda bazısı 3 kişilik bazısı 4 kişilik kayıklar vardır. 86 kişi en az kaç kayıkla karşı kıyıya taşınabilir?

- A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

Çözüm

3 kişilik kayıktan x tane,

4 kişilik kayıktan y tane kullanılmış olsun.

$$3x + 4y = 86$$

$$4y = 86 - 3x$$

$$y = \frac{86 - 3x}{4} \dots (*)$$

$x + y$ nin en küçük değerini alması için;

$$x = 2 \text{ alınırsa } y = 20 \text{ olur.}$$

Buna göre, $x + y = 2 + 20 = 22$ dir.

Cevap C

C. KESİR PROBLEMLERİ

Örnek 36

$\frac{1}{7}$ si 13 olan sayının $\frac{4}{7}$ si kaçtır?

- A) 91 B) 84 C) 72 D) 60 E) 52

Çözüm

(I. Yol)

$\frac{1}{7}$ si 13 olan sayının $\frac{4}{7}$ si

$$\frac{4}{7} = 4 \cdot \frac{1}{7} = 4 \cdot 13 = 52 \text{ dir.}$$

(II. Yol)

İstenen sayı : x olsun

$$\frac{x}{7} = 13 \Rightarrow x = 13 \cdot 7 \dots (\star)$$

$$\frac{4}{7} \cdot x = \frac{4}{7} \cdot 13 \cdot 7 = 52 \text{ dir.}$$

Cevap E

Örnek 37

Bir sayının $\frac{1}{5}$ i ile aynı sayının $\frac{3}{8}$ inin toplamı 23 olduğuna göre, bu sayı kaçtır?

- A) 23 B) 28 C) 32 D) 36 E) 40

Çözüm

Bu sayı x olsun.

$$\frac{x}{5} + \frac{3x}{8} = 23$$

$$8x + 15x = 23 \cdot 5 \cdot 8$$

$$23x = 23 \cdot 5 \cdot 8$$

$$x = 40$$

Cevap E

Örnek 38

Bir üretici pazara bir sandık elma getiriyor. Bunun yarısını satıyor. Sonra bir arkadaşına da 10 tane elma veriyor. Geriye, bütün elmaların $\frac{4}{9}$ u kalıyor.

Buna göre, başlangıçta sandıkta kaç elma vardı?

- A) 180 B) 162 C) 144 D) 136 E) 126

Çözüm

Sandıktaki elma sayısı x olsun.

$$\frac{x}{2} - 10 = \frac{4x}{9}$$

$$\frac{x}{2} - \frac{4x}{9} = 10$$

$$\frac{9x - 8x}{18} = 10$$

$$x = 180$$

Cevap A

Örnek 39

Bir varilin içinde bir miktar su vardır. Varile bir kova su eklenirse varilde a litre su oluyor. Varilden bir kova su alınırsa varilde $\frac{a}{3}$ litre su kalıyor.

Buna göre, ilk durumda varilde kaç kova su vardır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 3 E) 2

Çözüm

Varilin içinde x litre su olsun

$$x + 1 = a$$

$$x - 1 = \frac{a}{3}$$

$$2 = a - \frac{a}{3}$$

$$2 = \frac{2a}{3}$$

$$a = 3 \dots (\star)$$

$$x + 1 = 3$$

$$x = 2 \text{ dir.}$$

Cevap E

Örnek 40

Bir memur maaşının $\frac{1}{4}$ ünü ev kirasına, geriye kalanın yarısını mutfak masrafına ayırıyor. Yapılan harcamalardan sonra 90 YTL artıyor.

Buna göre, memurun ev kirası kaç YTL dir?

- A) 50 B) 60 C) 70 D) 80 E) 90

Çözüm

Memurun maaşı : 4x YTL

Ev kirası : $4x \cdot \frac{1}{4} = x$ YTL

Kalan para : 3x YTL

$$\text{Mutfak masrafı} : \frac{3x}{2} \text{ YTL}$$

$$\text{Artan para} : \frac{3x}{2} \text{ YTL}$$

$$\frac{3x}{2} = 90$$

$$3x = 180$$

$$x = 60 \text{ YTL dir.}$$

Cevap B

Örnek 41

Bir miktar para 10 kişi arasında şu şekilde paylaştırılıyor : Birinci kişi paranın $\frac{1}{3}$ ünü alıyor; geriye kalan para diğer 9 kişiye eşit olarak dağıtılıyor.

Birinci kişi, diğerlerinden her birine verilenin kaç katı kadar para almıştır?

- A) 3 B) $\frac{7}{2}$ C) 4 D) $\frac{9}{2}$ E) 5

Çözüm

Paylaştırılan para x lira olsun.

Birinci kişinin aldığı para $\frac{x}{3}$ lira olur.

Diğer 9 kişi, kalan $x - \frac{x}{3} = \frac{2x}{3}$ lırayı eşit olarak, pay-

laşırlarsa kişi başına $\frac{\frac{2x}{3}}{9} = \frac{2x}{27}$ lira düşer. Buna göre

birinci kişinin aldığı para, diğer 9 kişiden herbirinin aldığı paranın

$$\frac{\frac{x}{3}}{\frac{2x}{27}} = \frac{9}{2} \text{ katıdır.}$$

Cevap D

Örnek 42

Ahmet parasının $\frac{1}{5}$ ini Mehmet'e verdiğinde

Mehmet'in parası $\frac{6}{100}$ oranında artıyor.

Buna göre, Ahmet'in parasının Mehmet'in parasına oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{3}{10}$ E) $\frac{11}{30}$

Çözüm

Ahmet'in parası : x lira

Mehmet'in parası : y lira olsun.

$$x \cdot \frac{1}{5} = \frac{6}{100} \cdot y$$

$$x = \frac{30}{100} \cdot y$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{10} \text{ dur.}$$

Cevap D

Örnek 43

Bir kesrin değeri $\frac{1}{3}$ tür. Bu kesrin payından 1 çıkarılır, paydasına 3 eklenirse kesrin değeri $\frac{3}{11}$ oluyor.

Buna göre, bu kesrin payı kaçtır?

- A) 12 B) 10 C) 9 D) 5 E) 1

Çözüm

Değeri $\frac{1}{3}$ olan kesir $\frac{x}{3x}$ olsun.

Payından 1 çıkarılır, paydasına 3 eklenirse,

$$\frac{x-1}{3x+3} = \frac{3}{11}$$

$$11x - 11 = 9x + 9$$

$$x = 10$$

Cevap B

Örnek 44

Payı paydasından 7 eksik olan bir kesrin payından 2 çıkarılır, paydasına 3 eklenirse kesrin değeri $\frac{1}{3}$ oluyor.

Buna göre, bu kesrin değeri kaçtır?

- A) $\frac{5}{12}$ B) $\frac{5}{13}$ C) $\frac{7}{14}$ D) $\frac{8}{15}$ E) $\frac{9}{16}$

Çözüm

Kesir $\frac{x-7}{x}$ olsun.

$$\frac{(x-7)-2}{x+3} = \frac{1}{3}$$

$$3x - 27 = x + 3$$

$$x = 15 \text{ olur.}$$

$$\text{Aradığımız kesir: } \frac{x-7}{x} = \frac{15-7}{15} = \frac{8}{15} \text{ tir.}$$

Cevap D

Örnek 45

Bir paranın $\frac{1}{4}$ ü harcanıyor.

Geriye kalan paranın $\frac{1}{4}$ ü 300 YTL ise, başlangıçtaki para kaç YTL dir?

A) 1200 B) 1400 C) 1600 D) 1800 E) 2200

Çözüm

Başlangıçtaki para x YTL olsun. Harcama yapıldıktan sonra, kalan para $x - \frac{x}{4} = \frac{3x}{4}$ YTL dir.

Bu paranın $\frac{1}{4}$ ü 300 YTL olduğuna göre,

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{3x}{4} = 300$$

$$3x = 300 \cdot 4 \cdot 4$$

$$x = 100 \cdot 16$$

$$x = 1600 \text{ YTL dir.}$$

Cevap C

Örnek 46

Yağ dolu bir şişenin ağırlığı 732 gramdır. Yağın $\frac{1}{4}$ ü boşaltıldığında şişe 613 gram gelmektedir.

Buna göre, bu şişe kaç gram yağ almaktadır?

A) 478 B) 476 C) 474 D) 472 E) 470

Çözüm

Şişenin aldığı yağ x gram olsun.

$$\frac{1}{4} \cdot x = 732 - 613$$

$$\frac{1}{4} \cdot x = 119$$

$$x = 4 \cdot 119$$

$$x = 476 \text{ dir.}$$

Cevap B

Örnek 47

İki çocuğun ağırlıklarının oranı $\frac{5}{7}$ ve farkı 12 kg dir.

Buna göre, bu çocukların ağırlıklarının toplamı kaç kg dir?

A) 36 B) 48 C) 60 D) 64 E) 72

Çözüm

Küçük çocuğun ağırlığı : x kg

Büyük çocuğun ağırlığı : y kg olsun.

$$\frac{x}{y} = \frac{5}{7} \dots (1)$$

$$y - x = 12 \dots (2)$$

(1) ve (2) denklemlerinin ortak çözümünden x = 30 ve y = 42 bulunur.

$$x + y = 30 + 42 = 72 \text{ dir.}$$

Cevap E

Örnek 48

$\frac{3}{8}$ i boş olan bir su deposundaki suyun $\frac{3}{5}$ i kullanılınc, bu deponun tamamını doldurmak için 30 litre su gerekmektedir.

Buna göre, su deposu kaç litre su almaktadır?

A) 40 B) 45 C) 50 D) 55 E) 60

Çözüm

(I. Yol)

Depo x litre su alsın.

$\frac{3}{8}$ i boş olan deponun, $1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ i doludur.

Depodaki suyun $\frac{3}{5}$ i kullanılınc $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ i kalır.

Demek ki deponun $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{8} = \frac{1}{4}$ ü dolu, $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ ü boştur.

$$\frac{3}{4} \cdot x = 30 \Rightarrow x = 40 \text{ tır.}$$

(II. Yol)

Depo x litre su alsın.

Suyun $\frac{3}{5}$ i kullanılırsa $\frac{2}{5}$ i kalır.

$$\frac{5x}{8} \cdot \frac{2}{5} = \frac{x}{4}$$

$$\frac{x}{4} + 30 = x$$

$$30 = x - \frac{x}{4}$$

$$x = 40 \text{ olur.}$$

Cevap A

Örnek 49

Bir öğrenci, harçlığının $\frac{1}{7}$ si ile, 30 YKr'lık biletlerden 20 adet almıştır.

Buna göre, öğrencinin harçlığı kaç YTL dir?

- A) 40 B) 42 C) 44 D) 46 E) 48

Çözüm

Öğrencinin harçlığı x YTL olsun.

1 YTL = 100 YKr olduğu için,

30 YKr = 0,3 YTL dir. Buna göre,

$$\frac{1}{7} \cdot x = 20 \cdot 0,3$$

$$x = 7 \cdot 20 \cdot 0,3$$

$$x = 140 \cdot 0,3$$

$$x = 42 \text{ olur.}$$

Cevap B

Örnek 50

Bir manavdaki sebzeler, çürüyerek $\frac{1}{3}$ oranında fire vermiştir.

Bunun sonucunda, maliyet ne oranda artmıştır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{5}$

Çözüm

Kilosu 1 liradan 3 kg sebze alalım.

Bu durumda maliyet fiyatı : $1 \cdot 3 = 3$ liradır.

Alınan sebzelerin $\frac{1}{3}$ ü fire versin.

Bu durumda geriye kalan sebze miktarı :

$$3 - \frac{1}{3} \cdot 3 = 2 \text{ kg dir.}$$

Böylece 2 kg sebze 3 liraya maledilmiş olur.

Buna göre, 1 kg sebzenin fiyatı $\frac{3}{2}$ liradır.

1 liraya alınan sebzenin kilosuna $\frac{3}{2}$ liraya yükseldiğine

göre, maliyet $\frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$ oranında artmıştır.

Cevap A

Örnek 51

Aylık geliri sabit olan bir kimse, her ay gelirinin $\frac{1}{24}$

ünü Hülya'ya $\frac{1}{x}$ ini de Burcu'ya vermektedir.

Bu kimsenin 15 ayda her iki kişiye verdiği paraların toplamı aylık gelirine eşit olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 48 B) 40 C) 35 D) 30 E) 25

Çözüm

Aylık gelir A lira olsun.

$$15 \cdot \left(A \cdot \frac{1}{24} + A \cdot \frac{1}{x} \right) = A$$

$$15A \left(\frac{1}{24} + \frac{1}{x} \right) = A$$

$$15 \cdot \left(\frac{x+24}{24x} \right) = 1$$

$$\frac{x+24}{24x} = \frac{1}{15}$$

$$15x + 360 = 24x$$

$$360 = 9x$$

$$x = 40 \text{ tir.}$$

Cevap B

Örnek 52

Bir top kumaşın önce $\frac{2}{5}$ i sonra da kalan kumaşın $\frac{1}{3}$ ü satılıyor.

Geriye 8 metre kumaş kaldığına göre, kumaşın tamamı kaç metredir?

- A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 33

Çözüm

(I. Yol)

Bir top kumaş x metre olsun.

İlk satış sonunda $x - \frac{2x}{5} = \frac{3x}{5}$ metre kumaş kalır.

İkinci satış sonunda $\frac{3x}{5} - \frac{1}{3} \cdot \frac{3x}{5} = \frac{2x}{5}$ metre kumaş kalır.

Kalan kumaş 8 metre olduğuna göre,

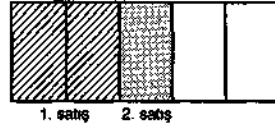
$$\frac{2x}{5} = 8$$

$$2x = 40$$

$$x = 20 \text{ m dir.}$$

(II. Yol)

Kumaşın tamamını bir dikdörtgen ile gösterir ve bunu 5 eşit parçaya bölersek.



Yapılan satış sonunda 2 parça kalmış olur.

$$\begin{array}{rcl} 2 \text{ parça} & 8 \text{ m} & \\ 5 \text{ parça} & x \text{ m} & \\ \hline \text{D.O.} & 2 \cdot x = 5 \cdot 8 & \\ & x = 20 & \end{array}$$

Cevap C

Örnek 53

Bir top kumaşın $\frac{2}{5}$ i elbiselik, $\frac{1}{3}$ ü de eteklik olarak ayrıldığında geriye 8 metre kumaş kalıyor.

Buna göre, kumaşın tamamı kaç metredir?

- A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

Çözüm

Kumaşın tamamı x metre olsun.

Elbiselik $\frac{2x}{5}$ metre ve eteklik $\frac{x}{3}$ metre olduğu için kalan kumaş;

$$x - \left(\frac{2x}{5} + \frac{x}{3} \right) \text{ metredir}$$

Buna göre,

$$x - \left(\frac{2x}{5} + \frac{x}{3} \right) = 8$$

$$x = 30 \text{ dur.}$$

Cevap D

Örnek 54

Bir memur maaşının altıda birini ev kirasına, beşte birini mutfak giderlerine ve dörtte birini de diğer giderlere ayırdığında maaşından 230 YTL artıyor.

Buna göre, maaşın tamamı kaç YTL dir?

- A) 460 B) 540 C) 600 D) 720 E) 840

Çözüm

Memurun maaşı $60 \cdot x$ YTL olsun.

$$60 \cdot x - \left(\frac{1}{6} \cdot 60 \cdot x + \frac{1}{5} \cdot 60 \cdot x + \frac{1}{4} \cdot 60 \cdot x \right) = 230$$

$$60 \cdot x - (10x + 12 \cdot x + 15 \cdot x) = 230$$

$$23x = 230$$

$$x = 10$$

$$60 \cdot x = 600$$

Cevap C

Örnek 55

Bir memur maaşının altıda birini ev kirasına, kalanın beşte birini mutfak giderlerine, son olarakta bu harcamalardan kalanın dörtte birini diğer giderlere ayırdığında maaşından 230 YTL artıyor.

Buna göre, maaşın tamamı kaç YTL dir?

- A) 460 B) 540 C) 600 D) 720 E) 840

Çözüm

Memurun maaşı $60 \cdot x$ YTL olsun.

$$\text{Ev kirası : } 60x \cdot \frac{1}{6} = 10x \text{ YTL}$$

$$\text{Kalan para : } 60x - 10x = 50x \text{ YTL}$$

$$\text{Mutfak gideri : } 50x \cdot \frac{1}{5} = 10x \text{ YTL}$$

$$\text{Kalan para : } 50x - 10x = 40x \text{ YTL}$$

$$\text{Diğer giderleri : } 40x \cdot \frac{1}{4} = 10x \text{ YTL}$$

$$\text{Kalan para : } 40x - 10x = 30x \text{ YTL}$$

Buna göre,

$$30x = 230$$

Memurun maaşının tamamı :

$$60x = 2 \cdot 30x$$

$$= 2 \cdot 230$$

$$= 460$$

Cevap A

D. YAŞ PROBLEMLERİ

1. Bir kişinin yaşı x ise,
t yıl sonraki yaşı : $x + t$
t yıl önceki yaşı : $x - t$ olur.
2. n tane kişinin yaşları toplamı : T ise,
t yıl sonra yaşları toplamı : $T + nt$
t yıl önce yaşları toplamı : $T - nt$ olur.
3. İki kişinin yaşları oranı sabit değildir.
4. İki kişinin yaşları farkı daima sabittir.

Örnek 56

Ali'nin 5 yıl sonraki yaşı, şimdiki yaşının $\frac{3}{2}$ katı olacaktır.

Buna göre, Ali'nin şimdiki yaşı kaçtır?

- A) 5 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

Çözüm

Ali'nin şimdiki yaşı x olsun.

$$x + 5 = \frac{3}{2}x$$

$$5 = \frac{3}{2}x - x$$

$$5 = \frac{x}{2}$$

$$x = 10 \text{ dur.}$$

Cevap B

Örnek 57

Bir baba 40 yaşında iken oğlu 7 yaşındadır.

Kaç yıl sonra baba ile oğlunun yaşlarının oranı $\frac{15}{4}$ olur?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Çözüm

x yıl sonra baba $40 + x$, oğlu $7 + x$ yaşında olacaktır;

$$\frac{40 + x}{7 + x} = \frac{15}{4}$$

$$160 + 4x = 105 + 15x$$

$$55 = 11x$$

$$5 = x$$

$$x = 5 \text{ tir.}$$

Cevap A

Örnek 58

Bir annenin yaşı 40, iki çocuğunun yaşlarının toplamı 28 dir.

Buna göre, kaç yıl sonra annenin yaşı çocukların yaşları toplamına eşit olur?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

Çözüm

x yıl sonra annenin yaşı çocukların yaşına eşit olsun. Bu durumda;

Annenin yaşı : $40 + x$

2 çocuğun yaşlarının toplamı : $28 + 2x$ olur.

$$40 + x = 28 + 2x \Rightarrow x = 12 \text{ dir.}$$

Cevap C

Örnek 59

Bugünkü yaşlarının toplamı 312 olan bir grup öğrencinin iki yıl önceki yaş ortalaması 11 dir.

Buna göre, gruptaki öğrenci sayısı kaçtır?

- A) 24 B) 26 C) 28 D) 32 E) 36

Çözüm

Bu gruptaki öğrenci sayısına n diyelim. n tane öğrencinin yaşlarının toplamı

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = 312 \text{ dir.}$$

Bu öğrencilerin 2 yıl önceki yaşlarının ortalaması 11 ise,

$$\frac{(x_1 - 2) + (x_2 - 2) + \dots + (x_n - 2)}{n} = 11$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n - 2 \cdot n = 11 \cdot n$$

$$312 - 2n = 11n$$

$$13n = 312$$

$$n = 24 \text{ olur.}$$

Cevap A

Örnek 60

Bir babanın yaşı, 5 er yıl arayla doğmuş üç çocuğunun yaşlarının toplamına eşittir.

Baba 42 yaşında olduğuna göre, en küçük çocuk doğduğunda baba kaç yaşındaydı?

- A) 22 B) 23 C) 25 D) 27 E) 33

Çözüm

Üç çocuk 5'er yıl arayla doğduğuna göre, küçük çocuğun yaşı x ise, diğerlerinin yaşları $x + 5$ ve $x + 10$ olur.

O halde,

$$x + (x + 5) + (x + 10) = 42$$

$$3x + 15 = 42$$

$$x = 9 \dots (\star) \text{ olur.}$$

Buna göre, en küçük çocuk doğduğunda baba,

$$42 - 9 = 33$$

yaşında idi.

Cevap E

Örnek 61

Bir babanın yaşı, iki çocuğunun yaşlarının toplamından 33 büyüktür.

3 yıl sonra babanın yaşı, çocukların yaşlarının toplamının 2 katına eşit olacağına göre, baba bugün kaç yaşındadır?

- A) 52 B) 54 C) 55 D) 56 E) 57

Çözüm

İki çocuğunun yaşları toplamı : x ise

Babanın yaşı : $x + 33$

3 yıl sonra babanın yaşı : $x + 33 + 3$

3 yıl sonra iki çocuğun yaşlarının toplamı : $x + 2 \cdot 3$ olur.

$$x + 33 + 3 = (x + 2 \cdot 3) \cdot 2$$

$$x + 36 = 2x + 12$$

$$x = 24 \dots (\star)$$

Buna göre, babanın bugünkü yaşı :

$$x + 33 = 24 + 33 = 57 \text{ dir.}$$

Cevap E

Örnek 62

Bir annenin yaşı, iki çocuğunun yaşlarının farkının 6 katıdır. 8 yıl sonra annenin yaşı çocukların yaşları farkının 7 katından 2 fazla olacağına göre anne şimdi kaç yaşındadır?

- A) 33 B) 34 C) 35 D) 36 E) 37

Çözüm

İki çocuğun yaşları arasındaki fark daima sabittir. Bu farka x dersek, annenin yaşı $6x$ olur. 8 yıl sonra;

$$6x + 8 = 7x + 2 \Rightarrow x = 6 \text{ olur.}$$

Buna göre, annenin yaşı, $6x = 6 \cdot 6 = 36$ dir.

Cevap D

Örnek 63

Bir babanın yaşı üç çocuğunun yaşlarının toplamının 2 katıdır. 4 yıl önce babanın yaşı çocuklarının yaşlarının toplamının 3 katı idi.

Buna göre, babanın şimdiki yaşı kaçtır?

- A) 44 B) 50 C) 60 D) 64 E) 80

Çözüm

3 çocuğun yaşlarının toplamı : x ise,

Babanın yaşı : $2x$ tir.

4 yıl önce, 3 çocuğunun yaşlarının toplamı : $x - 4 \cdot 3$

Babanın yaşı : $2x - 4$ olur.

Verilenlere göre,

$$2x - 4 = 3 \cdot (x - 4 \cdot 3) \Rightarrow x = 32 \dots (\star)$$

Babanın şimdiki yaşı : $2x = 2 \cdot 32 = 64$ tir.

Cevap D

Örnek 64

90 yaşındaki bir baba kızının yaşındayken, kızının yaşı bugünkü yaşının yarısı idi.

Buna göre, kızının bugünkü yaşı kaçtır?

- A) 30 B) 35 C) 50 D) 55 E) 60

Çözüm

Kızın bugünkü yaşı : k olsun.

t yıl önce baba : $90 - t$,

kız : $k - t$, yaşında olur. Verilenlere göre,

$$90 - t = k$$

$$k - t = \frac{k}{2}$$

$$90 - k = \frac{k}{2} \Rightarrow k = 60 \text{ tir.}$$

Cevap E

E. İŞÇİ VE HAVUZ PROBLEMLERİ

Bir işi; A işçisi tek başına x saatte,

B işçisi tek başına y saatte,

C işçisi tek başına z saatte bitirebiliyor.

• A işçisi 1 saatte işin $\frac{1}{x}$ ini bitirir.

• A ile B birlikte t saatte işin $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot t$ sini bitirirler.

• Üçü birlikte T saatte işin tamamını bitiriyorsa:

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \cdot T = 1 \text{ dir.}$$

• Üçü birlikte a saat çalıştıktan sonra kalan işi A ve B işçileri b saatte bitirebiliyorlarsa :

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \cdot a + \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot b = 1 \text{ dir.}$$

Havuz problemleri işçi problemleri gibidir.

A musluğu havuzun tamamını x saatte doldurabiliyor.

B musluğu havuzun tamamını y saatte boşaltabiliyor.

İki musluk birlikte havuzu t saatte doldurabiliyorsa

$$\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) \cdot t = 1 \text{ dir.}$$

Örnek 65

Bir işi; Ali 12 günde, Mehmet 36 günde bitirebiliyor.

Buna göre, ikisi birlikte aynı işi kaç günde bitirebilirler?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

Çözüm

İşi ikisi birlikte t günde bitirsinler :

$$\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{36}\right) \cdot t = 1$$

$$\frac{4}{36} \cdot t = 1$$

$$t = \frac{36}{4}$$

$$t = 9 \text{ dur.}$$

Cevap D

Örnek 66

Üç işçi bir işin tamamını birlikte 8 günde yapabiliyor.

Aynı işi birinci işçi 48 günde, ikinci işçi 16 günde yapabiliyorsa, üçüncü işçi tek başına bu işi kaç günde yapabilir?

A) 12 B) 20 C) 24 D) 26 E) 30

Çözüm

Üçüncü işçi işin tamamını x günde bitirsin.

$$\frac{1}{48} + \frac{1}{16} + \frac{1}{x} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1+3}{48} + \frac{1}{x} = \frac{6}{48}$$

$$\frac{4}{48} + \frac{1}{x} = \frac{6}{48}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{6}{48} - \frac{4}{48}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{2}{48}$$

$$x = \frac{48}{2}$$

$$x = 24 \text{ tür.}$$

Cevap C

Örnek 67

Ahmet bir işi x günde, Mehmet ise aynı işi $\frac{x}{2}$ günde bitirebilmektedir.

İkisi birlikte aynı işi 2 günde bitirdiklerine göre, x kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

Çözüm

Verilenleri göre,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{x}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{2}{x} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{x} = \frac{1}{2}$$

$$x = 2 \cdot 3$$

$$x = 6 \text{ dir.}$$

Cevap B

Örnek 68

Bir işi Ali 18 günde, Veli 24 günde bitirebiliyor.

Ali ile Veli birlikte 8 gün çalıştıklarında işin kaçta kaçı kalır?

- A) $\frac{7}{9}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{5}{9}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{9}$

Çözüm

Bir günde Ali işin : $\frac{1}{18}$ ini, Veli işin : $\frac{1}{24}$ ünü, yapar.

Bir günde, birlikte işin : $\frac{1}{18} + \frac{1}{24}$ ünü yaparlar.

8 günde, birlikte işin : $8 \cdot \left(\frac{1}{18} + \frac{1}{24} \right) = 8 \cdot \frac{7}{72} = \frac{7}{9}$ unu yaparlar.

Buna göre, işin : $1 - \frac{7}{9} = \frac{2}{9}$ u kalır.

Cevap E

Örnek 69

Berna bir halıyı x günde, Leyla aynı halıyı $\frac{3x}{5}$ günde dokuyor.

İkisi birlikte aynı halıyı 15 günde dokuyup bitirdiklerinde, Berna halının kaçta kaçını dokumuştur?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{3}{4}$

Çözüm

Verilenlere göre,

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{3x}{5}} \right) \cdot 15 = 1$$

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{5}{3x} \right) \cdot 15 = 1$$

$$\frac{8}{3x} \cdot 15 = 1$$

$$x = 40 \text{ olur.}$$

Berna bir günde halının $\frac{1}{40}$ ini dokuduğuna göre 15 günde :

$$15 \cdot \frac{1}{40} = \frac{3}{8} \text{ ini dokumuş olur.}$$

Cevap B

Örnek 70

Bir işi, M işçisi ile N işçisi 30 saatte; M işçisi ile P işçisi 40 saatte; N işçisi ile P işçisi de 60 saatte yapabiliyorlar.

Buna göre, M işçisi bu işin tamamını tek başına kaç saatte yapabilir?

- A) 30 B) 32 C) 34 D) 36 E) 48

Çözüm

Bu işi,

M işçisi tek başına m saatte,

N işçisi tek başına n saatte,

P işçisi tek başına p saatte yapsın.

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{30} \dots (1)$$

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{p} = \frac{1}{40} \dots (2)$$

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{p} = \frac{1}{60} \dots (3)$$

Bu üç denklem, taraf tarafa toplanırsa,

$$2 \cdot \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{1}{p} \right) = \frac{9}{120}$$

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{1}{p} = \frac{9}{240} \dots (4) \text{ olur.}$$

(4) denkleminde (3) denklemini çıkarılırsa p bulunur.

$$\frac{1}{m} = \frac{9}{240} - \frac{1}{60}$$

$$\frac{1}{m} = \frac{5}{240}$$

$$m = 48$$

Cevap E

Örnek 71

Vilma ile Belma bir işi birlikte 12 günde yapıyorlar.

Vilma 3 gün, Belma 2 gün çalışırsa bu işin $\frac{1}{5}$ ini bitiriyorlar.

Vilma tek başına bu işin tamamını kaç günde bitirebilir?

- A) 30 B) 25 C) 20 D) 12 E) 10

Çözüm

Bu işi tek başına Vilma v günde, Belma b günde yapsın.

$$\frac{1}{v} + \frac{1}{b} = \frac{1}{12} \dots (1)$$

$$\frac{3}{v} + \frac{2}{b} = \frac{1}{5} \dots (2)$$

$$\begin{array}{r}
 -\frac{2}{v} - \frac{2}{b} = -\frac{2}{12} \\
 \frac{3}{v} + \frac{2}{b} = \frac{1}{5} \\
 \hline
 \frac{1}{v} = \frac{1}{5} - \frac{2}{24} \\
 \frac{1}{v} = \frac{1}{30} \\
 v = 30 \text{ dur.}
 \end{array}$$

Cevap A

Örnek 72

Bir işi, Esra 8 günde ve Gizem 24 günde bitirebiliyor. İkisi birlikte 4 gün çalıştıktan sonra Esra işten ayrılıyor.

Geriyeye kalan işi Gizem kaç günde bitirebilir?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

Çözüm

Gizem kalan işi x günde bitirsin.

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{24}\right) \cdot 4 + \frac{1}{24} \cdot x &= 1 \\
 \frac{4}{24} \cdot 4 + \frac{1}{24} \cdot x &= 1 \\
 \frac{1}{24} \cdot x &= 1 - \frac{16}{24} \\
 \frac{1}{24} \cdot x &= \frac{8}{24} \\
 x &= 8
 \end{aligned}$$

Cevap C

Örnek 73

Boş bir havuzu tek başına iki musluktan biri 8 saatte diğeri 10 saatte doldurabiliyor. Aynı havuz, doluyken üçüncü bir musluk 40 saatte boşaltabilmektedir.

Buna göre, üç musluk birlikte açıldığında havuz kaç saatte dolar?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

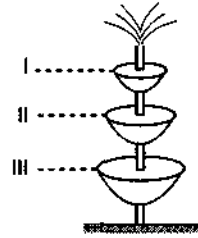
Çözüm

Üç musluk birlikte açıldıktan x saat sonra havuz dolsun.

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{10} - \frac{1}{40} = \frac{1}{x}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{5+4-1}{40} \cdot x &= 1 \\
 \frac{8}{40} \cdot x &= 1 \\
 \frac{1}{5} \cdot x &= 1 \\
 x &= 5 \text{ tir.}
 \end{aligned}$$

Cevap B

Örnek 74

Şekildeki I. havuz fıski-yeden akan, diğeri de üstteki havuzdan taşan su ile dolmaktadır. Havuzların hacmi sırasıyla 2V, 3V ve 6V dir.

I. havuz 2 saatte dolduğuna göre, fıski-yeden 10 saat su aktığıında III. havuzun kaçta kaçta dolmuştur?

- A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

Çözüm

2V hacimli havuz 2 saatte doluyorsa,

3V hacimli havuz 3 saatte,

6V hacimli havuz 6 saatte dolar.

I. ve II. havuz 2 + 3 = 5 saatte dolar.

Fıski-yeden 5 saat daha su akacağına göre,

III. havuzun 6 saatte tamamı dolduğuna göre,

5 saatte $\frac{5}{6}$ sı dolar.

Cevap A

Örnek 75

Hacmi v litre olan bir havuza dakikada a litre su akmaktadır.

Havuzun yarısının kaç dakikada dolacağını gösteren ifade aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{v}{a}$ B) $\frac{a}{v}$ C) $\frac{v}{3a}$ D) $\frac{v}{2a}$ E) $\frac{3a}{v}$

Çözüm

Dakikada a litre su aktığına göre hacmi v litre olan

havuzun yarısı, $\frac{v}{2} = \frac{v}{2a}$ dakikada dolar.

Cevap D

Örnek 76

Biri diğerinin 3 katı hızla su akıtan iki musluk birlikte bir havuzu 9 saatte doldurdularına göre, aynı havuzu daha fazla su akıtan musluk tek başına kaç saatte doldurabilir?

A) 34 B) 36 C) 24 D) 20 E) 12

Çözüm

Az su akıtan musluk bu havuzu x saatte doldurursa hızlı su akıtan musluk $\frac{x}{3}$ saatte doldurur.

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{x}{3}} \right) \cdot 9 = 1$$

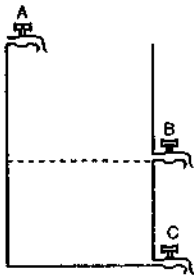
$$\frac{4}{x} \cdot 9 = 1$$

$$x = 36 \dots (\star)$$

Buna göre, hızlı su akıtan musluk bu havuzu $\frac{36}{3} = 12$ saatte doldurur.

Cevap E

Örnek 77



Havuzun $\frac{2}{3}$ ünde bulunan B musluğu dolu havuzu kendi seviyesine tek başına 6 saatte getirebiliyor. A musluğu boş havuzu tek başına 3 saatte doldurabiliyor. C musluğu ise dolu havuzu tek başına 5 saatte boşaltabiliyor.

Buna göre, üç musluk aynı anda açılırsa boş havuz kaç saatte dolar?

A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

Çözüm

Havuzun $\frac{2}{3}$ ü t_1 saatte dolsun.

Havuzun $\frac{2}{3}$ ü doluncaya kadar B musluğu faaliyete girmez.

Buna göre,

$$\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) \cdot t_1 = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{15} \cdot t_1 = \frac{2}{3}$$

$$t_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{15}{2}$$

$$t_1 = 5 \dots (\star)$$

Havuzun kalan $\frac{1}{3}$ lük kısmı t_2 saatte dolsun.

B musluğu havuzun $\frac{2}{3}$ ünü 6 saatte boşaltabiliyorsa tamamını $6 \cdot \frac{3}{2} = 9$ saatte boşaltabilecek kapasitededir. Havuzun $\frac{2}{3}$ ü dolunca, B musluğu da devreye girecektir.

$$\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{9} - \frac{1}{5} \right) \cdot t_2 = \frac{1}{3}$$

$$t_2 = \frac{1}{3} \cdot 45$$

$$t_2 = 15 \dots (\star\star)$$

Havuzun tamamı : $t_1 + t_2 = 5 + 15 = 20$ saatte dolar.

Cevap D

Örnek 78

A musluğundan, birim zamanda akan su miktar B musluğundan birim zamanda akan su miktarının 4 katıdır.

Bu iki musluk bir havuzu birlikte 16 saatte doldurabildiğine göre, A musluğu bu havuzu tek başına kaç saatte doldurabilir?

A) 20 B) 30 C) 40 D) 60 E) 80

Çözüm

A'nın birim zamanda aktığı su miktar : $4x$ ise,

B'nin birim zamanda aktığı su miktar : x tir.

Akan su miktarı ile doldurma süresi ters orantılıdır.

O halde, havuzu A musluğu a saatte dolduruyorsa, B musluğu $4a$ saatte doldurur. Buna göre,

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{4a} \right) \cdot 16 = 1$$

$$\frac{5}{4a} \cdot 16 = 1$$

$$a = 20 \text{ dir.}$$

Cevap A

F. HAREKET PROBLEMLERİ

Alınan yol = (Hareketlinin hızı) × (Yol alma süresi)

$$x = v \cdot t$$

v : hareketlinin hızı

x : hareketlinin v hızıyla t sürede aldığı yol

t : hareketlinin v hızıyla x yolunu alma süresi

Ortalama hız :

$$\text{Ortalama hız} = \frac{\text{Toplam yol}}{\text{Toplam zaman}}$$

Örnek 79

Aralarında 630 km uzaklık bulunan iki hareketliden biri saatte 40 km hızla, diğeri saatte 50 km hızla birbirlerine doğru aynı anda harekete geçiyorlar.

Buna göre, bu iki araç kaç saat sonra karşılaşırlar?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm



Hareketliler, hareket ettikten t saat sonra karşılaşırlar.

$v_1 = 40$ km / sa hız yapan hareketli x_1 km yolu,

$v_2 = 50$ km / sa hız yapan hareketli x_2 km yolu t saatte alarak K noktasında karşılaşırlar.

(Yol = Hız . Zaman, $x = v \cdot t$ olduğu için)

$$\begin{array}{rcl} x_1 & = & v_1 \cdot t = 40t \\ + & & x_2 = v_2 \cdot t = 50t \\ \hline x_1 + x_2 & = & 40t + 50t \end{array}$$

$$630 = 90t$$

$$t = \frac{630}{90}$$

$$t = 7 \text{ dir.}$$

Cevap E

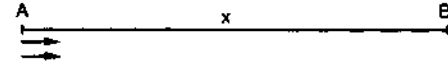
Örnek 80

A şehriden B şehrine gitmek için aynı anda hareket eden iki hareketliden biri saatte 25 km diğeri saatte 40 km yol alıyor.

Bu hareketlilerin hızlı olanı 3 saat önce B şehrine ulaştığına göre, A ile B arası kaç km dir?

- A) 180 B) 190 C) 200 D) 210 E) 220

Çözüm



$$v_1 = 25, t + 3$$

$$v_2 = 40, t$$

A ile B arası x km olsun. $v_2 = 40$ km/sa hızla yol alan hareketli t saatte B şehrine ulaşırsa, $v_1 = 25$ km/sa hızla yol alan hareketli $t + 3$ saatte B şehrine ulaşır. Buna göre,

$$x = 25(t + 3) \dots (1)$$

$$x = 40 \cdot t \dots (2) \text{ olur.}$$

Bu iki denklem birlikte çözülürse,

$$25(t + 3) = 40t$$

$$25t + 75 = 40t$$

$$15t = 75$$

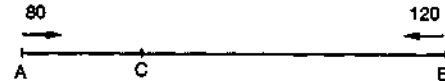
$$t = 5 \dots (\star) \text{ olur.}$$

Buradan, $x = 40 \cdot t = 40 \cdot 5 = 200$ km bulunur.

Cevap C

Örnek 81

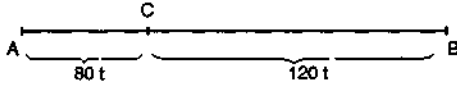
Hızı saatte 80 km olan bir hareketli A noktasından, hızı saatte 120 km olan diğeri bir hareketli B noktasından birbirlerine doğru aynı anda hareket ediyorlar ve C noktasında karşılaşıyorlar.



A dan hareket eden, karşılaştıklarından 3 saat sonra B noktasına vardığına göre, AB arası kaç km dir?

- A) 600 B) 520 C) 480 D) 400 E) 360

Çözüm



Hareketliler t saat sonra karşılaşırlar.

Buna göre, $|AC| = 80 \cdot t$... (1)

$|BC| = 120 \cdot t$... (2) olur.

Hızı saatte 80 km olan hareketli karşılaştıktan sonra $|BC|$ yolunu 3 saatte aldığına göre,

$$3 \cdot 80 = 120 \cdot t$$

$$t = 2 \text{ ... } (\star) \text{ olur.}$$

Buna göre,

$$|AB| = 80 \cdot t + 120 \cdot t = 200 \cdot t = 200 \cdot 2 = 400 \text{ km dir.}$$

Cevap D

Örnek 82

Hızları sırasıyla $v_1, v_2, (v_1 - v_2)$ olan üç taşıttan birincinin t saatte aldığı yol a, ikincinin $\frac{t}{2}$ saatte

aldığı yol b olduğuna göre, üçüncünün t saatte aldığı yol aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a}{2} + b$ B) $2a - b$ C) $a + \frac{b}{2}$ D) $a - \frac{b}{2}$ E) $a - 2b$

Çözüm

Hızı v_1 olan taşıttın t saatte aldığı yol a ise,

$$a = v_1 t \text{ ... } (\star) \text{ dir.}$$

Hızı v_2 olan taşıttın $\frac{t}{2}$ saatte aldığı yol b ise,

$$b = v_2 \cdot \frac{t}{2}$$

$$2b = v_2 \cdot t \text{ ... } (\star\star) \text{ dir.}$$

Hızı $v_1 - v_2$ olan t saatte aldığı yol :

$$(v_1 - v_2) \cdot t = v_1 t - v_2 t = a - 2b \text{ dir.} \quad \text{Cevap E}$$

Örnek 83

600 km lik yolun bir kısmı toprak, bir kısmı asfaltdır. Bu yolda gidecek olan bir aracın topraktaki ortalama hızı 60 km/saat ve asfaltdaki ortalama hızı 90 km/saat-tir.

Araç yolun tamamını 8 saatte aldığına göre, yolun asfalt kısmını kaç saatte gider?

- A) 3,5 B) 4 C) 4,5 D) 5 E) 5,5

Çözüm

Araç yolun asfalt kısmını t saatte giderse toprak kısmını $8 - t$ saatte gider.

Buna göre,

$$60 \cdot (8 - t) + 90 \cdot t = 600$$

$$6 \cdot (8 - t) + 9 \cdot t = 60$$

$$2 \cdot (8 - t) + 3t = 20$$

$$16 - 2 \cdot t + 3 \cdot t = 20$$

$$16 + t = 20$$

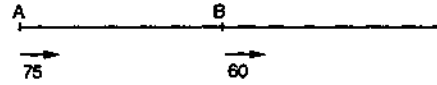
$$t = 20 - 16$$

$$t = 4 \text{ tür.}$$

O halde, araç yolun asfalt kısmını 4 saatte gider.

Cevap B

Örnek 84

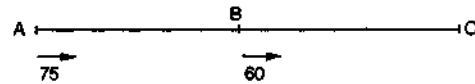


İki otomobil A ve B noktalarından aynı anda ve aynı yönde hareket ediyorlar. A dan hareket edenin hızı 75 km/saat, diğerininki 60 km/saatdir.

A dan hareket eden, 5 saat sonra diğerine yetiştiğine göre, A ile B arası kaç km dir?

- A) 75 B) 150 C) 200 D) 300 E) 375

Çözüm



A dan hareket eden otomobil aynı anda B den hareket eden otomobile 5 saat sonra C de yetişsin.

Bu durumda,

$$|AC| = 75 \cdot 5 = 375 \text{ ... (1)}$$

$$|BC| = 60 \cdot 5 = 300 \text{ ... (2) olur.}$$

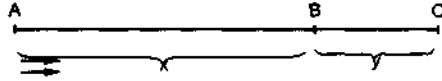
$$|AB| = |AC| - |BC|$$

$$= 375 - 300$$

$$= 75 \text{ km dir.}$$

Cevap A

Örnek 85

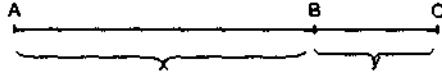


Aynı anda A dan kalkan iki arabadan biri A dan B ye saatte 40, B den C ye saatte 60 km hızla gidiyor. Bu arabalardan ikincisi ise A dan B ye saatte 60 km, B den C ye saatte 40 km hızla gidiyor.

Arabalardan biri C ye ötekinden 1 saat önce vardığına göre, $|x - y|$ kaç km dir?

- A) 180 B) 150 C) 120 D) 90 E) 60

Çözüm



Zaman = $\frac{\text{Yol}}{\text{Hız}}$ olduğu için bu yolu, birinci araba

$\frac{x}{40} + \frac{y}{60}$ saatte ikinci araba $\frac{x}{60} + \frac{y}{40}$ saatte alır.

Hareketlilerin biri diğerinden 1 saat önce vardığına göre,

$$\left(\frac{x}{40} + \frac{y}{60}\right) - \left(\frac{x}{60} + \frac{y}{40}\right) = 1$$

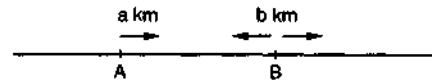
$$\frac{3x + 2y - 2x - 3y}{120} = 1$$

$$x - y = 120$$

$$|x - y| = 120 \text{ bulunur.}$$

Cevap C

Örnek 86

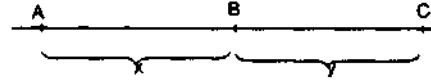


Hızı saatte a km olan bir hareketli A kentinden, hızı saatte b km olan diğer bir hareketli B kentinden aynı anda birbirlerine doğru hareket ederlerse 2 saat sonra karşılaşıyorlar. $a > b$ dir.

İki hareketli aynı koşullarla aynı anda, aynı yönde hareket etselerdi kaç saat sonra A kentinden hareket eden diğerine yetişecekti?

- A) $\frac{2(a-b)}{a+b}$ B) $\frac{2(a+b)}{a-b}$ C) $\frac{a+b}{2(a-b)}$
D) $\frac{a-b}{a+b}$ E) $\frac{a+b}{a-b}$

Çözüm



Hareketliler birbirine doğru hareket ettiklerinde 2 saat sonra karşılaştıklarına göre,

$$|AB| = 2a + 2b = 2(a + b)$$

$a > b$ olmak üzere aynı yönde hareket ettiklerinde t saat sonra, hızı a olan hızı b olana C de ulaşsın.

Bu durumda,

$$\begin{aligned} |AC| &= at \\ |BC| &= bt \\ |AB| + |BC| &= at \\ |BC| &= bt \\ \hline |AB| &= (a-b)t \\ 2(a+b) &= (a-b)t \\ t &= \frac{2(a+b)}{a-b} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Cevap B

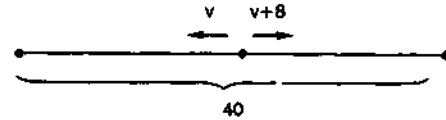
Örnek 87

Hızları farkı 8 km/saat olan iki bisikletli, aynı noktadan, aynı anda, zıt yönde hareket ediyorlar.

Hareketlerinde 1 saat sonra aralarındaki uzaklık 40 km olduğuna göre, daha yavaş giden bisikletlinin hızı kaç km/saattir?

- A) 8 B) 10 C) 14 D) 16 E) 20

Çözüm



Yavaş giden bisikletlinin hızı v km/saat ise,

Hızlı giden bisikletlinin hızı v + 8 km/saat olur.

1 saatte alınan toplam yol 40 km olduğuna göre,

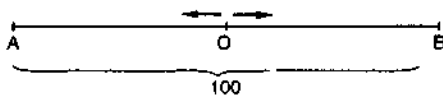
$$1 \cdot v + 1 \cdot (v + 8) = 40$$

$$v + v + 8 = 40$$

$$v = 16 \text{ km/sa dir.}$$

Cevap D

Örnek 88

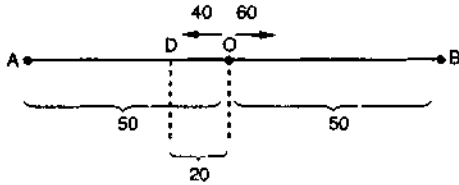


Birbirinden 100 km uzakta olan A ve B duraklarının orta noktası olan O dan aynı anda ve ters yönde iki araç hareket ediyor. Araçların saatteki hızları sırasıyla 60 km ve 40 km dir.

İki araç A ve B arasında, durmaksızın tur yaptıklarına göre, ilk karşılaşmaları O dan kaç km uzakta olur?

- A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

Çözüm



(I. Yol)

Hareketliler ilk kez D noktasında karşılaşırlar. Hareketliler karşılaşma anına kadar toplam 200 km yol alırlar.

Hareketliler 1 saatte toplam

$$40 \text{ km} + 60 \text{ km} = 100 \text{ km}$$

yol aldığı için karşılaşmaları

$$\frac{200}{100} = 2 \text{ saat sonra gerçekleşir.}$$

2 saat sonra, hızı 40 km olan hareketli,

$$2 \cdot 40 = 80 \text{ km}$$

yol aldıktan sonra hızı saatte 60 km olan hareketli ile D noktasında karşılaşırlar.

$$|OA| = 50 \text{ km}$$

olduğu için, $|AD| = 30 \text{ km}$ olmalıdır ki hızı saatte 40 km olan hareketli 2 saatte 80 km yol almış olsun.

$$|OA| = |AD| + |DO|$$

$$50 = 30 + |DO|$$

$$|DO| = 20 \text{ km olur.}$$

(II. Yol)

İlk karşılaşma D noktasında olsun.

Birinci aracın aldığı yol :

$$50 + |AD|$$

İkinci aracın aldığı yol :

$$50 + 50 + |OD|$$

Karşılaştıklarında iki araç eşit süre yol aldıklarına göre,

$$\frac{50 + |AD|}{40} = \frac{50 + 50 + |OD|}{60}$$

$$3(50 + |AD|) = 2(100 + |OD|)$$

$$150 + 3|AD| = 200 + 2|OD|$$

$$3|AD| - 2|OD| = 50 \text{ km ... (1)}$$

$$|AD| + |DO| = 50 \text{ km ... (2)}$$

$$3|AD| - 2|OD| = 50$$

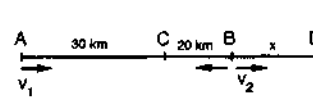
$$+ -3|AD| - 3|DO| = -150$$

$$-5|DO| = -100$$

$$|DO| = 20 \text{ km dir.}$$

Cevap D

Örnek 89



$$|AC| = 30 \text{ km}$$

$$|CB| = 20 \text{ km}$$

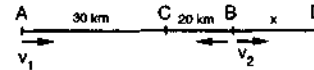
$$|BD| = x \text{ km}$$

Şekilde gösterilen A ve B noktalarından aynı anda hareket eden iki araç birbirine doğru gittiklerinde C de, aynı yönde gittiklerinde ise D de buluşuyorlar.

Buna göre, x kaç km dir?

- A) 60 B) 70 C) 80 D) 90 E) 100

Çözüm



v_1 hızına sahip olan hareketli A dan

v_2 hızına sahip olan hareketli B den

aynı anda hareket ettikten t saat sonra C de karşılaşırlar.

$$\left. \begin{aligned} 30 &= v_1 \cdot t \\ 20 &= v_2 \cdot t \end{aligned} \right\} \text{ ise } \frac{v_1}{v_2} = \frac{3}{2} \text{ ... (1)}$$

Hareketliler aynı yönde a saat yol aldıktan sonra D de buluşsunlar.

$$\left. \begin{array}{l} 50 + x = v_1 \cdot a \\ x = v_2 \cdot a \end{array} \right\} \text{ ise } \frac{50+x}{x} = \frac{v_1}{v_2} \dots (2)$$

(1) ve (2) denklemlerinden,

$$\frac{50+x}{x} = \frac{3}{2}$$

$$100 + 2x = 3x$$

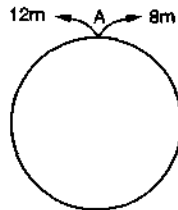
$$100 = 3x - 2x$$

$$x = 100 \text{ bulunur.}$$

Cevap E

Örnek 90

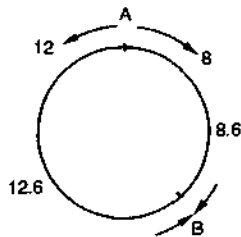
Hızları dakikada 12 metre ve 8 metre olan iki hareketli, çember üzerindeki A noktasından aynı anda, ters yönde hareket ettikten 6 dakika sonra karşılaşıyorlar.



Hareketlilerden hızlı olanı karşılaştıktan kaç dakika sonra A ya ulaşır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

Çözüm



6 dakikada, hızı 12 m olan hareketli : $12 \cdot 6 = 72$ m

hızı 8 m olan hareketli : $8 \cdot 6 = 48$ m yol aldıktan sonra B noktasında karşılaşırlar.

Buna göre, hızı dakikada 12 m olan hareketli 48 m yolu, karşılaştıktan $\frac{48}{12} = 4$ dakika sonra tamamlayarak A ya ulaşır.

Cevap B

Örnek 91

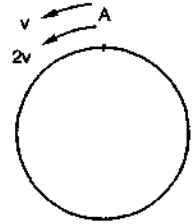
Birinin hızı öbürünün hızının 2 katı olan iki koşucu, bir çembersel pistin başlangıç noktasından, aynı anda koşmaya başlıyorlar.

Bu iki koşucu, ilk kez aynı anda pistin başlangıç noktasına geldiklerinde hızı daha fazla olan koşucu kaç tur yapmış olur?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

Çözüm

Hızı v olan koşucu 1 tur tamamlayarak A noktasına ulaştığında, hızı $2v$ olan koşucu 2 tur tamamlayarak A noktasına ulaşır.



Cevap A

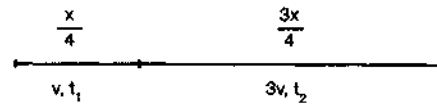
Örnek 92

Bir hareketli, gideceği yolun dörtte birini gittikten sonra hızını 3 katına çıkarıyor. Böylece yolu 12 saatte tamamlıyor.

Buna göre, bu hareketli yolun dörtte birlik ilk kısmını kaç saatte tamamlamıştır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm



x km yolun dörtte biri v km/sa hızla t_1 saatte ve dörtte üçü $3v$ km/sa hızla t_2 saatte alınsın.

Buna göre,

$$\frac{x}{4} = v \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{x}{4v} \dots (\star)$$

$$\frac{3x}{4} = 3v \cdot t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{x}{4v} \dots (\star\star)$$

($\star$) ve ($\star\star$) den $t_1 = t_2$ dir.

$$t_1 + t_2 = 12$$

$$t_1 + t_1 = 12$$

$$t_1 = 6 \text{ dir.}$$

Cevap C

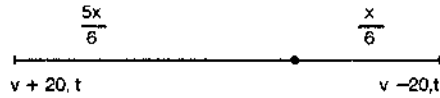
Örnek 93

Birbirine doğru hareket eden eşit hızlı iki hareketliden biri kendi doğrultusunda 20 km/sa hızla esen rüzgarın da yardımıyla yolun $\frac{5}{6}$ sını aldıktan sonra diğer hareketliyle karşılaşıyor.

Buna göre, hareketlilerden birinin hızı kaç km/sa dır?

- A) 20 B) 25 C) 26 D) 28 E) 30

Çözüm



Rüzgarın hızı 20 km/sa ve hareketlilerin hızları v ise rüzgar doğrultusunda ilerleyen hareketli saatte,

$$v + 20 \text{ km}$$

rüzgar doğrultusunda zıt yönde ilerleyen hareketli saatte

$$v - 20 \text{ km}$$

yol olarak t saat sonra karşılaşırlar. Buna göre;

$$\frac{5x}{6} = (v + 20) \cdot t \dots (\star)$$

$$\frac{x}{6} = (v - 20) \cdot t \dots (\star\star)$$

Bu iki denklem taraf tarafa bölünürse;

$$\frac{\frac{5x}{6}}{\frac{x}{6}} = \frac{(v + 20)t}{(v - 20)t}$$

$$\frac{5x}{6} \cdot \frac{6}{x} = \frac{v + 20}{v - 20}$$

$$5 = \frac{v + 20}{v - 20}$$

$$5 \cdot (v - 20) = v + 20$$

$$5v - 100 = v + 20$$

$$5v - v = 100 + 20$$

$$4v = 120$$

$$v = \frac{120}{4}$$

$$v = 30 \text{ km/sa dır.}$$

Cevap E

Örnek 94

Hızı saatte 30 km olan bir tren kendi uzunluğundaki bir tüneli 0,6 dakika geçiyor.

Buna göre, trenin uzunluğu kaç metredir?

- A) 100 B) 150 C) 160 D) 165 E) 170

Çözüm



Trenin uzunluğu ve tünelin uzunluğu x km olsun.

Trenin, tüneli geçmesi için $x + x = 2x$ km yol alması gerekir.

Trenin 0,6 dakika = $\frac{0,6}{60}$ saatte aldığı yol : $x + x$ km dir.

$$\text{Yol} = (\text{Hız}) \cdot (\text{Zaman})$$

$$2x = 30 \cdot \frac{0,6}{60}$$

$$2x = 30 \cdot \frac{6}{600}$$

$$2x = \frac{30}{100}$$

$$2x = \frac{3}{10}$$

$$x = \frac{3}{20} \text{ km}$$

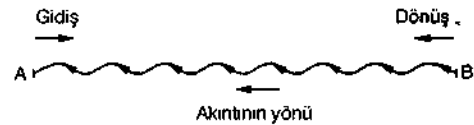
$$= \frac{3}{20} \cdot 1000 \text{ metre}$$

$$= 150 \text{ metredir.}$$

Cevap B

Örnek 95

Bir yüzücü 44 m'da hızla toplam 11 dakika tehlikesiz yüzebiliyor.



Bu yüzücü hızı 4 m'da olan akıntıya karşı A dan B ye gidip döndüğüne göre, AB yolu en fazla kaç metredir?

- A) 120 B) 240 C) 480 D) 360 E) 720

Çözüm

Yüzücü, hızı 4 m/s olan akıntıya karşı yüzerek t_1 dakikada B ye ulaşsın.

$$\text{Zaman} = \frac{\text{Yol}}{\text{Hız}}$$

$$t_1 = \frac{|AB|}{44 - 4}$$

$$t_1 = \frac{|AB|}{40} \dots (1)$$

Yüzücü, hızı 4 m/s olan akıntıya da arkasına alarak t_2 dakikada B den A ya ulaşsın.

$$t_2 = \frac{|BA|}{44 + 4}$$

$$t_2 = \frac{|BA|}{48} \dots (2)$$

$$t_1 + t_2 = 11 \dots (3)$$

(1) deki eşitlikle (2) deki eşitlik taraf tarafa toplanıp (3) deki $t_1 + t_2$ nin değeri yerine yazılırsa,

$$\frac{|AB|}{40} + \frac{|AB|}{48} = 11$$

$$\frac{11 \cdot |AB|}{240} = 11$$

$$|AB| = 240 \text{ m dir.}$$

Cevap B

Örnek 96

Bir araç K kentinden M kentine saatte 42 km hızla gitmiş ve saatte v km hızla dönmüştür.

Bu gidiş dönüşte aracın ortalama hızı saatte 48 km olduğuna göre, v kaçtır?

- A) 49 B) 50 C) 51 D) 54 E) 56

Çözüm

Araç x km yolu saatte 42 km hızla $\frac{x}{42}$ saatte gider.

x km yolu saatte v km hızla $\frac{x}{v}$ saatte döner.

$$\text{Ortalama hız} = \frac{\text{Toplam yol}}{\text{Toplam zaman}}$$

$$48 = \frac{x + x}{\frac{x}{42} + \frac{x}{v}}$$

$$48 = \frac{2}{\frac{1}{42} + \frac{1}{v}}$$

$$\frac{1}{42} + \frac{1}{v} = \frac{2}{48}$$

$$\frac{1}{v} = \frac{3}{168}$$

$$v = 56$$

Cevap E

Örnek 97

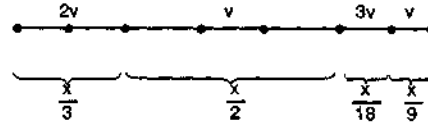
Bir araç; bir yolun $\frac{1}{3}$ ünü $2v$ km/sa hızla, $\frac{1}{2}$ sini

v km/sa hızla, geriye kalan yolun $\frac{1}{3}$ ünü $3v$ km/sa

hızla, son kalan yolu da v km/sa hızla alıyor.

Buna göre, bu aracın bu yoldaki ortalama hızı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{50v}{41}$ B) $\frac{54v}{43}$ C) $\frac{55v}{44}$ D) $\frac{56v}{45}$ E) $\frac{57v}{46}$

Çözüm

Yolun tamamı x km olsun.

Yolun $\frac{1}{3}$ ü ve $\frac{1}{2}$ si alındıktan sonra

$$1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{6}$$

olduğu için $\frac{1}{6}$ sı kalır.

Kalan yolun $\frac{1}{3}$ ü bütün yolun $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$ idir.

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{18} = \frac{1}{9}$$

olduğu için son kalan yol bütün yolun $\frac{1}{9}$ udur.

$$\text{Zaman} = \frac{\text{Yol}}{\text{Hız}}$$

olduğuna göre,

$$v_{\text{ort}} = \frac{\text{Toplam yol}}{\text{Toplam zaman}}$$

$$= \frac{\frac{x}{3} + \frac{x}{2} + \frac{x}{18} + \frac{x}{9}}{\frac{x}{2v} + \frac{x}{v} + \frac{x}{3v} + \frac{x}{v}}$$

$$= \frac{x}{\frac{x}{6v} + \frac{x}{2v} + \frac{x}{54v} + \frac{x}{9v}}$$

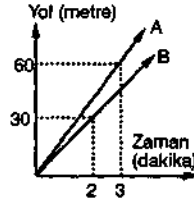
$$= \frac{x}{43x} \\ = \frac{54v}{43} \text{ olur.}$$

Cevap B

Örnek 98

Sabit hızla giden A ve B hareketlilerinin yol-zaman grafiği yandaki gibidir.

Bu iki hareketli, çevre uzunluğu 30 metre olan dairesel bir pistte aynı noktadan, aynı anda ve aynı yönde, grafikteki hızlarıyla hareket etseler hareketlerinden kaç dakika sonra ilk kez yan yana gelirler?



- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

Çözüm

A hareketlisi 3 dakikada 60 metre yol aldığına göre, 1 dakikada 20 metre yol alır. B hareketlisi 2 dakikada 30 metre yol aldığına göre, 1 dakikada 15 metre yol alır. İki hareketlinin dairesel bir pist etrafında aynı anda ve aynı yönde, harekete başladıktan sonra ilk kez yan yana gelmesi için, hızlı olan hareketlinin bir tur bindirmesi gerekir.

Pistin çevresi 30 metre olduğuna göre, hareketliler, $\frac{30}{20 - 15} = 6$ dakika sonra yanyana gelirler.

Cevap B

Örnek 99

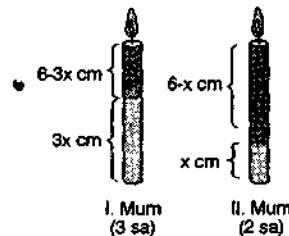
Uzunlukları aynı olan iki mum aynı anda yanmaya başladığında, biri 2 saatte, diğeri 3 saatte tamamıyla yanarak bitmektedir.

Bu iki mum aynı anda yakıldıktan kaç saat sonra, birinin boyu diğerrinin boyunun $\frac{1}{3}$ ü olur?

- A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{6}{7}$ C) $\frac{10}{7}$ D) $\frac{12}{7}$ E) $\frac{13}{7}$

Çözüm

Mumların uzunlukları 6 şar cm olsun. Aynı anda yanmaya başladıktan t saat sonra II. mumun uzunluğu x cm ve I. mumun uzunluğu 3x cm olsun.



I. mumun yanma hızı : $\frac{6}{3} = 2 \text{ cm / sa}$

II. mumun yanma hızı : $\frac{6}{2} = 3 \text{ cm / sa}$

olur.

Şu halde, $6 - 3x = 2 \cdot t \dots (1)$

$6 - x = 3 \cdot t \dots (2) \text{ dir.}$

(1) deki denklem ile (2) deki denklemin ortak çözümünden $t = \frac{12}{7}$ bulunur.

Cevap D

Örnek 100

A ve B kentleri arasındaki yolun $\frac{1}{3}$ ünde onarım yapılmaktadır. Yolun düzgün kısmında saatte v km hızla giden bir araç, onarım olan kısmında saatte $\frac{v}{4}$ km hızla gitmiştir.

Bu koşullarda A ve B kentleri arasındaki yolun tamamını 12 saatte giden bu araç, onarım yapılan kısmı kaç saatte gitmiştir?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

Çözüm

Yolun tamamı x km olsun.

Araç, onarım yapılan kısmı t saatte gitsin.

Bu durumda düzgün kısım $12 - t$ saatte gidilir.

Verilenlere göre,

$$\frac{2x}{3} = (12 - t) \cdot v \dots (1)$$

$$\frac{x}{3} = t \cdot \frac{v}{4} \text{ olur.} \dots (2)$$

Bu iki denklem taraf tarafa bölünerek sonuca gidilir.

$$\frac{\frac{2x}{3}}{\frac{x}{3}} = \frac{(12 - t) \cdot v}{t \cdot \frac{v}{4}}$$

$$2 = \frac{4(12 - t)}{t}$$

$$2t = 4(12 - t)$$

$$t = 8 \text{ olur.}$$

Cevap D

G. YÜZDE PROBLEMLERİ

Yüzde problemleri üç temel problemin biri ya da birkaçının çözümüyle ilgilidir.

Bu problemler orantı yoluyla da çözülebilir.

UYARI :

$$\%12 = \frac{12}{100} = 0,12$$

Örnek 101

- a. 400 ün % 12 si kaçtır?
b. Hangi sayının %12 si 60 dır?
c. 600 ün yüzde kaç 48 dir?

Çözüm

İstenen sayı x olsun.

a. (I. Yol)

$$400 \cdot \frac{12}{100} = 48 \text{ dir.}$$

(II. Yol)

%100 ü 400 ise

%12 x dir.

$$\text{D.O} \quad 100 \cdot x = 12 \cdot 400$$

$$x = 48 \text{ dir.}$$

b. (I. Yol)

$$x \cdot \frac{12}{100} = 60$$

$$x = 500 \text{ dür.}$$

(II. Yol)

%12 si 60 ise

%100 ü x

$$\text{D.O} \quad 12 \cdot x = 60 \cdot 100$$

$$x = 500 \text{ dür}$$

c. (I. yol)

$$600 \cdot \frac{x}{100} = 48$$

$$x = 8 \text{ dir.}$$

(II. Yol)

% 100 ü 600 ise

% x i 48 dir

$$\text{D.O} \quad 100 \cdot 48 = x \cdot 600$$

$$8 = x \text{ dir.}$$

Örnek 102

Bir lastik, çekilip uzatıldığında boyu % 110 artıyor.

Buna göre, çekilmiş halde 0,63 metre olan lastiğin çekilmeden önceki boyu kaç metredir?

- A) 0,22 B) 0,24 C) 0,27 D) 0,3 E) 0,33

Çözüm

Lastiğin çekilip uzatılmadan önceki boyu x m olsun.

$$x + \frac{110}{100} \cdot x = 0,63 \text{ ise } \frac{210}{100} \cdot x = 0,63 \text{ m, } x = 0,3 \text{ tür.}$$

Cevap D

Örnek 103

Haftalık harçlığının %10 unu biriktiren bir öğrencinin 6 hafta sonunda 9 milyon lirası olmuştur.

Buna göre, bu öğrencinin haftalık harçlığı kaç milyon TL dir?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

Çözüm

Öğrencinin haftalık harçlığı x TL olsun.

Bu durumda bir haftada artırdığı $\frac{10}{100} \cdot x$ TL

6 hafta sonunda toplanan para $6 \cdot \frac{10}{100} \cdot x$ TL dir.

Buna göre,

$$6 \cdot \frac{10}{100} \cdot x = 9 \text{ ise } x = 15 \text{ milyon TL dir.}$$

Cevap E

Örnek 104

Etiket fiyatları KDV dahil oluşturulan bir mağazadan % 10 KDV li bir malı 66 milyon liraya alan müşterinin ödediği KDV tutarı kaç milyon liradır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm

Malın fiyatı + KDV tutarı = Satış fiyatı

$$\% 100 + \% 10 = \% 110$$

KDV tutarı x lira olsun. Bu durumda;

$$\% 110 \quad 66$$

$$\% 10 \quad x$$

$$\text{Doğru} \quad 110 \cdot x = 10 \cdot 66$$

$$\text{Orantı} \quad x = 6 \text{ milyon liradır.}$$

Cevap D

Örnek 108

Bir malın etiket fiyatı, maliyeti üzerinden % 40 kârla hesaplanmıştır.

Bu mal, etiket fiyatı üzerinden % 15 indirimle satılırsa, elde edilen kâr yüzde kaç olur?

- A) 30 B) 27 C) 25 D) 22 E) 19

Çözüm

Maliyet fiyatı 100 lira olan bir malı ele alalım.

Bu malın %40 kâr hesabıyla düzenlenen etiket fiyatı,

$$100 + \frac{40}{100} \cdot 100 = 100 + 40 = 140 \text{ liradır.}$$

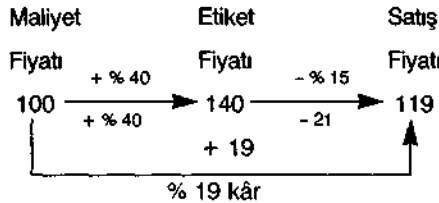
Etiket fiyatı 140 lira olan bu malın etiket fiyatı üzerinden %15 indirim yapılırsa,

$$140 - \frac{15}{100} \cdot 140 = 140 - 21 = 119 \text{ liraya satılır.}$$

Demek ki 100 liralık mal 119 liraya satılmıştır.

Yani kâr, $119 - 100 = 19$ olduğu için % 19 dur.

Şema ile gösterecek olursak;



Cevap E

Örnek 109

Bir satıcı, elindeki malın önce %5 ini, daha sonra da kalan malın % 10 unu satmıştır.

Buna göre, başlangıçtaki malın yüzde kaç satılmamıştır?

- A) 84 B) 84,5 C) 85 D) 85,5 E) 86

Çözüm

Satıcının elindeki mal 100 kg olsun,

Önce % 5 ini satarsa;

$$\frac{5}{100} \cdot 100 = 5 \text{ kg satar.}$$

$$\text{Kalan mal : } 100 - 5 = 95 \text{ kg}$$

Kalan malın % 10 unu satarsa;

$$95 \cdot \frac{10}{100} = 9,5 \text{ kg satar.}$$

$$\text{Kalan mal : } 95 - 9,5 = 85,5 \text{ kg}$$

Başlangıçta 100 kg lık malın 85,5 kg ı kaldığına göre, % 85,5 i kalır.

Cevap D

Örnek 110

Etiket fiyatı 312 YTL olan bir ayakkabı indirimli satışlarda 299 YTL ye satılarak maliyet fiyatına göre % 5 daha az kâr elde edilmiştir.

Buna göre, ayakkabının indirimli satışındaki kâr oranı maliyet fiyatı üzerinden yüzde kaçtır?

- A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

Çözüm

Etiket fiyatı 312 YTL olup % 5 indirimli satış fiyatı 299 YTL olduğuna göre, $312 - 299 = 13$

% 5 i 13 YTL ise,

% 100 ü x YTL dir.

$$\text{D.O} \quad 5 \cdot x = 13 \cdot 100$$

$$x = 260$$

Maliyet fiyatı 260 YTL dir.

Maliyet fiyatı 260 YTL olan ayakkabı 299 YTL ye satıldığına göre, $299 - 260 = 39$

260 39

100 x

$$\text{Doğru Orantı} \quad 260 \cdot x = 39 \cdot 100$$

$$x = 15 \text{ tir.}$$

Kâr oranı % 15 tir.

Cevap C

Örnek 111

20 YTL ye alınan bir malın $\frac{1}{4}$ ü % 20 kârla, $\frac{1}{4}$ ü % 40 kârla ve kalanı da 17 YTL ye satılıyor.

Buna göre, bu maldan yapılan ortalama kâr, yüzde kaçtır?

- A) 40 B) 45 C) 50 D) 55 E) 60

Çözüm

20 YTL lik malın $\frac{1}{4}$ ü, $\frac{1}{4} \cdot 20 = 5$ tir.

Malın $\frac{1}{4}$ ünden $\frac{20}{100} \cdot 5 = 1$ YTL

diğer $\frac{1}{4}$ ünden $\frac{40}{100} \cdot 5 = 2$ YTL

kâr sağlanıyor.

Böylece malın yarısından ($5 + 5 = 10$ YTL lik kısmından) toplam 3 YTL lik kâr ediliyor. Kalan kısım da 17 YTL ye satılıyor. Yani 10 YTL lik kısımdan 7 YTL kâr ediliyor. Böylece 20 YTL lik maldan toplam 10 YTL kâr ediliyor.

20	10
100	x
Doğru	$20 \cdot x = 100 \cdot 10$
Orantı	$x = 50$ olur.

Yani ortalama % 50 kâr ediliyor.

Cevap C

Örnek 112

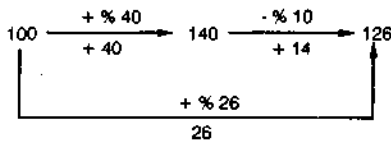
Bir mağaza fiyatları % 40 artırıyor. Daha sonra bu fiyatlar üzerinden %10 indirim uyguluyor.

Buna göre, mağazanın kârı yüzde kaçtır?

- A) 20 B) 24 C) 25 D) 26 E) 28

Çözüm

Bu düzenlemeleri 100 liralık bir mal üzerinde, şemayla gösterelim :



Demek ki; % 26 lik artış olmuştur.

Cevap D

Örnek 113

Enflasyonun % 140 olduğu bir ülkede memur maaşlarına % 80 zam yapıyor.

Buna göre, memurun alım gücü yüzde kaç azalmıştır?

- A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

Çözüm

100 liralık bir mal enflasyonla 240 TL olur.

100 liralık maaş, artışla 180 TL olur.

$$240 - 180 = 60 \text{ TL}$$

240 TL de	60 TL
100	x
Doğru	$240 \cdot x = 60 \cdot 100$
Orantı	$x = 25$

Alım gücü % 25 azalmıştır.

Cevap C

Örnek 114

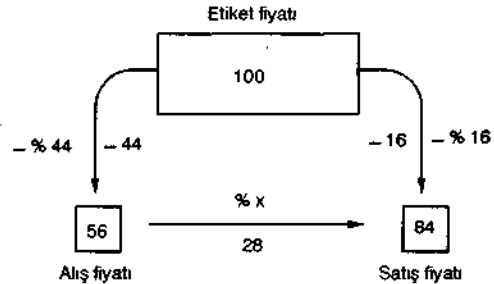
Bir kırtasiyeci, dağıtıcıdan etiket fiyatı üzerinden % 44 indirimle aldığı bir malı müşteriye, etiket fiyatı üzerinden % 16 indirimle satıyor.

Kırtasiyecinin bu satıştaki kârı yüzde kaçtır?

- A) 40 B) 50 C) 60 D) 65 E) 75

Çözüm

Malın etiket fiyatı 100 lira olsun. Şema ile ifade edersek;



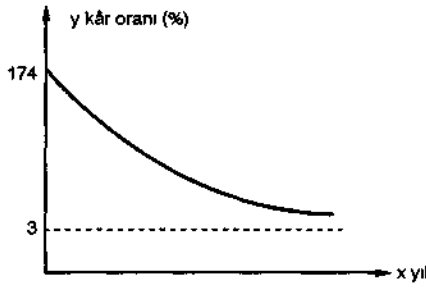
Kırtasiyeci, 100 liralık malı etiket fiyatı üzerinden %44 indirimle 56 liraya alıp, etiket üzerinden %16 indirimle 84 liraya satmıştır. Yani, 56 liraya aldığı kitaptan $84 - 56 = 28$ lira kâr etmiştir.

56	28
100	x
Doğru	$56 \cdot x = 100 \cdot 28$
Orantı	$x = 50$ olur.

Demek ki kâr % 50 dir.

Cevap B

Örnek 115



Yukarıdaki şekilde, bir tüccarın yıllık kâr oranını belirleyen

$$y = \frac{3x + 348}{x + 2}$$

bağıntısı verilmiştir.

Buna göre, kaçınıcı yıldan sonra yıllık kâr oranı % 60'ın altına düşer?

- A) 3. B) 4. C) 5. D) 6. E) 7.

Çözüm

(I. Yol)

Verilenlere göre,

$$\begin{aligned} y &< 60 \\ \frac{3x + 348}{x + 2} &< 60 \\ 3x + 348 &< 60(x + 2) \\ 3x + 348 &< 60x + 120 \\ 348 - 120 &< 60x - 3x \\ 228 &< 57x \\ \frac{228}{57} &< x \\ 4 &< x \end{aligned}$$

4. yıldan sonra kâr oranı % 60'ın altına düşer.

(II. Yol)

Kâr oranı % 60 olsun. Yani, $y = 60$ olur. Buna göre,

$$\begin{aligned} y &= \frac{3x + 348}{x + 2} \\ 60 &= \frac{3x + 348}{x + 2} \end{aligned}$$

$$60 \cdot x + 120 = 3 \cdot x + 348$$

$$57 \cdot x = 228$$

$$x = 4 \text{ olur.}$$

Grafikte; yıl arttıkça kâr oranı azalmaktadır.

4. yılda kâr oranı % 60 olduğuna göre, 4. yıldan sonra kâr oranı % 60'ın altına düşer.

Cevap B

H. FAİZ PROBLEMLERİ

KURAL :

$$1. \quad F = \frac{A \cdot n \cdot t}{100}$$

F : yıllık basit faiz miktarı

A : ana para (kapital)

n : yıllık faiz oranı

t : yıl olarak ana paranın faizde kalma süresi

$$2. \quad F = \frac{A \cdot n \cdot t}{100 \cdot 12}$$

F : aylık basit faiz miktarı

n : yıllık faiz oranı

t : ay olarak ana paranın faizde kalma süresi

$$3. \quad F = \frac{A \cdot n \cdot t}{100 \cdot 12 \cdot 30}$$

F : günlük basit faiz miktarı

n : yıllık faiz oranı

t : gün olarak ana paranın faizde kalma süresi

4. Faize yatırılan para her yıl getirdiği faiz ile birlikte tekrar faize yatırılırsa elde edilen toplam faize bileşik faiz denir.

$$A + F = A \cdot \left(1 + \frac{n}{100}\right)^t$$

A : ana para

F : bileşik faiz miktarı

n : yıllık faiz oranı

t : yıl olarak ana paranın faizde kalma süresi

Örnek 116

20 YTL yıllık % 20 basit faiz veren bir bankaya yatırılıyor.

a) 2 yıl sonunda kaç YTL faiz gelir elde edilir?

b) 27 ay sonunda kaç YTL faiz geliri elde edilir?

c) 90 gün sonra kaç YTL faiz gelir elde edilir?

Çözüm

a. (I. Yol)

$$\begin{array}{r} 100 \quad 20 \\ 20 \quad x \\ \hline \text{D.O} \quad 100 \cdot x = 20 \cdot 20 \\ x = 4 \text{ YTL} \end{array}$$

1 yıllık faiz 4 YTL ise,

2 yılda 8 YTL faiz geliri elde edilir.

(II. Yol)

$$F = \frac{20 \cdot 20 \cdot 2}{100} = 8 \text{ YTL}$$

$$\text{b) } F = \frac{20 \cdot 20 \cdot 27}{100 \cdot 12} = 9 \text{ YTL}$$

$$\text{c) } F = \frac{20 \cdot 20 \cdot 90}{100 \cdot 12 \cdot 30} = 1 \text{ YTL}$$

Örnek 117

Yıllık % 60 faiz oranı üzerinden bankaya yatırılan bir miktar para, kaç ay sonra kendisinin $\frac{1}{4}$ ü kadar faiz geliri getirir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

Çözüm

$$\begin{aligned} A \cdot \frac{1}{4} &= \frac{A \cdot 60 \cdot t}{100 \cdot 12} \\ \frac{1}{4} &= \frac{60 \cdot t}{100 \cdot 12} \\ 4 \cdot 60 \cdot t &= 100 \cdot 12 \\ 60 \cdot t &= 100 \cdot 3 \\ 60 \cdot t &= 300 \\ t &= \frac{300}{60} \\ t &= 5 \text{ tir.} \end{aligned}$$

Cevap C

Örnek 118

Bir bankaya 25 günlüğüne yatırılan paraya kendisinin $\frac{1}{4}$ ü kadar faiz geliri getirmesi için uygulanacak yıllık faiz oranı yüzde kaç olmalıdır?

A) 60 B) 65 C) 70 D) 75 E) 80

Çözüm

$$\frac{1}{24} \cdot A = \frac{A \cdot n \cdot 25}{100 \cdot 12 \cdot 30}$$

$$A \cdot 100 \cdot 12 \cdot 30 = 24 \cdot A \cdot n \cdot 25$$

$$100 \cdot 12 \cdot 30 = 24 \cdot n \cdot 25$$

$$\begin{aligned} n &= \frac{100 \cdot 12 \cdot 30}{24 \cdot 25} \\ &= 60 \end{aligned}$$

Cevap A

Örnek 119

Ahmet parasının $\frac{1}{3}$ ünü yıllık % 40 tan, geri kalanını ise % 60 tan 6 aylığına faize veriyor. Eğer tersini yap-saydı, yani parasının $\frac{1}{3}$ ünü yıllık % 60 tan, geri kalanını ise yıllık % 40 tan 6 aylığına faize verseydi, 10 YTL daha az faiz alacaktı.

Buna göre, Ahmet'in faize verdiği toplam para kaç YTL dir?

A) 375 B) 350 C) 300 D) 250 E) 225

Çözüm

Faize verilen para x YTL olsun. 6 aylık fark 10 YTL ise 1 yıllık fark 20 YTL dir.

$$\begin{aligned} \frac{40}{100} \cdot \frac{x}{3} + \frac{60}{100} \cdot \frac{2x}{3} - \frac{60}{100} \cdot \frac{x}{3} - \frac{40}{100} \cdot \frac{2x}{3} &= 10 \cdot 2 \\ x \cdot \left(\frac{40}{300} + \frac{120}{300} - \frac{60}{300} - \frac{80}{300} \right) &= 20 \\ x \cdot \left(\frac{160 - 140}{300} \right) &= 20 \\ x \cdot \frac{20}{300} &= 20 \\ x &= 300 \text{ olur.} \end{aligned}$$

x = 300 olur.

Cevap C

Örnek 120

120 YTL nin; bir kısmı % 45 ten, geri kalanı da % 35 ten basit faize veriliyor. Bir yıl sonra her ikisinden toplam 44 YTL faiz alınmıştır.

Buna göre, % 45 ten falze verilen para kaç YTL dir?

- A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

Çözüm

$$x \cdot \frac{45}{100} + (120 - x) \cdot \frac{35}{100} = 44$$

$$45x + 35(120 - x) = 4400$$

$$9x + 7(120 - x) = 880$$

$$9x + 840 - 7x = 880$$

$$2x = 40$$

$$x = 20$$

Cevap A

Örnek 121

24 YTL % 50 bileşik faiz hesabıyla 2 yıllığına bankaya yatırılıyor.

2 yıl sonunda kaç YTL faiz geliri elde edilir?

- A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) 50

Çözüm

Ana para : A = 24 YTL

Yıllık faiz oranı : n = 50

Yıl olarak ana paranın faizde kalma süresi : t = 2

Faiz miktarı : F

olduğuna göre,

$$A + F = A \cdot \left(1 + \frac{n}{100}\right)^t$$

$$24 + F = 24 \cdot \left(1 + \frac{50}{100}\right)^2$$

$$24 + F = 24 \cdot \frac{9}{4}$$

$$24 + F = 54$$

$$F = 30 \text{ olur.}$$

Bu problem; 1 yıllık basit faiz hesabı yapıp, 1 yılın sonunda ana para ile faiz birleştirilip, tekrar 1 yıllık basit faiz hesabı yapılarak da çözülebilir.

Cevap C

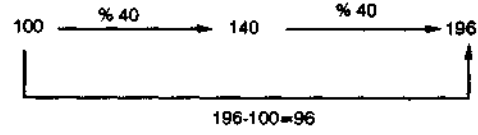
Örnek 122

400 YTL % 40 bileşik faizle bankaya yatırılırsa 2 yıl sonunda kaç YTL faiz geliri elde edilir?

- A) 384 B) 383 C) 380 D) 280 E) 180

Çözüm

(I. Yol)



100 e 96 faiz geliri

$$\begin{array}{r} 400 \quad x \\ \hline \text{D.O.} \quad 100 \cdot x = 400 \cdot 96 \\ x = 384 \end{array}$$

(II. Yol)

$$A + F = A \cdot \left(1 + \frac{n}{100}\right)^t$$

$$400 + F = 400 \cdot \left(1 + \frac{40}{100}\right)^2$$

$$400 + F = 400 \cdot \left(1 + \frac{2}{5}\right)^2$$

$$400 + F = 400 \cdot \left(\frac{7}{5}\right)^2$$

$$400 + F = 400 \cdot \frac{49}{25}$$

$$F = 400 \cdot \frac{49}{25} - 400$$

$$F = 16 \cdot 49 - 400$$

$$F = 784 - 400$$

$$F = 384 \text{ YTL dir.}$$

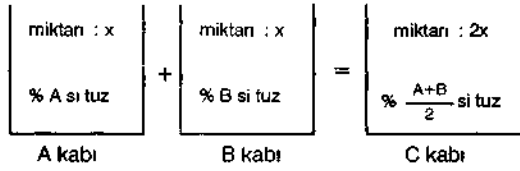
(III. Yol)

$$\begin{aligned} 400 \cdot \frac{140}{100} \cdot \frac{140}{100} - 400 &= 4 \cdot \frac{140 \cdot 140}{100} - 400 \\ &= 4 \cdot 14 \cdot 14 - 400 \\ &= 4 \cdot 196 - 400 \\ &= 784 - 400 \\ &= 384 \end{aligned}$$

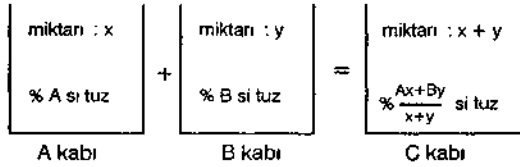
Cevap A

I. KARIŞIM PROBLEMLERİ

1. Karışıma giren madde miktarları eşit ise,



2. Karışıma giren madde miktarları farklı ise,



Örnek 123

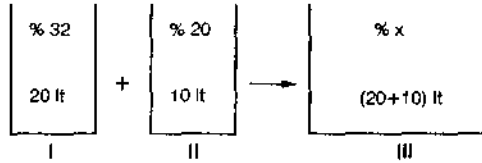
Şeker oranı %32 olan 20 lt şerbet ile şeker oranı %20 olan 10 litre şerbet karıştırılıyor.

Buna göre, karışımın şeker oranı yüzde kaçtır?

- A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

Çözüm

(I. Yol)



1. kaptaki şeker miktarı ($\$ M_1$) ile 2. kaptaki şeker miktarı ($\$ M_2$) nin toplamı, 3. kaptaki şeker miktarına ($\$ M_3$) eşittir.

$$\$ M_1 + \$ M_2 = \$ M_3$$

1. kapta 20 lt şerbetin şeker oranı %32'dir. Bu sebeple bu kaptaki şeker miktarı

$$\$ M_1 = \frac{32}{100} \cdot 20 \text{ dir.}$$

Benzer şekilde, $\$ M_2 = \frac{20}{100} \cdot 10$ dur.

3. kaptaki şerbetin şeker oranı % x ise şeker miktarı,

$$\$ M_3 = \frac{x}{100} \cdot (20 + 10) \text{ olur. Buna göre,}$$

$$\frac{32}{100} \cdot 20 + \frac{20}{100} \cdot 10 = \frac{x}{100} \cdot (20 + 10)$$

Denklemin her iki tarafı 100 ile çarpılırsa;

$$32 \cdot 20 + 20 \cdot 10 = x \cdot 30$$

Denklemin her iki tarafı 10 ile bölünürse;

$$32 \cdot 2 + 20 \cdot 1 = 3 \cdot x$$

$$x = 28 \text{ bulunur.}$$

Kısaca;

$$20 \cdot \frac{32}{100} + 10 \cdot \frac{20}{100} = (20 + 10) \cdot \frac{x}{100}$$

$$20 \cdot 32 + 10 \cdot 20 = 30 \cdot x$$

$$x = 28 \text{ dir.}$$

(II. Yol) Şeker yüzdesi = $\frac{32 \cdot 20 + 20 \cdot 10}{20 + 10}$

$$= \frac{640 + 200}{30}$$

$$= \frac{840}{30}$$

$$= 28 \text{ dir.}$$

Cevap E

Örnek 124

Şeker oranı % 6 olan 40 kg şerbete kaç kg şeker karıştırılmalıdır ki, karışımın şeker oranı % 20 olsun?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm

x kg şeker karıştırılsın.

$$\frac{6}{100} \cdot 40 + \frac{100}{100} \cdot x = \frac{20}{100} \cdot (40 + x)$$

$$6 \cdot 40 + 100 \cdot x = 20 \cdot (40 + x)$$

$$6 \cdot 2 + 5 \cdot x = 40 + x$$

$$4x = 28$$

$$x = 7 \text{ bulunur. Cevap D}$$

Örnek 125

Tuz oranı % 6 olan 48 kg tuzlu su çözeltisinden kaç kg su buharlaştırılmalıdır ki, çözeltinin tuz oranı % 24 olsun?

- A) 34 B) 36 C) 38 D) 39 E) 40

Çözüm

x kg su buharlaştırılsın.

$$\frac{6}{100} \cdot 48 - \frac{0}{100} \cdot x = \frac{24}{100} \cdot (48 - x)$$

$$6 \cdot 48 = 24 \cdot (48 - x)$$

$$12 = 48 - x$$

$$x = 36 \text{ bulunur.}$$

Cevap B

Örnek 126

Tuz oranı % 20 olan 40 kg lık tuzlu su karışımına 10 kg tuz, 10 kg su katılıyor.

Buna göre, son karışımın tuz oranı yüzde kaçtır?

- A) 40 B) 35 C) 30 D) 25 E) 20

Çözüm

Karışımın tuz oranı yüzde x olsun.

$$40 \cdot \frac{20}{100} + 10 \cdot \frac{100}{100} + 10 \cdot \frac{0}{100} = \frac{x}{100} (40 + 10 + 10)$$

$$800 + 1000 = 60 \cdot x$$

$$x = \frac{1800}{60}$$

$$x = 30 \text{ dur.}$$

Cevap C

Örnek 127

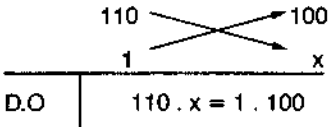
100 gr un ile 10 gr tuzdan homojen bir karışım elde ediliyor.

Bu karışımın 1 gramında kaç gram un bulunur?

- A) $\frac{10}{11}$ B) $\frac{9}{10}$ C) $\frac{8}{9}$ D) $\frac{9}{11}$ E) $\frac{8}{11}$

Çözüm

100 gram un ile 10 gram tuzun karıştırılmasıyla oluşan 110 gram karışımında 100 gram un bulunduğu göre 1 gram karışımında,



$$x = \frac{100}{110} = \frac{10}{11} \text{ gram un bulunur.}$$

Cevap A

Örnek 128

Ağırlıkça %20 si şeker olan 10 kg lık un şeker karışımına 8 kg daha un eklendiğine göre, yeni karışımın $\frac{\text{Şeker(kg)}}{\text{Un(kg)}}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{9}$

Çözüm**(I. Yol)**

Ağırlıkça %20 si şeker olan 10 kg lık un – şeker karışımında;

$$\frac{20}{100} \cdot 10 = 2 \text{ kg şeker}$$

$$10 - 2 = 8 \text{ kg un vardır.}$$

Bu 10 kg lık karışım 8 kg daha un eklendiğinde oluşan yeni karışımında,

$$\frac{\text{Şeker(kg)}}{\text{Un(kg)}} = \frac{2}{8+8} = \frac{1}{8} \text{ olur.}$$

(II. Yol)

Başlangıçta % 20 si şeker ise % 80 i undur.

Buna göre,

$$\frac{\text{Şeker(kg)}}{\text{Un(kg)}} = \frac{10 \cdot \frac{20}{100}}{10 \cdot \frac{80}{100} + 8} = \frac{\frac{200}{100}}{\frac{800}{100} + 8}$$

$$= \frac{2}{8+8}$$

$$= \frac{2}{16}$$

$$= \frac{1}{8} \text{ olur.}$$

Cevap D

Örnek 129

A kabında ağırlıkça % 30 tuz içeren 2 kg lık, B kabında ise ağırlıkça % 10 tuz içeren 1 kg tuzlu su bulunmaktadır. A daki tuzlu suyun yarısı B ye alınarak karıştırılmış, sonra da B dekinin yarısı A ya alınarak karıştırılmıştır.

A da son olarak elde edilen tuzlu suyun ağırlıkça yüzde kaç tuzdur?

- A) 28 B) 27 C) 26 D) 25 E) 24

Çözüm

A dan alınan 1 kg tuzlu su B deki 1 kg tuzlu su ile karıştırılırsa (Karışım giren sıvıların miktarı eşit olduğu için) karışımın tuz oranı,

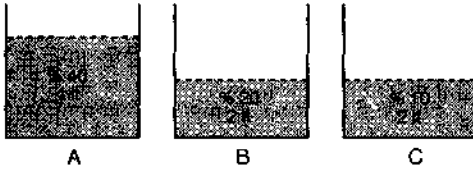
$$\frac{30+10}{2} = 20 \text{ olduğundan \% 20 dir.}$$

B den 1 kg tuzlu su alınıp A daki 1 kg tuzlu su ile karıştırılırsa, A da oluşan karışımın tuz oranı

$$\frac{30+20}{2} = 25 \text{ olduğundan \% 25 tir.}$$

Cevap D

Örnek 130



A kabında şeker oranı % 40 olan 4 lt şerbet,
B kabında şeker oranı % 20 olan 2 lt şerbet,
C kabında şeker oranı % 10 olan 2 lt şerbet vardır.
A kabındaki şerbetin yarısı B kabına boşaltılıyor.

Bundan sonra B kabındaki şerbetin yarısı C kabına boşaltılırsa, C kabındaki karışımın şeker yüzdesi kaç olur?

- A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

Çözüm

(I. Yol)

A kabındaki 2 lt şerbet B kabına boşaltılırsa B kabındaki karışımın şeker oranı %30 olur. Çünkü,

$$\frac{40}{100} \cdot 2 + \frac{20}{100} \cdot 2 = \frac{x}{100} \cdot (2+2)$$

$$x = 30 \text{ dur.}$$

B kabında oluşan % 30 luk 4 lt şerbetin yarısı C kabındaki %10 luk 2 lt şerbete karıştırılırsa karışımın şeker oranı %20 olur. Çünkü,

$$\frac{30}{100} \cdot 2 + \frac{10}{100} \cdot 2 = \frac{x}{100} \cdot (2+2)$$

$$60 + 20 = 4x$$

$$20 = x \text{ dir.}$$

(II. Yol)

A kabındaki sıvının yarısı (2 lt) B kabındaki sıvı ile karıştırıldığında oluşan karışımın şeker yüzdesi

$$\frac{40+20}{2} = 30 \text{ dur.}$$

B kabındaki sıvının yarısı $\left(\frac{2+2}{2} = 2\text{lt}\right)$ C kabındaki sıvı

ile karıştırıldığında oluşan karışımın şeker yüzdesi,

$$\frac{30+10}{2} = 20 \text{ dir.}$$

Cevap B

Örnek 131

İki kaptan birincisinde; 20 lt saf alkol 40 lt su, ikincisinde 10 lt saf alkol 5 lt su vardır. Bu kaplardan 5 lt si alkol 5 lt si su olmak üzere 10 lt lik yeni bir karışım elde edilmek isteniyor.

Buna göre, birinci kaptan kaç litrelik karışım alınmalıdır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm

Birinci kaptan : x litre

İkinci kaptan : 10 litre alalım.

$$x \cdot \frac{20}{60} + (10-x) \cdot \frac{10}{15} = 10 \cdot \frac{5}{10}$$

$$20 \cdot x + (10-x) \cdot 10 \cdot 4 = 10 \cdot 5 \cdot 6$$

$$20x + 400 - 40x = 300$$

$$100 = 20x$$

$$x = 5$$

Cevap B

Örnek 132

36 kg lık bir hamur yapmak için 24 kg un, 6 kg su, 3 kg maya ve 3 kg şeker kullanılıyor.

Oranlarının korunması koşuluyla bu hamura 16 kg un, 2 kg maya ve 2 kg şeker katılırsa kaç kg su ilave etmek gerekir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm

36 kg lık hamurda 6 kg su vardır. Bu hamura 16 kg un, 2 kg maya, 2 kg şeker ve x kg su ilave edilirse hamur $36 + 16 + 2 + 2 + x = 56 + x$ kg olur.

Buna göre,

$$\text{I. karışım} \quad \frac{\text{Su (kg)}}{\text{Hamur (kg)}} = \frac{6}{36}$$

$$\text{II. karışım} \quad \frac{\text{Su (kg)}}{\text{Hamur (kg)}} = \frac{6+x}{56+x}$$

Buna göre,

$$\frac{6}{36} = \frac{6+x}{56+x}$$

$$6 \cdot (56+x) = 36 \cdot (6+x)$$

$$56+x = 6 \cdot (6+x)$$

$$56+x = 36+6x$$

$$20 = 5x$$

$$x = 4 \text{ olur.}$$

Cevap C

Örnek 133

90 litrelik tuzlu su karışımının % 36 sı tuzdur.

Bu karışımın $\frac{1}{6}$ sı alınıp yerine, alınan miktar kadar su katılıyor.

Buna göre, son karışımın su yüzdesi kaçtır?

- A) 25 B) 30 C) 55 D) 60 E) 65

Çözüm

$$90 \cdot \frac{1}{6} = 15 \text{ litresi alınıyor.}$$

Kalan karışımın tuz ve su yüzdesi değişmez.

$$(90 - 15) \cdot \frac{36}{100} + 15 \cdot \frac{0}{100} = 90 \cdot \frac{x}{100}$$

$$75 \cdot 36 = 90 \cdot x$$

$$30 = x$$

% 30 son karışımın tuz oranıdır.

% 60 son karışımın su oranıdır.

Cevap D

Örnek 134

3V hacimli bir kaptaki 70° lik bir kolonya ile 7V hacimli bir kaptaki 80° lik bir kolonya 10V hacimli boş bir kaba boşaltılarak karıştırılıyor.

Buna göre, son karışımın derecesi kaçtır?

- A) 72 B) 73 C) 75 D) 76 E) 77

Çözüm

$$3V \cdot 70 + 7V \cdot 80 = 10V \cdot x$$

$$210V + 560V = 10V \cdot x$$

$$770V = 10V \cdot x$$

$$x = 77$$

Cevap E

Örnek 135

850 ayarda bir gümüş külçesine 2 kg saf gümüş katılıyor.

Son alaşımın ayarı 900 olduğuna göre, ilk gümüş külçesi kaç kg dır? (Saf gümüş 1000 ayardır.)

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm

$$x \cdot 850 + 2 \cdot 1000 = (2 + x) \cdot 900$$

$$850x + 2000 = 1800 + 900x$$

$$2000 - 1800 = 900x - 850x$$

$$x = 4$$

İlk alaşım 4 kg dır.

Cevap A

Örnek 136

A musluğu 5 litre süt akıttığında 1 litresi yağdır. B musluğu ise 10 litre süt akıttığında 3 litresi yağdır.

A musluğu boş bir havuzu tek başına 10 saatte, B musluğu boş bir havuzu tek başına 15 saatte dolduruyor.

Boş olan bu havuz muslukların ikisi birlikte açılarak doldurulduğunda, havuzun kaçta kaçı yağ olur?

- A) $\frac{1}{25}$ B) $\frac{2}{25}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{6}{25}$ E) $\frac{2}{5}$

Çözüm

Musluklar havuzu birlikte t saatte doldursun.

$$\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15}\right) \cdot t = 1$$

$$\frac{5}{30} \cdot t = 1$$

$$t = 6$$

A musluğu 10 saatte tamamını dolduruyorsa 6 saatte $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ ini doldurur.

B musluğu 15 saatte tamamını dolduruyorsa 6 saatte $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ ini doldurur.

A musluğundan akanın $\frac{1}{5}$ i yağ, B den akanın ise $\frac{3}{10}$ u yağ olduğuna göre, havuzun :

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{25} \text{ i yağ olur.}$$

Cevap D

1. 7 kalem ile 4 silginin fiyatı 5,70 YTL ve 6 kalem ile 5 silginin fiyatı 5,20 YTL dir.

Buna göre, bir kalem bir silgiden kaç YKr pahalıdır?

A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

2. 30 kişilik bir sınıfta 84 tane kalem, öğrencilerin bir kısmına 2 şer 2 şer, bir kısmına da 4 er 4 er dağıtılıyor.

Buna göre, kaç kişi 4 kalem almış olur?

A) 8 B) 10 C) 11 D) 12 E) 14

3. Çay içen bir grup öğrenci 40 ar YKr ödeyecekken 5 kişisini parası olmadığı için parası olanlar 50 şer YKr ödüyorlar.

Buna göre, bu grup kaç kişidir?

A) 30 B) 25 C) 24 D) 21 E) 18

4. Bir sınıfta öğrenciler sıralara 2 şer 2 şer oturlarsa 8 öğrenci ayakta kalıyor. 3 er 3 er oturlarsa 2 sıra boş kalıyor.

Buna göre, sınıftaki öğrenci sayısı kaçtır?

A) 36 B) 40 C) 42 D) 48 E) 54

5. Bir tel 24 eşit parçaya bölünüyor. Bu tel 30 eşit parçaya bölünseydi her bir parça 2 cm daha kısa olacaktı.

Buna göre, telin uzunluğu kaç cm dir?

A) 180 B) 200 C) 210 D) 220 E) 240

6. 1800 öğrencisi olan bir okulun öğrenci sayısı her yıl 10 azalmaktadır. 900 öğrencisi olan bir okulda ise öğrenci sayısı her yıl 40 artmaktadır.

Kaç yıl sonra bu okulların öğrenci sayıları eşit olur?

A) 24 B) 21 C) 18 D) 15 E) 12

7. Bir kırtasiyeci, düzinesi 39 YTL den bir miktar kalem alıyor. Toptancı kırtasiyeciye her düzineyle birlikte 1 kalem hediye ediyor. Kırtasiyeci bu kalemlerin tanesini 4 YTL den sattığında 130 YTL kâr ediyor.

Buna göre, kırtasiyeci kaç düzine kalem almıştır?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

8. Bir satıcı, bir top kumaşın önce beşte birini, sonra da kalanın yarısını satıyor. Geriye 20 metre kumaşı kalıyor.

Buna göre, bu satıcının kaç metre kumaşı vardı?

A) 25 B) 30 C) 40 D) 45 E) 50

9. 4 yanlışın bir doğruyu götürdüğü 40 soruluk bir sınavda her sorunun değeri 10 puandır.

Bu sınavda bütün soruları işaretleyen bir öğrenci 275 puan aldığına göre yaptığı doğru soru sayısı kaçtır?

A) 24 B) 27 C) 30 D) 32 E) 35

10. Bir depoda bir miktar su vardır. Depoya n litre su katılırsa deponun $\frac{4}{5}$ i boş kalıyor. Eğer n litre su boşaltılırsa deponun $\frac{1}{20}$ si dolu kalıyor.

Buna göre, ilk durumda deponun kaçta kaç doludur?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{12}$

11. Bir işi Ali, Veli ve Selami birlikte a günde yapıyorlar.

Aynı işi tek başına; Ali 4a günde Veli 6a günde yapabildiğine göre, Selami kaç günde yapabilir?

A) $\frac{4a}{7}$ B) $\frac{12a}{7}$ C) $\frac{15a}{7}$ D) $\frac{7}{15a}$ E) $\frac{7}{12a}$

12. Bir işi Rıdvan 48 günde, Feyyaz 16 günde, Ünal 36 günde yapabilmektedir. Üçü birlikte 3 gün çalıştıktan sonra Feyyaz ayrılıyor.

Kalan işi, Rıdvan ve Ünal kaç günde yapabilirler?

A) $\frac{48}{5}$ B) $\frac{81}{5}$ C) $\frac{96}{7}$ D) $\frac{82}{7}$ E) $\frac{64}{5}$

13. Boş bir havuzu 1. musluk 24 saatte, 2. musluk 36 saatte doldurabilmektedir. 3. musluk ise dolu havuzu 48 saatte boşaltmaktadır.

Üç musluk birlikte açıldığında boş havuz kaç saatte dolar?

A) $\frac{42}{5}$ B) $\frac{54}{5}$ C) $\frac{77}{6}$ D) $\frac{96}{7}$ E) $\frac{144}{7}$

14. % 80 kâr hesabıyla satış yapılmakta olan bir lokantada öğrencilere satış fiyatı üzerinden % 30 indirim yapılmaktadır.

Buna göre, öğrencilerden yapılan kâr yüzde kaçtır?

A) 20 B) 26 C) 30 D) 40 E) 50

15. Bir satıcı 600 YTL ye aldığı bir malın $\frac{1}{3}$ ünü

% 25 kârla, $\frac{1}{2}$ sini % 40 kârla satıyor.

Buna göre, bu malın kalanı yüzde kaç kârla satılırsa, toplam kâr 240 YTL olur?

A) 30 B) 45 C) 60 D) 70 E) 85

16. Şeker oranı % 25 olan 40 litre şerbet ile, şeker oranı % 15 olan 20 litre şerbet karıştırılırsa karışımın şeker oranı yüzde kaç olur?

A) $\frac{65}{3}$ B) 20 C) $\frac{63}{5}$ D) $\frac{72}{5}$ E) 22

17. Bir satıcı, kilosu 4 YTL ve kilosu 6 YTL olan pirinçleri karıştırarak kilosu 5,20 YTL olan 25 kilo karışık pirinç elde ediyor.

Buna göre, kilosu 6 YTL olan pirinçten kaç kilo karıştırılmıştır?

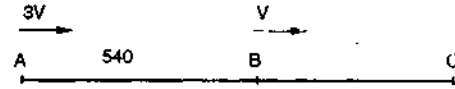
A) 10 B) 12 C) 13 D) 15 E) 16

18. Bir babanın yaşı, iki çocuğunun yaşlarının toplamının 4 katıdır. 6 yıl sonra babanın yaşı çocukların yaşları toplamının 2 katı olacaktır.

Buna göre, babanın şimdiki yaşı kaçtır?

A) 36 B) 40 C) 42 D) 45 E) 48

- 19.



A kenti ile B kenti arası 540 km dir. A kentinden 3V hızıyla ve B kentinden V hızıyla, iki hareketli aynı anda C kentine doğru hareket ediyorlar. A kentinden hareket eden, B kentinden hareket edeni C kentinde yakalıyor.

Buna göre, B kenti ile C kenti arası kaç km dir?

A) 1620 B) 810 C) 540 D) 270 E) 180

20. Bir otomobil 880 km yolun bir kısmını saatte 60 km hızla bir kısmını da saatte 80 km hızla giderek 13 saatte alıyor.

Buna göre, otomobil 60 km/sa hızla kaç saat yol almıştır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 11

1. Bir kalemın fiyatı k, bir silginin fiyatı s olsun.

$$\begin{array}{rcl} 7k + 4s = 5,70 \\ 6k + 5s = 5,20 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{Taraf tarafa çıkarılırsa}$$

$$\hline 1k - 1s = 0,5 \text{ olur.}$$

Demek ki bir kalem, bir silgiden 0,5 YTL = 50 YKr pahalıdır.

Cevap D

2. 2 tane kalem alan öğrenci sayısı : x

4 tane kalem alan öğrenci sayısı : y

olsun. Bu durumda;

$$\begin{array}{l} \text{I. } x + y = 30 \\ \text{II. } 2x + 4y = 84 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{İkinci denklemin her} \\ \text{iki tarafı } -2 \text{ ye bölünürse} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x + y = 30 \\ -x - 2y = -42 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{Taraf tarafa toplanırsa}$$

$$\hline -y = -12$$

$$y = 12 \text{ bulunur.}$$

Cevap D

3. Çay içen öğrencilerin sayısı x ise para ödeyen öğrenci sayısı x - 5 tir. Kantincinin alacağı para değişmediği için,

$$\begin{array}{l} 40 \cdot x = 50 \cdot (x - 5) \\ 4x = 5x - 25 \\ x = 25 \text{ tir.} \end{array}$$

Cevap B

4. Öğrenci sayısı x, sıra sayısı y olsun. Bu durumda,

$$x = 2y + 8 \dots (1)$$

$$x = 3(y - 2) \dots (2)$$

(1) denklemi ile (2) denklemi eşitlenirse,

$$2y + 8 = 3(y - 2)$$

$$2y + 8 = 3y - 6$$

$$y = 14 \dots (\star) \text{ bulunur.}$$

$$x = 2y + 8$$

$$= 2 \cdot 14 + 8$$

$$= 36 \text{ dir.}$$

Cevap A

5. Telin uzunluğu x cm olsun,

$$\frac{x}{24} - \frac{x}{30} = 2$$

$$\frac{5x}{120} - \frac{4x}{120} = 2$$

$$\frac{x}{120} = 2$$

$$x = 2 \cdot 120$$

$$x = 240 \text{ cm dir.}$$

Cevap E

6. Öğrenci sayıları x yıl sonra eşit olsun.

$$1800 - 10x = 900 + 40x$$

$$50x = 900$$

$$x = 18 \text{ dir.}$$

Cevap C

7. (I. Yol)

Bir düzinede 12 kalem vardır. Hediyeyle birlikte 13 kalem 39 YTL ye, yani bir kalem;

$$\frac{39}{13} = 3 \text{ YTL ye mal olmuştur.}$$

Bir kalemın satış fiyatı 4 YTL olduğu için bir kalemden

4 - 3 = 1 YTL kâr edilmektedir. Toplam kâr bir kalemde yapılan kâra bölünürse

$$\frac{130}{1} = 130 \text{ kalem satıldığı ortaya çıkar.}$$

Kartasiyeci, satın aldığı her bir düzineyle 13

kalem sahibi olmaktadır. Demek ki, $\frac{130}{13} = 10$

düzine kalem satın almıştır.

(II. Yol)

x düzine kalem almış olsun. Böylece 12x tane kalem almış olur.

Hediye edilen kalem sayısı : x tane,
Satıldığı kalem sayısı : 13x tanedir.

$$39 \cdot x + 130 = 13x \cdot 4$$

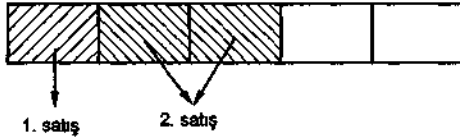
$$39x + 130 = 52x$$

$$130 = 13x$$

$$10 = x$$

Cevap B

8.



Kumaşın tamamını bir dikdörtgenle gösterelim. Dikdörtgeni 5 eşit parçaya bölüp birinci satış için 1. parçayı ayıralım. İkinci satış için de kalan 4 parçanın yarısı olan 2 parçayı ayıralım. Böylece geriye 2 parça artar. Artan kumaş 20 m olduğuna göre 2 parça 20 m ve 1 parça 10 m dir. Kumaşın tamamı (5 parça olduğuna göre)

$$5 \cdot 10 = 50 \text{ metredir.}$$

Cevap E

9. Yapılan doğru soru sayısı x ise,

yanlış soru sayısı $40 - x$ tir.

4 yanlış bir doğruyu götürdüğü için net sayısı :

$$x - \frac{40 - x}{4} \text{ tür.}$$

Her soru 10 puan olduğu için,

$$10 \cdot \left(x - \frac{40 - x}{4} \right) = 275$$

$$2 \cdot \frac{4x - 40 + x}{4} = 55$$

$$\frac{5x - 40}{2} = 55$$

$$5x - 40 = 110$$

$$x = 30 \text{ dur.}$$

Cevap C

10. Depoda x litre su olsun ve depo D litre su alsın.

Bu durumda;

$$\left. \begin{aligned} x + n &= \left(1 - \frac{4}{5} \right) \cdot D \\ x - n &= \frac{1}{20} \cdot D \end{aligned} \right\} \text{ Taraf tarafa toplanır,}$$

$$2x = \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{20} \right) \cdot D$$

$$2x = \frac{1}{4} \cdot D$$

$$x = \frac{1}{8} \cdot D \text{ olur.}$$

Yani ilk durumda deponun $\frac{1}{8}$ i doludur.

Cevap C

11. Selami işi tek başına x günde yapsın.

$$\frac{1}{4a} + \frac{1}{6a} + \frac{1}{x} = \frac{1}{a}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{a} - \frac{1}{4a} - \frac{1}{6a}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{12}{12a} - \frac{3}{12a} - \frac{2}{12a}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{7}{12a}$$

$$x = \frac{12a}{7} \text{ dir.}$$

Cevap B

12. Kalan işi Ridvan ile Ünal x günde yapsın,

$$3 \cdot \left(\frac{1}{48} + \frac{1}{16} + \frac{1}{36} \right) + x \cdot \left(\frac{1}{48} + \frac{1}{36} \right) = 1$$

$$3 \cdot \left(\frac{3}{144} + \frac{9}{144} + \frac{4}{144} \right) + x \cdot \left(\frac{3}{144} + \frac{4}{144} \right) = 1$$

$$3 \cdot \frac{16}{144} + x \cdot \frac{7}{144} = 1$$

$$\frac{1}{3} + x \cdot \frac{7}{144} = 1$$

$$x \cdot \frac{7}{144} = \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{96}{7}$$

Cevap C

13. Muslukların üçü birlikte boş havuzu x saatte doldursun.

$$\frac{1}{24} + \frac{1}{36} - \frac{1}{48} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{6}{144} + \frac{4}{144} - \frac{3}{144} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{7}{144} = \frac{1}{x}$$

$$x = \frac{144}{7} \text{ dir.}$$

Cevap E

14. Lokantada 100 liralık mal, normal bir müşteriye % 80 kâr ile 180 liraya satılmaktadır. Öğrenciler için satış fiyatından % 30 indirim yapılmaktadır.

$$180 \text{ in } \% 30 \text{ u } \frac{30}{100} \cdot 180 = 54 \text{ olduğu için}$$

$180 - 54 = 126$ olur. Bu, lokantanın 100 liralık malı öğrenciye sattığı fiyattır. Yani 100 liralık mal, öğrenciye 126 liraya satılmaktadır. Bu da öğrenciden yapılan kârın (100 lirada 26 lira) % 26 olduğunu gösterir.

Cevap B

15. 600 YTL nin $\frac{1}{3}$ ü $\frac{1}{3} \cdot 600 = 200$ YTL dir.

200 YTL nin %25 i $\frac{25}{100} \cdot 200 = 50$ YTL dir.

600 YTL nin $\frac{1}{2}$ si $\frac{1}{2} \cdot 600 = 300$ YTL dir.

300 YTL nin %40 ı $\frac{40}{100} \cdot 300 = 120$ YTL dir.

Demek ki, 200 YTL lik kısımdan 50 YTL ve 300 YTL lik kısımdan 120 YTL, yani $200 + 300 = 500$ YTL lik kısımdan $50 + 120 = 170$ YTL kâr yapılmıştır.

Toplam kârın 240 YTL olabilmesi için kalan $600 - 500 = 100$ YTL lik kısımdan $240 - 170 = 70$ YTL kâr yapılmalıdır. Demek ki, kalan kısım (100 YTL de 70 YTL) % 70 kâr ile satılmalıdır.

Kısaca,

Alınan mal 1 kg olsun

$$1 \cdot \frac{1}{3} \cdot 600 \cdot \frac{25}{100} + 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 600 \cdot \frac{40}{100} +$$

$$1 \cdot \frac{1}{6} \cdot 600 \cdot \frac{x}{100} = 240$$

$$50 + 120 + x = 240$$

$$x = 70 \text{ dir.}$$

Cevap D

16. Karışımın şeker oranı % x olsun.

$$\frac{25}{100} \cdot 40 + \frac{15}{100} \cdot 20 = \frac{x}{100} \cdot (40 + 20)$$

$$25 \cdot 40 + 15 \cdot 20 = 60x$$

$$25 \cdot 2 + 15 = 3x$$

$$65 = 3x$$

$$x = \frac{65}{3}$$

Cevap A

17. Kilosu 6 YTL olan pirinçten x kilo karıştırılırsa kilosu 4 YTL olan pirinçten $25 - x$ kilo karıştırılmıştır.

Buna göre;

$$6 \cdot x + 4 \cdot (25 - x) = 5,20 \cdot 25$$

$$60 \cdot x + 40 \cdot (25 - x) = 52 \cdot 25$$

$$60x + 1000 - 40x = 1300$$

$$20x = 300$$

$$x = 15 \text{ tir.}$$

Cevap D

18. Babanın yaşı : $4x$

İki çocuğun yaşlarının toplamı : x olsun.

6 yıl sonra;

Babanın yaşı : $4x + 6$

İki çocuğun yaşları toplamı : $x + 2 \cdot 6$ olur.

Buna göre,

$$4x + 6 = 2(x + 2 \cdot 6)$$

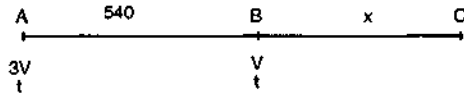
$$4x + 6 = 2x + 24$$

$$x = 9 \quad \dots \quad (\star) \text{ dir.}$$

Babanın yaşı : $4x = 4 \cdot 9 = 36$ dir.

Cevap A

19.



B ile C arası x km olsun. A dan hareket eden B den hareket edeni t saat sonra C kentinde yakalasın. Bu durumda.

$$540 + x = 3V \cdot t$$

$$x = V \cdot t$$

$$540 = 2Vt$$

$$Vt = 270 \quad \dots \quad (\star)$$

Demek ki; $x = Vt = 270$ dir.

Cevap D

20. 60 km/sa hızla t saat ilerlediyse 80 km/sa hızla $13 - t$ saat ilerlemiştir.

$$60 \cdot t + 80(13 - t) = 880$$

$$3t + 4(13 - t) = 44$$

$$3t + 52 - 4t = 44$$

$$-t = 44 - 52$$

$$t = 8 \text{ dir.}$$

Cevap C

1. 3 gömlek, 1 pantolon, 2 karavat 40 milyon lira ve 2 pantolon, 1 kravat 14 milyon lira olduğuna göre, 1 gömlek, 1 pantolon, 1 kravat kaç milyon liradır?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 21

2. Tavşan ve tavukların bulunduğu bir kümeste ayak sayısı 240 ve baş sayısı 100 dür.

Buna göre, bu kümesteki tavşan sayısı kaçtır?

A) 15 B) 20 C) 24 D) 27 E) 30

3. Bir satıcı, tanesi 200 YKr den 240 tane karpuz alıyor. Her bir karpuzdan 10 YKr kâr sağlamayı düşünmektedir.

60 karpuzun kırılması durumunda düşündüğü kârı sağlayabilmek için satıcı, kalan karpuzların tanesini kaç YTL den satmalıdır?

A) 2,20 B) 2,30 C) 2,40 D) 2,80 E) 3

4. Bir merdivenin basamaklarını 3 er 3 er çıkıp 4 er 4 er inen bir çocuk, inişte 8 adım daha az atmıştır.

Buna göre, merdiven kaç basamaklıdır?

A) 96 B) 92 C) 90 D) 84 E) 72

5. Yönetim kurulu, 11 asil 5 yedek futbolcuya bir miktar parayı prim olarak dağıtacaktır. Yedek futbolculara prim verilmezse asil futbolcuların herbirinin payı a milyar lira artacaktır.

Buna göre, prim için ayrılan paranın tamamı kaç milyar liradır?

A) $\frac{180a}{7}$ B) $\frac{170a}{6}$ C) $\frac{176a}{5}$
D) $\frac{150a}{7}$ E) $\frac{125a}{6}$

6. Bir miktar kalem, tanesi 8 YTL den satılırsa 30 YKr zarar ediliyor. Tanesi 10 YTL den satılırsa 49,70 YTL kâr ediliyor.

Buna göre, bu kalemlerin sayısı kaçtır?

A) 30 B) 28 C) 27 D) 25 E) 24

7. 1 kg yaş sabun 5 kalıptır. Bu sabunlar kurduğunda 8 kalıbı 1 kg gelmektedir. Yaş sabunun kilosunu 30 YKr den alıp, kuru sabunun kilosunu 64 YKr ye satan satıcı, bir miktar sabun satarak 1,60 YTL kâr sağlıyor.

Buna göre, tüccar kaç kg kuru sabun satmıştır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

8. Ali, bahçedeki çimin önce dörtte birini, sonra kalanın üçte birini, daha sonra da kalanın dörtte birini biçiyor.

Buna göre, bahçedeki çimlerin biçilen kısmının biçilmeyen kısmına oranı kaçtır?

A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{8}{3}$ E) $\frac{11}{5}$

9. Bir çocuk, önce parasının dörtte birinden 3 YTL fazlasını, sonra da kalanın dörtte birinden 3 YTL eksliğini harcıyor.

Geriy 21 YTL arttığına göre, paranın tamamı kaç YTL dir?

A) 24 B) 32 C) 36 D) 42 E) 48

10. Bir bidonun beşte biri su doludur. Bu suyun yarısı kullanıldıktan sonra bidona 16 lt su katılırsa bidonun yarısı doluyor.

Buna göre, bidon kaç lt su alır?

A) 40 B) 36 C) 32 D) 28 E) 24

11. Bir işi Ali 3a günde, Veli 2a günde, Cem 4a günde yapabilmektedir.

Aynı işi üçü birlikte a – 2 günde yapabildiğine göre a kaçtır?

A) 18 B) 21 C) 24 D) 26 E) 28

12. Birlikte işe başlayan eşit kapasiteli üç işçiden birincisi işin üçte biri yapıldıktan sonra, ikincisi kalan işin yarısı yapıldıktan sonra ayrılıyor. Üçüncü işçi işi tamamlıyor.

İşin tamamı 66 günde tamamlandıysa göre, ikinci işçi kaç gün çalışmıştır?

A) 12 B) 18 C) 22 D) 30 E) 36

13. x ile y musluğu, z musluğu kapalıyken boş havuzu 36 saatte doldurmaktadır. Tabandan itibaren havuzun yarısında bulunan z musluğu dolu havuzun yarısını tek başına 36 saatte boşaltmaktadır.

Buna göre, muslukların üçü birlikte açıldığında boş havuz kaç saatte dolar?

A) 63 B) 54 C) 42 D) 36 E) 30

14. % 20 kârla satış yapmakta olan bir sütçü, satışlar sonunda satış yaptığı ölçüğün % 20 eksik ölçtüğünü tespit ediyor.

Buna göre, sütçünün kârı yüzde kaç olmuştur?

A) 30 B) 40 C) 44 D) 50 E) 60

15. Bir satıcı bir malın % 40'ını % 50 kârla, % 30'unu da % 20 kârla satıyor.

Bu satıcı, kalan malı yüzde kaç kârla satmalıdır ki, ortalama kâr % 38 olsun?

A) 40 B) 38 C) 35 D) 32 E) 30

16. Kilosu 600 YKr olan pirinçten 15 kilo ve kilosu 800 YKr olan pirinçten 35 kilo karıştırılıyor.

Karışık pirinçin kilosu en az kaç YTL'ye satılmalıdır ki zarar edilmesin?

A) 6,80 B) 7 C) 7,40 D) 7,60 E) 7,80

17. Asit oranı % 30 olan 48 lt yağa kaç lt asitsiz yağ karıştırılmalıdır ki, karışımın asit oranı % 20 olsun?

A) 28 B) 24 C) 21 D) 18 E) 15

18. Bir annenin yaşı iki çocuğunun yaşlarının farkının 6 katıdır. 10 yıl sonra annenin yaşı, çocuklarının yaşları farkının 8 katı olacaktır.

Buna göre, annenin şimdiki yaşı kaçtır?

A) 21 B) 24 C) 27 D) 30 E) 36

19. Bir hareketli, gideceği yolun beşte birini gittikten sonra hızını dört katına çıkararak yolun tamamını 10 saatte alıyor.

Buna göre, hareketli yolun ilk beşte birlik bölümünü, kaç saatte almıştır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

20. Bir araç A kentinden B kentine $V + 3a$ km/sa hızla 4 saatte gidip, $V - a$ km/sa hızla 12 saatte dönüyor.

Buna göre, $|AB|$ kaç km dir?

A) 8a B) 12a C) 18a D) 21a E) 24a

1. Bir memur, maaşının $\frac{2}{7}$ 'sini ev kirasına, geriye

kalanının $\frac{2}{5}$ 'ini bakkala, geriye kalanının

$\frac{1}{3}$ 'ünü diğer borçlara verdikten sonra kalan parasının yansını mutfak masrafına ayırdığında elinde 90 YTL kalıyor.

Buna göre, bu memurun tüm maaşı kaç YTL dir?

A) 460 B) 480 C) 540 D) 630 E) 720

2. A ve B takımları 15'er sporcudan oluşmaktadır. A ve B takımları, maç sonunda bir lokantaya giderek yemek yiyecekler ve parayı yenilen takımın oyuncuları ödeyecektir. Bu yüzden yenilen takımın sporcuları 1 500 000'er lira fazla para vermişlerdir.

Buna göre, kaç liralık yemek yenilmiştir?

A) 22 500 000 B) 30 000 000 C) 40 000 000
D) 45 000 000 E) 48 000 000

3. 50 YKr'lık ve 25 YKr'lıklardan oluşan 38 tane madeni paranın tutarı 14,75 YTL dir.

Buna göre, bu paralardan kaç tanesi 25 YKr'lıktır?

A) 15 B) 17 C) 19 D) 21 E) 23

4. Hasan bir yolun $\frac{1}{4}$ 'ünü araba ile $\frac{2}{5}$ 'ini koşarak

gidiyor. 900 metre daha yürüyünce yolun $\frac{3}{4}$ 'ünü gitmiş oluyor.

Buna göre, bu yolun uzunluğu kaç kilometredir?

A) 2 B) 7 C) 11 D) 9 E) 5

5. Bir kasap, kilosunu 20 YTL den aldığı etin 10 kilosunu ailesine getirmiştir. Geriye kalan etin kilosunu 36 YTL den satarak 920 YTL kâr ediyor.

Buna göre, bu kasap kaç kg et almıştır?

A) 80 B) 70 C) 65 D) 60 E) 50

6. Hasan'ın yaşı, Mehmet'in yaşının 3 katından 2 fazladır. Mehmet, babasının yaşına geldiğinde Hasan ile arasındaki yaş farkı 14 olmaktadır.

Buna göre, Hasan'ın şimdiki yaşı kaçtır?

A) 15 B) 18 C) 20 D) 21 E) 24

7. Bir babanın yaşı 6 yıl önce iki çocuğunun yaşları farkının 7 katından 1 eksiktir.

6 yıl sonra babanın yaşı çocuklarının yaşları farkının 8 katından 5 fazla olacağına göre, babanın şimdiki yaşı kaçtır?

A) 41 B) 43 C) 45 D) 47 E) 49

8. Selim'in 3 yıl önceki yaşının 3 katı, Serkan'ın şimdiki yaşının 2 katına eşittir.

Selim ile Serkan'ın 7 yıl sonraki yaşlarının toplamı 52 olacağına göre, Serkan'ın 3 yıl önceki yaşı kaçtır?

A) 15 B) 17 C) 18 D) 21 E) 23

9. Üç musluk beraber açıldığında boş havuzu 48 saatte dolmaktadır. Üç musluk, 12 saat açık kaldıktan sonra birinci musluk kapatılıyor. Diğer iki musluk 72 saat sonra havuzu dolduruyor.

Kapatılan musluk, boş havuzu yalnız başına kaç saatte doldurabilir?

A) 72 B) 88 C) 96 D) 102 E) 120

10. Kaya bir işi tek başına, Erman ve Erhan'ın birlikte yaptıkları sürede yapıyor.

Kaya, Erman ve Erhan işi tek başlarına sırasıyla a günde, b günde ve c günde yaptıklarına göre, b aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $a + c$ B) $a - c$ C) $\frac{a + c}{ac}$
D) $\frac{ac}{c - a}$ E) $\frac{ca}{a - c}$

11. Bir işi usta tek başına 36 günde, kalfa ise aynı işi 54 günde yapabilmektedir.

Buna göre, 9 kalfa ve 2 usta birlikte çalışırlarsa aynı işi kaç günde bitirebilirler?

- A) 1 B) 2,5 C) 3 D) 4,5 E) 5

12. Bir işi Hasan 9 günde, Kemal 12 günde yapabiliyor. İkisi beraber 3 gün çalıştıktan sonra Hasan işi bırakıyor.

Kalan işi, Kemal kaç günde bitirebilir?

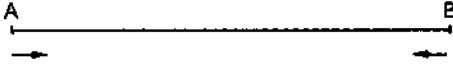
- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

13. A ve B şehirlerinden iki araç, 35 km/sa ve 55 km/sa hızla birbirine doğru aynı anda hareket ediyorlar.

Buna göre, bu iki araç karşılaştıktan kaç saat sonra aralarındaki mesafe 315 km olur?

- A) 2,5 B) 3 C) 3,5 D) 4 E) 4,5

- 14.



A ve B den birbirine doğru hareket eden araçlardan biri B ye 4 saatte, diğeri A ya 6 saatte varabiliyor.

A ve B den aynı anda hareket eden bu iki araç karşılaştıktan sonra, A dan hareket eden araç B ye kaç saatte varır?

- A) 1,6 B) 1,8 C) 2,4 D) 2,6 E) 3,6

15. Aralarında 320 km bulunan iki kentten aynı anda iki araç birbirlerine doğru hareket ediyorlar ve dört saat sonra karşılaşıyorlar. Aynı koşullarda, aynı anda aynı yöne hareket etselerdi, arkadaki araç öndeki aracı 8 saat sonra yakalayacaktı.

Buna göre, bu araçlardan hızlı olanı saatte kaç km yol alır?

- A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

- 16.



Aynı anda A ve B den birbirlerine doğru hareket eden iki araç C de karşılaştıktan 1 saat sonra; v_1 hızlı araç hızını artırarak geri dönüp v_2 hızlı aracı 5 saatte yakalıyor.

Buna göre, v_1 hızlı araç geri dönüşte hızını yüzde kaç artırmıştır?

- A) 10 B) 12 C) 60 D) 75 E) 80

17. Bir satıcı, aldığı yumurtaların % 20 sini ailesine vermiştir.

Geriye kalan yumurtaların tanesine yüzde kaç zam yaparsa, ne kâr ne de zarar eder?

- A) 18 B) 20 C) 22,5 D) 25 E) 30

18. Bir malın etiket fiyatı, maliyeti üzerinden % 45 kâr ölçüsüyle hesaplanmıştır.

Bu mal, etiket fiyatı üzerinden % 20 indirimle satılırsa, elde edilen kâr yüzde kaç olur?

- A) 12 B) 15 C) 16 D) 20 E) 25

19. Arka arkaya yapılan % 5 ilk ve % 20 ilk indirimlerden sonra 456 YTL ye satılan bir malın indirimlerden önceki fiyatı kaç YTL dir?

- A) 550 B) 600 C) 625 D) 650 E) 700

20. Alkol oranı % 40 olan 15 lt kolonya ile alkol oranı % 30 olan 10 lt kolonya karıştırılıyor.

Buna göre, elde edilen kolonyanın alkol yüzdesi kaçtır?

- A) 18 B) 27 C) 32 D) 35 E) 36

1. Hangi sayının dörtte üçünün 5 eksiği, aynı sayının 2 katının 5 fazlasının üçte birine eşittir?
A) 60 B) 65 C) 70 D) 75 E) 80
2. Bir sınıftaki öğrenciler, sıralara 5'er 5'er oturunca 2 öğrenci ayakta kalmaktadır. Eğer 7 şer 7 şer oturlarsa 2 sıra boş kalmaktadır. Buna göre, bu sınıfta kaç öğrenci vardır?
A) 37 B) 38 C) 42 D) 47 E) 52
3. Bir usta, yanında çalışan 24 kalfa ve çırağa günde toplam 915 YTL ücret ödemektedir. Kalfaların günlüğü 60 YTL, çırağların günlüğü 25 YTL olduğuna göre, bu iş yerinde kaç tane kalfa çalışmaktadır?
A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 15
4. Hasan parasının; $\frac{3}{11}$ ini bakkala, kalan paranın $\frac{3}{8}$ ini ev kirasına, kalan paranın $\frac{2}{5}$ ini halı taksidine, kalan paranın $\frac{1}{3}$ ünü oğluna harçlık olarak veriyor. Geriye 225 YTL kaldığına göre, Hasan'ın halı taksidine verdiği para kaç YTL dir?
A) 200 B) 225 C) 230 D) 245 E) 250
5. Herkesin eşit iş yaptığı bir işçi grubuna 20 günlük iş veriliyor. İşçilerden 6 sı işe başlamadan ayrılıyor. Kalan işçiler aynı işi 30 günde bitirdiklerine göre, başlangıçta gruptan hiç kimse ayrılmayıp 6 kişi daha gruba katılsaydı aynı işi eş güçteki bu grup kaç günde bitirebilirdi?
A) 9 B) 10 C) 12 D) 15 E) 18
6. Baba ile üç çocuğunun yaşlarının toplamı 56'dır. 3 yıl sonra bu üç çocuğun yaşları ile annenin yaşının toplamı 62 olacaktır. Üç yıl önce anne ile babanın yaşları toplamı, yaşları farkının 10 katı olduğuna göre, yaşça, anneden daha büyük olan babanın şimdiki yaşı kaçtır?
A) 30 B) 32 C) 34 D) 36 E) 38
7. Küçük çocuk doğduğunda babanın yaşı, büyük çocuğunun yaşının 4 katından 1 fazladır. 7 yıl sonra; bu iki çocuğun yaşları farkı 8 olduğuna göre, küçük çocuk doğduğunda baba kaç yaşındaydı?
A) 28 B) 33 C) 38 D) 43 E) 57
8. Annenin yaşı, 4 çocuğunun yaşları toplamından 9 yaş fazladır. 4 yıl sonra, babanın yaşı, 4 çocuğunun yaşları toplamına eşit olduğuna göre, 5 yıl sonra baba ile anne arasındaki yaş farkı kaçtır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7
9. Hasan bir işi $2x$ günde, Gültekin ise aynı işi $\frac{3x}{2}$ günde tamamlayabiliyor. Hasan ile Gültekin bu işi birlikte $\frac{24}{7}$ günde bitirebiliyor. Buna göre, Gültekin tek başına bu işi kaç günde tamamlayabilir?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9
10. Üç musluk, boş bir havuzu 4,5 saatte doldurabiliyor. Birinci musluk 7 saat, ikinci ve üçüncü musluk 2 şer saat açık kaldığında havuz dolmaktadır. Buna göre, birinci musluk tek başına boş havuzu kaç saatte doldurabilir?
A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

11. Bir işi Cem 8 günde, Hasan ise 24 günde bitirebiliyor. İkisi birlikte 2 gün çalıştıktan sonra Cem işi bırakıyor. Onun yerine işe giren Nadide ile Hasan işin geri kalan kısmını 8 günde bitirebiliyorlar.

Buna göre, Nadide bu işin tamamını tek başına kaç günde bitirebilir?

A) 16 B) 18 C) 20 D) 24 E) 32

12. Bir işi; Ahmet ile Hasan beraber 6 günde, Ahmet ile Ali beraber 8 günde, Hasan ile Ali beraber 4 günde bitirebiliyorlar.

Buna göre, bu işin tamamını Ahmet tek başına kaç günde bitirebilir?

A) 12 B) 16 C) 24 D) 36 E) 48

13. Bir araç Ankara'dan 960 km uzaklıktaki Trabzon'a doğru saatte 60 km hızla hareket ediyor. Diğer bir araç 3,5 saat sonra Ankara'dan Trabzon'a doğru, saatte 90 km hızla yola çıkıyor ve birinci arabayı solladıktan 30 dakika sonra arızalanıyor.

2 saat sonra yola devam edecek olan bu aracın diğer araçla aynı anda Trabzon'a varabilmesi için, hızını kaç km/sa artırması gerekir?

A) 15 B) 12 C) 10 D) 8 E) 5

14.



A kentinden 3 araç 4'er saat ara ile B kentine doğru harekete başlayıp B kentinde beklemeden A kentine geri döneceklerdir. A'dan hareket eden,

1. aracın saatteki hızı 30 km
2. aracın saatteki hızı 50 km
3. aracın saatteki hızı 70 km dir.
3. araç 1. aracı B kentinde yakalıyor.

Buna göre, A kentine ilk varan araç ile hemen arkasındaki araç arasında kaç km mesafe vardır?

A) 20 B) 30 C) 40 D) 48 E) 60

15. Bir hareketlinin A şehriden B şehrine gidişteki ortalama hızı 90 km/saat, dönüşteki ortalama hızı 60 km/saattir.

Buna göre, bu hareketlinin, gidiş-dönüşteki ortalama hızı kaç km/saattir?

A) 72 B) 74 C) 75 D) 76 E) 78

16. Bir kişi bir eşyayı etiket fiyatı üzerinden % 4 indirimle alıyor.

Bir gün sonra o eşyaya % 20 zam geldiğinde bu kişi bir gün önceki alış fiyatı ile almış olsaydı zamlı fiyata göre kârı yüzde kaç olurdu?

A) 26 B) 25 C) 24 D) 23 E) 20

17. Bir satıcı bir malı % 25 kârla satarken satış fiyatı üzerinden % 25 indirim yaparak 405 YTL'ye satıyor.

Buna göre, bu malın maliyeti kaç YTL dir?

A) 373 B) 398 C) 405
D) 420 E) 432

18. Hasan, şans oyunlarından birinci oyunda % 20 kârlı, ikinci oyunda % 50 zararlı, üçüncü oyunda % 30 kârlıdır.

Buna göre, Hasan bu üç oyun sonunda ilk duruma göre % kaç zararlıdır?

A) 22 B) 20 C) 15 D) 12 E) 10

19. 9000 YTL'yi % 66'dan 3 yıllığına basit faizle bankaya yatıran bir kimse, aldığı faizin % 25'ini devlete vergi olarak ödemiştir.

Buna göre, bu kişinin 3 yıl sonunda kaç YTL'si vardır?

A) 12 150 B) 16 200
C) 18 900 D) 21 150
E) 22 365

20. Bir mağaza sahibi, % 25 kârla satış yapmaktadır.

Mağaza sahibi, zarara girmeden, mevsim sonu satışlarında en fazla yüzde kaç indirim yapabilir?

A) 25 B) 24 C) 22 D) 20 E) 19

1. Bir çubuk 8 eşit parçaya bölünüyor. Parçalardan herbirinin uzunluğu 10 cm daha kısa olsaydı bu çubuk 12 eşit parçaya bölünebilecekti.

Buna göre, çubuğun boyu kaç cm dir?

- A) 120 B) 240 C) 360 D) 480 E) 720

2. Bir sınıfta matematik dersinden başarı gösterenlerin sınıfın % 60 ı, bu dersten 8 in üzerinde not alanlar, başarı gösterenlerin % 20 sidir. Aynı sınıfta, coğrafya dersinde başarı gösterenlerin sınıfın % 90 ıdır.

Bu sınıfta coğrafya dersinde başarı gösterenlerden matematik notu 8 in üzerinde olanlar, sınıf mevcudunun en az yüzde kaçdır?

- A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

3. Bir satıcı, a YTL ye aldığı bir malı kârla 2 YTL ye, b YTL ye aldığı ikinci bir malı da zararla yine 2 YTL ye satıyor.

a ve b fiyatlarıyla ilgili, aşağıdaki bağıntılardan hangisi doğrudur?

- A) $b < a < 2$ B) $a < b < 2$ C) $a < 2 < b$
D) $b < 2 < a$ E) $2 < b < a$

4. Bir tüccar, x kg lık mal satışından y lira kâr sağlamaktadır. x ile y arasında

$$y = 2x - 8$$

biçiminde bir bağıntı vardır.

Bu tüccarın kâr da zarar da etmemesi için en az kaç kg lık satış yapması gerekir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

5. Bir kişiye, doğru olanlara Evet (E), yanlış olanlara Hayır (H) yazarak cevaplayacağı beş soru veriliyor. Bu beş sorunun doğru cevaplarının, tabloda

Sorular					
1	2	3	4	5	
E	H	E	E	H	I.
E	H	H	E	H	II.
H	E	H	E	E	III.
H	E	E	H	E	IV.
E	E	H	E	H	V.

verilen beş cevaplama biçiminden biri olduğu söyleniyor. Bu kişi 3. sorunun doğru cevabının H olduğunu biliyor. 2. sorunun doğru cevabını da bulunca, başkalarına bakmadan uygun cevaplama biçimini doğru olarak seçiyor.

Buna göre, doğru olan cevaplama biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) I B) II C) III D) IV E) V

6. A kentinden B kentine gitmek için aynı anda yola çıkan iki otomobilden birincisi saatte 30 km, ikincisi de saatte 40 km yol alıyor.

İkinci otomobil B kentine 2 saat önce vardığına göre, A ile B kentleri arası kaç km dir?

- A) 180 B) 240 C) 280 D) 300 E) 320

7. Bir top kumaşın önce $\frac{2}{5}$ i sonra da kalanın $\frac{1}{3}$ ü satılıyor.

Geride 28 m kumaş kaldığına göre, kumaşın tamamı kaç metredir?

- A) 50 B) 55 C) 60 D) 65 E) 70

8. Bir sınav sonucunu değerlendirmek için 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 notları kullanılıyor.

146 kişinin katıldığı sınavda bu notların herbiri en az bir kere kullanıldığına göre, aynı notu alan en çok kaç kişi bulunabilir?

- A) 135 B) 136 C) 137 D) 138 E) 139

9. % x i tuz olan y kg tuzlu su ile % $\frac{x}{4}$ tuz olan T kg tuzlu su karıştırılıyor.

Son karışımın tuz oranı % $\frac{x}{2}$ olduğuna göre,

T nin y türünden eşiti aşağıdakilerden hangisi olabilir?

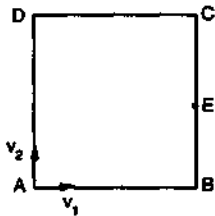
- A) $\frac{y}{2}$ B) y C) $\frac{3y}{2}$ D) 2y E) $\frac{5y}{2}$

10. 4 pantolon 8 gömlek alabileceğimiz parayla hiç gömlek almadan 6 pantolon alabiliriz.

Buna göre, aynı parayla hiç pantolon olmadan kaç gömlek alabiliriz?

- A) 24 B) 22 C) 18 D) 12 E) 6

11. İki yarışmacı, şekildeki A noktasından aynı anda koşuya başlıyorlar. Birisi AB yönünde v_1 hızı ile, diğeri AD yönünde v_2 hızı ile, ABCD karesi çevresinde koşuyorlar.



İki yarışmacı, ilk kez BC nin E orta noktasında karşılaştığına göre, $\frac{v_2}{v_1}$ kaçtır?

- A) 6 B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{5}$

12. Bir tüccar, metresi 30 YTL den x metre kumaş almıştır.

Bu kumaşın yarısını metresi 35 YTL den, üçte birini metresi 29 YTL den, geri kalanını da metresi 32 YTL den satarak 1815 YTL kâr ettiğine göre, x kaçtır?

- A) 484 B) 363 C) 726 D) 605 E) 847

13. Sıfırdan farklı bir sayının üç katı alınır ve sonuç, başlangıçta alınan sayıya bölünürse bölüm kaç olur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. A kentinden B kentine giden ve durmadan geri dönen bir otomobil, gidişinde ortalama 60 km/sa dönüşünde 40 km/sa hız yapmıştır. Bu otomobil A dan B ye 4 saatte gidip gelmiştir.

Buna göre, bu otomobil A dan B ye kaç dakikada gitmiştir?

- A) 96 B) 95 C) 94 D) 91 E) 90

15. Bir parça telin ucundan, telin $\frac{1}{7}$ si kesilirse, telin

orta noktası eski orta noktaya göre 3 metre kayıyor.

Buna göre, bu telin tamamı kaç metredir?

- A) 35 B) 42 C) 49 D) 56 E) 63

16. 700 paket eşya, araba veya hamalla taşınacaktır. En çok 60 paket götürebilen araba her gidiş için 8 YTL, en çok 20 paket götürebilen hamal ise her gidiş için 3 YTL almaktadır.

Buna göre, bu eşyanın tümü en az kaç YTL ye taşınabilir?

- A) 88 B) 94 C) 96 D) 105 E) 112

17. Bir salonda 74 erkek 14 kadın vardır.

Bu salona kaç evli çift (karı-koca) gelirse erkek sayısı kadın sayısının 4 katı olur?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

18. % 40 basit faiz oranı ile bankaya yatırılan bir para bir yıl sonra faizi ile birlikte 117,60 YTL oluyor.

Buna göre, bankaya yatırılan para kaç YTL dir?

- A) 54 B) 58 C) 64 D) 84 E) 104

1. Ucuzluk yapan bir mağaza; fiyatlarda % 25 indirim yapıyor. İlk hafta satışın az olduğunu görünce ikinci hafta indirimli fiyatlar üzerinden % 20 indirim daha yapıyor.

Mağaza sahibinin yaptığı toplam indirim yüzde kaçtır?

A) 32,5 B) 35 C) 37,5 D) 40 E) 42,5

2. Bir satıcı bir malı % 20 kârla satarken, satış fiyatı üzerinden % 20 indirim yaparak 384 milyon liraya satıyor.

Buna göre, bu malın maliyeti kaç milyon liradır?

A) 410 B) 400 C) 380 D) 370 E) 360

3. "Bir çember üzerinde yarışan iki hareketliden ikincisi, iki turluk bir yarış 45 dakika önce bitirmiştir."

Aşağıdaki durumların hangisinde bu yarışın sonucu değişirdi?

- A) Çemberin çevresinin iki katı uzunluğunda, düz bir yolda yarış yapılsaydı.
B) Çemberin yarıçapı 2 katına çıkarılıp 1 turluk yarış yapılsaydı.
C) Çemberin yarıçapı ve hareketlilerin hızları yarıya düşürülseydi.
D) Çemberin yarıçapı yarıya düşürülüp 4 turluk yarış yapılsaydı.
E) Hareketlilerin hızları 2 katına çıkarılıp 1 turluk yarış yapılsaydı.

4. Bir kumbaraya bir sınıftaki öğrencilerin bazıları 1 YTL, bazıları 2 YTL atmıştır. Kumbarada biriken para 42 YTL dir.

Kumbaraya para atan öğrenci sayısı 30 kişi olduğuna göre kaç kişi 1 YTL atmıştır?

A) 22 B) 18 C) 16 D) 14 E) 10

5. Bir adam borcunun önce $\frac{1}{5}$ ini ve sonra da kalan borcunun $\frac{1}{5}$ ini ödüyor.

Geriye 40 YTL borcu kaldığına göre ilk ödediği miktar kaç YTL dir?

A) 5 B) 7,50 C) 10 D) 12 E) 12,50

6. Bir çuval pirincin $\frac{2}{5}$ inin $\frac{5}{9}$ u satılınca 56 kg pirinç kalıyor.

Buna göre, çuvalda kaç kg pirinç vardır?

A) 70 B) 72 C) 74 D) 76 E) 80

7. Bir hareketli, belli bir yolu saatte ortalama a km hızla b saatte almıştır.

Hareketli, ortalama hızını saatte 1 km azaltır-sa aynı yolu kaç saatte alır?

A) $\frac{ab}{a-1}$ B) $\frac{ab}{a+1}$ C) $\frac{a+1}{ab}$
D) $\frac{a+1}{b}$ E) $\frac{b}{a-1}$

8. Hacmi V litre olan bir depoya bir dakikada akan su miktarı a litredir.

t dakika sonra deponun boş kısmının hacmi kaç litre olur?

A) $V - \frac{a}{2}t$ B) $2V - at$ C) $\frac{V}{2} - at$
D) $2V - \frac{3a}{2}t$ E) $V - at$

9. Bir işyerinde günlük ücret zammı için iki seçenek vardır. Birincisi net 90 YTL, ikincisi günlükün % 15 i dir. Bu işyerinde günlükü a YTL olan bir işçi 90 YTL lik zammı, b YTL olan da % 15 lik zammı tercih etmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $a < 600 < b$ B) $a < 900 < b$
C) $a < b < 900$ D) $900 < a < b$
E) $b < 800 < a$

10. 20 çocuğun bulunduğu bir çocuk balosunda, erkek çocukların birincisi 5 kız arkadaşıyla, ikincisi 6, üçüncüsü 7 ve her seferinde kız çocukların sayısı bir artmak üzere sonuncu erkek tüm kız arkadaşlarıyla dans ettiğine göre, balodaki erkek çocuk sayısı kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

11. Bir atlet, belli bir yolun $\frac{1}{3}$ ünü koşuyor, sonra 125 metre daha koşunca yolun yarısına geliyor. Buna göre, bu yolun tamamı kaç metredir?

A) 875 B) 750 C) 625 D) 600 E) 500

12. Bir banka, euro (avro) olarak yatırılan paraya % 10 euro, YTL olarak yatırılan paraya % 21 YTL yıllık faiz veriyor. Bir euronun (avronun) 1,70 YTL olduğu bir dönemde 1000 eurosu (avrosu) olan bir kişi parasını bir yıl için euro olarak yatırıyor.

Bu kişi bir yıl sonra parasını faizi ile birlikte çektiğinde zararlı çıkmaması için euro bir yıl sonraki değeri en az kaç YTL olmalıdır?

A) 1,70 B) 1,80 C) 1,87 D) 1,90 E) 2

13. Ali'nin parası Veli'nin parasının 9 katıdır. Eğer Ali Veli'ye 50 YTL verirse, Ali'nin parası Veli'nin parasının 4 katı oluyor.

Buna göre, Veli'nin parası kaç YTL dir?

A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

14. Bir koşucunun x metre uzunluğundaki bir yolu t saatte koşması isteniyor.

Koşucu; yolun $\frac{1}{3}$ ünü $\frac{t}{2}$ saatte koştuğuna göre, geriye kalan yolu zamanında tamamlaması için hızını kaç katına çıkarmalıdır?

A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

15. Bir manavda iki boy elma vardır. Küçük boy elmaların tanesi 120 gram büyük boy elmaların tanesi 200 gramdır.

Bu manavdan 1 kilogram elma alan bir kişi, en çok kaç tane elma almış olabilir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

16. Bir bayağı kesrin pay ve paydası birer tam sayıdır.

Buna göre, değeri $\frac{1}{4}$ olan bu kesrin pay ve paydasının toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 19 B) 15 C) 12 D) 9 E) 6

17. Bir fabrikada aynı malı üreten üç makine, bir günde x, y ve z miktarlarda mal üretebiliyor. x miktarda üretim yapan makinenin kapasitesi % 20 artılıp, y ve z miktarda üretim yapan makinelerin kapasiteleri % 5'er azaltılırsa günlük üretim miktarı değişmiyor.

Buna göre, x, y ve z arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x = 4(y + z)$ B) $4x = y + z$
C) $4x = 2(y + z)$ D) $x = 2(y + z)$
E) $x = y + z$

18. 2004 yılının Aralık ayında ihracat 5 milyar dolar, ithalat ise 8 milyar dolardır. 2005 yılının Aralık ayında, ihracat geçen yılın aynı ayına göre % 15, ithalat ise % 10 artmıştır.

Buna göre, ithalat ve ihracat arasındaki fark (dolar olarak) hakkında aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) Artmıştır B) Azalmıştır C) Değişmemiştir
D) Kalmamıştır E) Bilinemez

19. Bir kesrin değeri $\frac{3}{7}$ dir. Bu kesrin payından 2 çıkarılırsa kesrin değeri $\frac{1}{7}$ oluyor.

Buna göre, bu kesrin paydası ile payı arasındaki fark kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 8 D) 12 E) 16

Kümeler, bundan sonra anlatacağımız bütün konular için önemli bir yapı taşıdır.

Son yedi yılın Öğrenci Seçme Sınavı'nda kümelerle ilgili toplam 5 soru soruldu.

KÜMELER

- A. TANIM
- B. KÜMELERİN GÖSTERİLİŞİ
 - 1. Liste Yöntemi
 - 2. Genelleme Yöntemi
 - 3. Venn Şeması Yöntemi
- C. BOŞ KÜME
- D. EŞİT KÜME, DENK KÜME
- E. SONLU KÜME, SONSUZ KÜME
- F. ALT KÜME
 - 1. Tanım
 - 2. Özalt Küme
 - 3. Alt Küme ile İlgili Özellikler
- G. KÜMELERLE YAPILAN İŞLEMLER
 - 1. Kümelerin Birleşimi
 - 2. Birleşim İşleminin Özellikleri
 - 3. Kümelerin Kesişimi
 - 4. Kesişim İşleminin Özellikleri
- H. EVRENSEL KÜME
- I. BİR KÜMENİN TÜMLEYENİ
 - 1. Tanım
 - 2. Tümleyenin Özellikleri
- J. KUVVET KÜMESİ
- K. İKİ KÜMENİN FARKI
 - 1. Tanım
 - 2. Farkla İlgili Özellikler

⇒ ÇÖZÜMLÜ TEST

⇒ CEVAPLI TEST (1, 2, 3)

B

Ö

L

Ü

M

12

K Ü M E L E R

A. TANIM

- ✓ **Küme**, nesnelerin iyi tanımlanmış bir listesidir.
- ✓ Kümeyi oluşturan nesnelere **kümenin elemanı** denir.
- ✓ Kümeler genellikle A, B, C, ... gibi büyük harflerle; elemanlar ise a, b, c, ... gibi küçük harflerle gösterilir. "A'nın bir elemanı a dır." ifadesi $a \in A$ biçiminde "A'nın bir elemanı a değildir." ifadesi $a \notin A$ biçiminde gösterilir.
- ✓ Kümede, aynı eleman bir defa yazılır.
- ✓ Elemanların yer değiştirmesi kümeyi değiştirmez.
- ✓ A kümesinin eleman sayısı $s(A)$ ile ya da $n(A)$ ile gösterilir. Biz $s(A)$ gösterimini kullanacağız.

B. KÜMELERİN GÖSTERİLİŞİ

10 dan küçük asal sayıların kümesini üç ayrı yöntemle gösterelim.

1. Liste Yöntemi

$$A = \{2, 3, 5, 7\}$$

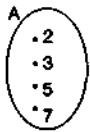
2. Genelleme Yöntemi

$A = \{x : x, 10 \text{ dan küçük asal sayı}\}$ biçiminde veya

$A = \{x : x < 10 \text{ ve } x \text{ asal sayı}\}$ biçiminde gösterilir.

Bu küme; "x lerden oluşur, öyleki x, 10 dan küçük ve asal sayı" biçiminde okunur.

3. Venn Şeması Yöntemi



Kümenin bütün elemanları kapalı bir eğri içine yazılır. Eğri herhangi bir şekilde olabilir : elips, çember, dikdörtgen gibi.

Örnek 1

$$A = \{x : x^2 < 20 \text{ ve } x \in \mathbb{N}\}$$

olduğuna göre, $s(A)$ kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm

A kümesi, karesi 20 den küçük olan doğal sayılardan oluşmaktadır.

Karesi 20 den küçük olan doğal sayılar 0, 1, 2, 3 ve 4 tür. Yani, $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ tür.

Buna göre, $s(A) = 5$ tir.

Cevap C

C. BOŞ KÜME

Hiç bir elemanı olmayan kümeye boş küme denir. Boş küme $\{\}$ veya $\emptyset$ sembollerinden biriyle gösterilir.

UYARI :

- * $\{\emptyset\}$ ve $\{0\}$ kümeleri boş küme olmayıp birer elemana sahip iki kümedir.
- * $s(\emptyset) = 0$ dır.

Örnek 2

$$A = \{x : x \text{ çift asal sayı}\}$$

$$B = \{x : x \text{ negatif asal sayı}\}$$

$$C = \{x : 4 < x^2 < 8 \text{ ve } x \in \mathbb{Z}\}$$

$$D = \{x : x, \text{ZİRVEDE kelimesinin harfi}\}$$

verilen kümeler için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) D kümesinin nicelik sayısı 7 dir.
 B) A, B ve C kümeleri boş kümelerdir.
 C) B ve C kümeleri boş kümelerdir.
 D) Sadece C kümesi boş kümedir.
 E) $-3 \in B$ dir.

Çözüm

Verilen kümeleri inceleyelim :

Asal sayıların çift olanı sadece 2 dir.

Buna göre, $A = \{2\}$ dir.

1 den ve kendisinden başka pozitif tam bölüneni olmayan, 1 den büyük doğal sayılara asal sayılar denir.

Negatif asal sayı yoktur.

Buna göre, $B = \{\} = \emptyset$ dir.

Hiç bir tamsayının karesi 4 ten büyük 8 den küçük olamaz.

Buna göre, $C = \{ \}$ dir.

D kümesi ise, $D = \{ Z, İ, R, V, E, D \}$ dir.

E harfinin bir kez yazıldığına dikkat ediniz.

Buna göre, $s(D) = 6$ dir.

O halde, seçeneklerde verilenlerden C şıkkı doğrudur.

Cevap C

D. EŞİT KÜME, DENK KÜME

Aynı elemanlardan oluşan kümelere **eşit kümeler** denir. A kümesinin B kümesine eşitliği $A = B$ biçiminde gösterilir.

Eleman sayıları eşit olan kümelere **denk kümeler** denir. A kümesinin B kümesine denkliği $A = B$ biçiminde gösterilir.

UYARI :

Eşit olan kümeler denktir. Fakat denk olan kümeler eşit olmayabilir.

Örnek 3

$$A = \{ x : (x - 4) \cdot (x - 5) = 0 \}$$

$$B = \{ x : x, 5454 \text{ sayısının bir rakamı} \}$$

$$C = \{ x : x^2 = 16 \text{ ve } x \in \mathbb{N} \}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $A = B = C$ B) $A = B$ C) $s(B) = 5$
D) $s(C) = 2$ E) $s(A) = s(C)$

Çözüm

$$(x - 4) \cdot (x - 5) = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ veya } x = 5$$

olduğu için, $A = \{4, 5\}$ tir.

5454 sayısının rakamları ile oluşan B kümesi, $B = \{5, 4\}$ olur.

$$x^2 = 16 \text{ ve } x \in \mathbb{N} \Rightarrow x = 4$$

olduğu için, $C = \{4\}$ tür.

Buna göre, A kümesi B kümesine eşittir.

Cevap B

E. SONLU KÜME, SONSUZ KÜME

Elemanları sayılarak bitirilebilen kümelere **sonlu küme** denir.

Sonlu olmayan kümelere de **sonsuz küme** denir.

Örnek 4

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$$

A kümesinin elemanlarını sayarak bitirebiliriz.

Öyleyse A kümesi sonlu bir küme olup $s(A) = 6$ dir.

$\mathbb{N}$ kümesinin elemanlarını saymakla bitiremeyiz. Dolayısıyla $\mathbb{N}$ sonsuz bir kümedir. $s(\mathbb{N}) = \infty$

F. ALT KÜME

1. Tanım

A ve B herhangi iki küme olsun. A kümesinin her elemanı, B kümesinin de elemanı ise A ya B nin alt kümesi denir.

A nın B kümesinin alt kümesi olduğu $A \subset B$ biçiminde gösterilir.

$$A = \{x : x \in B\} \Rightarrow A \subset B$$

B kümesinde olup A kümesinde olmayan en az bir eleman varsa "B kümesi A kümesini alt kümesi değildir" denir.

B kümesinin A kümesinin alt kümesi olmadığı $B \not\subset A$ biçiminde gösterilir.

A kümesi B kümesinin alt kümesi ise, B kümesi A kümesini kapsar denir ve $B \supset A$ biçiminde gösterilir.

B kümesinin A kümesini kapsamadığı $B \not\supset A$ biçiminde gösterilir.

Örnek 5

$$A = \{x : 1 < x \leq 5, x \in \mathbb{N}\}$$

$$B = \{x : x^2 = 4, x \in \mathbb{Z}\}$$

$$C = \{x : (x - 3) \cdot (x - 5) = 0\}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $A \subset B$ B) $B \subset A$ C) $B \subset C$
D) $A \subset C$ E) $C \subset A$

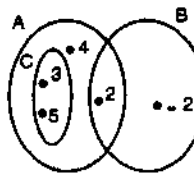
Çözüm

Verilen kümeleri liste yöntemiyle yazıp, Venn şemasıyla gösterelim.

$$A = \{2, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{-2, 2\}$$

$$C = \{3, 5\}$$



Görüldüğü gibi, C nin her elemanı A nın da elemanıdır. Dolayısıyla $C \subset A$ dir.

Cevap E

Örnek 6

$A = \{1, 2, 3, \{1\}, \emptyset\}$ kümesi veriliyor.

- I. $s(A) = 3$ II. $1 \in A$
 III. $\{1\} \subset A$ IV. $2 \subset A$
 V. $\{1, 3, \emptyset\} \subset A$ VI. $\{\{1\}\} \subset A$

olduğuna göre, verilen ifadelerden kaçısı doğrudur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

A kümesi; 1, 2, 3, $\{1\}$ ve $\emptyset$ elemanlarından oluşmaktadır. Buna göre,

✓ $s(A) = 5$ tir.

✓ $1 \in A$ dir.

✓ $\{1\} \subset A$ dir.

✓ $\{2\} \subset A$ dir.

✓ $\{1, 3, \emptyset\} \subset A$ dir.

✓ $\{\{1\}\} \subset A$ dir.

O halde, verilen ifadelerden I. ve IV. yanlıştır. Diğerleri doğrudur.

Cevap D

2. Özalt Küme

Bir kümenin, kendisinden farklı bütün alt kümelerine o kümenin özalt kümeleri denir.

Örnek 7

$A = \{0, 1\}$ kümesinin

Alt kümeleri : $\{\}, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}$ dir.

Özalt kümeleri : $\{\}, \{0\}, \{1\}$ dir.

Örnek 8

$A = \{a, b, c\}$ kümesinin alt kümelerini inceleyelim.

$\{\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}$ ve $\{a, b, c\}$ dir.

Buna göre, A kümesinin;

- I. Hiç elemanlı olmayan alt küme sayısı 1 dir.
 II. Bir elemanlı alt küme sayısı 3 tür.
 III. İki elemanlı alt küme sayısı 3 tür.
 IV. Üç elemanlı alt küme sayısı 1 dir.
 V. 8 tane alt kümesi, 7 tane özalt kümesi vardır.

3. Alt Küme İle İlgili Özellikler

1. Her küme kendisinin alt kümesidir.

$$A \subset A$$

2. Boş küme her kümenin alt kümesidir.

$$\emptyset \subset A$$

3. $(A \subset B \text{ ve } B \subset A) \Leftrightarrow A = B$ dir.

4. $(A \subset B \text{ ve } B \subset C) \Rightarrow A \subset C$ dir.

5. n elemanlı bir kümenin alt kümelerinin sayısı :

$$2^n \text{ dir.}$$

6. n elemanlı bir kümenin özalt kümelerinin sayısı :

$$2^n - 1 \text{ dir.}$$

7. n elemanlı bir kümenin r tane elemanlı alt kümelerinin sayısı

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots (n-r+1)}{r!} \text{ dir.}$$

8. $\binom{n}{x} = \binom{n}{y} \Rightarrow x = y \text{ veya } n = x + y \text{ dir.}$

9. $\binom{n}{0} = 1, \binom{n}{n} = 1, \binom{n}{1} = n \text{ dir.}$

Örnek 9

$$A = \{-1, -2, 0, 1, 2\}$$

$$B = \{x : |x| \leq 2, x \in \mathbb{Z}\}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $A \subset B$ B) $B \subset A$ C) $A = B$
 D) $1 \subset A$ E) $A = B$

Çözüm

B kümesini liste yöntemiyle yazalım.

$$|x| \leq 2$$

$$-2 \leq x \leq 2 \text{ ve } x \in \mathbb{Z} \text{ ise}$$

$$B = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \text{ olur.}$$

Buna göre, $A = B$ dir.

O halde,

✓ $A = B \Leftrightarrow A \subset B \text{ ve } B \subset A$ dir.

✓ $A = B \Rightarrow A = B$ dir.

✓ $1 \in A$ ve $\{1\} \subset A$ dir. Ancak, $1 \not\subset A$ dir.

Cevap D

Örnek 10 _____

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

kümesinin 3 elemanlı kaç tane alt kümesi vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 10 E) 12

Çözüm

5 elemanlı bir kümenin 3 elemanlı alt kümelerinin

$$\text{sayısı } \binom{5}{3} = \frac{5!}{(5-3)! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2!}{2! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 10 \text{ dur.}$$

Cevap D

Örnek 11 _____

Özalt kümelerinin sayısı 31 olan bir kümenin elemanlarının sayısı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm

Kümenin eleman sayısı n olsun.

$$2^n - 1 = 31$$

$$2^n = 32$$

$$2^n = 2^5$$

$$n = 5 \text{ tir.}$$

Cevap C

Örnek 12 _____

Bir kümenin 4 elemanlı alt kümelerinin sayısı, 5 elemanlı alt kümelerinin sayısına eşittir.

Buna göre, bu kümenin kaç tane 2 elemanlı alt kümesi vardır?

- A) 8 B) 9 C) 12 D) 36 E) 40

Çözüm

Kümenin eleman sayısı n olsun. 4 elemanlı alt küme sayısı 5 elemanlı alt küme sayısına eşit olduğuna göre,

$$\binom{n}{4} = \binom{n}{5} \Rightarrow n = 4 + 5 = 9 \dots (\star) \text{ olur.}$$

Buna göre, 9 elemanlı bir kümenin 2 elemanlı alt küme sayısı :

$$\binom{9}{2} = \frac{9!}{7! \cdot 2!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7!}{7! \cdot 2!} = \frac{72}{2} = 36 \text{ dir.}$$

Cevap D

Örnek 13 _____

5 elemanlı bir kümenin en az dört elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 16

Çözüm

İstenen, dört elemanlı ve beş elemanlı alt kümelerinin sayısıdır.

Buna göre,

$$\begin{aligned} \binom{5}{4} + \binom{5}{5} &= \frac{5!}{1! \cdot 4!} + \frac{5!}{0! \cdot 5!} \\ &= 5 + 1 \\ &= 6 \text{ dir.} \end{aligned}$$

(0! = 1 olduğunu hatırlayınız.)

Cevap A

Örnek 14 _____

6 elemanlı bir kümenin en fazla dört elemanlı kaç tane alt kümesi vardır?

- A) 50 B) 56 C) 57 D) 60 E) 62

Çözüm

6 elemanlı bir kümenin bütün alt kümelerinin sayısı :

$$\underbrace{\binom{6}{0} + \binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6}}_{\text{istenen}} = 2^6 \text{ dir.}$$

İstenen; 0 elemanlı, 1 elemanlı, 2 elemanlı, 3 elemanlı ve 4 elemanlı alt kümelerinin sayısıdır.

İstenen alt kümelerinin sayısı x olsun.

Buna göre,

$$\begin{aligned} x + \binom{6}{5} + \binom{6}{6} &= 2^6 \\ x + 6 + 1 &= 64 \\ x &= 57 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Cevap C

Örnek 15 _____

2x - 3 elemanlı bir kümenin alt kümelerinin sayısı ile özalt kümelerinin sayısının toplamı 63 tür.

Buna göre, bu kümenin kaç tane iki elemanlı alt kümesi vardır?

- A) 4 B) 5 C) 10 D) 12 E) 16

Çözüm

$2x - 3$ elemanlı bir kümenin alt kümelerinin sayısı, 2^{2x-3} , özalt kümelerinin sayısı, $2^{2x-3} - 1$ dir.

Buna göre,

$$2^{2x-3} + 2^{2x-3} - 1 = 63$$

$$2 \cdot 2^{2x-3} = 64$$

$$2^{2x-3} = 32$$

$$2^{2x-3} = 2^5$$

$$2x - 3 = 5 \text{ tir.}$$

$2x - 3$ elemanlı bir kümenin 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı :

$$\binom{2x-3}{2} = \binom{5}{2} = 10 \text{ dur.}$$

Cevap C

Örnek 16

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinin alt kümelerinin kaçında

- A) 4 elemanı vardır?
B) 4 ve 3 elemanı vardır?
C) 4 veya 3 elemanı vardır?
A)

(I. Yol)

A kümesinden 4 ü ayıralım. $\{1,2,3,5\}$ kümesinin elemanlarıyla $2^4 = 16$ tane alt küme yazılabilir.

Bu alt kümelere 4 yazılırsa 4 ü eleman kabul eden 16 alt küme olur.

(II. Yol)

A kümesinin bütün alt kümelerinin sayısından ($2^5 = 32$) içinde 4 ün bulunmadığı $\{1,2,3,5\}$ kümesinin alt kümelerinin sayısı ($2^4 = 16$) çıkarılırsa içinde 4 ün bulunduğu alt kümelerin sayısı bulunur.

Buna göre, $2^5 - 2^4 = 32 - 16 = 16$ dir.

- B) A kümesinden 3 ve 4 ü ayıralım. $\{1,2,5\}$ kümesinin elemanlarıyla $2^3 = 8$ tane alt küme yazılabilir. Bu alt kümelere 3 ve 4 yazılırsa 3 ve 4 ü eleman kabul eden 8 tane alt küme olur.
C) A kümesinin bütün alt kümelerinin sayısından içinde 3 ve 4 ün bulunmadığı $\{1,2,5\}$ kümesinin alt kümelerinin sayısı çıkarılırsa içinde 3 veya 4 ün bulunduğu alt kümelerinin sayısı bulunur.

Buna göre, $2^5 - 2^3 = 32 - 8 = 24$ tür.

Örnek 17

$$A = \{a, b, c, d, e\}$$

kümesinin üç elemanlı alt kümelerinin kaçında

- A) a bulunmaz?
B) d bulunur?
C) a ve b bulunur?
D) a veya b bulunur?

Çözüm

A) A kümesinden a elemanını ayıralım. Geriye kalan elemanların kümesi $\{b, c, d, e\}$ dir. Bu kümenin üç elemanlı alt kümelerinde a bulunmaz.

Buna göre,

$$\binom{4}{3} = \frac{4!}{1!3!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 4 \text{ tür.}$$

B)

(I. Yol)

A kümesinin üç elemanlı alt kümelerinin sayısından, içinde d nin bulunmadığı $\{a, b, c, e\}$ kümesinin üç elemanlı alt kümelerinin sayısı çıkarılırsa içinde d nin bulunduğu 3 elemanlı alt kümelerinin sayısı bulunur.

Buna göre,

$$\binom{5}{3} - \binom{4}{3} = 10 - 4 = 6 \text{ dir.}$$

(II. Yol)

$\{a, b, c, e\}$ kümesinin iki elemanlı alt kümelerinin her birine d ilave edilirse A kümesinin üç elemanlı, içinde d elemanı bulunan alt kümelerinin sayısı bulunmuş olur.

Buna göre,

$$\binom{4}{2} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2!}{2!2!} = 6 \text{ dir.}$$

- C) $\{c, d, e\}$ kümesinin bir elemanlı alt kümelerinin her birine a ile b ilave edilirse A kümesinin, içinde a ve b bulunan üç elemanlı alt kümelerinin sayısı bulunmuş olur.

Buna göre,

$$\binom{3}{1} = \frac{3!}{2!1!} = 3 \text{ tür.}$$

- D) A kümesinin üç elemanlı alt kümelerinin sayısından $\{c,d,e\}$ kümesinin üç elemanlı alt kümelerinin sayısı çıkarılırsa A kümesinin içinde a veya b nin bulunduğu üç elemanlı alt kümelerinin sayısı bulunur.

Buna göre,

$$\binom{5}{3} - \binom{3}{3} = 10 - 1 = 9 \text{ dur.}$$

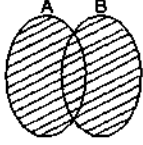
G. KÜMELERLE YAPILAN İŞLEMLER

1. Kümelerin Birleşimi

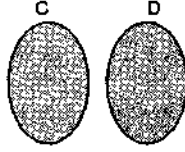
A'nın veya B'nin elemanlarından oluşan kümeye bu iki kümenin birleşim kümesi denir ve $A \cup B$ biçiminde gösterilir.

$A \cup B = \{x : x \in A \text{ veya } x \in B\}$ dir.

Birleşimi Venn şeması ile gösterelim.



$A \cup B$ kümesi taralı bölgedir.



$C \cup D$ kümesi taralı bölgedir.



$E \cup F$ kümesi taralı bölgedir.
 $E \subset F \Rightarrow E \cup F = F$ dir.

2. Birleşim İşleminin Özellikleri

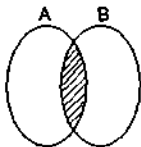
- 1) $A \cup \emptyset = A$
- 2) $A \cup A = A$, (yansıma özelliği)
- 3) $A \cup B = B \cup A$, (değişme özelliği)
- 4) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$, (birleşme özelliği)
- 5) $A \subset B$ ise $A \cup B = B$
- 6) $A \cup B = \emptyset$ ise $A = \emptyset$ ve $B = \emptyset$ dir.

3. Kümelerin Kesişimi

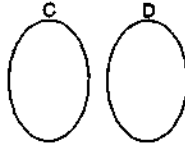
A kümesi ile B kümesinin ortak elemanlarından oluşan kümeye bu iki kümenin kesişim kümesi denir ve $A \cap B$ biçiminde gösterilir.

$A \cap B = \{x : x \in A \text{ ve } x \in B\}$ dir.

Kesişimi Venn şemasıyla gösterelim :



$A \cap B$ kümesi taralı bölgedir.



$C \cap D = \emptyset$
C ile D ayrık iki kümedir.



$E \cap F$ kümesi taralı bölgedir.
 $E \subset F \Rightarrow E \cap F = E$ dir.

UYARI :

Ortak elemanı bulunmayan kümelere *ayrık kümeler* denir.

4. Kesişim İşleminin Özellikleri

- 1) $A \cap \emptyset = \emptyset$
- 2) $A \cap A = A$, (eş güçlülük (tek kuvvet) özelliği)
- 3) $A \cap B = B \cap A$, (değişme özelliği)
- 4) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$, (birleşme özelliği)
- 5) $A \subset B$ ise $A \cap B = A$ dır.
- 6) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$, (dağılma özelliği)
- 7) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$, (dağılma özelliği)
- 8) $s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$
- 9) $s(A \cup B \cup C) = s(A) + s(B) + s(C) - s(A \cap B) - s(A \cap C) - s(B \cap C) + s(A \cap B \cap C)$

Örnek 18

$A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{c, d, e, f\}$ ve $C = \{c, m, 1, 3\}$ olsun.

$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$,

$A \cup C = \{a, b, c, d, m, 1, 3\}$,

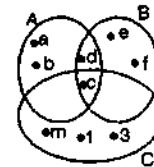
$A \cup B \cup C = \{a, b, c, d, e, f, m, 1, 3\}$,

$A \cap B = \{c, d\}$,

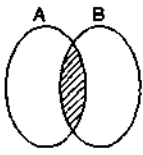
$A \cap C = \{c\}$,

$A \cap B \cap C = \{c\}$ olur.

Bu üç kümeyi Venn şemasıyla gösterelim :



Örnek 19



Yandaki şekilde, taralı alan 12 cm^2
A bölgesinin alanı 40 cm^2 , B böl-
gesinin alanı 35 cm^2 dir.

Buna göre, A ile B nin sınırladığı
toplam alan kaç cm^2 dir?

- A) 87 B) 75 C) 63 D) 52 E) 47

Çözüm

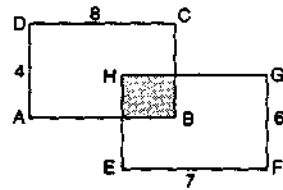
$$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$$

$$s(A \cup B) = 40 + 35 - 12 = 63$$

olduğu için A ile B nin sınırladığı toplam alan 63 cm^2 dir.

Cevap C

Örnek 20



$$|AD| = 4 \text{ cm}$$

$$|DC| = 8 \text{ cm}$$

$$|EF| = 7 \text{ cm}$$

$$|FG| = 6 \text{ cm}$$

$$A(ABCD \cup EFGH) = 60 \text{ cm}^2$$

Şekildeki dikdörtgensel bölgelerin birleşiminin alanı
 60 cm^2 dir.

Buna göre, $A(ABCD \cap EFGH)$ taralı bölgesinin
alanı kaç cm^2 dir?

- A) 16 B) 14 C) 6 D) 5 E) 4

Çözüm

$$A(ABCD) = 4 \cdot 8 = 32 \text{ cm}^2$$

$$A(EFGH) = 6 \cdot 7 = 42 \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

$$A(ABCD \cup EFGH) = A(ABCD) + A(EFGH) - A(ABCD \cap EFGH)$$

$$60 = 32 + 42 - A(ABCD \cap EFGH)$$

$$A(ABCD \cap EFGH) = 14 \text{ cm}^2 \text{ olur.}$$

Cevap B

Örnek 21

A kümesinin alt kümelerinin sayısı 32, $A \cap B$
kümesinin özalt kümelerinin sayısı 3, $A \cup B$
kümesinin alt kümelerinin sayısı 64 tür.

Buna göre, B kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

A kümesinin alt kümelerinin sayısı 32 ise, A kümesi 5
elemanlıdır. ($32 = 2^5$)

$A \cap B$ kümesinin özalt kümelerinin sayısı 3 ise,

$A \cap B$ kümesi 2 elemanlıdır. ($3 = 2^2 - 1$)

$A \cup B$ kümesinin alt kümelerinin sayısı 64 ise, $A \cup B$
kümesi 6 elemanlıdır. ($64 = 2^6$)

Buna göre, $s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$

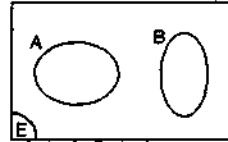
$$6 = 5 + s(B) - 2$$

$$s(B) = 3 \text{ tür.}$$

Cevap D

H. EVRENSEL KÜME

Üzerinde işlem yapılan, bütün kümeleri kapsayan kü-
meye, **evrensel küme** denir. Evrensel küme genel-
likle E harfi ile gösterilir.



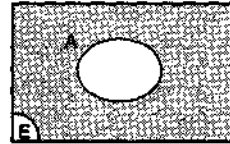
$$A \cap E = A \quad E \cap \emptyset = \emptyset$$

$$A \cup E = E \quad E \cup \emptyset = E$$

I. BİR KÜMENİN TÜMLEYENİ

1. Tanım

$A \subset E$ olsun, E evrensel kümesinde olupta A
kümesinde olmayan elemanların oluşturduğu kü-
meye A kümesinin tümleyeni denir. A' ile ya da $\bar{A}$ ile
gösterilir.



Taralı bölge A kümesinin tümleyenidir.

2. Tümleyenin Özellikleri

$$1) \bar{\bar{A}} = A$$

$$2) \bar{\emptyset} = E$$

$$3) (A')' = A$$

$$4) A \cup A' = E \text{ ve } A \cap A' = \emptyset \text{ dir.}$$

$$5) (A \cup B)' = A' \cap B', \text{ (De Morgan kuralı)}$$

$$6) (A \cap B)' = A' \cup B', \text{ (De Morgan kuralı)}$$

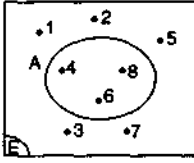
$$7) E \cup A' = E$$

$$8) E \cap A' = A'$$

$$9) A \subset B \Leftrightarrow B' \subset A' \text{ dir.}$$

$$10) s(A) + s(\bar{A}) = s(E)$$

Örnek 22



Yandaki şemayı göz önüne alalım :

$$A = \{4, 6, 8\}$$

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$\bar{A} = \{1, 2, 3, 5, 7\} \text{ dir.}$$

Örnek 23

E evrensel küme olmak üzere,

$$s(E) = 9$$

$$s(A \cap B) = 3$$

$$s(A \cup B) = 6$$

$$s(B) = 4$$

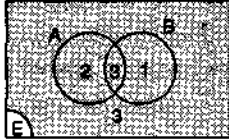
olduğuna göre, A kümesinin tümleyeni olan $\bar{A}$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

Çözüm

Soruda verilen ifadeleri aşağıdaki şekil üzerinde gösterelim.

$$s(A \cap B) = 3, s(B) = 4, s(A \cup B) = 6 \text{ ve } s(E) = 9$$



Şekildeki A kümesinin tümleyeni yukarıdaki taralı bölge olduğundan $s(\bar{A}) = 3 + 1 = 4$ tür. Cevap E

Örnek 24

$A \subset E$ ve $B \subset E$ olmak üzere,

$$s(A) + s(\bar{B}) = 8$$

$$s(B) + s(\bar{A}) = 12$$

olduğuna göre, $s(E)$ kaçtır?

- A) 20 B) 18 C) 10 D) 9 E) 8

Çözüm

$$s(A) + s(\bar{A}) = s(E) \dots (\star)$$

$$s(B) + s(\bar{B}) = s(E) \dots (\star\star)$$

$$\begin{array}{r} s(A) + s(\bar{A}) = 8 \\ + \quad s(B) + s(\bar{B}) = 12 \\ \hline s(A) + s(\bar{A}) + s(B) + s(\bar{B}) = 20 \\ 2 \cdot s(E) = 20 \\ s(E) = 10 \end{array}$$

Cevap C

J. KUVVET KÜMESİ

Bir kümenin bütün alt kümelerinin kümesine kuvvet kümesi denir.

Örnek 25

$A = \{a, b, c\}$ kümesinin kuvvet kümesi :

$P(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$ dir.

Örnek 26

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesi veriliyor.

$P(A)$ kuvvet kümesinin kaç tane 2 elemanlı alt kümesi vardır?

- A) 6 B) 24 C) 100 D) 119 E) 120

Çözüm

4 elemanlı olan A kümesinin alt küme sayısı : $2^4 = 16$ olduğu için, A'nın kuvvet kümesinin eleman sayısı :

$$s(P(A)) = 2^4 = 16 \text{ dir.}$$

16 elemanlı bir kümenin iki elemanlı alt kümelerinin sayısı :

$$\binom{16}{2} = \frac{16!}{2! \cdot 14!} = \frac{16 \cdot 15 \cdot 14!}{2 \cdot 1 \cdot 14!} = \frac{16 \cdot 15}{2 \cdot 1} = 120 \text{ dir.}$$

Cevap E

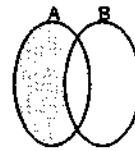
K. İKİ KÜMENİN FARKI

1. Tanım

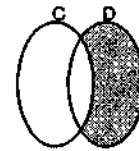
A ve B herhangi iki küme olsun. A da olup da B de olmayan elemanların kümesi $A \setminus B$ yada $A - B$ biçiminde yazılır ve A fark B diye okunur.

Buna göre, $A - B = \{x : x \in A \text{ ve } x \notin B\}$ dir.

Fark kümesini aşağıdaki şemalarla gösterelim.



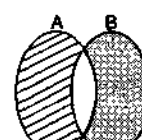
A - B kümesi taralı bölgedir.



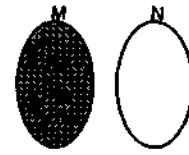
D - C kümesi taralı bölgedir.



F - E kümesi taralı bölgedir.



A - B kümesi



M - N = M kümesi taralı bölgedir.

2. Farkla İlgili Özellikler

A, B, C kümeleri E evrensel kümesinin alt kümeleri olsun.

- 1) $E - A = A'$
- 2) $A - B = A \cap B'$
- 3) $A \subset B$ ise $A - B = \emptyset$
- 4) $(A - B)' = A' \cup B$
- 5) $(A - B) \cup B = A \cup B$
- 6) $(A - B) - C = A - (B \cup C)$
- 7) $A - B = A - (A \cap B)$
- 8) $s(A \cup B) = s(A - B) + s(B - A) + s(A \cap B)$
- 9) $(A - B) \cup (B - A) = A \Delta B$, (simetrik fark)

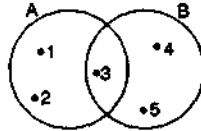
Örnek 27

$$\begin{aligned} A &= \{1, 2, 3\} \\ A \cup B &= \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ A - B &= \{1, 2\} \end{aligned}$$

olduğuna göre, B kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {5} B) {4, 5} C) {3, 4, 5}
D) {3, 4} E) 1, 3, 5

Çözüm



Verilenlere uygun şema yukarıda ifade edilmiştir.

Buna göre, $B = \{3, 4, 5\}$ tir.

Cevap C

Örnek 28

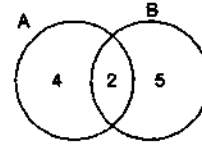
A ve B birer küme olmak üzere;

- A - B kümesinin eleman sayısı 4,
- B - A kümesinin eleman sayısı 5,
- A kümesinin eleman sayısı 6 dır.

Buna göre, $A \cup B$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 7 B) 9 C) 11 D) 13 E) 15

Çözüm



Verilenlere uygun şema yukarıda ifade edilmiştir. Buna göre $A \cup B$ kümesinin eleman sayısı : $4 + 2 + 5 = 11$ dir.

Cevap C

Örnek 29

A ve B kümeleri için,

$$\begin{aligned} A &\not\subset B \\ B &\not\subset A \\ s(A \cup B) &= 8 \\ s(A \cap B) &= 2 \end{aligned}$$

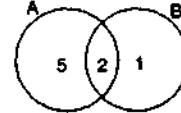
olduğuna göre, A kümesinde en çok kaç eleman olabilir?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

Çözüm

$B \not\subset A$ olduğuna göre, A'nın eleman sayısının en çok olabilmesi için $s(B - A) = 1$ olmalıdır. $s(A \cup B) = 8$ olduğuna göre, $s(A) = 7$ olur.

Bu durumu Venn şemasıyla gösterelim.



Cevap B

Örnek 30

En az birer elemanı bulunan farklı A ve B kümeleri,

$$(A - B) \cup B = A$$

eşitliğini gerçekleştiriyorsa bu kümeler için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $B \subset A$ B) $A \subset B$ C) $A \cap B = \emptyset$
D) $A \cup B = B$ E) $(A \cup B)' = B'$

Çözüm

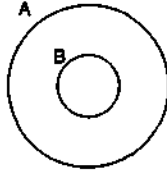
(I. Yol)

E evrensel küme olmak üzere,

$$\begin{aligned} (A - B) \cup B &= A \\ (A \cap \bar{B}) \cup B &= A \\ (A \cup B) \cap (\bar{B} \cup B) &= A \\ (A \cup B) \cap E &= A \\ A \cup B &= A \end{aligned}$$

olduğuna göre, $B \subset A$ dır.

(II. Yol)



Yukarıdaki Venn şemasından anlaşılacağı gibi $B \subset A$ ise $(A - B) \cup B = A$ eşitliği gerçekleşir.

Cevap A

Örnek 31

$$s(A \setminus B) = 9$$

$$s(B \setminus A) = 7$$

$A \cap B$ nin alt kümelerinin sayısı 64 olduğuna göre, $s(A \cup B)$ kaçtır?

- A) 16 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

Çözüm

$A \cap B$ nin alt kümelerinin sayısı 64 ise eleman sayısı 6'dır. ($64 = 2^6$)

Verilenlere göre,

$$\begin{aligned} s(A \cup B) &= s(A \setminus B) + s(B \setminus A) + s(A \cap B) \\ &= 9 + 7 + 6 \\ &= 22 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Cevap B

Örnek 32

$A = \{\text{Sınıftaki gözlüklü öğrenciler}\}$

$B = \{\text{Sınıftaki sarışın öğrenciler}\}$

$C = \{\text{Sınıftaki erkek öğrenciler}\}$

$D = \{\text{Sınıftaki kız öğrenciler}\}$

olduğuna göre, $(C \cap A) - (B \cup D)$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {Sınıftaki sarışın olmayan gözlüklü erkek öğrenciler}
 B) {Sınıftaki gözlüklü olmayan, sarışın erkek öğrenciler}
 C) {Sınıftaki gözlüklü olmayan sarışın kız öğrenciler}
 D) {Sınıftaki gözlüklü erkek öğrenciler}
 E) {Sınıftaki sarışın kız öğrenciler}

Çözüm

Verilenlere göre,

$C \cap A = \{\text{Sınıftaki gözlüklü erkek öğrenciler}\}$

$B \cup D = \{\text{Sınıftaki sarışın öğrenciler veya kız öğrenciler}\}$

$(C \cap A) - (B \cup D) = \{\text{Sınıftaki sarışın olmayan gözlüklü erkek öğrenciler}\}$

Cevap A

Örnek 33

A ve B kümeleri,

$$A = \{a, b, \{1, 2\}, \Delta\}$$

$$B = \{a, 1, 2, \{\Delta\}\}$$

olduğuna göre, $A - B$ fark kümesinin 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm

$$\begin{aligned} A - B &= \{a, b, \{1, 2\}, \Delta\} - \{a, 1, 2, \{\Delta\}\} \\ &= \{b, \{1, 2\}, \Delta\} \end{aligned}$$

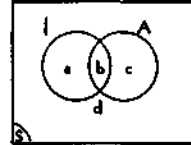
olduğu için, $s(A - B) = 3$ tür.

Buna göre, 3 elemanlı olan $A - B$ kümesinin 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı,

$$\binom{3}{2} = \frac{3!}{(3-2)! \cdot 2!} = 3 \text{ tür.}$$

Cevap B

UYARI :



$a + b + c + d$ tane öğrencinin bulunduğu bir sınıfta

Almanca bilen öğrencilerin sayısı :

$$s(A) = b + c$$

İngilizce bilen öğrencilerin sayısı : $s(I) = a + b$

İngilizce ve Almanca bilenlerin sayısı :

$$s(I \cap A) = b$$

İngilizce veya Almanca bilenlerin sayısı :

$$s(I \cup A) = a + b + c$$

İngilizce ya da Almanca bilenlerin sayısı :

$$s(I - A) + s(A - I) = a + c$$

Sadece İngilizce bilenlerin sayısı : $s(I - A) = a$

İngilizce bilmeyenlerin sayısı : $s(I') = c + d$

Bu iki dilden en az birini bilenlerin sayısı :

$$s(A \cup I) = a + b + c$$

Bu iki dilden en çok birini bilenlerin sayısı :

$$s[(A \cap I)'] = a + c + d \text{ dir.}$$

Örnek 34

Bir otobüste yolcuların 35 i Türkçe, 20 si Fransızca, 10 tanesi ise hem Türkçe hem de Fransızca dillerini konuşabiliyor.

Buna göre, bu otobüste kaç yolcu vardır?

- A) 55 B) 50 C) 45 D) 40 E) 35

Çözüm

Türkçe konuşanların kümesi : T

Fransızca konuşanların kümesi : F olsun.

Verilenlere göre,

$$s(T) = 35$$

$$s(F) = 20$$

$$s(T \cap F) = 10$$

$$\begin{aligned} s(T \cup F) &= s(T) + s(F) - s(T \cap F) \\ &= 35 + 20 - 10 \\ &= 45 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Cevap C

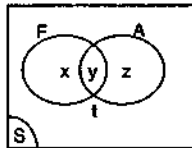
Örnek 35

16 kişilik bir sınıfta Fransızca bilenlerin kümesi F, Almanca bilenlerin kümesi A dır.

$$\begin{aligned} s(F) &= 8 \\ s(\bar{A}) &= 9 \\ s(\overline{A \cap F}) &= 14 \end{aligned}$$

olduğuna göre, bu sınıfta sadece Almanca bilenler kaç kişidir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm

Sınıftaki öğrencilerin kümesini S,

Fransızca bilenlerin kümesini F ve Almanca bilenlerin kümesini A ile gösterelim.

Sadece Fransızca bilenlerin sayısı x, sadece Almanca bilenlerin sayısı z, hem Fransızca hem de Almanca bilenlerin sayısı y,

$s[(A \cup F)'] = t$ olsun. Verilenlere göre,

$$x + y + z + t = 16 \quad \dots (1)$$

$$x + y = 8 \quad \dots (2)$$

$$x + t = 9 \quad \dots (3)$$

$$x + z + t = 14 \quad \dots (4)$$

eşitlikleri yazılır.

Dördüncü denklemden üçüncü denklem çıkarılırsa $z = 5$ bulunur.

Demek ki sadece Almanca bilenlerin sayısı 5 tir.

Cevap C

Örnek 36

Fenerbahçe ve Galatasaray'dan en az birine sempati duyan 25 kişilik bir toplulukta; Fenerbahçe'ye ve Galatasaray'a sempati duyan 10 kişi, yalnız Fenerbahçe'ye sempati duyan 5 kişi vardır.

Buna göre, yalnız Galatasaray'a sempati duyanların sayısı, sadece Fenerbahçe'ye sempati duyanların sayısının kaç katıdır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

Fenerbahçe'ye sempati duyanların kümesi F,

Galatasaray'a sempati duyanların kümesi G olsun.

$$s(F \cup G) = 25$$

$$s(F \cap G) = 10$$

$$s(F - G) = 5$$

olduğuna göre,

$$s(F \cup G) = s(F - G) + s(F \cap G) + s(G - F)$$

$$25 = 5 + 10 + s(G - F)$$

$$s(G - F) = 10 \text{ dur.}$$

Buna göre, $s(G - F)$, $s(F - G)$ nin 2 katıdır.

Cevap B

Örnek 37

A ve B iki kümedir.

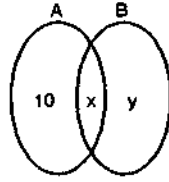
$$s(A) = 2 \cdot s(B)$$

$$s(A - B) = 10$$

$A \cap B$ kümesinin alt kümelerinin sayısı 16 olduğuna göre, $A \cup B$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 12 B) 14 C) 17 D) 21 E) 24

Çözüm



A ve B kümelerini yukarıdaki Venn şeması ile ifade edelim. $A \cap B$ nin alt küme sayısı 16 ise, eleman sayısı 4 tür. Yani $x = 4$ tür. Verilenlere göre,

$$10 + x = 2 \cdot (x + y) \text{ dir.}$$

Bu denklemde, $x = 4$ yazılırsa $y = 3$ olur.

Buna göre,

$$s(A \cup B) = 10 + x + y = 10 + 4 + 3 = 17 \text{ dir.}$$

Cevap C

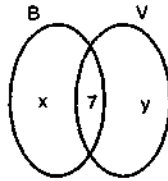
Örnek 38

Bir sınıfta hem basketbol hem voleybol oynayanların sayısı 7, voleybol veya basketboldan en az birini oynayanların sayısı 16 dır.

Basketbol oynayanların sayısı, voleybol oynayanlardan 5 fazla olduğuna göre, bu sınıfta basketbol oynayan kaç kişi vardır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

Çözüm



Basketbol oynayanların kümesi B, Voleybol oynayanların kümesi V olsun.

Soruda verilenlere ve yukarıdaki şemaya göre, $x - y = 5$ ve $x + y + 7 = 16$ dir. Bu iki denklemin ortak çözümünden $x = 7$ bulunur.

Demek ki, basketbol oynayanlar : $7 + 7 = 14$ kişidir.

Cevap E

Örnek 39

28 kişilik bir sınıfta mavi kalemli olanların kümesi M ve kırmızı kalemli olanların kümesi K olsun.

$$s(\bar{M}) = 14$$

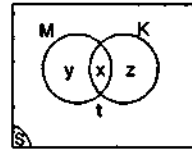
$$s(M \cap K) = 6$$

olduğuna göre, sadece mavi kalemli olan öğrenci sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

Çözüm

Verilenleri şema ile ifade edelim.



$$x + y + z + t = 28 \dots (1)$$

$$z + t = 14 \dots (2)$$

$$x = 6 \dots (3)$$

Birinci denklemden, ikinci denklem ile üçüncü denklemin toplamı çıkarılırsa $y = 8$ bulunur.

Cevap C

Örnek 40

Bir toplulukta 28 ihtiyar, 24 zengin, 20 genç ve 24 de fakir bulunmaktadır.

Bu topluluktaki genç veya fakir sayısı 28 olduğuna göre, ihtiyar ve zengin sayısı kaçtır?

- A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

Çözüm

	İhtiyar	Genç
Zengin	x	y
Fakir	z	t

$$x + z = 28 \dots (1)$$

$$x + y = 24 \dots (2)$$

$$y + t = 20 \dots (3)$$

$$z + t = 24 \dots (4)$$

$$y + z + t = 28 \dots (5)$$

ilk dört denklemin toplamının yarısından beşinci denklem çıkarılırsa $x = 20$ bulunur.

Cevap C

Örnek 41

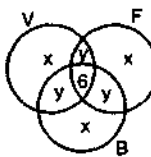
Voleybol, futbol ve basketbol sporlarından en az birini yapan sporculardan oluşan 60 kişilik bir sporcu kafilesinde;

- Her üç sporu da yapanların sayısı 6,
- Sadece voleybol, sadece futbol ve sadece basketbol oynayanların sayıları birbirine eşit,
- Bu sporlardan herhangi ikisini yapanların yani voleybol ve futbol, futbol ve basketbol, voleybol ve basketbol oynayanların sayıları eşittir.

Buna göre, voleybol oynayanların sayısı en az kaçtır?

- A) 18 B) 20 C) 24 D) 27 E) 30

Çözüm



Verilenleri yandaki Venn şemasıyla ifade edelim. Bu durumda

$$3x + 3y + 6 = 60 \text{ ise}$$

$$x + y = 18 \text{ dir}$$

Kümeler

Voleybol oynayanların sayısı,

$$x + y + y + 6 = 18 + y + 6 = 24 + y \text{ olur.}$$

Buna göre $y = 0$ alınırsa voleybol oynayanların sayısı en az olur. Yani voleybol oynayanların sayısı en az 24 tür.

Cevap C

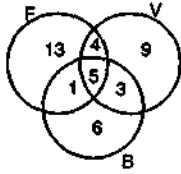
Örnek 42

Futbol, voleybol ve basketbol oynayanlardan oluşan bir sporcu kafilesinde, üç oyunu da oynayanların sayısı 5, futbol ve voleybol oynayanların sayısı 9, voleybol ve basketbol oynayanların sayısı 8, futbol ve basketbol oynayanların sayısı 6, basketbol oynayanların sayısı 15, futbol oynayanların sayısı 23, voleybol oynayanların sayısı 21 dir.

Buna göre, kafilde kaç sporcu vardır?

- A) 64 B) 59 C) 53 D) 41 E) 39

Çözüm



Verilenler yandaki Venn şemasıyla ifade edilirse, kafiledeki sporcu sayısı :

$$13 + 4 + 9 + 1 + 5 + 3 + 6 = 41 \text{ bulunur.}$$

Cevap D

Örnek 43

$$A = \{ x : 1 \leq x < 200, x \in \mathbb{N} \}$$

olduğuna göre,

- A kümesinde, 4 ile tam bölünebilen kaç eleman vardır?
- A kümesinde, 6 ile tam bölünebilen kaç eleman vardır?
- A da, 4 ile tam bölünüp, 6 ile tam bölünemeyen kaç eleman vardır?
- A da, 4 ile 6 dan en fazla biri ile tam bölünen kaç eleman vardır?
- A kümesinde, 4 veya 6 ile tam bölünebilen kaç eleman vardır?

Çözüm

a)

(I. Yol)

A kümesinde 4 ile tam bölünebilen sayılar :

4, 8, 12, ..., 196 dir.

$$\text{Terim sayısı} = \frac{196 - 4}{4} + 1 = 49 \text{ dur.}$$

(II. Yol)

1, 2, 3, 4, ..., 199 sayıları içinde 4 ile tam bölünebilen sayıların sayısını bulmak için, 199 sayısı 4 ile bölünür. Bölüm, bu sayılardan 4 ile tam bölünebilen elemanların sayısını verir.

$$\begin{array}{r} 199 \div 4 \\ \underline{16} \\ 39 \\ \underline{36} \\ 3 \end{array}$$

A kümesinde 4 ile tam bölünebilen 49 eleman vardır.

$$\begin{array}{r} 199 \div 6 \\ \underline{18} \\ 19 \\ \underline{18} \\ 1 \end{array}$$

olduğu için, A kümesinde 6 ile tam bölünebilen 33 eleman vardır.

- c) 4 e ve 6 ya bölünebilen sayılar 4 ile 6 nın OKEK ine de tam olarak bölünürler.

$$\begin{array}{r} 199 \div 12 \\ \underline{12} \\ 79 \\ \underline{72} \\ 7 \end{array}$$

olduğu için, A kümesinde 4 e ve 6 ya tam olarak bölünebilen 16 eleman vardır.

d ve e şıklarını yanıtlayabilmek için verilen A kümesi ile b ve c şıklarında bulunanları da kullanarak aşağıdaki işlemler yapılır.

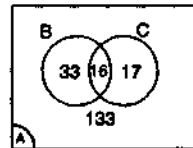
$$A = \{ x : 1 \leq x < 200, x \in \mathbb{N} \}$$

$$B = \{ x : x, 4 \text{ ile tam bölünür.} \}$$

$$C = \{ x : x, 6 \text{ ile tam bölünür.} \}$$

$$B \subset A \text{ ve } C \subset A$$

olduğuna göre, yukandaki kümeleri Venn şeması ile gösterelim.



$$s(A) = 199$$

$$s(B) = 49$$

$$s(C) = 33$$

$$s(B \cap C) = 16$$

$$s(\overline{B \cap C}) = s(\overline{B \cup C}) = 133$$

Buna göre, A kümesindeki 4 ile tam bölünüp 6 ile tam bölünemeyen elemanların sayısı :

$$s(B \cap \bar{C}) = s(B - C) = 33 \text{ tür.}$$

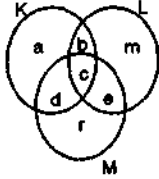
d) A kümesindeki 4 ile 6 dan en fazla biri ile tam bölünebilen elemanların sayısı :

$$133 + 33 + 17 = 183$$

e) A kümesindeki 4 veya 6 ile tam bölünebilen elemanların sayısı :

$$s(B \cup C) = 33 + 16 + 17 = 66 \text{ dir.}$$

Örnek 44



Yandaki şemada a, b, c, d, e, m ve r harfleri bulundukları bölgelerin eleman sayılarını göstermektedir.

Buna göre, b + e toplamı aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?

- A) $s(K \cap L \cap M)$ B) $s((K \cap L) - M)$
 C) $s((M \cap L) - K)$ D) $s((K \cap M) - (K \cap L \cap M))$
 E) $s((L \cap (K \cup M)) - (K \cap L \cap M))$

Çözüm

Verilen seçenekleri inceleyelim :

A) $s(K \cap L \cap M) = c$ dir.

(Üç kümenin kesişimi)

B) $s((K \cap L) - M) = b$ dir.

(K ve L de olup M de olmayan elemanların sayısı b dir.)

C) $s((M \cap L) - K) = e$ dir.

(M ve L de olup K da olmayan elemanların sayısı e dir.)

D) $s((K \cap M) - (K \cap L \cap M)) = d$ dir.

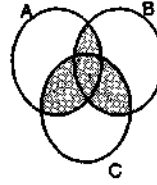
(K ve M de olup üç kümenin kesişiminde olmayan elemanların sayısı d dir.)

E) $s((L \cap (K \cup M)) - (K \cap L \cap M)) = b + e$

(L ve K nin elemanı veya L ve M nin elemanı olup üç kümenin ortak elemanı olmayan elemanların sayısı b + e dir.)

Cevap E

Örnek 45



Yandaki şekilde gösterilen taralı bölge aşağıdaki küme-lerden hangisiyle gösterilebilir?

- A) $A \cap B \cap C$ B) $A \cup B \cup C$
 C) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$ D) $(A \cup B \cup C) - (A \cap B \cap C)$
 E) $[(A \cup B) \cap C] \cup (A \cap B)$

Çözüm

Taralı bölge,

$$[(A \cup B) \cap C] \cup (A \cap B)$$

kümesiyle gösterilebilir.

Cevap E

Örnek 46

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

kümesinin 2 elemanlı alt kümelerinin kaçında 4 elemanı bulunmaz?

- A) 5 B) 6 C) 10 D) 12 E) 15

Çözüm

A kümesindeki 4 dışında kalan diğer 5 eleman ile 2 elemanlı,

$$\binom{5}{2} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 10$$

alt küme yazılabilir. İki elemanlı bu alt kümelerde 4 bulunmaz.

Cevap C

Örnek 47

$$A = \{a, b, c, d, e, f\}$$

kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinin kaçında c bulunup, e bulunmaz?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 10 E) 12

Çözüm

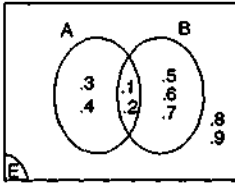
e ile c dışında kalan 4 eleman ile 2 elemanlı,

$$\binom{4}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6$$

alt küme yazılır. Bu alt kümelerin her birine c yazılır- sa içinde c nin bulunup e nin bulunmadığı 6 tane alt küme elde edilmiş olur.

Cevap C

1.



E evrensel küme olmak üzere A, B ve E kümeleri Venn şeması ile verilmiştir.

Buna göre, $\bar{A} \cap \bar{B}$ kümesinin liste yöntemiyle yazılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {1, 2} B) {8, 9} C) {3, 4, 5, 6, 7}
D) {1, 2, 3, 6} E) $\emptyset$

2.

$$\begin{aligned} A &= \{0, 1, 2\} \\ B &= \{0, 2, 4, 6\} \\ C &= \{1, 3, 6\} \end{aligned}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $(A - B) \cup C$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {1, 3, 6} B) {0, 1, 3, 6} C) {1, 2, 3}
D) {1, 2, 3, 6} E) {0, 2, 6}

3.

$A \subset B$ olmak üzere,

A kümesinin elemanlarının sayısı 4 ve $B - A$ kümesinin özalt kümelerinin sayısı 3 olduğuna göre, B kümesinin elemanlarının sayısı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4.

$$\begin{aligned} A \cap C &= \emptyset \\ A \cap B &= \{a, b\} \\ B \cap C &= \{d, e, f\} \end{aligned}$$

olduğuna göre, B kümesi aşağıdakilerin hangisi olabilir?

- A) {a, e, f} B) {a, b, c, f} C) {a, b, c, d, e, f}
D) {a, b, d, e} E) {a, f}

5.

Bir sınıfta 23 kişinin mavi veya kırmızı kalemi vardır.

Bu sınıfta 4 kişinin mavi ve kırmızı kalemi olduğuna göre, mavi ya da kırmızı kalemi olan kaç öğrenci vardır?

- A) 30 B) 27 C) 26 D) 23 E) 19

6.

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

kümesinin alt kümelerinin kaçında 1 elemanı bulunmaz?

- A) 12 B) 16 C) 24 D) 27 E) 31

7.

$$A = \{a, b, c, d\}$$

$$B = \{a, b, c, d, e, f\}$$

$$A \subset K \subset B$$

olduğuna göre, kaç farklı K kümesi yazılabilir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 7

8.

$$A = \{x : |x| < 5 \text{ ve } x \in \mathbb{R}\}$$

$$B = \{x : -3 < x \leq 8 \text{ ve } x \in \mathbb{Z}\}$$

olduğuna göre, $s(A \cap B)$ kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

9.

Türkçe veya İngilizce bilenlerin oluşturduğu 24 kişilik bir sınıfta sadece Türkçe bilenlerin sayısı, sadece İngilizce bilenlerin sayısının dört katıdır. Sadece İngilizce bilenlerin sayısı, İngilizce ve Türkçe bilenlerin sayısına eşittir.

Buna göre, bu sınıfta İngilizce ve Türkçe bilen kaç kişi vardır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

10. 30 kişilik bir sporcu kafflesinde,

- I. Sadece basketbol oynayanların sayısı, futbol ve basketbol oynayanların sayısına eşittir.
- II. Futbol oynamayanlarının sayısı, sadece basketbol oynayanların sayısının iki katına eşittir.
- III. Basketbol oynamayanlarının sayısı, futbol ve basketbol oynayanlarının sayısının üç katıdır.

Buna göre, sadece basketbol oynayanların sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10

11. $s(A) = 8$
 $s(B) = 12$
 olduğuna göre, $A \cup B$ kümesinin elemanlarının sayısı; en az a, en çok b olabiliyor.
Buna göre, $a + b$ kaçtır?
 A) 20 B) 28 C) 30 D) 32 E) 40
12. Aynı evrensel kümeye ait A, B ve C kümeleri için,
 $s(A) + s(B) = 24$
 $s(\bar{A}) + s(\bar{B}) = 16$
 $s(\bar{C}) = 7$
 olduğuna göre, $s(C)$ kaçtır?
 A) 13 B) 11 C) 10 D) 8 E) 5
13. Mavi ve kırmızı kalemlerden en az birine sahip olan bir sınıftaki öğrencilerin % 75 inde mavi kalem, % 60 ında kırmızı kalem vardır.
Bu sınıfta kırmızı veya mavi kalemi olan 40 kişi olduğuna göre, sadece mavi kalemi olanların sayısı kaçtır?
 A) 15 B) 16 C) 24 D) 27 E) 30
14. $A \cap B$ kümesinin alt kümelerinin sayısı 8 ve $A \cup B$ kümesinin alt kümelerinin sayısı 256 dır.
 $s(B) - s(A) = 3$
 olduğuna göre, $s(A)$ kaçtır?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
15. 6 elemanlı alt kümelerinin sayısı, 8 elemanlı alt kümelerinin sayısına eşit olan kümenin 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?
 A) 48 B) 60 C) 72 D) 91 E) 182
16. Elemanlarının sayısı alt kümelerinin sayısından 5 eksik olan bir kümenin, 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

17. $A = \{a, b, c, d, e, f\}$
 kümesinin alt kümelerinin kaçında b veya c bulunur?
 A) 48 B) 42 C) 36 D) 32 E) 16
18. Futbol, voleybol veya basketbol oynayanlardan oluşan 36 kişilik bir toplulukta,
 I. Sadece bir dalda spor yapanların sayısı, sadece iki dalda spor yapanların sayısının üç katıdır.
 II. Sadece iki dalda spor yapanların sayısı, üç dalda da spor yapanların sayısının iki katıdır.
Buna göre, en az iki dalda spor yapanların sayısı kaçtır?
 A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 32
19. $A = \{x : x = 6k \text{ ve } x < 410, k \in \mathbb{N}^+\}$
 $B = \{x : x = 8k \text{ ve } x < 750, k \in \mathbb{N}^+\}$
 olduğuna göre, $(A \cap B)$ kümesinin elemanlarının sayısı kaçtır?
 A) 6 B) 8 C) 17 D) 27 E) 32
20. 74 kişilik bir sınıfta 46 öğrenci matematik dersinden başarılı olmuştur.
Bu sınıfta başarısız erkek öğrenci 16 kişi olduğuna göre, başarısız kız öğrenci sayısı kaçtır?
 A) 12 B) 16 C) 20 D) 24 E) 26
21. 
 Yandaki şekilde gösterilen taralı bölgeyi aşağıdaki kümelerden hangisi belirtir?
 A) $(K \cup L) - M$
 B) $(K \cup L \cup M) - (K \cap L \cap M)$
 C) $[(K \cup L) - M] \cup (K \cap L \cap M)$
 D) $[(K \cup L \cup M) - M] \cup (K \cap M)$
 E) $M - (K \cap L \cap M)$

KÜMELER

Çözümler

1. $\bar{A} \cap \bar{B} = \overline{(A \cup B)}$
 $= \{8, 9\}$

Cevap B

2. $A - B = \{0, 1, 2\} - \{0, 2, 4, 6\}$
 $= \{1\}$

Buna göre,

$(A - B) \cup C = \{1\} \cup \{1, 3, 6\}$
 $= \{1, 3, 6\}$ dir.

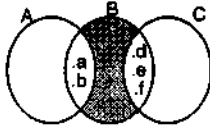
Cevap A

3. B - A kümesinin özalt kümelerinin sayısı 3 ise eleman sayısı 2 dir.

$A \subset B$ olduğu için, $s(B) = s(B - A) + s(A)$
 $= 2 + 4$
 $= 6$ dir.

Cevap B

4.



Şemada görüldüğü gibi a, b, d, e, f elemanları B kümesine aittir.

Bunlardan başka taralı bölgede de B kümesine ait elemanlar olabilir.

O halde B kümesi $\{a, b, d, e, f\}$ kümesini kapsayan bir kümedir.

Demek ki; B kümesi, $\{a, b, c, d, e, f\}$ olabilir.

Cevap C

5. Mavi kalemi olanların kümesini M, Kırmızı kalemi olanların kümesini K ile gösterelim.

Buna göre,

$s(M \cup K) = s(M - K) + s(K - M) + s(M \cap K)$

$23 = s(M - K) + s(K - M) + 4$

$s(M - K) + s(K - M) = 19$ dir.

Mavi ya da kırmızı kalemi olan 19 öğrenci vardır.

Cevap E

6. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ kümesinden 1 elemanı çıkarılırsa geriye 4 elemanlı $\{0, 2, 3, 4\}$ kümesi kalır. Bu kümenin alt kümelerinin sayısı $2^4 = 16$ olduğu için $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ kümesinin alt kümelerinin 16 sında 1 elemanı bulunmaz.

Cevap B

7. K kümesi $A = \{a, b, c, d\}$ kümesini kapsayan ve $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ kümesinin alt kümesi olan bir kümedir. $\{e, f\}$ nin alt kümelerinin sayısı 4 olduğuna göre, bu koşullara uygun 4 tane K kümesi vardır. $\{e, f\}$ nin alt kümelerinin $\{a, b, c, d\}$ ile birleşimi K kümesini verir. Bu kümeler;

$\{a, b, c, d\} \cup \emptyset = \{a, b, c, d\}$

$\{a, b, c, d\} \cup \{e\} = \{a, b, c, d, e\}$

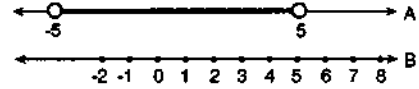
$\{a, b, c, d\} \cup \{f\} = \{a, b, c, d, f\}$

$\{a, b, c, d\} \cup \{e, f\} = \{a, b, c, d, e, f\}$ dir.

Cevap C

8. $A = \{x : -5 < x < 5 \text{ ve } x \in \mathbb{R}\}$ ve

$B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ise



A kümesi sonsuz elemanlı, B kümesi ise 11 elemanlı bir kümedir.

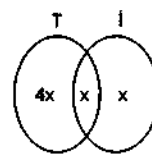
O halde,

$A \cap B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ olup

$s(A \cap B) = 7$ dir.

Cevap D

9.



İngilizce bilenlerin kümesini İ ve Türkçe bilenlerin kümesini T ile gösterip verilenleri Venn şemasıyla ifade edelim.

İngilizce ve Türkçe bilenlerin sayısı x olsun. Verilenlere göre,

$4x + x + x = 24$

$6x = 24$

$x = 4$ tür.

Cevap A

10. I. Sadece basketbol oynayanların sayısı, futbol ve basketbol oynayanların sayısına eşit ise,

$$s(B - F) = s(F \cap B) = x$$

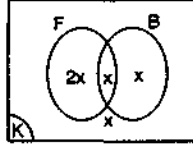
- II. Futbol oynamayanların sayısı, sadece basketbol oynayanların sayısının iki katına eşit ise,

$$s(\bar{F}) = 2 \cdot s(B - F) = 2x$$

- III. Basketbol oynamayanların sayısı, futbol ve basketbol oynayanların sayısının üç katı ise,

$$s(\bar{B}) = 3 \cdot s(F \cap B) = 3x$$

olmak üzere verilenleri Venn şemasıyla göstereyim.



Buna göre, $2x + x + x + x = 30$

$$5x = 30$$

$$x = 6 \text{ dir.}$$

O halde, $s(B - F) = 6$ olur.

Cevap C

11. $s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$ olduğundan
 $s(A \cap B) = 0$ ise $s(A \cup B) = 8 + 12 = 20$ veya
 $s(A \cap B) = 8$ ise $s(A \cup B) = 8 + 12 - 8 = 12$ olabilir. Yani, $a = 12$ ve $b = 20$ dir.

Buna göre,

$$a + b = 12 + 20 = 32 \text{ dir.}$$

Cevap D

12. $s(A) + s(B) = 24$

$$+ s(\bar{A}) + s(\bar{B}) = 16$$

$$\underbrace{s(A) + s(\bar{A})}_{s(E)} + \underbrace{s(\bar{B}) + s(B)}_{s(E)} = 40$$

$$2 \cdot s(E) = 40 \text{ ise } s(E) = 20 \text{ dir.}$$

Buna göre,

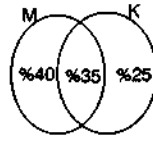
$$s(C) + s(\bar{C}) = s(E)$$

$$s(C) + 7 = 20$$

$$s(C) = 13 \text{ olur.}$$

Cevap A

- 13.



$$s(M \cup K) = s(M) + s(K) - s(M \cap K)$$

$$\%100 = \%75 + \%60 - s(M \cap K)$$

$$s(M \cap K) = \%35$$

Sadece mavi kalemli olanların sayısı x olsun.

% 100	40
% 40	x
D . O.	% 100 . x = % 40 . 40
	x = 16 dir.

Cevap B

14. $A \cap B$ nin alt kümelerinin sayısı 8 ise,
 $8 = 2^3$ olduğu için, eleman sayısı 3 tür.

$A \cup B$ nin alt kümelerinin sayısı 256 ise,
 $256 = 2^8$ olduğu için, eleman sayısı 8 dir.

$$s(B) - s(A) = 3 \Rightarrow s(B) = 3 + s(A) \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$$

$$8 = s(A) + (3 + s(A)) - 3$$

$$8 = s(A) + s(A)$$

$$s(A) = 4 \text{ tür.}$$

Cevap C

15. Kümenin eleman sayısı n olsun.

$$\binom{n}{6} = \binom{n}{8} \text{ ise } n = 6 + 8 = 14 \text{ tür.}$$

14 elemanlı kümenin 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı :

$$\binom{14}{2} = \frac{14 \cdot 13}{2 \cdot 1} = 91 \text{ dir.}$$

Cevap D

16. Kümenin eleman sayısı n olsun.

$$n = 2^n - 5 \Rightarrow n = 3 \text{ tür.}$$

Buna göre,

3 elemanlı kümenin 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı,

$$\binom{3}{2} = 3 \text{ tür.}$$

Cevap C

17. A kümesinin alt kümelerinin sayısı 2^6 , b ve c nin bulunmadığı $\{a, d, e, f\}$ kümesinin alt kümelerinin sayısı 2^4 tür. O halde, b veya c nin bulunduğu alt küme sayısı:

$$2^6 - 2^4 = 64 - 16 = 48 \text{ dir.}$$

Cevap A

18. Üç dalda spor yapanların sayısı x olsun.

O halde sadece iki dalda spor yapanların sayısı $2x$, sadece bir dalda spor yapanların sayısı $6x$ olur.

Buna göre,

$$6x + 2x + x = 36 \text{ ise } x = 4 \text{ tür.}$$

En az iki dalda spor yapanların sayısı,

$$2x + x = 3 \cdot x = 3 \cdot 4 = 12 \text{ dir.}$$

Cevap B

- 19.

(I. Yol)

$A \cap B$ kümesinin elemanları 410 dan küçük, 6 nın ve 8 in katı olan doğal sayılardır.

OKEK(6, 8) = 24 olduğu için $A \cap B$ nin elemanları 24 ün katlarıdır.

$$\begin{array}{r|l} 410 & 24 \\ 24 & 17 \\ \hline 170 & \\ \hline 168 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

Buna göre,

$$s(A \cap B) = 17 \text{ dir.}$$

(II. Yol)

$$A = \{x : x = 6k \text{ ve } x < 410, k \in \mathbb{N}^+\}$$

$$= \{6, 12, 18, 24, \dots, 396, 402, 408\}$$

$$B = \{x : x = 8k \text{ ve } x < 750, k \in \mathbb{N}^+\}$$

$$= \{8, 16, 24, \dots, 720, 728, 736\}$$

$$A \cap B = \{24, 48, 72, \dots, 360, 384, 408\}$$

$$\begin{aligned} s(A \cap B) &= \frac{408 - 24}{24} + 1 \\ &= \frac{384}{24} + 1 \\ &= 16 + 1 \\ &= 17 \end{aligned}$$

Cevap C

- 20.

	Erkek	Kız
Başarılı	x	y
Başarısız	16	z

Verilenlere uygun şema yandadır.

Buna göre,

$$x + y + z + 16 = 74$$

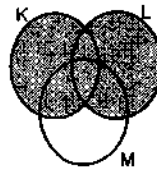
$$x + y + z = 58 \dots (1)$$

$$x + y = 46 \dots (2)$$

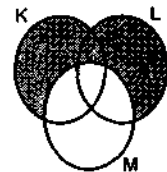
(1) denkleminde (2) denklemi çıkarılırsa $z = 12$ bulunur.

Cevap A

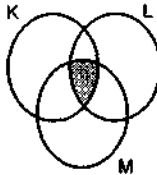
21. (I. Yol)



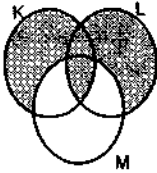
$K \cup L$ kümesi



$(K \cup L) - M$ kümesi ... (★)



$(K \cap L \cap M)$ kümesi ... (★★)



$[(K \cup L) - M] \cup (K \cap L \cap M)$ kümesi

(II. Yol)

Soruda verilen K, L ve M kümeleri $K = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $L = \{2, 3, 5, 6\}$ ve $M = \{4, 5, 6, 7\}$ olsun.

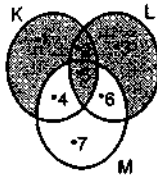
Buna göre,

$$\begin{aligned} (K \cup L) - M &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{4, 5, 6, 7\} \\ &= \{1, 2, 3\} \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$K \cap L \cap M = \{5\},$$

$$\begin{aligned} [(K \cup L) - M] \cup (K \cap L \cap M) &= \{1, 2, 3\} \cup \{5\} \\ &= \{1, 2, 3, 5\} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Bu da taralı bölgeyi gösterir.



Cevap C

1. E evrensel küme olmak üzere,

$$E = \{x : x < 12 \text{ ve } x \in \mathbb{N}\}$$

$$A = \{x : x^2 \leq 12 \text{ ve } x \in \mathbb{N}\}$$

$$B = \{x : x < 12 \text{ ve } x \text{ asal sayı}\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $\bar{A} \cap \bar{B}$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {4, 6, 8, 10} B) {4, 6, 8, 9, 10}
C) {0, 4, 6} D) {1, 5, 7}
E) {2, 4, 6, 10}

2. $A = \{a, b, c\}$

$$B = \{a, c, e, f\}$$

$$C = \{b, e, f\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $(B \cap C) - A$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {e} B) {a, e} C) {e, f} D) {a, c} E) {b}

3. $A \subset B$ ve $A \cap B$ nin alt küme sayısı 64 tür.

Buna göre, A kümesinin eleman sayısı en az kaç olabilir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4. Bir sınıftaki öğrencilerin % 55 i futbol, % 80 i basketbol sporu ile ilgilenmektedir.

Bu sınıftaki öğrencilerin en çok yüzde kaç hem futbol hem de basketbol sporuyla ilgilenmektedir?

- A) 80 B) 55 C) 35 D) 25 E) 5

5. İngilizce ve Fransızca dillerinden en az birinin konuşulduğu bir otobüste bulunan yolcuların % 60 ı İngilizce, % 65 i Fransızca konuşabilmektedir.

Bu otobüste hem İngilizce hem Fransızca konuşan 10 yolcu olduğuna göre, sadece İngilizce konuşabilen kaç yolcu vardır?

- A) 7 B) 10 C) 14 D) 27 E) 35

6. $A \cap C = \emptyset$

$$s(A \cap B) = 4$$

$$s(B \cap C) = 5$$

olduğuna göre, B kümesinin eleman sayısı en az kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 9 E) 10

7. $\{0, 2\} \subset A \subset \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

koşuluna uygun kaç tane A kümesi yazılabilir?

- A) 16 B) 32 C) 48 D) 54 E) 60

8. $A = \{x : x = 6k \text{ ve } x \leq 1000, x \in \mathbb{Z}^+\}$

$$B = \{x : x = 10k \text{ ve } x \leq 1000, k \in \mathbb{Z}^+\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $(A \cup B)$ kümesi kaç elemanlıdır?

- A) 233 B) 250 C) 266 D) 299 E) 316

9. 24 kişilik bir sınıfta İstanbul'u görenlerin sayısı Ankara'yı görenlerin sayısının 2 katıdır.

İstanbul'u ve Ankara'yı görenlerin sayısı sadece Ankara'yı görenlerin sayısına eşittir.

Sadece İstanbul'u görenlerin sayısı, İstanbul'u görmeyenlerin sayısından 4 fazladır.

Buna göre, bu sınıfta İstanbul'u gören kaç kişi vardır?

- A) 21 B) 18 C) 16 D) 12 E) 8

10. A ve B, E evrensel kümesine ait iki alt kümedir.

$$s(\bar{A}) + s(\bar{B}) = 13$$

$$s(A) = 12$$

$$s(B) = 15$$

olduğuna göre, B kümesinin tümleyenini olan kümenin eleman sayısı kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 8 D) 9 E) 10

11. $A = \{x : |x| < 3 \text{ ve } x \in \mathbb{Z}\}$
olduğuna göre, A kümesinin eleman sayısı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 8

12. A kümesinin alt küme sayısı 32 ve $A - B$ kümesinin alt küme sayısı 4 tür.

Buna göre, $A \cap B$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

13. Bir sınıfta mavi kalemli olan 15, kırmızı kalemli olan 10 ve siyah kalemli olan 15 öğrenci vardır. Hem mavi hem kırmızı kalemli olan 6, hem kırmızı hem siyah kalemli olan 5 ve hem siyah hem mavi kalemli olan 8 öğrenci vardır. Bu sınıfta mavi, siyah ve kırmızı kalemli olan 4 öğrenci vardır.

Buna göre, bu sınıfta mavi veya kırmızı veya siyah kalemli olan kaç öğrenci vardır?

A) 20 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

14. 7 elemanlı alt kümelerinin sayısı 3 elemanlı alt kümelerinin sayısına eşit olan bir kümenin en az 8 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

A) 56 B) 46 C) 45 D) 42 E) 35

15. İngilizce bilenlerle Fransızca bilenlerin oluşturduğu bir toplulukta İngilizce bilen kadınların sayısı, Fransızca bilen erkeklerin sayısına eşittir.

Sadece İngilizce bilen erkeklerin sayısı ile İngilizce ve Fransızca bilen kadınların sayısının toplamı 10 ve kadınların 15'i Fransızca biliyor.

Buna göre, bu topluluktaki kadın sayısı erkek sayısından kaç fazladır?

A) 2 B) 5 C) 8 D) 10 E) 15

16. $A \cap B$ kümesinin alt küme sayısı 64 tür.

Buna göre, B kümesinin eleman sayısı en az kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

17. A kümesinin alt küme sayısı B kümesinin alt küme sayısının 8 katıdır.

$$s(A) = m$$

$$s(B) = n$$

olduğuna göre, m ile n arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $m = 8n$ B) $m = 3n$ C) $m = n + 8$

D) $m = n + 3$ E) $n = m + 3$

18. Almanca, İngilizce, Fransızca dillerinden en az birini bilenlerin oluşturduğu 45 kişilik bir toplulukta, sadece bir dil bilenlerin sayısı a, sadece iki dil bilenlerin sayısı b ve üç dilide bilenlerin sayısı c dir.

$$b = 6c$$

$$a = 2c$$

olduğuna göre, bu toplulukta en az iki dil bilenlerin sayısı kaçtır?

A) 39 B) 35 C) 27 D) 25 E) 21

19. $B \subset A$ olmak üzere,

$$s(A - B) = 7$$

$$s(A) = 11$$

olduğuna göre, B kümesinin eleman sayısı en az kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

20. Bir sınıftaki öğrencilerin,

I. 10'u Ankara'yı görmüştür.

II. 20'si Ankara'yı veya İstanbul'u görmüştür.

Buna göre, bu sınıftaki öğrencilerden sadece İstanbul'u gören öğrencilerin sayısı kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

1. $A = \{a, \{b, c\}, \{d\}, e\}$ kümesi veriliyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi, A kümesinin bir alt kümesi değildir?

- A) $\{\}$ B) $\{b, c\}$ C) $\{a, e\}$ D) $\{a\}$ E) $\{e\}$

2. $B = \{1, \{1, 2, 3\}, \{4\}, \{5, 6\}, 7\}$

olduğuna göre, B kümesinin alt küme sayısı kaçtır?

- A) 16 B) 32 C) 64 D) 128 E) 256

3. $A = \{a, b, \{c, d\}, e, \{1, 2\}\}$

A kümesinin 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 20 E) 35

4. E bir evrensel kümedir.

$$E = \{x : |x - 1| \leq 4, x \in \mathbb{Z}\}$$

$$\bar{A} = \{x : |x| \leq 2, x \in \mathbb{Z}\}$$

olduğuna göre, A kümesinin özalt küme sayısı kaçtır?

- A) 3 B) 7 C) 15 D) 31 E) 35

5. A, B, C aynı evrensel kümenin alt kümeleridir.

$$s(A) + s(\bar{B}) = 11$$

$$s(B) + s(\bar{A}) = 15$$

$$\bar{C} = \{a, \{b, c, d\}, \{e, f\}, \{g, h\}, k\}$$

olduğuna göre, $s(C)$ kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

6. $A = \{a, \{b\}, c, \{c, d\}\}$

$$B = \{b, \{c\}, \{d\}, a\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $A \cap B$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{\}$ B) $\{a\}$ C) $\{b\}$ D) $\{a, \{b\}\}$ E) $\{a, \{c\}, \{d\}\}$

7. $A = \{1, 3, 5, 7, 9\},$

$$\bar{B} = \{2, 4, 5, 8\}$$

olduğuna göre, $A - B$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{1, 3, 7, 9\}$ B) $\{2, 4, 8\}$ C) $\{5\}$
D) $\{4, 5\}$ E) $\{1, 2, 3, 4, 7, 8, 9\}$

8. Bir sınıfta kırmızı veya sarı kalemli olanların sayısı 27, kırmızı kalemli olanların sayısı sarı kalemli olanların sayısının 3 katı, hem kırmızı hem de sarı kalemli olanların sayısı 1 dir.

Buna göre, bu sınıfta sadece sarı kalemli olan kaç kişi vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

9. $s(A \cap \bar{B}) = 5, s(\bar{A} \cap B) = 7$ ve $A \cap B$ nin alt kümelerinin sayısı ile özalt kümelerinin sayısının toplamı 63 tür.

Buna göre, $s(A \cup B)$ kaçtır?

- A) 19 B) 18 C) 17 D) 16 E) 15

10. A ve B kümeleri için,

$$A \subset B, B \subset A, s(A \cup B) = 9 \text{ ve } s(A \cap B) = 4 \text{ tür.}$$

Buna göre, B kümesinin en çok kaç elemanı olabilir?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

11. $A = \{a, b, c\}, A \cup B = \{a, b, c, d, e\}, \bar{B} \cap A = \{a, b\}$ olduğuna göre, B kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{d, e\}$ B) $\{e, d, c\}$ C) $\{e\}$
D) $\{c, d\}$ E) $\{a, c, e\}$

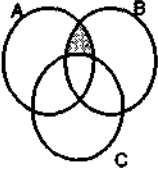
12. En az birer elemanı bulunan farklı A ve B kümeleri için,

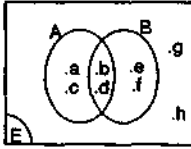
$$(B \setminus A) \cup A = B$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $B \subset A$ B) $A \cup B = A \cap B$ C) $A \cup B = B$
D) $\bar{A} \cap B = A$ E) $\bar{A} \subset \bar{B}$

13. $A = \{\{a\}, \{b, c\}, \{d\}, b\}$ kümesi için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
- A) $\{a\} \subset A$
 B) $\{b\} \subset A$
 C) $\{\} \subset A$
 D) $\{d\} \in A$
 E) A'nın alt kümelerinin sayısı 16'dır.

14.  Şekildeki taralı kısım aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?
- A) $(A \cap B) \cap \bar{C}$
 B) $(B \cup \bar{C}) - A$
 C) $(A \cap \bar{B}) - \bar{B}$
 D) $(A \cap \bar{C}) - \bar{B}$
 E) $(\bar{B} \cap \bar{C}) - \bar{A}$

15.  Şekildeki Venn şemasında E evrensel kümesi ile A ve B kümeleri verilmiştir. Buna göre, $\bar{A} - \bar{B}$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\{e, f, g, h\}$
 B) $\{e, f\}$
 C) $\{b, d\}$
 D) $\{g, h\}$
 E) $\{a, c\}$

16. Futbol, voleybol ve basketbol sporlarından en az birini yapan sporculardan oluşan 62 kişilik bir sporcu kafesinde,
- I. Her üç sporu da yapanların sayısı 11,
 II. Sadece bir sporu yapanların sayıları birbirine eşit,
 III. Bu sporlardan herhangi ikisini yapanların sayıları eşittir.
- Buna göre, bu kafide basketbol oynayanların sayısı en fazla kaç kişi olabilir?
- A) 36 B) 40 C) 45 D) 48 E) 51

17. Futbol veya basketbol oynayanların oluşturduğu bir toplulukta Futbol oynayanların sınıfın % 80'idir. Futbol oynayanların % 25'i aynı zaman basketbol oynamaktadır.
- Sadece basketbol oynayanların sayısı 10 olduğuna göre, her iki sporu da yapanlar kaç kişidir?
- A) 10 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

18. 46 kişilik bir gruptaki öğrenciler futbol ve basketboldan en az birini oynamaktadırlar. Futbol oynayanların sayısı, basketbol oynayanların sayısının 3 katıdır.
- Buna göre, sadece basketbol oynayanların sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?
- A) 1 B) 3 C) 5 D) 8 E) 12

19. Almanca, İngilizce, Fransızca dillerinden en az birini bilenlerin bulunduğu bir sınıfta;
- İngilizce bilenlerin sayısı 14, Almanca bilenlerin sayısı 14, Fransızca bilenlerin sayısı 11, hem İngilizce hem de Almanca bilenlerin sayısı 4, hem İngilizce hem de Fransızca bilenlerin sayısı 7, hem Almanca hem de Fransızca bilenlerin sayısı 5, ve üç dili de bilenlerin sayısı 3 kişidir.
- Buna göre, bu sınıftaki öğrenci sayısı kaçtır?
- A) 22 B) 24 C) 26 D) 28 E) 30

20. Bir uçakta Almanca, İngilizce, Türkçe dillerin en az birini bilenlerin bulunduğu yolcular vardır. Almanca bilen herkes İngilizce bilmekte ve İngilizce bilen herkes ise Türkçe bilmektedir. En fazla iki dil bilenlerin sayısı 20, en az iki dil bilenlerin sayısı 16'dır.
- Buna göre, bu uçakta bir dil bilenlerin sayısı aşağıdakilerden hangisi olamaz?
- A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

1. A ve B kümeleri için,

$$s(A \cup B) = 24,$$

$$s(A) = 15,$$

$$s(B) = 17$$

olduğuna göre, $s(A - B)$ kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

2. 30 elemanlı bir kümenin en az 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

- A) $2^{30} - 29$ B) 2^{28} C) $2^{30} - 30$
D) 2^{29} E) $2^{30} - 31$

3. $[(A - \bar{B}) - B] \cap (A \cup B)$

kümesi aşağıdakilerden hangisine daime eşittir?

- A) A B) B C) $\emptyset$ D) $\bar{A}$ E) $\bar{B}$

4. İki kümenin alt küme sayılarının toplamı 320, alt küme sayılarının farkı 192 dir.

Buna göre, bu iki kümeden eleman sayısı fazla olanın iki elemanlı alt küme sayısı kaçtır?

- A) 14 B) 18 C) 28 D) 32 E) 45

5. 3 den az elemanlı alt kümelerinin sayısı 29 olan bir kümenin eleman sayısı kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

6. N kümesi, M kümesini kapsamamaktadır.

$$s(M \cup N) = 16$$

$$s(M \cap N) = 5$$

M kümesinin eleman sayısı en az kaç olabilir?

- A) 1 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

7. A ve B iki küme olmak üzere,

$$s(A \cap B) = 8$$

$$s(B) = 9 \cdot s(A - B)$$

$$s(A \cup B) = 50$$

olduğuna göre, sadece B kümesine alt elemanların sayısı kaçtır?

- A) 13 B) 26 C) 35 D) 37 E) 45

8. Herkesin futbol veya basketbol oynadığı bir sınıfta hem futbol hem de basketbol oynayanların sayısı 8, futbol veya basketboldan en az birini oynayanların sayısı 28 dir.

Futbol oynayanların sayısı basketbol oynayanların sayısından 6 fazla olduğuna göre, bu sınıfta yalnız basketbol oynayan kaç kişi vardır?

- A) 7 B) 11 C) 13 D) 14 E) 15

9. A ve B iki kümedir.

$$s(B - A) = s(B)$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $A \cap B = \emptyset$
B) $(A \cap B) \subset B$
C) $B - A = B$
D) $A - B = A$
E) $s(A \cup B) \neq s(A) + s(B)$

10. Bir otobüsteki 5 yolcu Türkçe ve Almanca, 9 yolcu Türkçe ve İngilizce, 7 yolcu Almanca ve İngilizce, 3 yolcu her üç dili de bilmektedir.

Türkçe bilen 21, Almanca bilen 18, İngilizce bilen 21 yolcu olduğuna göre, bu otobüste en az kaç yolcu vardır?

- A) 40 B) 41 C) 42 D) 43 E) 44

11. Futbol, basketbol veya voleybol oyunlarından en az birini oynayan öğrencilerin oluşturduğu 24 kişilik bir sınıfta; futbol ve basketbol oynayan 6, futbol ve voleybol oynayan 7, basketbol ve voleybol oynayan 5 kişidir.

Yalnız futbol oynayan 3, yalnız basketbol oynayan 4, yalnız voleybol oynayan 5 öğrenci olduğuna göre, her üç sporu da oynayan kaç öğrenci vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. $B \subset A$ olmak koşulu ile A ve B kümeleri veriliyor. $A - B$ kümesinin 15 tane özalt kümesi vardır.

B kümesi 4 elemanlı olduğuna göre, A kümesi kaç elemanlıdır?

A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

13. 50 kişilik bir sınıfta 35 kişi Matematikten başarısız, 25 kişi de Fen Bilgisinden başarısız olmuştur.

Hem matematik hem de fen bilgisinden başarılı olanlar sınıfın en çok yüzde kaçtır?

A) 30 B) 25 C) 20 D) 15 E) 10

14. 20 kişilik bir grupta futbol oynamayan 9, voleybol oynamayan 12 kişi vardır.

Sadece futbol oynayan 8 kişi olduğuna göre, her iki oyunu da oynayanların sayısı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

15. Boş kümeden farklı A ve B kümeleri için,

$$6 \cdot s(A - B) = 8 \cdot s(A \cap B) = 10 \cdot s(B - A)$$

olduğuna göre, $\bar{A} \cap \bar{B}$ kümesinin tümleyeninin eleman sayısı en az kaçtır?

A) 12 B) 27 C) 38 D) 47 E) 94

16. Bir A kümesinin 5 elemanlı alt küme sayısı, 7 elemanlı alt küme sayısına eşittir.

Buna göre, A kümesinin 2 elemanlı kaç alt kümesi vardır?

A) 21 B) 26 C) 32 D) 45 E) 66

17. A ve B ayrık iki küme olmak üzere,

$$s(A \cap \bar{B}) = 8$$

$$s(B \cap \bar{A}) = 9$$

olduğuna göre, $s(A \cup B)$ kaçtır?

A) 17 B) 20 C) 22 D) 26 E) 32

18. $A \cap B$ nin alt küme sayısı 64 olmak üzere,

$$s(A \cup B) = 21$$

$$s(B - A) = 4 \cdot s(A - B)$$

olduğuna göre, $A - B$ kümesinin özalt küme sayısı kaçtır?

A) 3 B) 7 C) 15 D) 31 E) 63

19. Almanca ve İngilizce dillerinden en az birini bilenlerden oluşan 40 kişilik bir sınıfta, yalnız Almanca bilenlerin sayısı yalnız İngilizce bilenlerin sayısının 5 katıdır.

Bu sınıfta her iki dili de bilenler olduğuna göre, bunların sayısı en az kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

20. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

kümesinin alt kümelerinin kaçında 2 elemanı veya 3 elemanı vardır?

A) 42 B) 24 C) 16 D) 8 E) 6

Burada, matematiğin ruhu sayılabilecek bir konu olan "fonksiyon"u, fonksiyonun temeli olan "bağıntı"yı, bağıntının temeli olan "kartezyen çarpım"ı sondan başlayarak ele alacağız.

Bu konuların iyi anlaşılması için, analitik geometrinin başlangıç bilgilerinden olan; nokta, düzlem, noktanın düzlemde gösterilmesi, grafik okuma kavramlarının bilinmesi gerekir.

Son yedi yılın Öğrenci Seçme Sınavı'nda bu konuyla ilgili toplam 4 soru soruldu.

BAĞINTI – FONKSİYON

⇒ I. SIRALI İKİLİ

⇒ II. KARTEZYEN ÇARPIM

- ⇒ A. TANIM
- ⇒ B. KARTEZYEN ÇARPIMININ ÖZELLİKLERİ
- ⇒ C. KARTEZYEN ÇARPIMININ GRAFİĞİ

⇒ III. BAĞINTI

- ⇒ A. TANIM
- ⇒ B. BAĞINTININ TERSİ
- ⇒ C. BAĞINTI SAYISI
- ⇒ D. BAĞINTININ ÖZELLİKLERİ
 - ⇒ 1. Yansıma Özelliği
 - ⇒ 2. Simetri Özelliği
 - ⇒ 3. Ters Simetri Özelliği
 - ⇒ 4. Geçişme Özelliği
- ⇒ E. BAĞINTI ÇEŞİTLERİ
 - ⇒ 1. Denklik Bağıntısı
 - ⇒ 2. Sıralama Bağıntısı

⇒ IV. FONKSİYON

- ⇒ A. TANIM
- ⇒ B. FONKSİYONUN GÖSTERİMİ
- ⇒ C. FONKSİYONUN GÖRÜNTÜ KÜMESİ
- ⇒ D. FONKSİYON ÇEŞİTLERİ
 - ⇒ 1. Bire-Bir Fonksiyon
 - ⇒ 2. Örten Fonksiyon
 - ⇒ 3. İçine Fonksiyon
 - ⇒ 4. Birim (Etkisiz) Fonksiyon
 - ⇒ 5. Sabit Fonksiyon
- ⇒ E. FONKSİYON SAYISI
- ⇒ F. EŞİT FONKSİYONLAR
- ⇒ G. FONKSİYONLARDA DÖRT İŞLEM
- ⇒ H. FONKSİYONUN TERSİ
- ⇒ I. FONKSİYONLARIN BİLEŞKESİ (Bileşke Fonksiyon)
 - ⇒ 1. Bileşke Fonksiyonun Elde Edilişi
 - ⇒ 2. Bileşke İşleminin Özellikleri
- ⇒ J. FONKSİYONUN GRAFİĞİ

⇒ ÇÖZÜMLÜ TEST

⇒ CEVAPLI TEST (1, 2, 3, 4)

B

Ö

L

Ü

M

13

BAĞINTI-FONKSİYON

I. SIRALI İKİLİ

a ve b gibi iki nesnenin belli bir öncelik sırasına göre (a, b) biçiminde tek bir nesne olarak yazılmasına **sıralı ikili** ya da kısaca **ikili** adı verilir. Burada a ya ikilinin birinci bileşeni b ye de ikinci bileşeni denir.

Bir sıralı ikilide bileşenlerin sırası önemlidir. Bileşenlerin sırası değişirse başka bir ikili elde edilir.

O halde, $a \neq b$ ise $(a, b) \neq (b, a)$ dir.

(a, b) sıralı ikili

(a, b, c) sıralı üçlü

(a, b, c, d) sıralı dördü

$(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ sıralı n lidir.

KURAL :

Aynı adresli bileşenleri birbirine eşit olan ikililer eşittir.

Bunun karşısı da doğrudur.

$(a, b) = (x, y) \Leftrightarrow a = x \text{ ve } b = y$ dir.

Örnek 1 _____

$$(x, 2^n) = (3n, 8)$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 6 D) 9 E) 12

Çözüm

$$(x, 2^n) = (3n, 8) \Leftrightarrow x = 3n \text{ ve } 2^n = 8 \text{ dir.}$$

$$2^n = 8 \Rightarrow 2^n = 2^3$$

$$n = 3 \text{ tür.}$$

Buradan,

$$x = 3n = 3 \cdot 3 = 9 \text{ olur.}$$

Cevap D

II. KARTEZYEN ÇARPIM

A. TANIM

A ve B boş olmayan iki küme olmak koşuluyla birinci bileşeni A kümesinden, ikinci bileşeni B kümesinden alınarak elde edilen bütün sıralı ikililerin kümesine A ile B nin kartezyen çarpımı denir. Ve $A \times B$ şeklinde gösterilir.

Buna göre;

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ ve } y \in B\} \text{ dir.}$$

Örnek 2 _____

$A = \{a, b, c\}$ ve $B = \{2, 3\}$ kümeleri için

$A \times B$ ve $B \times A$ yı bulalım.

Çözüm

$$A \times B = \{(a, 2), (a, 3), (b, 2), (b, 3), (c, 2), (c, 3)\}$$

$$B \times A = \{(2, a), (3, a), (2, b), (3, b), (2, c), (3, c)\}$$

UYARI :

$$A \times A = \{(x, y) \mid x \in A \text{ ve } y \in A\} \text{ dir.}$$

Örnek 3 _____

$A = \{2, 3\}$ ise,

$$A \times A = \{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\} \text{ tür.}$$

B. KARTEZYEN ÇARPIMININ ÖZELİKLERİ

1. Kartezyen çarpımının değişme özeliği yoktur.

$$A \neq B \text{ ise, } A \times B \neq B \times A \text{ dir.}$$

2. Kartezyen çarpımının birleşme özeliği vardır.

$$A \times B \times C = A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$$

3. Kartezyen çarpımının eleman sayısı :

$$s(A \times B) = s(B \times A)$$

$$= s(A) \cdot s(B) \text{ dir.}$$

4. $A \times A = A^2$

$$A \times A \times A = A^3$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$A \times A \times \dots \times A = A^n \text{ dir.}$$

n tane

5. Kartezyen çarpımın; kümelerin kesişimi, birleşimi ve farkı üzerine dağılıma özeliği vardır.

$$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C),$$

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C),$$

$$A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C) \text{ dir.}$$

Örnek 4

$$A = \{x : |x| \leq 2 \text{ ve } x \in \mathbb{Z}\}$$

$$B = \{x : 7x - 10 \leq 11 \text{ ve } x \in \mathbb{N}\}$$

olduğuna göre, $A \times B$ nin elemanlarının sayısı kaçtır?

- A) 16 B) 20 C) 24 D) 28 E) 32

Çözüm

$$x \in \mathbb{Z} \text{ ve } |x| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2$$

$$\Rightarrow x = -2, -1, 0, 1, 2 \text{ dir.}$$

$$A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$s(A) = 5 \dots (\star)$$

$$x \in \mathbb{N} \text{ ve } 7x - 10 \leq 11 \Rightarrow x \leq 3$$

$$\Rightarrow x = 0, 1, 2, 3 \text{ tür.}$$

$$B = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$s(B) = 4 \dots (\star\star)$$

olduğu için,

$$s(A \times B) = s(A) \cdot s(B)$$

$$= 5 \cdot 4$$

$$= 20 \text{ olur.}$$

Cevap B

Örnek 5

$$s[(A \times B) \cap (A \times C)] = 12$$

$$s(B \cap C) = 3$$

olduğuna göre, $s(A)$ kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 12

Çözüm

$$s[(A \times B) \cap (A \times C)] = 12$$

$$s[A \times (B \cap C)] = 12$$

$$s(A) \cdot s(B \cap C) = 12$$

$$s(A) \cdot 3 = 12$$

$$s(A) = 4$$

Cevap C

C. KARTEZYEN ÇARPIMININ GRAFİĞİ

$A \times B$ kartezyen çarpımının grafiği A nın elemanları yatay eksen (Ox eksen) üzerinde B nin elemanları düşey eksen (Oy eksen) üzerinde gösterilir.

Grafik çizimini örneklerle gösterelim :

Örnek 6

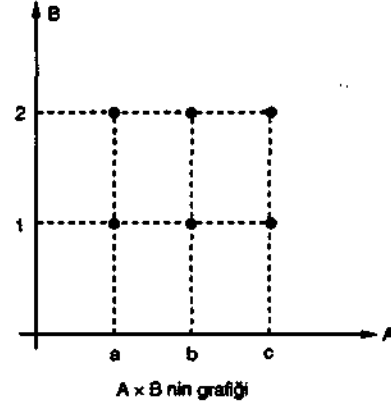
$$A = \{a, b, c\}$$

$$B = \{1, 2\}$$

olduğuna göre, $A \times B$ nin grafiğini çizelim.

Çözüm

$$A \times B = \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2), (c, 1), (c, 2)\}$$



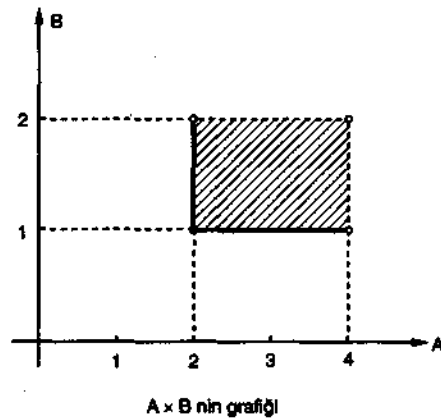
$A \times B$ nin elemanları şekilde gösterilen altı noktadır.

Örnek 7

$$A = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ ve } 2 \leq x < 4\}$$

$$B = \{y : y \in \mathbb{R} \text{ ve } 1 \leq y < 2\}$$

$A \times B$ kümesini koordinat sisteminde gösterelim.

Çözüm

$A \times B$ kartezyen çarpım kümesi şekildeki taralı bölgedir.

Örnek 8

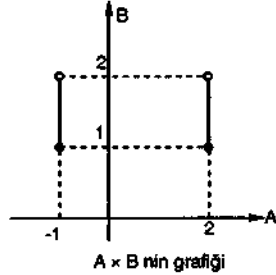
$$A = \{-1, 2\}$$

$$B = \{y \mid y \in \mathbb{R}, 1 \leq y < 2\}$$

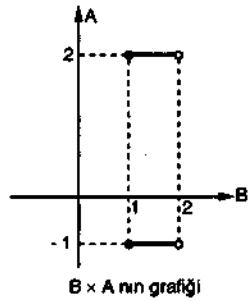
kümeleri veriliyor.

$A \times B$ yi ve $B \times A$ yi koordinat sisteminde gösterelim.

Çözüm



$A \times B$ kartezyen çarpımın kümesi şekildeki iki yan doğru parçasıdır.



$B \times A$ kartezyen çarpımın kümesi şekildeki iki yan doğru parçasıdır.

Örnek 9

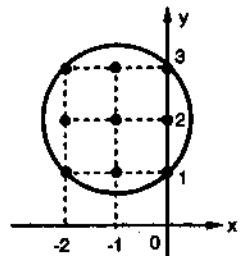
$$A = \{-2, -1, 0\}$$

$$B = \{1, 2, 3\}$$

kümelerinin $A \times B$ (kartezyen çarpımı) kümesinin noktalarını dışarıda bırakmayan en küçük çemberin yarıçapı kaç birimdir?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{2}$ D) 2 E) 1

Çözüm



$$A = \{-2, -1, 0\} \text{ ve}$$

$$B = \{1, 2, 3\}$$

kümelerinin kartezyen çarpım kümesi olan, $A \times B$ nin grafiği yanda görülmektedir.

Görüldüğü gibi kümenin elemanlarının dışarıda bırakmayan en küçük çem-

berin yarıçapı $\sqrt{1+1} = \sqrt{2}$ birimdir.

Cevap C

III. BAĞINTI

A. TANIM

$A \neq \emptyset$ ve $B \neq \emptyset$ olmak üzere, $A \times B$ nin her bir alt kümesine A dan B ye bir **bağıntı** denir.

$B \times A$ nin her bir alt kümesine B den A ya bir **bağıntı** denir.

$A \times A$ nin her bir alt kümesine A dan A ya bir **bağıntı** ya da kısaca A da bir **bağıntı** denir.

β , A dan B ye bir **bağıntı** ise

$$\beta = \{(x, y) \mid (x, y) \in A \times B\} \text{ dir.}$$

$\beta \subset A \times B$ olsun $(x, y) \in \beta$ ise $y \beta x$ biçiminde gösterilir. Bunun anlamı y elemanı β bağıntısı ile x elemanına bağlıdır.

Örnek 10

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{a, b\}$$

$$A \times B = \{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b)\}$$

Kartezyen çarpımının bazı alt kümelerini yazalım.

$$\beta_1 = \{(1, a), (2, b), (3, b)\}$$

$$\beta_2 = \{(1, b), (2, a), (3, b)\}$$

$$\beta_3 = \{(2, a)\}$$

$$\dots\dots\dots$$

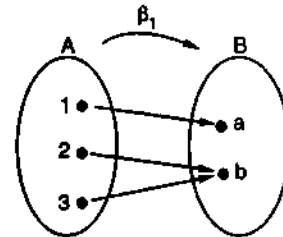
$$\dots\dots\dots$$

Bunların her biri A dan B ye bir **bağıntı**dır.

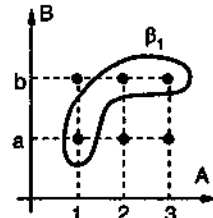
Bağıntı Venn şemasıyla ya da grafikte de gösterilebilir.

$$\beta_1 = \{(1, a), (2, b), (3, b)\}$$

bağıntısını Venn şemasıyla ve grafikte gösterelim.



β_1 in Venn şeması ile gösterimi



β_1 in grafiği

KPSSCini.com

B. BAĞINTININ TERSİ

A dan B ye tanımlanan $\beta = \{(x,y) \mid x \in A, y \in B\}$ bağıntısı için B den A ya tanımlı

$\beta^{-1} = \{(y,x) \mid (x,y) \in \beta\}$ bağıntısına β bağıntısının tersi denir.

Yani, β bağıntısının elemanlarının bileşenlerinin yerleri değiştirildiğinde ters bağıntı elde edilir.

Örnek 11

$\beta = \{(a,1), (b,2), (b,3)\}$ ise,

$\beta^{-1} = \{(1,a), (2,b), (3,b)\}$ dir.

Örnek 12

$A = \{1,2,3,4\}$ kümesinde

$$\beta = \{(x,y) \mid x > y\}$$

bağıntısı tanımlanıyor.

Buna göre, β^{-1} bağıntısını liste yöntemiyle ve grafikte gösterelim.

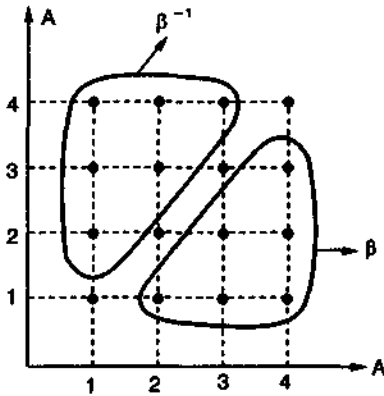
Çözüm

$x > y$ olduğuna göre,

$$\beta = \{(2,1), (3,1), (3,2), (4,1), (4,2), (4,3)\}$$

$$\beta^{-1} = \{(1,2), (1,3), (2,3), (1,4), (2,4), (3,4)\} \text{ olur.}$$

β yı ve β^{-1} i grafikte gösterelim.

**C. BAĞINTI SAYISI**

$s(A) = a$ ve $s(B) = b$ olsun.

A dan B ye tanımlanan bağıntı sayısı : $2^{a \cdot b}$ dir.

Örnek 13

$$A = \{1,2,3\}$$

kümesinde tanımlı bağıntı sayısı kaçtır?

- A) 3 B) 8 C) 9 D) 2^6 E) 2^9

Çözüm

$$s(A) = 3$$

$$s(A \times A) = s(A) \cdot s(A)$$

$$= 3 \cdot 3$$

$$= 9$$

olduğu için $A \times A$ nın alt küme sayısı (A da tanımlı bağıntı, diğer bir ifadeyle $A \times A$ da tanımlı bağıntı sayısı) : 2^9 dur.

Cevap E

D. BAĞINTININ ÖZELİKLERİ**1. Yansıma Özeliği**

β , A da tanımlı bir bağıntı olsun.

$\forall x \in A$ için $(x, x) \in \beta$ ise β bağıntısının yansıma özeliği vardır, diğer bir ifadeyle β yansıyandır denir.

Örnek 14

$A = \{1,2,3\}$ kümesinden tanımlı

$$\beta_1 = \{(1,1), (2,2), (1,3)\}$$

bağıntısı yansıyan değildir.

Çünkü $3 \in A$ olduğu halde $(3,3) \notin \beta_1$ dir.

$$\beta_2 = \{(1,1), (2,2), (3,3), (1,2)\}$$

bağıntısı yansıyandır.

$$\beta_3 = \beta_2 \cup \{(1,2), (3,2)\}$$

bağıntısı da yansıyandır.

KURAL :

$s(A) = n$ olmak üzere, A kümesinde tanımlanabilecek yansıyan bağıntı sayısı : 2^{n^2-n} dir.

Örnek 15

$$s(A) = 4$$

ise, A kümesinde tanımlanabilecek yansıyan bağıntı sayısı

$$2^{(4^2-4)} = 2^{(16-4)} = 2^{12} \text{ dir.}$$

UYARI :

$\beta \subset A \times A$ ve $\beta = \{(x,y) \mid x \in A \text{ ve } y \in A\}$ bağıntısının yansıyan olup olmadığını anlamak için, bağıntıda y yerine x yazılır. Elde edilen bağıntı A kümesinde daima doğru ise β bağıntısı yansıyandır.

Örnek 16

$\beta \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ve $\beta = \{(x,y) \mid x \leq y\}$ bağıntısının yansıyan olup olmadığını inceleyelim.

Bağıntıda y yerine x yazalım.

$x \leq x$ ifadesi daima doğru olduğundan β yansıyandır.

2. Simetri Özeliği

β , A da tanımlı bir bağıntı olsun.

$\forall (x,y) \in \beta$ için $(y,x) \in \beta$ ise β bağıntısının simetri özelliği vardır; diğer bir ifadeyle β simetriktir.

Örnek 17

$A = \{1,2,3,4\}$ kümesinde tanımlı

$\beta_1 = \{(1,2), (2,2), (2,1), (2,3)\}$ bağıntısında $(2,3) \in \beta_1$ olduğu halde $(3,2) \notin \beta_1$ olduğundan β_1 simetrik değildir.

$\beta_2 = \{(2,2), (1,3), (1,1), (3,1)\}$ bağıntısı simetriktir.

$\beta_3 = \beta_1 \cup \{(3,2)\}$ bağıntısı simetriktir.

UYARI :

β bağıntısı simetrik ise $\beta = \beta^{-1}$ dir.

KURAL :

$s(A) = n$ olmak üzere, A kümesinde tanımlanabilecek simetrik bağıntı sayısı : $2^{\frac{n^2+n}{2}}$ dir.

UYARI :

$\beta \subset A \times A$ ve $\beta = \{(x,y) \mid x \in A \text{ ve } y \in A\}$ bağıntısının simetrik olup olmadığını anlamak için, bağıntıda x ile y nin yerleri değiştirilir. Elde edilen bağıntı verilen bağıntı ile aynı ise bu bağıntı simetriktir.

Örnek 18

$\beta \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ ve $\beta = \{(x,y) \mid x - y, 3 \text{ ile tam bölünür}\}$ bağıntısının simetrik olup olmadığını inceleyelim.

Çözüm

$$3 \mid x - y \Rightarrow \frac{x-y}{3} = k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x - y = 3k$$

$$\Rightarrow y - x = -3k$$

olduğuna göre, verilen bağıntı simetriktir.

3. Ters Simetri Özeliği

β , A da tanımlı bir bağıntı olsun.

$x \neq y$ iken $\forall (x,y) \in \beta$ için $(y,x) \notin \beta$ ise, β bağıntısının ters simetri özelliği vardır; diğer bir ifadeyle β bağıntısı ters simetriktir.

Örnek 19

$A = \{1,2,3,4\}$ kümesinde tanımlı

$\beta_1 = \{(1,1), (2,2), (1,3), (3,1)\}$

bağıntısında $(1,3) \in \beta_1$ iken $(3,1) \in \beta_1$ olduğundan β_1 bağıntısı ters simetrik değildir.

$\beta_2 = \{(1,1), (3,3), (1,2), (2,3)\}$ bağıntısı ters simetriktir.

UYARI :

Simetrik olmayan bir bağıntının ters simetrik olacağı veya ters simetrik olmayan bir bağıntının simetrik olacağı sonucu çıkarılmamalıdır. Bu iki özelliğin ikisini aynı anda sağlayan bağıntılar olabileceği gibi iki özelliğin ikisini de sağlamayan bağıntılar da olabilir.

UYARI :

$\beta \subset A \times A$ ve $\beta = \{(x,y) \mid x \in A \text{ ve } y \in A\}$ bağıntısının ters simetrik olup olmadığını anlamak için, bağıntıda x ile y nin yerleri değiştirilir. Elde edilen bağıntı $x \neq y$ iken, verilen bağıntıyla ortak çözülür. Çözüm kümesi boş küme ise bu bağıntı ters simetriktir.

Örnek 20

$\beta \subset \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ ve $\beta = \{(x,y) \mid x^2 + 2y = 3\}$ bağıntısının ters simetrik olup olmadığını araştıralım.

Çözüm

Bağıntıda x ile y nin yerlerini değiştirip verilen bağıntı ile ortak çözüm yapalım.

$x^2 + 2y = 3, y^2 + 2x = 3$ ifadelerini eşitleyelim.

$$x^2 + 2y = y^2 + 2x$$

$$x^2 - y^2 = 2x - 2y$$

$$(x - y)(x + y) = 2(x - y), (x \neq y \text{ için})$$

$$x + y = 2$$

$$y = 2 - x \dots (*) \text{ dir.}$$

Bunu, denklemin herhangi birinde yerine yazalım.

$$x^2 + 2y = 3$$

$$x^2 + 2(2 - x) = 3$$

$$x^2 + 4 - 2x - 3 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x - 1)^2 = 0 \text{ ise,}$$

$$x = 1 \text{ ve } y = 1 \text{ olur.}$$

$x \neq y$ iken, çözüm kümesi boş küme olduğu için bu bağıntı ters simetrik.

4. Geçişme Özeliği

β , A da tanımlı bir bağıntı olsun.

$\forall [(x,y) \in \beta \text{ ve } (y,z) \in \beta] \text{ için } (x,z) \in \beta$ ise β bağıntısının geçişme özeliği vardır veya β bağıntısı geçişkendir.

Örnek 21

$A = \{1,2,3,4\}$ kümesinde tanımlı,

$\beta_1 = \{(1,2), (2,2), (1,3), (3,4)\}$ bağıntısında

$(1,3) \in \beta$ ve $(3,4) \in \beta$ iken $(1,4) \notin \beta$ olduğundan

β_1 bağıntısı geçişken değildir.

$\beta_2 = \{(1,1), (1,2), (3,2), (2,2)\}$

bağıntısı geçişkendir.

UYARI :

$\beta \subset A \times A$ ve $\beta = \{(x,y) \mid x \in A \text{ ve } y \in A\}$ bağıntısının geçişken olup olmadığını anlamak için, bağıntıda x yerine y , y yerine z yazılarak, elde edilen bağıntı verilen bağıntı ile ortak çözülür ve $(x,z) \in \beta$ olduğu gösterilebilirse bu bağıntı geçişkendir.

Örnek 22

$\beta \subset Z \times Z$ olmak üzere,

$\beta = \{(x,y) : x + 2y = 3k, k \in Z\}$

bağıntısı geçişkendir.

Çünkü; $(x,y) \in \beta$ ve $(y,z) \in \beta$ ise,

$$x + 2y = 3k_1, (k_1 \in Z) \dots (1)$$

$$+ y + 2z = 3k_2, (k_2 \in Z) \dots (2)$$

$$x + 2z + 3y = 3k_1 + 3k_2$$

$$x + 2z = 3(k_1 + k_2 - y) \dots (*)$$

$$x + 2z = 3k, (k \in Z) \Rightarrow (x,z) \in \beta \text{ dir.}$$

KPSSCini.com

E. BAĞINTI ÇEŞİTLERİ

1. Denklik Bağıntısı

Herhangi bir A kümesinde tanımlı β bağıntısı; yansıma, simetri ve geçişme özeliğini sağlıyorsa **denklik bağıntısı** adını alır.

- β , A kümesinde tanımlı bir denklik bağıntısı olsun. $(x,y) \in \beta$ ise x ve y elemanları β bağıntısına göre denktir denir ve $x = y$ şeklinde yazılır.
- β , A kümesinde tanımlı bir denklik bağıntısı olsun. A da a elemanına denk olan bütün elemanların kümesine a'nın **denklik sınıfı** denir ve $\bar{a}$ şeklinde gösterilir.

$$\bar{a} = \{x \mid x \in A \text{ ve } (a,x) \in \beta\}$$

- β , A kümesinde tanımlı bir denklik bağıntısı olsun,
- β , A kümesini denklik sınıflarına ayırır.
- Farklı iki denklik sınıfının kesişim kümesi boş kümedir.
- Bütün denklik sınıflarının birleşimi A kümesine eşittir.

Örnek 23

$A = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$ da tanımlı

$\beta = \{(x,y) : 3 \mid (x - y)\}$ bağıntısının denklik bağıntısı olduğunu gösterelim.

Çözüm

β , birinci bileşeni ile ikinci bileşenin farkı 3'e tam olarak bölünebilen ikililerden oluşmaktadır.

$$\forall x \in A \text{ için } (x,x) \in \beta \text{ dir. Çünkü } \frac{x-x}{3} = \frac{0}{3} = 0 \text{ dir.}$$

Yani; (0,0), (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6), (7,7), (8,8) elemanları β ya aittir. Öyleyse β yansıyandır.

$\forall (x,y) \in \beta$ için $(y,x) \in \beta$ dir. Çünkü $x - y = 3k, (k \in Z)$ ise, $y - x = 3(-k)$ dir.

Örneğin; (7,1) $\in \beta$ iken (1,7) $\in \beta$ dir.

Öyleyse β simetrik.

$\forall [(x,y) \in \beta \text{ ve } (y,z) \in \beta] \text{ ise } (x,z) \in \beta \text{ dir.}$

$(x,y) \in \beta \text{ ise } x - y = 3k_1$

$(y,z) \in \beta \text{ ise } y - z = 3k_2$

Bu eşitlikler taraf tarafa toplanırsa,

$x - z = 3(k_1 + k_2) \text{ bulunur.}$

$k_1, k_2 \in \mathbb{Z} \text{ ise } k_1 + k_2 \in \mathbb{Z} \text{ olacağından } (x,z) \in \beta \text{ dir.}$

Öyleyse β geçişmelidir.

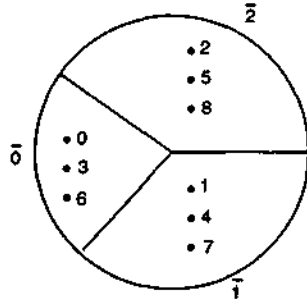
Demek ki; β denklik bağıntısıdır.

✓ O halde, $(7,1) \in \beta$ olduğu için $7 \equiv 1 \pmod{3}$ yazılır.
mod kavramını ileride ele alacağız.

✓ 0 a denk olan elemanların kümesi (0 in denklik sınıfı) : $\bar{0} = \{0,3,6\}$ yazılır. Benzer şekilde

$\bar{1} = \{1,4,7\}$

$\bar{2} = \{2,5,8\}$ yazılır.



$$\checkmark A = \bar{0} \cup \bar{1} \cup \bar{2}$$

$$\checkmark \bar{0} \cap \bar{1} = \emptyset$$

$$\bar{0} \cap \bar{2} = \emptyset$$

$$\bar{1} \cap \bar{2} = \emptyset$$

$$\bar{0} \cap \bar{1} \cap \bar{2} = \emptyset$$

✓ β bağıntısının eleman sayısı :

$$\begin{aligned} s(\beta) &= s(\bar{0} \times \bar{0}) + s(\bar{1} \times \bar{1}) + s(\bar{2} \times \bar{2}) \\ &= 3 \cdot 3 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 3 \\ &= 27 \text{ dir.} \end{aligned}$$

SONUÇ :

$\mathbb{Z}$ de $\beta = \{(x,y) : m \mid (x-y)\}$ bağıntısı denklik bağıntısıdır.

Örnek 24

$A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ kümesinde

$\beta = \{(x,y) : x + 3y = 4k, k \in \mathbb{Z}\}$ bağıntısı denklik bağıntısıdır.

Buna göre, β da en fazla kaç tane ikili olabilir?

- A) 9 B) 18 C) 21 D) 26 E) 32

Çözüm

β denklik bağıntısı ise, 1 in denklik sınıfını bulalım.

$$\bar{1} = \{x : x \in A \text{ ve } (1,x) \in \beta\}$$

$$(1,x) \in \beta \Rightarrow 1 + 3x = 4k, (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow x = 1,5,9 \text{ dur.}$$

Buna göre,

$\bar{1} = \{1,5,9\}$ dur. Benzer şekilde

$$\bar{2} = \{2,6\}$$

$$\bar{3} = \{3,7\}$$

$$\bar{4} = \{4,8\} \text{ yazılır.}$$

$$\begin{aligned} s(\beta) &= s(\bar{1} \times \bar{1}) + s(\bar{2} \times \bar{2}) + s(\bar{3} \times \bar{3}) + s(\bar{4} \times \bar{4}) \\ &= 3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \\ &= 9 + 4 + 4 + 4 \\ &= 21 \end{aligned}$$

Cevap C

2. Sıralama Bağıntısı

Herhangi bir A kümesinde tanımlı β bağıntısı; yansıma, ters simetri ve geçişme özelliklerine sahip ise bu bağıntı sıralama bağıntısı adını alır.

Örnek 25

$\mathbb{Z}$ de tanımlı $\beta = \{(x,y) : x \leq y\}$ bağıntısı sıralama bağıntısıdır.

Çünkü, $\forall x \in \mathbb{Z}$ için, $x \leq x$ olduğundan $(x,x) \in \beta$ olup, β yansıyandır.

$x \leq y$ iken $y < x$ olamaz $\forall (x,z) \in \beta$ için $(y,x) \notin \beta$ olup, β ters simetrik.

$x \leq y$ ve $y \leq z$ iken $x \leq z$ olduğundan

$\forall [(x,y) \in \beta \text{ ve } (y,z) \in \beta] \text{ iken } (x,z) \in \beta$ olup, β geçişkendir.

Örnek 26

Kümelerde tanımlı;

$$\beta = \{(A,B) : A - B = \emptyset\}$$

bağıntısı sıralama bağıntısıdır.

Çünkü,

$A - A = \emptyset \Rightarrow (A,A) \in \beta$ olduğu için, β yansıyandır.

$A \neq B$ iken,

$A - B = \emptyset$ ise, $B - A \neq \emptyset$ olup,

$(A,B) \in \beta$ ise, $(B,A) \notin \beta$

olduğu için, β ters simetrik.

$A - B = \emptyset$ ve $B - C = \emptyset$ ise $A - C = \emptyset$ olup, $(A,B) \in \beta$ ve $(B,C) \in \beta$ ise, $(A,C) \in \beta$ olduğu için, β geçişkendir.

IV. FONKSİYON

A. TANIM

A ve B boş olmayan iki küme olmak üzere, A dan B ye bir f bağıntısı verilmiş olsun. A'nın her elemanı B'nin elemanlarıyla en az bir kez ve en çok bir kez eşleniyorsa **fonksiyon** olur.

A ya fonksiyonun **tanım kümesi** B ye de **değer kümesi** adı verilir.

$\forall x \in A, y \in B$ olmak üzere A dan B ye bir f fonksiyonu $f: A \rightarrow B$ veya $x \rightarrow f(x) = y$ biçiminde gösterilir.

Örnek 27

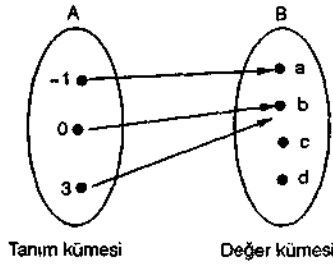
$$A = \{-1, 0, 3\}$$

$$B = \{a, b, c, d\}$$

kümeleri verilsin. A dan B ye bir f bağıntısı yazalım.

$f = \{(-1, a), (0, b), (3, b)\}$ bağıntısı

- ✓ Tanım kümesinin bütün elemanları değer kümesinin en az bir elemanı ile eşleştirildiği için,
- ✓ Tanım kümesinin elemanları değer kümesinin en çok bir elemanı ile eşleştirildiği için, **fonksiyondur**.



UYARI :

Her fonksiyon bir bağıntıdır. Fakat her bağıntı bir fonksiyon olmayabilir.

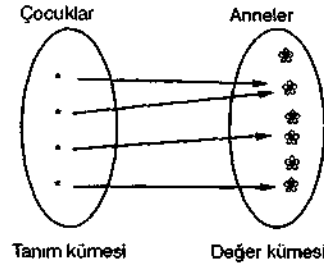
$f: A \rightarrow B$, f bir fonksiyon ise

1. Tanım kümesinde açıkta eleman kalmaz, ancak değer kümesinde açıkta eleman kalabilir.
2. Tanım kümesinde bir eleman değer kümesindeki birden fazla elemanla eşlenemez. Fakat tanım kümesindeki birden fazla eleman değer kümesindeki bir elemanla eşlenebilir.

Fonksiyonun tanımını bir örnekle açıklayalım :

Çocukları ile beraber bir toplantı düzenleyen anneleri göz önüne alalım.

Çocuklar tanım kümesinin elemanları, bu çocukların anneleri de değer kümesinin elemanları olacak şekilde bunları iki gruba ayıralım.



1. Tanım kümesinde bulunan her çocuğun değer kümesinde bir annesi vardır. Dolayısıyla tanım kümesinde açıkta eleman kalmamıştır. Ama çocuğu olmayan anneler bulunabilir. Yani değer kümesinde açıkta eleman kalabilir.
2. Tanım kümesindeki bir çocuğun değer kümesinde iki tane annesi olamaz. Yani tanım kümesindeki bir eleman değer kümesinde ancak bir elemanla eşlenebilir. Fakat bir annenin birden fazla çocuğu olabilir. Yani tanım kümesindeki birden fazla eleman değer kümesinde bir elemanla eşlenebilir.

B. FONKSİYONUN GÖSTERİMİ

Fonksiyon üç biçimde gösterilir.

1. Bağıntı ile
2. Venn şeması ile
3. Grafik ile

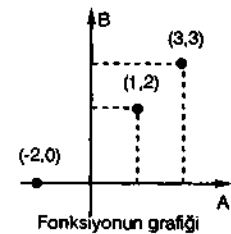
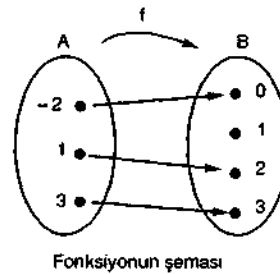
Örnek 28

$$A = \{-2, 1, 3\}$$

$$B = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$f = \{(-2, 0), (1, 2), (3, 3)\}$$

bağıntısı, tanım kümesi A ve değer kümesi B olan bir fonksiyondur. Fonksiyonun yukarıdaki gibi gösterimine liste yöntemi adı verilir. Bu fonksiyonu Venn şeması ile ve grafikte gösterelim.



Örnek 29

$$A = \{2,3,4\}$$

$$B = \{m,n,r\}$$

kümeleri veriliyor. A dan B ye tanımlanan

$$f = \{(2,m), (3,n), (3,r)\}$$

bağıntısı bir fonksiyon mudur?

Çözüm

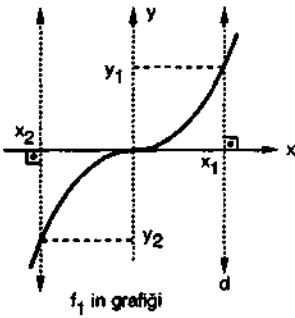
Tanım kümesinin (A nın) her bir elemanı değer kümesinin (B nin) en çok bir elemanıya eşleşmesi gerekirken tanım kümesindeki 3 elemanı değer kümesindeki n ve r gibi iki farklı elemanla eşleşmiştir. Bunun için, f bağıntısı bir fonksiyon değildir.

UYARI :

Grafiği verilen bir bağıntının fonksiyon olup olmadığını anlamak için, y eksenine paralel doğrular çizilir. Bu doğrular fonksiyonun belirttiği eğride en az bir ve en çok bir noktayı kesiyorsa verilen bağıntı fonksiyondur.

Örnek 30

$$f_1 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$



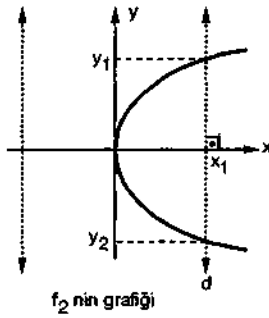
f_1 in grafiğinde d doğrusu y ye paralel olacak şekilde nereye çizilirse çizilsin f_1 in belirttiği eğriyi en az bir ve en çok bir noktada keser.

Buna göre $f_1 : x \rightarrow y$ olacak biçimde f_1 bir fonksiyondur.

f_2 nin grafiğinde d doğrusu $x < 0$ için eğriyi kesmez. Yani tanım kümesinin bazı elemanları ($x < 0$) değer kümesinin elemanlarıyla eşleşmemiştir. Ayrıca $x > 0$ için, d doğrusu eğriyi iki farklı noktada kesmektedir. Bunun için, f_2 fonksiyon değildir.

İki koşulun herhangi biri sağlanmazsa bağıntı fonksiyon olmaz.

$$f_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$



Örnek 31

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R},$$

$$y^2 = 2x + 5$$

bağıntısının fonksiyon olup olmadığını gösterelim.

Çözüm

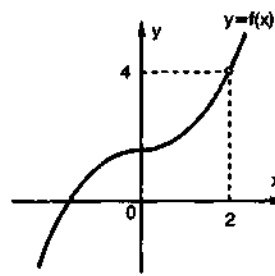
$$x = 2 \text{ için } y^2 = 2 \cdot 2 + 5$$

$$y^2 = 9 \Rightarrow y = -3 \text{ veya } y = 3 \text{ tür.}$$

$x = 2$ nin eşleştiği $y_1 = 3$ ve $y_2 = -3$ şeklinde iki farklı değer (görüntü) olduğundan

$y^2 = 2x + 5$ bağıntısı bir fonksiyon değildir.

Örnek 32



Yanda grafiği verilen

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

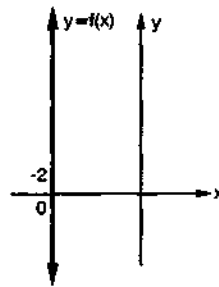
$$f : x \rightarrow y$$

bağıntısı bir fonksiyon değildir.

Çünkü $x = 2$ nin görüntüsü yoktur.

Fakat, $f : \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$ ye f fonksiyondur.

Örnek 33



Yandaki grafiği verilen

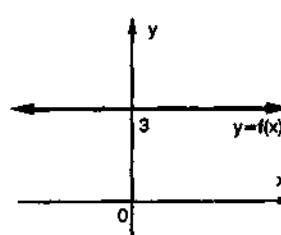
$$f : \{-2\} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f : x \rightarrow y$$

bağıntısı bir fonksiyon değildir.

Çünkü -2 nin sayılamayacak çoklukta görüntüsü vardır.

Örnek 34



Yanda grafiği verilen

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f : x \rightarrow y$$

bağıntısı bir fonksiyondur. Tanım kümesinin

bütün elemanları değer kümesinde 3 e eşleşmiştir.

Örnek 35

$$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f: x \rightarrow y$$

olmak üzere,

$$x = y^2$$

olduğuna göre, f bağıntısının fonksiyon olup olmadığını gösterelim.

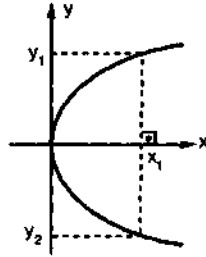
Çözüm

Bir bağıntının fonksiyon olabilmesi için tanım kümesindeki bir elemanın değer kümesinde en az bir en çok bir karşılığı bulunmalıdır.

$x = y^2$ ifadesinin grafiğini çizerek inceleyelim.

Tanım kümesindeki bir x_1 elemanına karşılık değer kümesinde farklı y_1 ve y_2 görüntüleri bulunmaktadır. Bu da fonksiyon tanımına aykırıdır.

Buna göre, f bağıntısı fonksiyon değildir.

**Örnek 36**

$$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$$

$$f: x \rightarrow y$$

koşuluyla,

$$x = y^2$$

olduğuna göre, f bağıntısının fonksiyon olup olmadığını gösterelim.

Çözüm

$x > 0, y > 0$ olduğundan

$$y^2 = x$$

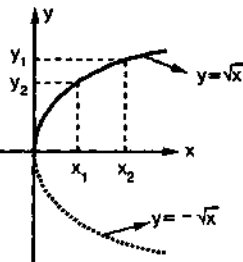
$$\sqrt{y^2} = \sqrt{x}$$

$$|y| = \sqrt{x}$$

$$y = \sqrt{x} \text{ bulunur.}$$

$y = \sqrt{x}$ in grafiğini çizelim.

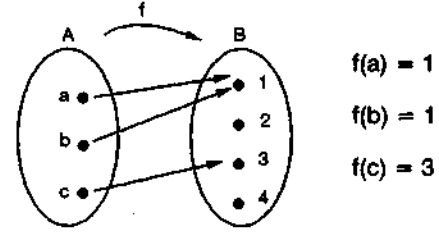
Yukandaki şekilden de görüldüğü gibi tanım kümesindeki bir elemanın değer kümesinde yalnız bir görüntüsü olduğundan f bağıntısı bir fonksiyondur.

**UYARI :**

Örnek 35 ve Örnek 36'daki değer kümelerini tekrar inceleyip aradaki farkı görmeye çalışınız.

C. FONKSİYONUN GÖRÜNTÜ KÜMESİ

$f: A \rightarrow B$ ye bir fonksiyon olsun. $(x, y) \in f$ ise $y = f(x)$ e x in f fonksiyonu altındaki görüntüsü veya f nin x için değeri denir.



$$f(A) = \{f(a), f(b), f(c)\}$$

$$f(A) = \{1, 3\} \text{ görüntü kümesidir.}$$

SONUÇ :

Görüntü kümesi değer kümesinin bir alt kümesidir.

$$f(A) \subset B \text{ dir.}$$

Örnek 37

$$A = \{-2, -1, 0\}$$

$$f: A \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^2 - 3x$$

olduğuna göre, $f(A)$ görüntü kümesini bulalım.

Çözüm

$$f(x) = x^2 - 3x$$

$$f(-2) = (-2)^2 - 3(-2) = 4 + 6 = 10$$

$$f(-1) = (-1)^2 - 3(-1) = 1 + 3 = 4$$

$$f(0) = 0^2 - 3 \cdot 0 = 0$$

Buna göre,

$$f(A) = \{f(-2), f(-1), f(0)\}$$

$$= \{10, 4, 0\} \text{ görüntü kümesidir.}$$

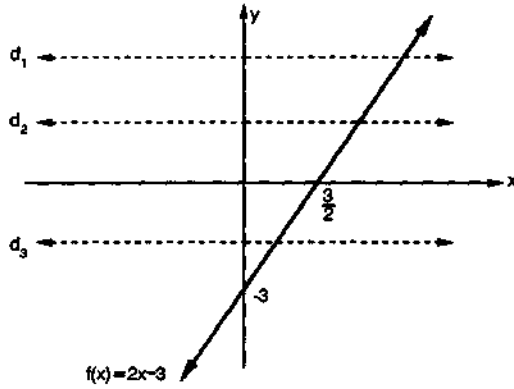
Örnek 38

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 3$ fonksiyonu veriliyor.

f nin görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\mathbb{R}$ B) $\mathbb{N}$ C) $\mathbb{R}^+$ D) $\mathbb{Z}$ E) $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$

Çözüm



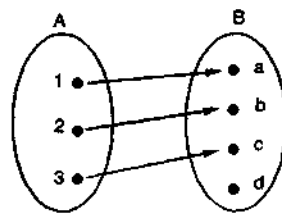
Şekilde $f(x) = 2x - 3$ ün grafiği görülmektedir. $f: x \rightarrow y$ olduğu için y görüntü kümesinin hangi noktasından çizilirse çizilsin $d_1, d_2, d_3, \dots$ doğrulan verilen doğruyu bir tek noktada keser. Yani y nin bütün elemanları x in elemanlarıyla eşleşir. y reel sayı doğrusu olduğuna göre, görüntü kümesi $\mathbb{R}$ dir.

Cevap A

D. FONKSİYON ÇEŞİTLERİ

1. Bire - Bir Fonksiyon

f, A dan B ye bir fonksiyon olsun. f nin tanım kümesindeki bir eleman değer kümesindeki bir elemanla eşleniyorsa f fonksiyonuna **bire - bir fonksiyon** denir.



Yandaki Venn şeması ile gösterilen f fonksiyonu yukandaki tanıma uygun olduğundan bire - bir fonksiyondur.

KURAL :

$\forall x_1, x_2 \in A$ için

$f(x_1) = f(x_2)$ iken $x_1 = x_2$ ise f fonksiyonu bire - bir dir.

Örnek 39

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 2$ fonksiyonu bire - bir midir?

Çözüm

$f(x_1) = f(x_2)$ ise

$3x_1 - 2 = 3x_2 - 2 \Rightarrow x_1 = x_2$ olduğundan verilen fonksiyon bire - bir dir.

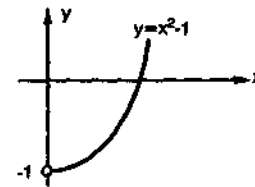
Örnek 40

$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = x^2 - 1$

fonsiyonu bire - bir midir?

Çözüm



Fonksiyonun tanım kümesi $\mathbb{R}^+$ yani, pozitif reel (gerçek) sayılar kümesidir.

$x_1, x_2 \in \mathbb{R}^+$ olsun.

$$f(x_1) = f(x_2)$$

$$x_1^2 - 1 = x_2^2 - 1$$

$$x_1^2 = x_2^2$$

$$|x_1| = |x_2|$$

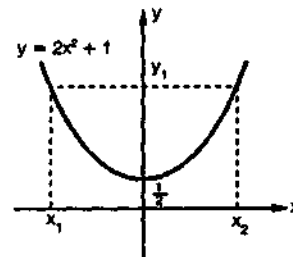
$$x_1 = x_2 \text{ dir.}$$

O halde f fonksiyonu bire - bir dir.

Örnek 41

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 + 1$ fonksiyonu bire - bir midir?

Çözüm



$x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ olsun.

$$f(x_1) = f(x_2)$$

$$2x_1^2 + 1 = 2x_2^2 + 1$$

$$x_1^2 = x_2^2$$

$$|x_1| = |x_2| \text{ ise,}$$

$$x_1 = x_2 \text{ veya}$$

$$x_1 = -x_2 \text{ dir.}$$

x_1 in ve $-x_1$ in görüntüsü aynıdır.

Yani, farklı iki x değerinin görüntüsü eşit olmaktadır.

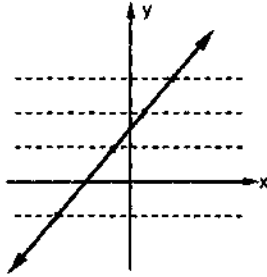
Bunun için, f fonksiyonu bire – bir değildir.

KURAL :

Grafiği verilen bir fonksiyonun bire – bir olup olmadığını anlamak için x eksenine paralel doğrular çizilir. Bu paralel doğrular grafiği bir noktada kesiyorsa fonksiyon bire – bir dir. Birden fazla noktada kesiyorsa bire – bir değildir.

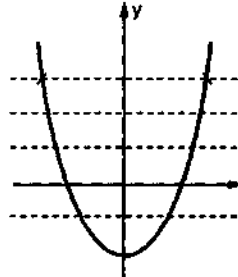
ÖRNEK 42

Aşağıdaki fonksiyonları inceleyelim.



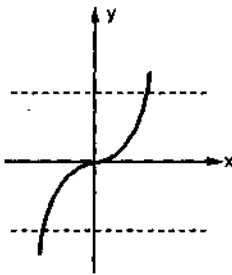
$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

f fonksiyonu bire – bir dir.



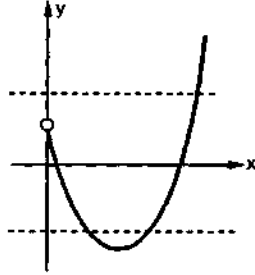
$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

f fonksiyonu bire – bir değildir.



$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

f fonksiyonu bire – bir dir.



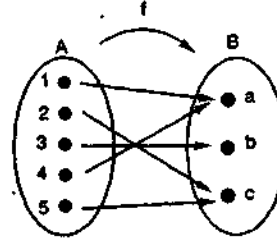
$$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$$

f fonksiyonu bire – bir değildir.

2. Örten Fonksiyon

Görüntü kümesi değer kümesine eşit olan fonksiyonlara örten fonksiyon denir.

Örten fonksiyonun değer kümesinde eşlenmemiş eleman bulunmaz.



Yandaki Venn şeması ile gösterilen fonksiyonun değer kümesinde eşlenmemiş eleman olmadığı için örten dir.

KURAL :

$$\checkmark f: A \rightarrow B$$

$f(A) = B$ ise f fonksiyonu örten dir.

$$\checkmark f: A \rightarrow B \text{ olmak üzere,}$$

$\forall y \in B$ için, en az bir $x \in A$ varsa f fonksiyonu örten dir.

3. İçine Fonksiyon

Örten olmayan fonksiyona içine fonksiyon denir.

ÖRNEK 43

$$f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$$

$$f(x) = x - 3$$

fonksiyonu örten midir?

Çözüm

$y = x - 3$ ifadesinde x i yalnız bırakırsak.

$$x = y + 3 \text{ bulunur.}$$

Bu denklemde y ye tamsayı değerleri verdikçe x tamsayı değerleri alır.

O halde, $\forall y \in \mathbb{Z}$ için, en az bir $x \in \mathbb{Z}$ vardır. Bunun için, f fonksiyonu örten dir.

ÖRNEK 44

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$f(x) = 3x + 1$$

fonksiyonu örten midir?

Çözüm

$$y = 3x + 1 \text{ eşitliğinden,}$$

$$\frac{y-1}{3} = x \dots (*) \text{ dir.}$$

$$y = 1 \text{ için } x = 0$$

$$y = 2 \text{ için } x = \frac{1}{3} \notin \mathbb{N}$$

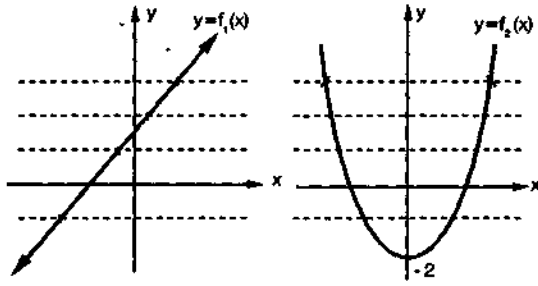
$y = 2$ ye karşılık bir x değeri bulunamadığı için, f fonksiyonu örten değildir.

KURAL :

Grafiği verilen bir fonksiyonun örten olup olmadığını anlamak için değer kümesi üzerinden x eksenine paraleller çizilir. Bu paraleller eğriyi daima kesiyorsa fonksiyon örterdir. Eğer çizilen paralellerden bazıları eğriyi kesmiyorsa fonksiyon örten değildir (içinedir).

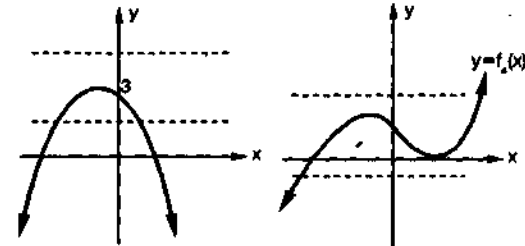
ÖRNEK 45

Aşağıdaki grafikleri inceleyelim.



$f_1 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 f_1 fonksiyonu örterdir.

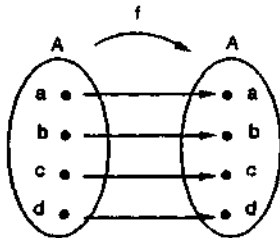
$f_2 : \mathbb{R} \rightarrow [-2, \infty)$
 f_2 fonksiyonu örterdir.



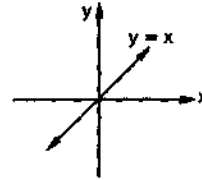
$f_3 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 f_3 fonksiyonu örten değildir. f_4 fonksiyonu örterdir.

4. Birim (Etkisiz) Fonksiyon

Her elemanı kendisine eşleyen fonksiyona **birim (etkisiz) fonksiyon** denir.



$f : A \rightarrow A$
 $f(a) = a$
 $f(b) = b$
 $f(c) = c$
 $f(d) = d$



$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = x$ ise,

f birim fonksiyondur.

f fonksiyonu her elemanı kendisine eşlemiştir. Tanım kümesindeki bütün x ler için

$$f(x) = x$$

oluyorsa f ye birim (etkisiz) fonksiyon ya da özdeşlik fonksiyonu denir. Birim fonksiyon genellikle I ile gösterilir.

UYARI :

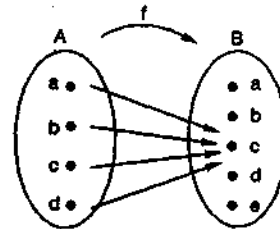
Birim fonksiyon bire - bir ve örterdir.

5. Sabit Fonksiyon

Tanım kümesindeki bütün elemanları değer kümesindeki bir elemanla eşleyen fonksiyona sabit fonksiyon denir.

Yani $\forall x \in A$ ve $c \in B$ için

$f(x) = c$ oluyorsa f sabit fonksiyondur.



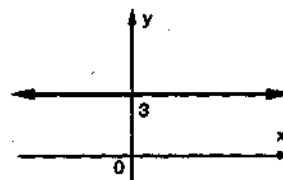
$f : A \rightarrow B$

$f(a) = c$

$f(b) = c$

$f(c) = c$

$f(d) = c$

ÖRNEK 46

$f : \mathbb{R} \rightarrow \{3\}$

$f(x) = 3$

Yanda grafiği verilen fonksiyon sabit fonksiyondur.

E. FONKSİYON SAYISI

$s(A) = m$ ve $s(B) = n$ olsun.

1. A dan B ye tanımlanabilen fonksiyonların sayısı :

n^m dir.

2. B den A ya tanımlanabilen fonksiyonların sayısı :

m^n dir.

3. A dan B ye tanımlanabilen bire-bir fonksiyonların

sayısı : $P(n, m) = \frac{n!}{(n-m)!}$, ($n \geq m$) dir.

Buna göre A dan A ya tanımlanan bire-bir örten fonksiyonların sayısı : $P(m, m) = m!$ dir.

4. A dan B ye tanımlanabilen fonksiyon olmayan bağıntıların sayısı : $2^{mn} - n^m$ dir.
5. A dan A ya tanımlanabilen içine fonksiyonların sayısı : $m^m - m!$ dir.
6. A dan B ye tanımlanabilen sabit fonksiyonların sayısı : n tane dir.

Örnek 47

$A = \{a, b, c\}$ ve $B = \{3, 4, 5, 6\}$ kümeleri veriliyor.
 $s(A) = 3$ ve $s(B) = 4$ olduğuna göre,

- a) A dan B ye tanımlanan fonksiyon sayısı : $4^3 = 64$ tür.
- b) B den A ya tanımlanan fonksiyon sayısı : $3^4 = 81$ dir.
- c) A dan B ye tanımlanan bire-bir fonksiyon sayısı :
 $P(4,3) = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1!} = 4! = 24$ tür.
- d) A dan A ya tanımlanan içine fonksiyon sayısı :
 $3^3 - 3! = 27 - 6 = 21$ dir.
- e) A dan A ya tanımlanan bire-bir ve örten fonksiyon sayısı : $3! = 6$ dir.
- f) A dan B ye tanımlanan sabit fonksiyon sayısı : 4 tür.
- g) B den A ya tanımlanan sabit fonksiyon sayısı : 3 tür.

E. EŞİT FONKSİYONLAR

$f : A \rightarrow B$ ve $g : A \rightarrow B$ iki fonksiyon olsun. f ve g fonksiyonları A nın her elemanı için aynı değeri alıyorsa f ve g ye eşit fonksiyonlar denir ve $f = g$ şeklinde gösterilir. Buna göre,

$f = g \Leftrightarrow \forall x \in A$ için $f(x) = g(x)$ tir.

Örnek 48

$A = \{0,1\}$ ve $B = \{-1,0\}$ olmak üzere

$f : A \rightarrow B, g : A \rightarrow B$

$x \rightarrow f(x) = x - 1, x \rightarrow g(x) = x^2 - 1$

biçiminde tanımlandığına göre $f = g$ olduğunu gösterelim.

Çözüm

Tanım kümesinin (A nın) elemanlarının f ve g fonksiyonları altındaki görüntülerini bulalım.

$f(0) = -1, g(0) = -1$

$f(1) = 0, g(1) = 0$

olduğu için, $f = g$ dir.

Örnek 49

$A = \{2,5\}, B = \{0,6,11\}$

$f : A \rightarrow B, f(x) = x^2 - 5x + 6$

$g : A \rightarrow B, g(x) = 2x - k$

fonsiyonları veriliyor.

$f(x) = g(x)$ olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm

$f(x) = x^2 - 5x + 6$

$f(2) = 2^2 - 5 \cdot 2 + 6$

$f(2) = 0 \dots (1)$

$g(x) = 2x - k$

$g(2) = 2 \cdot 2 - k$

$g(2) = 4 - k \dots (2)$

$f(5) = 5^2 - 5 \cdot 5 + 6$

$f(5) = 6 \dots (3)$

$g(5) = 2 \cdot 5 - k$

$g(5) = 10 - k \dots (4)$

f ve g eşit fonksiyon olduğuna göre,

(1) ifadesi (2) ye eşit ve (3) ifadesi (4) e eşittir.

Buna göre, $0 = 4 - k$ ve $6 = 10 - k$ dir.

Buradan $k = 4$ tür.

Cevap C

G. FONKSİYONLARDA DÖRT İŞLEM

f ve g iki fonksiyon olmak üzere,

$f : A \rightarrow B$

$g : B \rightarrow \mathbb{R}, A \cap B \neq \emptyset$ olsun.

1) $f + g : A \cap B \rightarrow \mathbb{R}$
 $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$

2) $f - g : A \cap B \rightarrow \mathbb{R}$
 $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$

3) $f \cdot g : A \cap B \rightarrow \mathbb{R}$
 $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

4) $\frac{f}{g} : A \cap B \rightarrow \mathbb{R}$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, (g(x) \neq 0)$$

Örnek 50

$f(x) = x^2 - x$

$g(x) = x + 3$

olduğuna göre,

a) $f + g$

b) $f \cdot g$

c) $\frac{f}{g}$

d) $5f$

e) $f - 2g$

fonksiyonlarını hesaplayalım.

Çözüm

a) $(f + g)(x) = f(x) + g(x) = x^2 - x + x + 3 = x^2 + 3$

b) $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = (x^2 - x)(x + 3) \text{ tür.}$
 $= x^3 + 2x^2 - 3x$

c) $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2 - x}{x + 3}, (x + 3 \neq 0)$

d) $(5f)(x) = 5 \cdot f(x) = 5 \cdot (x^2 - x) = 5x^2 - 5x$

e) $(f - 2g)(x) = f(x) - 2g(x) = x^2 - x - 2(x + 3)$
 $= x^2 - 3x - 6$

Örnek 51 $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = 3x + 2$ fonksiyonları verildiğine göre,

a) $f(x) \cdot g(x) = (x^2 + 1)(3x + 2)$
 $= 3x^3 + 2x^2 + 3x + 2$

b) $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2 + 1}{3x + 2}, \left(x \neq -\frac{2}{3}\right) \text{ tür.}$

c) $(f - 2 \cdot g)(1) = f(1) - 2 \cdot g(1)$
 $= 1^2 + 1 - 2(3 \cdot 1 + 2)$
 $= 1 + 1 - 6 - 4$
 $= -8$

Örnek 52

$f: A \rightarrow \mathbb{R}$

$g: B \rightarrow \mathbb{R}$

$f + g = \{(1,5), (2,9), (3,13), (4,17)\}$

olduğuna göre, $A \cap B$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{5,9,13,17\}$ B) $\{1,2,3,4\}$ C) $\emptyset$ D) $\mathbb{R}$ E) $\mathbb{N}$

Çözüm $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ ve $g: B \rightarrow \mathbb{R}$ ise, $f + g: A \cap B \rightarrow \mathbb{R}$ dir.Buna göre, $A \cap B = \{1,2,3,4\}$ olur.

Cevap B

Örnek 53

$A = \{-1, 1, 2, 3\}$

$B = \{-1, 1, 3, 5\}$

kümeleri veriliyor.

$f: A \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = x - 3$

$g: B \rightarrow \mathbb{R}$

$g(x) = 2x + 1$

olmak üzere, $\frac{f-2 \cdot g}{f}$ fonksiyonunun tanımlı olduğu değerlerin çarpımı kaçtır?

A) -15 B) -10 C) -3 D) -1 E) 0

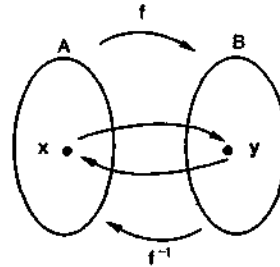
Çözüm

$\frac{f-2 \cdot g}{f}: A \cap B \rightarrow \mathbb{R}$ ve $f(x) \neq 0$ olduğuna göre,

$(A \cap B = \{-1, 1, 3\} \text{ ve } x - 3 \neq 0) \Rightarrow \frac{f-2g}{f}$ fonksiyonu -1 ve 1 de tanımlıdır.

O halde, verilen fonksiyonun tanımlı olduğu değerlerin çarpımı: $(-1) \cdot (1) = -1$ dir.

Cevap D

H. FONKSİYONUN TERSİ $f: A \rightarrow B$, bire - bir ve örten bir fonksiyon olsun. $f^{-1}: B \rightarrow A$ ya f nin ters fonksiyonu denir.Her fonksiyonun tersi de bir fonksiyon olmayabilir. f , bire - bir ve örten fonksiyon ise, f^{-1} bağıntısı da bir fonksiyondur.

$f: A \rightarrow B$

$f(x) = y$

$f^{-1}: B \rightarrow A$

$f^{-1}(y) = x$

UYARI : $y = f(x)$ biçimindeki bir $f(x)$ fonksiyonun tersini bulmak için x yalnız bırakılır tanım ve değer kümeleri yer değiştirdiğinden x ile y nin de yerleri değiştirilir.

Örnek 54

$$\begin{aligned}
 f: A &\rightarrow B \\
 A &= \{1,2,3\} \\
 B &= \{p,q,r\} \\
 f_1 &= \{(1,p), (2,q), (3,r)\} \\
 f_2 &= \{(1,p), (2,p), (3,r)\}
 \end{aligned}$$

kümeleri veriliyor. Buna göre,
 f_1 nin tersi $f_1^{-1} = \{(p,1), (q,2), (r,3)\}$ tür.
 f_2 nin tersi $f_2^{-1} = \{(p,1), (p,2), (r,3)\}$ tür.
 Burada f_1 in tersi olan f_1^{-1} fonksiyondur.
 f_2 nin tersi olan f_2^{-1} fonksiyon değildir.

Örnek 55

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 5$ fonksiyonun tersini bulalım.

Çözüm

$$\begin{aligned}
 f(x) &= y \Rightarrow f^{-1}(y) = x \dots (*) \\
 f(x) &= 2x - 5 \\
 y &= 2x - 5 \\
 x &= \frac{y+5}{2} \\
 f^{-1}(y) &= \frac{y+5}{2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+5}{2} \text{ olur.}
 \end{aligned}$$

SONUÇ :

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = ax + b \text{ ise } f^{-1}(x) = \frac{x-b}{a} \text{ dir.}$$

Örnek 56

$$\begin{aligned}
 f: \mathbb{R} - \left\{-\frac{d}{c}\right\} &\rightarrow \mathbb{R} - \left\{\frac{a}{c}\right\} \\
 f(x) &= \frac{ax+b}{cx+d} \text{ ise } f^{-1}(x) \text{ i bulalım.}
 \end{aligned}$$

Çözüm

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \frac{ax+b}{cx+d} \\
 y &= \frac{ax+b}{cx+d} \\
 ycx + dy &= ax + b \\
 ycx - ax &= -dy + b \\
 x(cy - a) &= -dy + b \\
 x &= \frac{-dy+b}{cy-a} \\
 f^{-1}(y) &= \frac{-dy+b}{cy-a} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a} \text{ olur.}
 \end{aligned}$$

SONUÇ :

$$\begin{aligned}
 f: \mathbb{R} - \left\{-\frac{d}{c}\right\} &\rightarrow \mathbb{R} - \left\{\frac{a}{c}\right\} \\
 f(x) &= \frac{ax+b}{cx+d} \text{ ise } f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a} \text{ dir.}
 \end{aligned}$$

Örnek 57

$$\begin{aligned}
 f: \mathbb{R} - \{4\} &\rightarrow \mathbb{R} - \{2\} \\
 f(x) &= \frac{2x-3}{x-4} \text{ ise } f^{-1}(x) = \frac{4x-3}{x-2} \text{ dir.}
 \end{aligned}$$

Örnek 58

$$\begin{aligned}
 f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\
 f(x) &= \frac{5x-3}{4} \text{ ise } f^{-1}(x) \text{ i bulalım.}
 \end{aligned}$$

Çözüm

$$f(x) = \frac{5x-3}{4} = \frac{5x-3}{0x+4} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-4x-3}{0x-5} = \frac{4x+3}{5} \text{ tir.}$$

Örnek 59

$$f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R} - \{1\}$$

$$f(x) = \frac{x+3}{x}$$

olduğuna göre, $f^{-1}\left(\frac{7}{4}\right)$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm**(I. Yol)**

$$f(x) = \frac{x+3}{x} = \frac{x+3}{x+0} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{0 \cdot x+3}{x-1} = \frac{3}{x-1}$$

$$\text{olduğuna göre, } f^{-1}\left(\frac{7}{4}\right) = \frac{3}{\frac{7}{4}-1} = 4 \text{ olur.}$$

(II. Yol)

$$\begin{aligned}
 f^{-1}\left(\frac{7}{4}\right) &= k \Leftrightarrow f(k) = \frac{7}{4} \\
 \Rightarrow \frac{k+3}{k} &= \frac{7}{4} \\
 \Rightarrow 4k+12 &= 7k \\
 \Rightarrow k &= 4 \text{ tür.}
 \end{aligned}$$

Cevap D

Örnek 60

$$f: [3, \infty) \rightarrow [-4, \infty)$$

$$f(x) = x^2 - 6x + 5$$

olduğuna göre, $f^{-1}(5)$ kaçtır?

- A) 0 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm

(I. Yol)

$y = x^2 - 6x + 5$ fonksiyonunda x i yalnız bırakmak için tam kare oluşturalım.

$$y = x^2 - 6x + 5$$

$$y = x^2 - 6x + 9 + 5 - 9$$

$$y = (x - 3)^2 - 4$$

$$y + 4 = (x - 3)^2$$

$$\sqrt{y+4} = \sqrt{(x-3)^2}$$

$$\sqrt{y+4} = |x-3|, \quad x \geq 3$$

$$\sqrt{y+4} = x - 3$$

$$\sqrt{y+4} + 3 = x$$

$$f^{-1}(y) = \sqrt{y+4} + 3$$

$$f^{-1}(x) = 3 + \sqrt{x+4}$$

olduğuna göre,

$$f^{-1}(5) = 3 + \sqrt{5+4} \\ = 6 \text{ dir.}$$

(II. Yol)

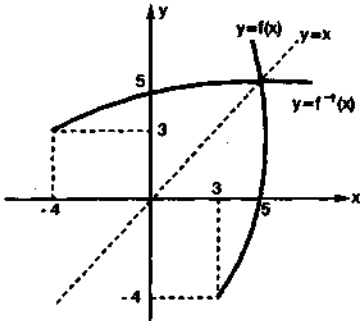
$$f^{-1}(5) = k \Leftrightarrow f(k) = 5$$

$$\Rightarrow k^2 - 6k + 5 = 5$$

$$\Rightarrow k^2 - 6k = 0$$

$$\Rightarrow k = 0 \text{ veya } k = 6$$

$k \in [3, \infty)$ olduğu için, $k = 6$ dir.



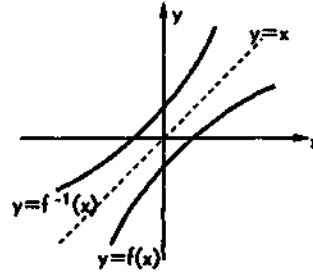
$y = f(x)$ in belirttiği eğri ile $y = f^{-1}(x)$ in belirttiği eğrinin $y = x$ doğrusuna göre simetrik olduğuna dikkat ediniz.

Cevap E

KURAL :

$$1) (f^{-1})^{-1} = f \text{ dir.}$$

2)



$y = f(x)$ in belirttiği eğri ile $y = f^{-1}(x)$ in belirttiği eğri $y = x$ doğrusuna göre simetrik.

UYARI :

$$(f^{-1}(x))^{-1} \neq f(x)$$

Örnek 61

$$f(x) = 2x - 6 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+6}{2} \dots (1)$$

$$\Rightarrow (f(x))^{-1} = \frac{1}{2x-6} \dots (2)$$

(1) ve (2) eşitliklerinin sağ tarafları bütün reel sayılar için eşit olmadığından dolayı, sol tarafları da eşit değildir.

I. FONKSİYONLARIN BİLEŞKESİ

(Bileşke Fonksiyon)

1. Bileşke Fonksiyonun Elde Edilişi

$$A = \{-2, 0, 1, 3\}$$

$$B = \{-3, 1, 3, 7\}$$

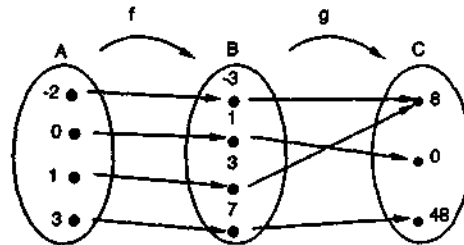
$$C = \{0, 8, 48\}$$

kümeleri ile

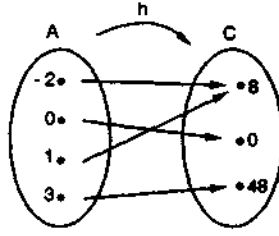
$$f: A \rightarrow B, f(x) = 2x + 1$$

$$g: B \rightarrow C, g(x) = x^2 - 1$$

fonksiyonları verilsin.



Şemada görüldüğü gibi f ve g fonksiyonları A kümesinin elemanlarını C kümesinin elemanlarına eşlemiştir.



Şimdi A dan C ye tanımlı h fonksiyonu ile f ve g fonksiyonlarının ilişkisini belirleyelim.

$$f: A \rightarrow B$$

$$f: x \rightarrow y, f(x) = y \dots (1)$$

$$g: B \rightarrow C,$$

$$g: y \rightarrow z, g(y) = z \dots (2)$$

(1) deki y değerini (2) de yerine yazalım.

$$g(y) = z$$

$$g[f(x)] = z$$

$$(g \circ f)(x) = z \dots (\star)$$

$$g \circ f: A \rightarrow C$$

$$g \circ f: x \rightarrow z, (g \circ f)(x) = z$$

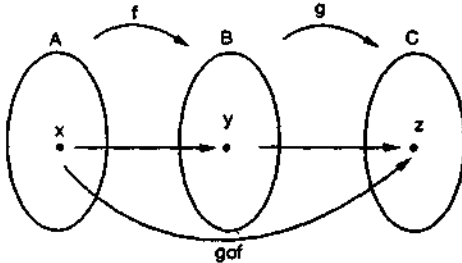
olmaktadır. Yani $h = g \circ f$ dir.

$g \circ f$, " g bileşke f " diye okunur.

Şimdi yukarıdaki $h = g \circ f$ fonksiyonunun cebirsel ifadesini bulalım.

$$\begin{aligned} h(x) &= (g \circ f)(x) \\ &= g[f(x)] \\ &= g(2x + 1) \\ &= (2x + 1)^2 - 1 \\ &= 4x^2 + 4x + 1 - 1 \\ &= 4x^2 + 4x \end{aligned}$$

Yukarıda yaptığımızı genelleleyelim.



Örnek 62

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 3$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x^2 + 1$$

fonksiyonları verildiğine göre, $(f \circ g)(x)$ ve $(g \circ f)(x)$ bileşke fonksiyonlarını bulalım.

Çözüm

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$= 2g(x) - 3$$

$$= 2(x^2 + 1) - 3$$

$$= 2x^2 - 1$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

$$= (f(x))^2 + 1$$

$$= (2x - 3)^2 + 1$$

$$= 4x^2 - 12x + 10$$

$$(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x) \text{ dir.}$$

Örnek 63

$$f(x) = \begin{cases} x+3, & x > 2 \\ 2x-x^2, & x \leq 2 \end{cases} \quad \text{ve} \quad g(x) = \begin{cases} x^2-1, & x \geq 1 \\ 3^2, & x < 1 \end{cases}$$

fonksiyonları verildiğine göre, $(f \circ g)(3)$ kaçtır?

- A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

Çözüm

$(f \circ g)(3)$ ü bulmak için önce $g(3)$ ü bulalım.

$$3 > 1 \text{ olduğundan } g(3) = 3^2 - 1 = 8$$

$$8 > 2 \text{ olduğundan } f(8) = 8 + 3 = 11 \text{ olur.}$$

Bunun için,

$$(f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(8) = 11 \text{ dir.}$$

Cevap B

2. Bileşke İşleminin Özellikleri

1. Bileşke işleminin **değişme özelliği** yoktur.

$\mathbb{R}$ den $\mathbb{R}$ ye tanımlı iki fonksiyon f ve g ise, genel olarak,

$$f \circ g \neq g \circ f$$

dir.

2. Bileşke işleminin **birleşme özelliği** vardır.

$\mathbb{R}$ den $\mathbb{R}$ ye tanımlı f, g, h fonksiyonları için,

$$f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h = f \circ g \circ h$$

olur.

3. Bir A kümesindeki her f fonksiyonu için,

$$foI = Iof = f$$

olduğundan $I(x) = x$ birim (özdeşlik) fonksiyonu bileşke işleminin birim (etkisiz) elemanıdır.

4. $fof^{-1} = f^{-1}of = I$

f nin bileşke işlemine göre tersi f^{-1} dir.

5. $(fog)^{-1} = g^{-1}of^{-1}$

UYARI :

Bazı fonksiyonlar için $fog = gof$ olabilir. Bu özel durumlar bileşke işleminin değişme özelliğine sahip olmadığı gerçeğini değiştirmez.

Örnek 64

$f(x + 1) = x^2 - 2x + 1$ olduğuna göre, $f(x)$ i bulalım.

Çözüm

(I. Yol)

$$g(x) = x + 1 \text{ diyelim.}$$

$$f(x + 1) = f(g(x)) = (fog)(x) = x^2 - 2x + 1$$

Bu eşitliğin her iki tarafını g nin tersiyle sağdan bileşke işlemine göre işleyelim.

$$(fog)(x) = x^2 - 2x + 1, \quad g(x) = x + 1$$

$$g^{-1}(x) = x - 1 \dots (\star)$$

$$[(fog)og^{-1}](x) = (x^2 - 2x + 1) \circ [g^{-1}(x)]$$

$$[fo(gog^{-1})](x) = (x^2 - 2x + 1) \circ (x - 1)$$

$$(foI)(x) = (x - 1)^2 - 2(x - 1) + 1$$

$$f(x) = x^2 - 4x + 4 \text{ bulunur.}$$

(II. Yol)

$x + 1$ ifadesi yerinde x in olabilmesi için x yerine $x + 1$ in tersi olan $x - 1$ yazılır.

Buna göre,

$$f(x + 1) = x^2 - 2x + 1$$

$$f(x - 1 + 1) = (x - 1)^2 - 2(x - 1) + 1$$

$$f(x) = x^2 - 4x + 4 \text{ olur.}$$

Örnek 65

$$(fog)(x) = 2x - x^2$$

$$f(x) = x - 2$$

olduğuna göre, $g(-2)$ kaçtır?

- A) -6 B) -7 C) -8 D) -9 E) -10

Çözüm

$$(fog)(x) = 2x - x^2 \text{ eşitliğinde } x = -2 \text{ yazalım.}$$

$$(fog)(-2) = 2 \cdot (-2) - (-2)^2$$

$$f[g(-2)] = -4 - 4$$

$$g(-2) - 2 = -8$$

$$g(-2) = -6$$

Cevap A

Örnek 66

$$(fog)(x) = x^2 + 3x + 1$$

$$f(x) = x + 3$$

olduğuna göre, $g(x)$ fonksiyonunu bulalım.

Çözüm

$$(fog)(x) = x^2 + 3x + 1$$

$$f[g(x)] = x^2 + 3x + 1$$

$$g(x) + 3 = x^2 + 3x + 1$$

$$g(x) = x^2 + 3x - 2$$

Örnek 67

$$f : \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x^2} - x$$

olduğuna göre, $f(x)$ i bulalım.

Çözüm

$\frac{1}{x}$ in tersi $\frac{1}{x}$ tir. Verilen fonksiyonda x yerine $\frac{1}{x}$ yazılırsa $f(x)$ bulunur.

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x^2} - x$$

$$f\left(\frac{1}{\frac{1}{x}}\right) = \frac{1}{\left(\frac{1}{x}\right)^2} - \frac{1}{x}$$

$$f(x) = x^2 - \frac{1}{x}$$

Örnek 68

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = 2x - 3, g(3x - 2) = 1 - 2x$$

fonksiyonları verildiğine göre, $(fog^{-1})^{-1}(5)$ kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

Çözüm

$$(f \circ g^{-1})^{-1} = (g^{-1})^{-1} \circ f^{-1} \\ = g \circ f^{-1}$$

$$f(x) = 2x - 3 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2} \\ \Rightarrow f^{-1}(5) = \frac{5+3}{2} \\ \Rightarrow f^{-1}(5) = 4 \dots (\star)$$

Buna göre,

$$(f \circ g^{-1})^{-1}(5) = (g \circ f^{-1})(5) \\ = g[f^{-1}(5)] \\ = g(4) \text{ olur.}$$

$$g(3x - 2) = 1 - 2x \text{ de } 3x - 2 = 4 \text{ ise} \\ x = 2 \text{ dir.}$$

$$g(3 \cdot 2 - 2) = 1 - 2 \cdot 2 \\ g(4) = -3 \text{ olur.}$$

Cevap C

Örnek 69

$$(f \circ g)(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$(f \circ g)(x) = \begin{cases} 2x+1, & x \geq 0 \\ -x+2, & x < 0 \end{cases}$$

$$f(x) = x - 2$$

fonksiyonları verildiğine göre, $g(x)$ fonksiyonunu bulalım.

Çözüm

$$f(x) = x - 2 \dots (\star)$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = g(x) - 2 \dots (\star\star)$$

$$x \geq 0 \text{ ise } g(x) - 2 = 2x + 1 \Rightarrow g(x) = 2x + 3$$

$$x < 0 \text{ ise } g(x) - 2 = -x + 2 \Rightarrow g(x) = -x + 4$$

olduğuna göre,

$$g(x) = \begin{cases} 2x+3, & x \geq 0 \\ -x+4, & x < 0 \end{cases}$$

olur.

Örnek 70

Uygun koşullarda

$$f(x) = \frac{x}{x+1}$$

olarak tanımlanıyor.

Buna göre, $f(3x)$ in $f(x)$ türünden ifadesini bulalım.

Çözüm

$$f(x) = \frac{x}{x+1} \text{ eşitliğinden } x \text{ i çekip}$$

$f(3x)$ fonksiyonunda yerine yazalım.

$$x \cdot f(x) + f(x) = x$$

$$x \cdot f(x) - x = -f(x)$$

$$x \cdot (f(x) - 1) = -f(x) \Rightarrow x = \frac{-f(x)}{f(x) - 1} \dots (\star)$$

$$f(3x) = \frac{3x}{3x+1} \\ = \frac{3 \cdot \frac{-f(x)}{f(x)-1}}{3 \cdot \frac{-f(x)}{f(x)-1} + 1} \\ = \frac{-3f(x)}{f(x)-1} \\ = \frac{-3f(x) + f(x) - 1}{f(x) - 1} \\ = \frac{-3f(x)}{f(x)-1} \cdot \frac{f(x)-1}{-2f(x)-1} \\ = \frac{3f(x)}{2f(x)+1}$$

Örnek 71

$$\left[f \circ (g^{-1} \circ f)^{-1} \right](x) = \frac{4x-1}{x-3}$$

olduğuna göre, $g(4)$ kaçtır?

- A) 4 B) 11 C) 13 D) 14 E) 15

Çözüm

$$f \circ (g^{-1} \circ f)^{-1} = f \circ (f^{-1} \circ g^{-1})^{-1} \\ = f \circ (f^{-1} \circ g) \\ = (f \circ f^{-1}) \circ g \\ = \text{id} \circ g \\ = g \dots (\star)$$

$$\text{olduğu için, } g(x) = \frac{4x-1}{x-3} \text{ olur. Buradan,}$$

$$g(4) = \frac{4 \cdot 4 - 1}{4 - 3} = 15 \text{ bulunur.}$$

Cevap E

J. FONKSİYONUN GRAFİĞİ

A dan B ye tanımlanan bir fonksiyonu oluşturan ikililerin analitik düzlemdeki kümesine bu fonksiyonun grafiği denir.

Örnek 72

$A = \{-1, 1, 2\}$ ve $B = \{-1, 1, 8\}$ olmak üzere,

$$f: A \rightarrow B$$

$$f(x) = x^3$$

fonksiyonunun grafiğini çizelim.

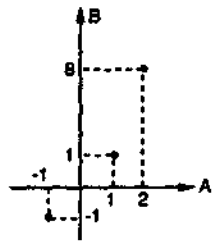
Çözüm

$$x = -1 \text{ için } f(-1) = (-1)^3 = -1$$

$$x = 1 \text{ için } f(1) = 1^3 = 1$$

$$x = 2 \text{ için } f(2) = 2^3 = 8$$

olduğuna göre, $f = \{(-1, -1), (1, 1), (2, 8)\}$ olur.



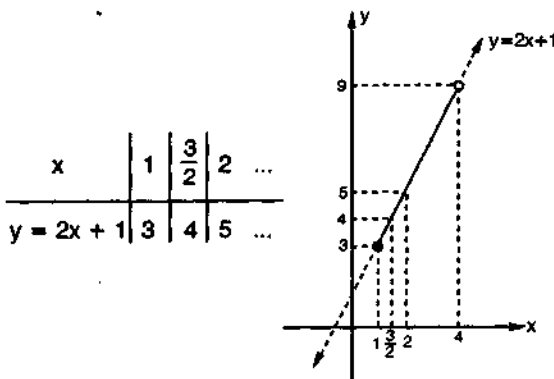
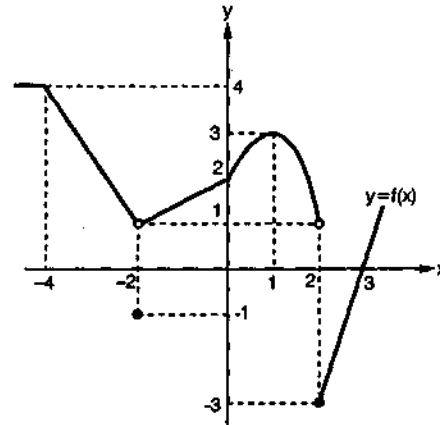
f fonksiyonunun elemanı olan üç tane ikili yandaki grafikte gösterilen üç noktayı belirtmektedir. Diğer bir ifadeyle, f nin görüntüsü üç noktadan oluşmaktadır.

Örnek 73

$$f: [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = 2x + 1$$

fonksiyonunun grafiğini çizelim.

Çözüm**Örnek 74**

Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $f(1) + f(3) = 4$

B) $(f \circ f)(1) = 2$

C) $(f \circ f \circ f)(-2) = 2$

D) $f(4) \cdot f(-5) < 0$

E) $f\left(-\frac{1}{2}\right) < f\left(\frac{5}{2}\right)$

Çözüm

$f(1) + f(3) = 3 + 0 = 3$ olduğu için A seçeneği yanlıştır.

$(f \circ f)(1) = f(f(1)) = f(3) = 0$ olduğu için B seçeneği yanlıştır.

$$(f \circ f \circ f)(-2) = (f \circ f)(f(-2))$$

$$= (f \circ f)(1)$$

$$= (f \circ f)(f(1))$$

$$= (f \circ f)(3)$$

$$= f(f(3))$$

$$= f(0)$$

$$= 2 \text{ olduğu için C seçeneği doğrudur.}$$

$(f(4) > 0 \text{ ve } f(-5) > 0) \Rightarrow f(4) \cdot f(-5) > 0$ olduğu için D seçeneği yanlıştır.

$$-3 < f\left(\frac{5}{2}\right) < 0 \dots (1)$$

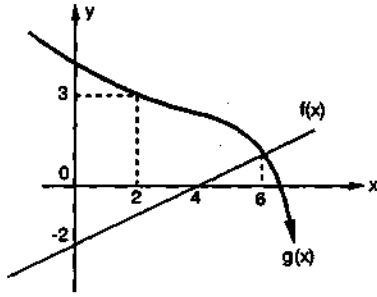
$$1 < f\left(-\frac{1}{2}\right) < 2 \dots (2)$$

$$\left(1 < f\left(-\frac{1}{2}\right) < 2 \text{ ve } -3 < f\left(\frac{5}{2}\right) < 0\right) \Rightarrow f\left(\frac{5}{2}\right) < f\left(-\frac{1}{2}\right)$$

olduğu için E seçeneği yanlıştır.

Cevap C

Örnek 75



Yukarıda f doğrusal fonksiyonu ile g fonksiyonunun grafikleri verilmiştir.

Buna göre, $(f^{-1} \circ g)(6) + (g \circ f^{-1})(-1)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) 0 D) 3 E) 9

Çözüm

$(4, 0)$ ve $(0, -2)$ noktalarından geçen doğrunun denklemi, $y = \frac{1}{2}x - 2$ dir.

Buna göre, $f(x) = \frac{1}{2}x - 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = 2x + 4$ tür

$$g(6) = f(6) = \frac{1}{2} \cdot 6 - 2 = 1 \dots (\star)$$

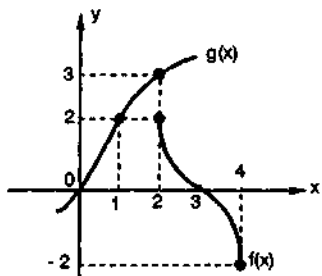
$$f^{-1}(-1) = 2 \cdot (-1) + 4 = 2 \dots (\star\star)$$

$$f^{-1}(1) = 2 \cdot 1 + 4 = 6 \dots (\star\star\star)$$

$$\begin{aligned} (f^{-1} \circ g)(6) + (g \circ f^{-1})(-1) &= f^{-1}[g(6)] + g[f^{-1}(-1)] \\ &= f^{-1}(1) + g(2) \\ &= 6 + 3 \\ &= 9 \end{aligned}$$

Cevap E

Örnek 76



Yarda $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının grafiği verilmiştir.

Grafikteki bilgilere göre,

$$\frac{g(1) + (f \circ g)(2)}{f(4)}$$

değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) -1 C) 0 D) 1 E) $\frac{1}{2}$

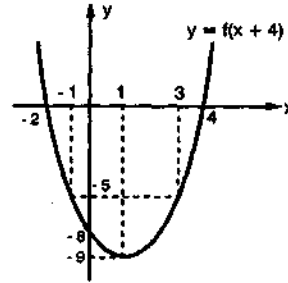
Çözüm

Şekilde verilene göre,

$$\begin{aligned} \frac{g(1) + (f \circ g)(2)}{f(4)} &= \frac{2 + f(g(2))}{-2} \\ &= \frac{2 + f(3)}{-2} \\ &= \frac{2 + 0}{-2} \\ &= -1 \end{aligned}$$

Cevap B

Örnek 77



Şekilde $y = f(x + 4)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre,

$$f(4) + f^{-1}(-9) + f(8)$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

Çözüm

$$h(x) = f(x + 4) \text{ olsun.}$$

$x = 0$ için $y = -8$ dir. Buna göre,

$$h(0) = f(0 + 4) = -8$$

$$f(4) = -8 \dots (1) \text{ dir.}$$

$x = 1$ için $y = -9$ dir. Buna göre,

$$h(1) = f(1 + 4) = -9$$

$$f(5) = -9 \Rightarrow f^{-1}(-9) = 5 \dots (2) \text{ dir.}$$

$x = 4$ için $y = 0$ dir. Buna göre,

$$h(4) = f(4 + 4) = 0$$

$$f(8) = 0 \dots (3) \text{ tür.}$$

(1), (2) ve (3) sonuçlarına göre,

$$f(4) + f^{-1}(-9) + f(8) = -8 + 5 + 0 = -3 \text{ tür.}$$

Cevap A

1. $(xy, 4) = (2y, x^2)$ ve $y \neq 0$ olduğuna göre, x kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
2. $A \times B = \{(a,a), (a,e), (b,a), (b,e), (c,a), (c,e)\}$ olduğuna göre, $s(A \cup B)$ kaçtır?
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1
3. $A = \{x : |x| \leq 20 \text{ ve } x \in \mathbb{Z}\}$ tanımlanan, $\beta = \{(x,y) : 7 \mid (x-y)\}$ denklik bağıntısıdır. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi 6'nın denklik sınıfında değildir?
A) -8 B) -1 C) 12 D) 13 E) 20
4. β nın $A = \{0,1,2,3\}$ kümesinde bir sıralama bağıntısı olduğu biliniyor. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi β nın bir alt kümesi olamaz?
A) $\{(0,0), (1,2)\}$
B) $\{(0,0), (1,1), (2,3)\}$
C) $\{(1,1), (1,2), (2,3), (2,1)\}$
D) $\{(3,2), (1,3), (1,2)\}$
E) $\{(0,0), (0,1)\}$
5. $A = \{0,1,2, \dots, 12\}$ kümesinde tanımlanan, $\beta = \{(x,y) : 4 \mid (x-y)\}$ bağıntısı denklik bağıntısı olduğuna göre, $s(\beta)$ kaçtır?
A) 43 B) 42 C) 36 D) 32 E) 29
6. $\mathbb{Z}$ de $\beta = \{(x,y) : x^2 - x = y^2 - y\}$ denklik bağıntısı olduğuna göre, 5'in denklik sınıfı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\{-1,5\}$ B) $\{-4,5\}$ C) $\{-5,5\}$
D) $\{-5,0\}$ E) $\{-5\}$
7. $A = \{0,1,2\}$
 $B = \{a,b\}$
kümeleri için aşağıdakilerden hangisi A dan B ye bir fonksiyon değildir?
A) $\{(0,a), (1,a), (2,a)\}$
B) $\{(0,b), (1,a), (2,b)\}$
C) $\{(0,b), (1,b), (2,a)\}$
D) $\{(0,a), (1,b), (2,b)\}$
E) $\{(0,a), (1,a), (1,b)\}$
8. $A = \{0,1,2,3\}$ kümesi veriliyor. A dan A ya $f = \{(0,2), (1,1), (1,3), (2,3)\}$ bağıntısı için, $f^{-1}(3)$ e eşlenen elemanların kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\{0\}$ B) $\{1\}$ C) $\{1,2\}$ D) $\{1,3\}$ E) $\{0,3\}$
9. $f : A \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 1$ ve $A = \{-2,0,1,2,3\}$ olduğuna göre, $f(A)$ kaç elemanlıdır?
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1
10. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^4 - 11$ fonksiyonu veriliyor. $f^{-1}(5)$ e eşlenen elemanların kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\{-5,5\}$ B) $\{-4,4\}$ C) $\{-2,2\}$
D) $\{2,5\}$ E) $\{2\}$

11. $f(3x - 5) = x^3 + 2x - 1$
olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?
A) 11 B) 13 C) 17 D) 21 E) 36

12. $f(x) = \frac{x-3}{2x+5}$
 $f^{-1}(a) = 2$
olduğuna göre, a kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{7}$ C) $-\frac{1}{9}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{1}{2}$

13. $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$
 $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $f^{-1} \circ g$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$
C) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ D) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$
E) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

14. $f(2x - 1) = 4x - 7$
 $(f^{-1} \circ g)(x) = 2x + 4$
olduğuna göre, $g(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?
A) $4x + 3$ B) $2x + 10$ C) $8x - 7$
D) $2x + 7$ E) $4x + 9$

15. $f(x) = 2x + 5$
 $(f \circ g)(x) = 4x^2 + 11$
olduğuna göre, $g(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?
A) $x^2 + 3$ B) $2x^2 + 3$ C) $4x^2 + 6$
D) $x^2 + 6$ E) $2x^2 + 6$

16. $f\left(\frac{5x+1}{x-2}\right) = \frac{5x-9}{x+1}$
olduğuna göre, $f^{-1}(-2)$ kaçtır?
A) -10 B) -8 C) -6 D) 6 E) 8

17. $f(x + 3) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$
olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\sqrt[3]{x} - 3$ B) $\sqrt[3]{x} + 4$ C) $\sqrt[3]{x} + 1$
D) $\sqrt[3]{x} - 4$ E) $\sqrt[3]{x} - 2$

18. $x > 10$ olmak üzere,
 $f(x) = x \cdot f(x - 2) - 10$
 $f(10) = 1$

olduğuna göre, $f(16)$ kaçtır?

- A) 278 B) 288 C) 298 D) 312 E) 328

19. $f(x) = 4x$
olduğuna göre, $\underbrace{(f \circ f \circ \dots \circ f)}_{10 \text{ tane}}(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 2^8x B) 2^9x C) $2^{10}x$
D) $2^{19}x$ E) $2^{20}x$

20. $f(m \cdot n) = 4 \cdot f(m) - f(n^2)$
olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?
A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

21. $(f \circ f)(x) = 4x - 15$
olduğuna göre, $f(3)$ kaç olabilir?
A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

1. $(xy, 4) = (2y, x^2) \Rightarrow xy = 2y$ ve $4 = x^2$ dir.

$$xy = 2y \Rightarrow x = 2 \dots (1)$$

$$x^2 = 4 \Rightarrow x = 2 \text{ veya } x = -2 \dots (2)$$

(1) ve (2) den $x = 2$ dir.

Cevap E

2. $A \times B$ kümesini oluşturan ikililerin birinci bileşenleri A kümesinin, ikinci bileşenleri de B kümesinin elemanı olduğuna göre,

$$A = \{a, b, c\} \text{ ve } B = \{a, e\} \text{ olur.}$$

$$\text{Buradan, } A \cup B = \{a, b, c, e\}$$

$$s(A \cup B) = 4 \text{ olur.}$$

Cevap B

3. Verilen bağıntı,

$$7|(x-y) \Rightarrow \frac{x-y}{7} = k, k \in \mathbb{Z} \dots (\star)$$

eşitliğini sağlayan ikililerden oluşur.

6'nın denklik sınıfı;

$$\bar{6} = \{x : x \in A \text{ ve } (6, x) \in \beta\} \text{ olduğu için,}$$

$$6 - x = 7k$$

$$x = 6 - 7k \dots (\star\star)$$

$$k = 2 \text{ için } x = -8$$

$$k = 1 \text{ için } x = -1$$

$$k = -1 \text{ için } x = 13$$

$$k = -2 \text{ için } x = 20$$

olduğuna göre, 6'nın denklik sınıfında $-8, -1, 13, 20$ elemanları vardır fakat 12 yoktur.

Kısaca,

Verilen bağıntıya göre,

7'ye bölümünden kalanı 6 olan elemanlar 6'nın denklik sınıfındadır. 12'nin 7'ye bölümünden kalan 5 olduğu için 12, 6'nın denklik sınıfında değildir.

Cevap C

4. Sıralama bağıntısı, ters simetri özelliğine sahiptir. Halbuki $(1,2)$ ve $(2,1)$ ikililerini birlikte eleman kabul eden $\{(1,1), (1,2), (2,3), (2,1)\}$ kümesi ters simetri özelliğine sahip değildir. Bu sebeple bu kümeyi kapsayan bir küme de ters simetri özelliğine sahip olamaz ve sıralama bağıntısı olamaz.

Cevap C

5. β nın A da oluşturduğu denklik sınıflarını yazalım.

$$\bar{0} = \{0, 4, 8, 12\}$$

$$\bar{1} = \{1, 5, 9\}$$

$$\bar{2} = \{2, 6, 10\}$$

$$\bar{3} = \{3, 7, 11\}$$

$$s(\beta) = s(\bar{0} \times \bar{0}) + s(\bar{1} \times \bar{1}) + s(\bar{2} \times \bar{2}) + s(\bar{3} \times \bar{3})$$

$$= 4 \cdot 4 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 3$$

$$= 16 + 9 + 9 + 9$$

$$= 43$$

Cevap A

6. $x = 5$ olsun. Bu durumda $(x, 5) \in \beta$ dir. Bu eleman $x^2 - x = y^2 - y$ bağıntısını sağlamalıdır. Yani x yerine x , y yerine 5 yazılırsa,

$$x^2 - x = 5^2 - 5$$

$$x^2 - x - 20 = 0$$

$$x = 5 \text{ veya } x = -4 \text{ olur.}$$

Buna göre, 5'in denklik sınıfı $\bar{5} = \{-4, 5\}$ dir.

Cevap B

7. A dan B ye bir bağıntının fonksiyon olabilmesi için A nın herbir elemanına B kümesinde en az bir ve en çok bir eleman karşılık gelmelidir. Halbuki $\{(0, a), (1, a), (1, b)\}$ bağıntısında $1 \in A$ ya B kümesinde iki farklı değer karşılık gelmekte ve $2 \in A$ için B kümesinde bir karşılık bulunmamaktadır.

Cevap E

8. $f = \{(0, 2), (1, 1), (1, 3), (2, 3)\}$

olduğuna göre,

$$f^{-1} = \{(2, 0), (1, 1), (3, 1), (3, 2)\} \text{ dir.}$$

Buna göre,

$f^{-1}(3)$ e karşılık gelen elemanlar 1 ve 2 dir. Yani aradığımız küme $\{1, 2\}$ dir.

Cevap C

9. $f(x) = x^2 + 1$

$$f(-2) = (-2)^2 + 1 = 5$$

$$f(0) = 0^2 + 1 = 1$$

$$f(1) = 1^2 + 1 = 2$$

$$f(2) = 2^2 + 1 = 5$$

$$f(3) = 3^2 + 1 = 10$$

olduğundan $f(A) = \{1, 2, 5, 10\}$ dur.

O halde $f(A)$ nın eleman sayısı 4 tür.

Cevap B

10. $f^{-1}(5)$ e eşlenen elemanların kümesi, f fonksiyonun 5 e dönüştürdüğü elemanların kümesidir. Yani,

$f(x) = 5$ denkleminin çözüm kümesidir.

$$x^4 - 11 = 5$$

$$x^4 = 16 \text{ ise,}$$

$$x = -2 \text{ veya } x = 2 \text{ dir.}$$

O halde, $f^{-1}(5)$ e eşlenen elemanların kümesi $\{-2, 2\}$ dir.

Cevap C

11. $3x - 5 = 1$ olmalıdır. Buradan $x = 2$ bulunur. Demek ki, $f(3x - 5) = x^3 + 2x - 1$ de x yerine 2 yazılırsa $f(1)$ bulunacaktır.

$$f(3 \cdot 2 - 5) = 2^3 + 2 \cdot 2 - 1$$

$$f(1) = 11 \text{ dir.}$$

Cevap A

12. (I. Yol)

$$f(x) = \frac{x-3}{2x+5} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-5x-3}{2x-1} \dots (\star)$$

$$f^{-1}(a) = 2$$

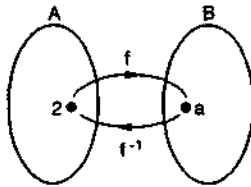
$$\frac{-5a-3}{2a-1} = 2$$

$$-5a-3 = 4a-2$$

$$9a = -1$$

$$a = -\frac{1}{9}$$

(II. Yol)



$$f^{-1}(a) = 2 \text{ ise}$$

$$f(2) = a \text{ dir.}$$

$$\text{O halde, } a = f(2) = \frac{2-3}{2 \cdot 2 + 5} = -\frac{1}{9} \text{ dir.} \quad \text{Cevap C}$$

- 13.

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow f^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f^{-1} \circ g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Cevap D

14. (I. Yol)

$$(f^{-1} \circ g)(x) = 2x + 4$$

$$f^{-1}(g(x)) = 2x + 4$$

$$f(2x + 4) = g(x) \dots (1)$$

$$2x - 1 \rightarrow 2x + 4$$

$$2x \rightarrow 2x + 5$$

$$x \rightarrow \frac{2x+5}{2}$$

olduğu için, $f(2x - 1)$ ifadesinde x yerine $\frac{2x+5}{2}$

yazılırsa $f(2x + 4)$ bulunur.

$$f(2x - 1) = 4x - 7$$

$$f\left(2 \cdot \frac{2x+5}{2} - 1\right) = 4 \cdot \frac{2x+5}{2} - 7$$

$$f(2x + 4) = 4x + 3 \dots (2)$$

(1) ve (2) eşitliklerinin sol tarafları eşit olduğuna göre, sağ tarafları da eşittir. Buna göre,

$$4x + 3 = g(x)$$

olur.

(II. Yol)

$f(2x - 1) = 4x - 7$ de x yerine $2x - 1$ in tersi olan

$$\frac{x+1}{2} \text{ yazılırsa,}$$

$$f\left(2 \cdot \frac{x+1}{2} - 1\right) = 4 \cdot \frac{x+1}{2} - 7$$

$$f(x) = 2x - 5 \dots (\star) \text{ olur.}$$

$$fo(f^{-1}og) = (fof^{-1})og = 1og = g \text{ olduğu için,}$$

$$g(x) = [fo(f^{-1}og)](x)$$

$$= f[(f^{-1}og)(x)]$$

$$= f(2x + 4)$$

$$= 2(2x + 4) - 5$$

$$= 4x + 3 \text{ olur.}$$

Cevap A

15. $(fog)(x) = 4x^2 + 11$

$$f(g(x)) = 4x^2 + 11$$

$$2 \cdot g(x) + 5 = 4x^2 + 11$$

$$2 \cdot g(x) = 4x^2 + 6$$

$$g(x) = 2x^2 + 3$$

Cevap B

16. $f\left(\frac{5x+1}{x-2}\right) = \frac{5x-9}{x+1}$ ise

$f^{-1}\left(\frac{5x-9}{x+1}\right) = \frac{5x+1}{x-2}$ dir.

$\frac{5x-9}{x+1} = -2$ olmalıdır.

$5x-9 = -2x-2$

$7x = 7$

$x = 1$ dir. ... (★)

$f^{-1}\left(\frac{5x-9}{x+1}\right) = \frac{5x+1}{x-2}$ ise

$f^{-1}\left(\frac{5 \cdot 1 - 9}{1+1}\right) = \frac{5 \cdot 1 + 1}{1-2}$

$f^{-1}(-2) = -6$ bulunur.

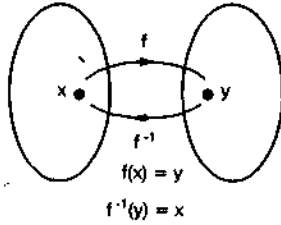
Cevap C

17. $f(x+3) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

$f(x+3) = (x-1)^3$

de x yerine $x+3$ ün tersi olan $x-3$ yazılırsa,

$f(x) = (x-4)^3$ bulunur.



$y = (x-4)^3$

$\sqrt[3]{y} = x-4$

$x = \sqrt[3]{y} + 4$

$f^{-1}(y) = \sqrt[3]{y} + 4$

$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x} + 4$

Cevap B

18. $f(x) = x \cdot f(x-2) - 10$

$x = 12$ ise $f(12) = 12 \cdot f(10) - 10$

$= 12 \cdot 1 - 10$

$= 2$

$x = 14$ ise $f(14) = 14 \cdot f(12) - 10$

$= 14 \cdot 2 - 10$

$= 18$

$x = 16$ ise $f(16) = 16 \cdot f(14) - 10$

$= 16 \cdot 18 - 10$

$= 278$ bulunur.

Cevap A

19. $(f \circ f)(x) = 4(4x) = 4^2x$

$(f \circ f \circ f)(x) = 4(4^2x) = 4^3x$

.....

.....

.....

$\left(\underbrace{f \circ f \circ f \dots \circ f}_{10 \text{ tane}} \right)(x) = 4^{10}x = 2^{20}x$

Cevap E

20. $f(m \cdot n) = 4 \cdot f(m) - f(n^2)$

$f(1) = f(1 \cdot 1) = 4 \cdot f(1) - f(1^2)$

$f(1) = 4 \cdot f(1) - f(1)$

$f(1) = 3 \cdot f(1)$

$3 \cdot f(1) - f(1) = 0$

$2 \cdot (1) = 0$

$f(1) = 0$

Cevap C

21. $(f \circ f)(x) = 4x - 15$... (★)

olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonu $mx + n$ biçimindedir.

$f(x) = mx + n$ olsun.

$(f \circ f)(x) = m(mx + n) + n$

$4x - 15 = m^2x + mn + n$ ise,

$m^2 = 4$ ve $mn + n = -15$ tir.

$m^2 = 4 \Rightarrow m = -2$ veya $m = 2$ dir.

$m = 2$ için $mn + n = -15$ tir.

$2n + n = -15$

$n = -5$

$f(x) = 2x - 5$ olur.

$m = -2$ için $mn + n = -15$

$-2n + n = -15$

$n = 15$

$f(x) = -2x + 15$ olur.

Buna göre $f(1) = 2 \cdot 1 - 5 = -3$ veya

$f(1) = -2 \cdot 1 + 15 = 13$ olur.

Cevap C

1. $(x^2 - y^2, 2) = (8, x + y)$
olduğuna göre, $x - y$ kaçtır?
A) -4 B) -3 C) -1 D) 3 E) 4

2. $A \times B = \{(0,0), (1,0), (2,0)\}$
olduğuna göre, $s(A)$ kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. Z de $\beta = \{(x,y) : x - y = 5k, k \in \mathbb{Z}\}$ denklik bağıntısıdır.
Buna göre, aşağıdakilerin hangisi 3'ün denklik sınıfındadır?
A) -27 B) -14 C) 32 D) 65 E) 87

4. Z de $\beta = \{(x,y) : x \leq y\}$ bağıntısı tanımlanıyor.
 β için aşağıdakilerin hangisi söylenemez?
A) Yansıyandır.
B) Simetriktr.
C) Ters simetriktr.
D) Geçişmelidir.
E) Sıralama bağıntısıdır.

5. Z de $\beta = \{(x,y) : x^2 + 2x = y^2 + 2y\}$
denklik bağıntısı olduğuna göre, 2'nin denklik sınıfı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\{-4,2\}$ B) $\{-2,2\}$ C) $\{2,4\}$
D) $\{-2,0\}$ E) $\{-4,0\}$

6. $A = \{0,2,4\}$
 $B = \{1,2\}$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki bağıntıların hangisi A dan B ye fonksiyondur?

- A) $\{(0,1), (0,2), (2,1), (4,1)\}$
B) $\{(1,0), (2,4), (2,2)\}$
C) $\{(0,1), (2,4), (2,2)\}$
D) $\{(0,2), (2,1), (4,1)\}$
E) $\{(0,1), (4,2)\}$

7. $f: A \rightarrow B$ ve $f(A) = B$ dir.

$$f(x) = 2x - 6$$

$$B = \{-2,0,4\}$$

olduğuna göre, A kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{2,3,5\}$ B) $\{2,4,6\}$ C) $\{-2,1,3\}$
D) $\{-4,0,2\}$ E) $\{0,2,6\}$

8. $f(x) = 2^x - 50$

olduğuna göre, $f^{-1}(14)$ kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

9. $(f \circ f)(x) = 16x - 15$

olduğuna göre, $f(2)$ nin değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

10. $f(4x+2) = \frac{x^2 - x + 5}{x^2 - 1}$

olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

- A) -10 B) -5 C) -1 D) 5 E) 10

11. $f(x) = \frac{4x-1}{x-1}$

olduğuna göre, $(f \circ f)(2)$ kaçtır?

- A) $\frac{15}{2}$ B) $\frac{13}{2}$ C) $\frac{11}{2}$ D) $\frac{9}{2}$ E) $\frac{7}{2}$

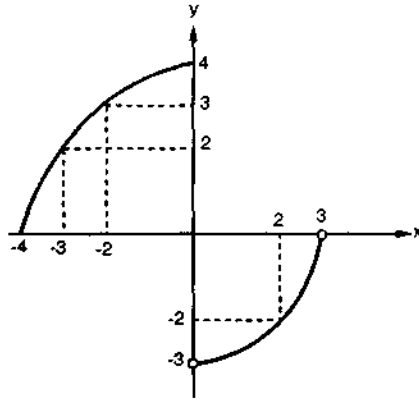
12. $f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x+1) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x-1}$$

olduğuna göre, $f^{-1}(7)$ kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

13.



Şekilde, tanımlı olduğu aralıkta $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\frac{f^{-1}(-2) + f(-2)}{(f \circ f)(2) + (f \circ f)(2)}$ kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) 4 E) 6

14. $A = \{a, b, c\}$

$$B = \{8, 9, 10, 11\}$$

kümeleri veriliyor.

Aşağıdakilerden hangisi A dan B ye bir fonksiyondur?

- A) $\{(a, 9), (b, 9), (c, 9)\}$
 B) $\{(8, a), (9, b), (11, c)\}$
 C) $\{(a, 9), (b, 10), (c, 11), (a, 8)\}$
 D) $\{(a, 8), (b, 9), (c, 12), (8, c)\}$
 E) $\{(a, 8), (b, 9), (c, 12)\}$

15. $A \times B = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 4), (3, 2), (1, 4), (2, 3), (3, 3), (3, 4)\}$

olduğuna göre, $A \cap B$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{2, 3\}$ B) $\{2, 3, 4\}$ C) $\{1, 2, 3\}$
 D) $\{3\}$ E) $\{1, 2, 3, 4\}$

16. $A = \{a, b, c\}$

$$B = \{c, d, e\}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi A dan B ye bir bağıntı değildir?

- A) $\{(a, c), (b, e), (d, c)\}$
 B) $\{\}$
 C) $\{(a, c), (c, c)\}$
 D) $\{(b, d), (b, e), (b, c)\}$
 E) $\{(a, c), (a, d), (a, e), (b, c), (b, d), (c, c), (c, d)\}$

17. $\beta = \{(1, 1), (1, 2), (2, 2), (3, 2), (3, 3)\}$

olduğuna göre, β^{-1} aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$
 B) $\{(2, 1), (2, 3)\}$
 C) $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (2, 3), (1, 2)\}$
 D) $\{(1, 1), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (3, 2)\}$
 E) $\{(3, 3), (2, 2), (1, 1), (2, 3), (2, 1)\}$

18. $A = \{2, 3, 4\}$

$$B = \{3, 5\}$$

olduğuna göre, A dan B ye yazılabilecek bağıntı sayısı kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 32 E) 64

19. $A = \{a, b, c\}$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

kümeleri veriliyor.

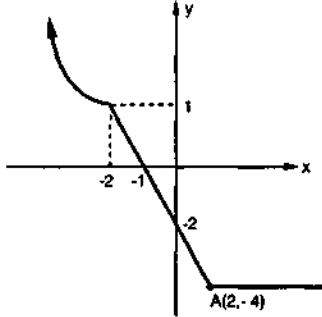
A dan B ye tanımlı bağıntılardan kaç fonksiyondur?

- A) 15 B) 64 C) 125 D) 243 E) 625

1. $A = \{1,3,4,5\}$ ve $f: A \rightarrow B, x \rightarrow f(x) = x^2 - 3$ olduğuna göre, $f(A)$ aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\{2, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}\}$ B) $\{-2, 6, 13, 22\}$
C) $\{-2, 0, 1, 2\}$ D) $\{-2, 3, 13, 7\}$
E) $\{-3, 6, 10, 22\}$

2.



$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği yukarıda verilmiştir.

Buna göre, $f[f(f(x) + 3)] = -2$ eşitliğini sağlayan x kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 2 E) 4

3.

$$f(x) = 3^{2x-1}$$

olduğuna göre, $f(2x + 1)$ in $f(x)$ türünden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $9 \cdot f^2(x)$ B) $27 \cdot f(x)$ C) $3 \cdot [f(x)]^3$
D) $27 \cdot [f(x)]^2$ E) $9 \cdot [f(x)]^3$

4.

$$f\left(\frac{3x+4}{5-x}\right) = \frac{x-5}{4+3x}$$

olduğuna göre, $f^{-1}(-25)$ kaçtır?

- A) -25 B) $-\frac{1}{25}$ C) $\frac{1}{25}$ D) $\frac{1}{5}$ E) 25

5. $\{a, b, c\}$ kümesinden $\{d, e, f\}$ kümesine aşağıdaki fonksiyonlar tanımlanıyor.

Bu fonksiyonlardan hangisinin tersi de bir fonksiyondur?

- A) $\{(a, f), (b, e), (c, d)\}$
B) $\{(a, f), (b, e), (c, e)\}$
C) $\{(a, d), (b, d), (c, d)\}$
D) $\{(a, f), (b, e), (c, f)\}$
E) $\{(b, d), (a, e), (c, d)\}$

6. $f: \mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \mathbb{R} - \{5\}$

$$f(x) = \frac{5x+8}{x-3}$$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{3x-8}{x-5}$ B) $\frac{3x+8}{x-5}$ C) $\frac{-3x+8}{x+5}$
D) $\frac{3x-8}{5-x}$ E) $\frac{3x+8}{5-x}$

7. $f: \left[\frac{5}{2}, \infty\right) \rightarrow \left[\frac{15}{4}, \infty\right)$

$$f(x) = x^2 - 5x + 10$$

olduğuna göre, $f^{-1}(4)$ kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

8.

$$(f \circ g)(x) = \frac{2x}{x+1}$$

$$f(x) = x + 1$$

olduğuna göre, $g^{-1}(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x-1}{x+1}$ B) $\frac{x+1}{x-1}$ C) $\frac{1-x}{1+x}$
D) $\frac{x+1}{1-x}$ E) $\frac{x}{1-x}$

9. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinde,

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

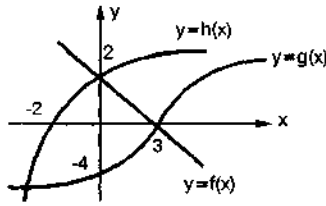
$$g^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

permütasyonları veriliyor.

$(g \circ f^{-1})^{-1}$ permütasyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
D) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ E) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$

10.



$f(x)$ fonksiyonu birinci dereceden bir fonksiyondur.

Buna göre, $(f^{-1} \circ h \circ g^{-1})(-4)$ kaçtır?

- A) $-\frac{14}{3}$ B) -3 C) 0 D) $\frac{14}{3}$ E) 6

11.

$$(f \circ g)(x) = 18x^2 - 12x + 2$$

$$g^{-1}(x) = \frac{x+1}{3}$$

olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonu aşağıdaki-
lerin hangisidir?

- A) x^2 B) $x^2 - 1$ C) $2x^2 + 1$
D) $2x^2$ E) $2x^2 - 1$

12. $A = \{a, b, c\}$ kümesinde tanımlı aşağıdaki
bağıntılardan hangisi denklik bağıntısıdır?

- A) $\beta_1 = \{(a, a), (b, b), (a, c), (b, c), (c, a), (c, b), (b, a), (a, b)\}$
B) $\beta_2 = \{(a, a), (b, b), (c, c), (a, b), (c, b)\}$
C) $\beta_3 = \{(a, a), (a, b), (b, a)\}$
D) $\beta_4 = \{(b, b), (b, a), (a, b), (a, a), (c, c)\}$
E) $\beta_5 = \{(a, a), (b, b), (c, c), (a, c), (b, c)\}$

13. $A = \{1, 2, 3\}$ kümesinde tanımlı aşağıdaki
bağıntılardan hangisi sıralama bağıntısıdır?

- A) $\beta_1 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$
B) $\beta_2 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 1)\}$
C) $\beta_3 = \{(1, 2), (2, 3), (1, 3), (2, 2), (3, 3)\}$
D) $\beta_4 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (2, 3), (3, 1)\}$
E) $\beta_5 = \{(2, 2), (3, 3), (1, 1), (2, 3), (3, 2)\}$

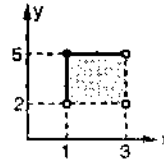
14.

$$A = \{1, 3\}$$

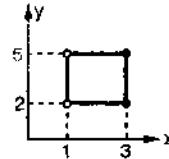
$$B = (2, 5]$$

olduğuna göre, $A \times B$ kümesinin grafiği
aşağıdakilerden hangisidir?

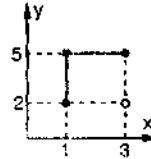
A)



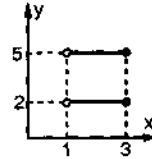
B)



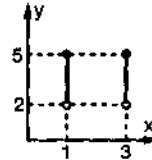
C)



D)

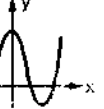


E)

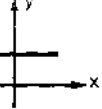


15. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ biçiminde tanımlı aşağı-
daki bağıntılardan hangisi fonksiyon
değildir?

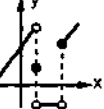
A)



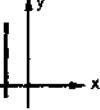
B)



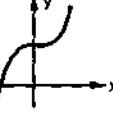
C)



D)



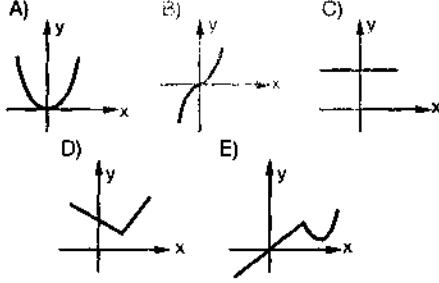
E)



16. Aşağıdaki bağıntılardan hangisi bire-bir ve
örten bir fonksiyondur?

- A) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2(x+1)^2$
B) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = 2x+3$
C) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = 3x-5$
D) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x+1$
E) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x) = x+1$

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ biçiminde tanımlı aşağıdaki fonksiyonların hangisinin tersi de fonksiyondur?



2. $f(5x - 4) = 2x + 1$
 $f^{-1}(3x - 7) = 11$
 olduğuna göre, a kaçtır?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $x + y$ olmak koşuluyla
 $f(x + y) = f(x) + f(y) + y$
 olduğuna göre, $f(20)$ aşağıdakilerin hangisine eşittir?
 A) $20f(1) + 1$ B) $20f(1) + 20$ C) $19f(1) + 18$
 D) $20f(1) + 19$ E) $19f(1) + 1$

4. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$, $f(x) = 2^{2x+1}$ fonksiyonu veriliyor.
 Buna göre, $f^{-1}(123)$ kaçtır?
 A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

5. $f(x + 3) + x = x \cdot f(x + 2) + x^2 + 2$
 olduğuna göre, $f(5)$ kaçtır?
 A) 8 B) 10 C) 12 D) 13 E) 15

6. $f(x) = x^3 + 5x - 7x + 3$
 $g(x) = 2x - 6$
 olduğuna göre, $(f \circ g)(3)$ kaçtır?
 A) 0 B) 2 C) 3 D) 5 E) 7

7. $f: A \rightarrow B$
 $f(x) = |x - 5| + \sqrt{5 - x} + 1$
 fonksiyonu bire-bir ve örtendir.
 Buna göre, $f(-4) + f^{-1}(1)$ kaçtır?
 A) 6 B) 11 C) 12 D) 18 E) 24

8. $f\left(\frac{7x+2}{6-5x}\right) = 4x^2 - 3x + 2$
 olduğuna göre, $f\left(\frac{1}{3}\right)$ kaçtır?
 A) -3 B) 0 C) 2 D) 3 E) 6

9. $f(x) = 2^{3x+99}$
 olduğuna göre, $\frac{f(x+2)}{f(x+1)}$ kaçtır?
 A) 8 B) 64 C) 256 D) 512 E) 1024

10. $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$,
 $f(x, y) = (x + y, x^2)$
 olduğuna göre, $(f \circ f)(2, 1)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) (3, 2) B) (5, 8) C) (3, 9) D) (5, 9) E) (7, 9)

11. $f\left(\frac{x^2+1}{x^2+2}\right) = x^4 + 2x^2 - 5$

olduğuna göre, $f\left(\frac{3}{4}\right)$ kaçtır?

- A) -5 B) -2 C) 3 D) 10 E) 19

12. $(x-1) \cdot f(x^2-1) = nx^2 + mx + 2 - n$

olduğuna göre, $f(0)$ kaç olabilir?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

13. $f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{3\}$

$$x = \frac{4 + 2 \cdot f(x)}{-3 + f(x)}$$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{2x+4}{x-3}$ B) $\frac{3x+4}{x-3}$ C) $\frac{3x+4}{x+2}$
D) $\frac{2x-4}{x-2}$ E) $\frac{x-1}{x-3}$

14. Bir f fonksiyonu, "Her bir tamsayıyı kendisinin çarpımsal tersi ile toplamsal tersinin toplamına götürüyor." biçiminde tanımlanmıştır.

Buna göre, $f(3)$ kaçtır?

- A) $-\frac{8}{3}$ B) -2 C) $\frac{8}{3}$ D) $\frac{10}{3}$ E) 4

15. $f(x) = 2^{x-3}$

olduğuna göre, $f^{-1}(8)$ kaçtır?

- A) 1 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

16. $f: \mathbb{R} - \{-2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{-2\}$ ye $x \rightarrow f(x) = \frac{-2x}{x+a}$

biçiminde tanımlanan bir fonksiyondur.

$$f(x) = f^{-1}(x)$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) -1 E) -2

17. $f(x) = 2^x + x^x$

$$g(x) = x + 1$$

olduğuna göre, $(f \circ g)(2)$ kaçtır?

- A) 35 B) 30 C) 28 D) 21 E) 15

18. $f: (-\infty, -2) \rightarrow (-3, \infty)$

$$f(x) = x^2 + 4x + 1$$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-x^2 - 4x - 1$ B) $\sqrt{x^2 + 4x + 1}$
C) $-2 - \sqrt{x+3}$ D) $\sqrt{x+3} + 2$
E) $-x^2 - 4x + 1$

19. $f(x)$ doğrusal bir fonksiyondur.

$$f(-1) = -3$$

$$f(2) = -1$$

olduğuna göre, $f(3x + 2)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x + 1$ B) $x + 3$ C) $-x + 3$
D) $2x - 1$ E) $-x - 3$

20. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x-1) = x + 3$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(3x+4) = 6x+4$$

olduğuna göre, $(g \circ f)^{-1}(-2)$ kaçtır?

- A) 3 B) 1 C) 0 D) -3 E) -16

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3^x$
 $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 8^x$
fonksiyonları için $(g \circ f^{-1})(m) = 8$ eşitliğini sağlayan m değeri kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 10 E) 16

2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3^x + x^3$
 $g: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, g^{-1}(x) = 3^x$
olduğuna göre, $(f \circ g)(3)$ kaçtır?
A) 54 B) 27 C) 6 D) 4 E) 3

3. $f(x) = \frac{2x+m}{x+1}$ ve $(f \circ f)(x) = \frac{x-9}{3x-2}$
olduğuna göre, m kaçtır?
A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

4. $(f \circ g)(x) = \frac{x}{x^2+1}$
 $f(x) = x+1$
olduğuna göre, $g(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?
A) $-\frac{x^2}{x^2+x+1}$ B) $\frac{x-1}{x^2-2x+2}$ C) $\frac{1}{x+1}$
D) $\frac{x}{x+1}$ E) $\frac{-x^2+x-1}{x^2+1}$

5. $f(x) = 2^{3x}$
olduğuna göre, $f(2x+3)$ fonksiyonunun $f(x+1)$ türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) $[f(x+1)]^2$ B) $8 \cdot f(x+1)$
C) $8 \cdot [f(x+1)]^2$ D) $8 \cdot [f^2(x+1)]^3$
E) $[f(x+1)]^3$

6. $f(1-f(x)) = 5$
olduğuna göre, $f(-4)$ kaçtır?
A) -4 B) -3 C) 0 D) 3 E) 5

7. $f(x-3) = x^2 - 2x - 4$
 $g(x+1) = 5 - x$
olduğuna göre, $(f \circ g)(3)$ kaçtır?
A) 16 B) 17 C) 18 D) 20 E) 30

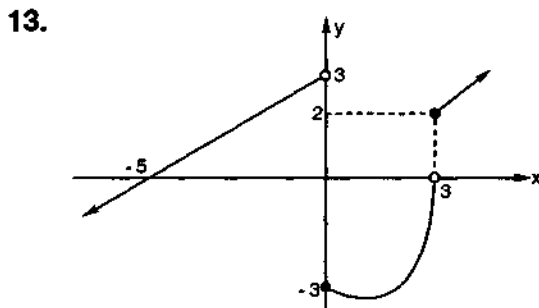
8. $f: \mathbb{R} - \{-3\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x}{x+3}$ fonksiyonu veriliyor.
 $f(m-2) - \frac{3}{4} = 1$
olduğuna göre, m kaçtır?
A) -8 B) -5 C) $-\frac{1}{3}$ D) 3 E) 5

9. $f(x) = \frac{x}{3} \cdot f(x+1)$
 $f(1) = \frac{1}{3}$
olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 2

10. $f: \mathbb{R} - \{a\} \rightarrow \mathbb{R} - \{b\}$
 $f(x) = \frac{x-3}{x+4}$
bağıntısı bire - bir ve örten bir fonksiyondur.
Buna göre, $a - b$ kaçtır?
A) -2 B) -3 C) -4 D) -5 E) -6

11. $(f \circ g)(x) = 2x^2 - 6x + 1$
 $f(x) = 2x - 1$
 olduğuna göre, $g(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\frac{2x^2 + 3x + 1}{2}$ B) $\frac{x^2 - x}{2}$ C) $x^2 - 3x$
 D) $2x^2 - 12x + 2$ E) $x^2 - 3x + 1$

12. $f(x) = 10^x - x$
olduğuna göre, $\frac{f(4)}{f(2)}$ kaçtır?
- A) 102 B) 104 C) 106 D) 204 E) 208



- f : $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği şekilde verilmiştir.
- $$m - (f \circ f)(-5) = f[f(-5)]$$
- olduğuna göre, m kaçtır?
- A) - 1 B) - 2 C) - 4 D) - 6 E) - 8

14. $f^{-1}(x) = \frac{x}{3}$
- olduğuna göre, (föföföföföföf) (3) kaçtır?
- A) 3^5 B) 3^6 C) 3^7 D) 3^8 E) 3^9

15.
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < -3 \\ 3, & -3 \leq x < 3 \\ x + 1, & x \geq 3 \end{cases}$$

- olduğuna göre $\frac{f(-3) + f(1)}{f(3) + f(-1)}$ kaçtır?
- A) $\frac{13}{7}$ B) 1 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) -1

16. $[g^{-1} \circ f]^{-1} \circ g^{-1}](x) = 3x + 5$
olduğuna göre, $f(4)$ kaçtır?
- A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{2}{3}$ C) -1 D) $-\frac{4}{3}$ E) $-\frac{5}{3}$

17. $f(3x - 4) = x$
- olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\frac{x+4}{3}$ B) $\frac{x-4}{3}$ C) $3x + 4$
- D) $\frac{x-3}{4}$ E) $3x - 4$

18. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
- $$f(x) = x^2 + 2x + 1$$
- olduğuna göre, $f(x + 1) - f(x - 1)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $4x + 4$ B) $2x + 4$ C) $2x + 2$
- D) $x + 1$ E) $2x$

19. $f(x + 1) = g^{-1}(2x + 1)$
olduğuna göre, $(g \circ f)(2)$ kaçtır?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Son yedi yılın Öğrenci Seçme Sınavı'nda işlem konusuyla ilgili toplam 7 soru soruldu.

İŞLEM

⇒ İŞLEM

- A. BİRLİ İŞLEM
- B. İKİLİ İŞLEM
- C. İŞLEMİN ÖZELLİKLERİ
 - 1. Kapalılık Özelliği
 - 2. Değişme Özelliği
 - 3. Birleşme Özelliği
 - 4. Birim (Etkisiz) Eleman Özelliği
 - 5. Ters (İnvers) Eleman Özelliği
 - 6. Dağılma Özelliği
 - 7. Yutan Eleman Özelliği

⇒ ÇÖZÜMLÜ TEST

⇒ CEVAPLI TEST (1, 2, 3)

B Ö L Ü M

İ Ş L E M

A. BİRLİ İŞLEM

Bir A kümesinden A kümesine tanımlanan her fonksiyona **birli işlem** denir.

Örnek 1

Z tamsayılar kümesi üzerinde:

$$f: x \rightarrow -x$$

fonksiyonu birli işlemdir.

B. İKİLİ İŞLEM

A boş olmayan bir küme ve $A \subset B$ olsun. Her,

$$f: A \times A \rightarrow B$$

fonksiyonuna A üzerinde ikili işlem veya kısaca işlem, denir.

İşlemleri, fonksiyonları gösterdiğimiz harfler yerine, +, -, *, ÷, Δ, O, □, * ... gibi simgelerle gösteririz.

Örnek 2

Reel (gerçek) sayılar kümesi üzerindeki her a, b için,

$$a \Delta b = a + b + 2 \cdot a \cdot b$$

işlemi tanımlanmıştır.

Buna göre, $3 \Delta 2$ nin değeri kaçtır?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

Çözüm

$$\begin{aligned} a \Delta b &= a + b + 2 \cdot a \cdot b \\ 3 \Delta 2 &= 3 + 2 + 2 \cdot 3 \cdot 2 \\ &= 3 + 2 + 12 \\ &= 17 \end{aligned}$$

Cevap E

Örnek 3

Tamsayılar kümesi üzerinde her a, b için,

$$a * b = a \cdot b - 3 \cdot a$$

işlemi tanımlanmıştır.

Buna göre,

- a) $4 * 3$ kaçtır?
b) $3 * 4$ kaçtır?
c) $2 * (3 * 1)$ kaçtır?
d) $2 * 3 = 4 * k$ ise k kaçtır?

Çözüm

- a) $a * b = a \cdot b - 3 \cdot a$
 $4 * 3 = 4 \cdot 3 - 3 \cdot 4$
 $= 12 - 12$
 $= 0$ dir.
- b) $a * b = a \cdot b - 3 \cdot a$
 $3 * 4 = 3 \cdot 4 - 3 \cdot 3$
 $= 12 - 9$
 $= 3$ tür.
- c) $2 * (3 * 1) = 2 * (3 \cdot 1 - 3 \cdot 3)$
 $= 2 * (3 - 9)$
 $= 2 * (-6)$
 $= 2 \cdot (-6) - 3 \cdot 2$
 $= -12 - 6$
 $= -18$ dir.
- d) $2 * 3 = 4 * k$
 $2 \cdot 3 - 3 \cdot 2 = 4 \cdot k - 3 \cdot 4$
 $6 - 6 = 4k - 12$
 $0 = 4k - 12$
 $k = 3$ tür.

© Pi Yayınları

Örnek 4

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinde, Δ işlemi

$$p \Delta k = (p \text{ ve } k \text{ nın büyük olmayanı})$$

olarak tanımlanmıştır.

Buna göre, $2 \Delta (1 \Delta 4)$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

Önce parantez içini sonuçlandıralım :

$$\begin{aligned} 1 \Delta 4 &= (1 \text{ ve } 4 \text{ ün büyük olmayanı}) \\ &= 1 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Buna göre,

$$\begin{aligned} 2 \Delta (1 \Delta 4) &= 2 \Delta 1 \\ &= (2 \text{ ve } 1 \text{ in büyük olmayanı}) \\ &= 1 \text{ dir} \end{aligned}$$

Cevap A

Örnek 5

Tamsayılar kümesi üzerinde * ve Δ işlemleri,

$$x * y = x^2 + 2 \cdot x \cdot y$$

$$a \Delta b = a \cdot b - 3 \cdot a$$

olarak tanımlanıyor.

Buna göre, $2 \Delta (3 * 1)$ kaçtır?

- A) 10 B) 15 C) 23 D) 24 E) 36

Çözüm

$$x * y = x^2 + 2 \cdot x \cdot y$$

$$3 * 1 = 3^2 + 2 \cdot 3 \cdot 1$$

$$= 9 + 6$$

$$= 15 \dots (\star)$$

olduğu için,

$$2 \Delta (3 * 1) = 2 \Delta 15$$

$$= 2 \cdot 15 - 3 \cdot 2$$

$$= 30 - 6$$

$$= 24 \text{ olur.}$$

Cevap D

Örnek 6

Pozitif gerçel (reel) sayılar kümesi üzerinde her a, b için,

$$\frac{3}{a \bullet b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

işlemi tanımlanmıştır.

Buna göre, $2 \bullet 6$ kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) $\frac{9}{2}$ D) $\frac{7}{2}$ E) 3

Çözüm

$$\frac{3}{a \bullet b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\frac{3}{a \bullet b} = \frac{b+a}{a \cdot b}$$

$$\frac{a \bullet b}{3} = \frac{a \cdot b}{b+a}$$

$$a \bullet b = \frac{3 \cdot a \cdot b}{b+a} \dots (\star)$$

$$2 \bullet 6 = \frac{3 \cdot 2 \cdot 6}{6+2}$$

$$= \frac{36}{8}$$

$$= \frac{9}{2}$$

Cevap C

Örnek 7

Pozitif reel (gerçel) sayılar kümesi üzerinde her x, y için,

$$\beta(x, y) = \frac{3 \cdot x + y}{x}$$

bağıntısı tanımlanmıştır.

Buna göre, $\beta(2, 2) = \beta(3, k)$ eşitliğini sağlayan k sayısı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm

$$\beta(2, 2) = \beta(3, k)$$

$$\frac{3 \cdot 2 + 2}{2} = \frac{3 \cdot 3 + k}{3}$$

$$\frac{8}{2} = \frac{9+k}{3}$$

$$4 = \frac{9+k}{3}$$

$$12 = 9 + k$$

$$k = 3$$

Cevap B

Örnek 8

Tamsayılar kümesi üzerinde her x, y için,

$$x \square y = \begin{cases} x \cdot y, & x \geq y \text{ ise} \\ x - y, & y > x \text{ ise} \end{cases}$$

işlemi tanımlanmıştır.

Buna göre, $(4 \square 2) \square 10$ kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

Çözüm

Önce parantez içini sonuçlandıralım:

$$4 > 2 \text{ için, } x \square y = x \cdot y$$

$$4 \square 2 = 4 \cdot 2$$

$$= 8 \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$(4 \square 2) \square 10 = 8 \square 10$$

$$10 > 8 \text{ için, } x \square y = x - y$$

$$8 \square 10 = 8 - 10$$

$$= -2 \text{ dir.}$$

Cevap B

Örnek 9

$$A = \{-1, 0, 1\}, f: A \times A \rightarrow A$$

$$f: (x, y) \rightarrow x \cdot y$$

fonksiyonunu inceleyelim.

$$A \times A = \{(-1, -1), (-1, 0), (-1, 1), (0, -1), (0, 0), (0, 1), (1, -1), (1, 0), (1, 1)\} \text{ dir.}$$

$$f(-1, -1) = (-1) \cdot (-1) = 1$$

$$f(-1, 0) = (-1) \cdot 0 = 0$$

$$f(-1, 1) = (-1) \cdot 1 = -1$$

$$f(0, -1) = 0 \cdot (-1) = 0$$

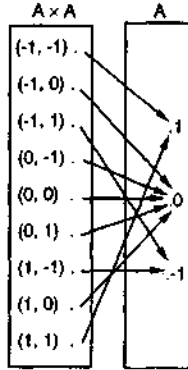
$$f(0, 0) = 0 \cdot 0 = 0$$

$$f(0, 1) = 0 \cdot 1 = 0$$

$$f(1, -1) = 1 \cdot (-1) = -1$$

$$f(1, 0) = 1 \cdot 0 = 0$$

$$f(1, 1) = 1 \cdot 1 = 1$$



Bu işlemi tabloyla aşağıdaki gibi gösterebiliriz.

f	-1	0	1
-1	1	0	-1
0	0	0	0
1	-1	0	1

Örnek 10

$A = \{a, b, c, d\}$ kümesi üzerinde Δ işlemi aşağıdaki tablo ile tanımlanmıştır.

Δ	a	b	c	d
a	b	c	d	a
b	c	d	a	b
c	d	a	b	c
d	a	b	c	d

Buna göre,

- $b \Delta c$ işleminin sonucunu bulalım.
- $b \Delta (a \Delta c)$ işleminin sonucunu bulalım.
- $a \Delta (b \Delta c) = b \Delta (x \Delta a)$ eşitliğini sağlayan x i bulalım.

Çözüm

- Δ a b c d → Başlangıç satırı

Δ	a	b	c	d
a				
b				
c				
d				

Başlangıç
sütunu

$b \Delta c$ bulunurken başlangıç sütununda b, başlangıç satırında c elemanı bulunur, bunların kesiştiği bölgedeki eleman, $b \Delta c$ nin sonucudur.

$$b \Delta c = a \text{ dir.}$$

- Önce parantez içini sonuçlandıralım : $a \Delta c = d$

$$b \Delta (a \Delta c) = b \Delta d \\ = b \text{ dir.}$$

$$c) a \Delta (b \Delta c) = b \Delta (x \Delta a)$$

$$a \Delta a = b \Delta (x \Delta a)$$

$$b = b \Delta \underbrace{(x \Delta a)}_d$$

olmalıdır. Çünkü $b \Delta d = b$ dir.

$$x \Delta a = d$$

başlangıç satırında a elemanı bulunur, sonucun d olması için başlangıç sütunundan seçilecek eleman belirlenir.

$$x \Delta a = d \Rightarrow x = c \text{ dir.}$$

C. İŞLEMİN ÖZELİKLERİ

1. Kapalılık Özeliği

A boş olmayan bir küme ve Δ , A üzerinde bir işlem olsun. Δ , $A \times A$ dan A ya bir fonksiyon ise A kümesi Δ işlemine göre kapalıdır, denir.

Buna göre,

$\forall a, b \in A$ için $a \Delta b = c \in A$ ise, A kümesi Δ işlemine göre kapalıdır.

Örnek 11

Doğal sayılar kümesi toplama işlemine göre kapalıdır. Çünkü, herhangi iki doğal sayının toplamı yine bir doğal sayıdır.

Örnek 12

$A = \{-1, 0, 1\}$ kümesi üzerinde Δ , $+$ ve $\cdot$ işlemleri aşağıdaki gibi tanımlanıyor.

$$a) a \Delta b = a + b$$

$$b) a * b = a^2 + b$$

$$c) a \cdot b = a \cdot b$$

Bu işlemleri inceleyim :

$$a) -1 \in A \text{ için,}$$

$(-1) \Delta (-1) = (-1) + (-1) = -2 \notin A$ olduğundan A kümesi, Δ işlemine göre, kapalı değildir.

b) $a = -1, b = 1$ için

$$\begin{aligned} a * b &= a^2 + b \\ &= (-1)^2 + 1 \\ &= 1 + 1 \\ &= 2 \notin A \text{ dır.} \end{aligned}$$

Bunun için, A kümesi * işlemine göre, (A, *) sistemi kapalı değildir.

✓ En az bir tane $a * b \notin A$ varsa kapalılık özeliği sağlanmaz.

c) $\bullet$

	-1	0	1
-1	1	0	-1
0	0	0	0
1	-1	0	1

Verilen işlemin tablosu yapılmışca görüleceği üzere,
 $\forall a, b \in A$ için $a \bullet b \in A$ olduğundan A kümesi $\bullet$ işlemine göre kapalıdır.

2. Değişme Özeliği

Boş olmayan bir A kümesinde Δ işlemi verilsin,

$$\forall x, y \in A \text{ için } x \Delta y = y \Delta x$$

ise, Δ işleminin değişme özeliği vardır.

Örnek 13

$A = \{0, 1, 2, 3\}$ kümesinde $\oplus$ işlemi $\forall x, y \in A$ için,
 $x \oplus y = (x + y \text{ nin } 4 \text{ ile bölünmesinden elde edilen kalan})$

olarak tanımlanıyor.

Verilen işlemin tablosunu yapalım :

$\oplus$	0	1	2	3	→ Başlangıç satırı
0	0	1	2	3	
1	1	2	3	0	
2	2	3	0	1	
3	3	0	1	2	

↓ Başlangıç sütunu

↘ Köşegen

$\forall x, y \in A$ için, $x \oplus y = y \oplus x$ olduğunu söyleyebiliriz. İşlem tablosunun köşegenine göre simetrik olduğuna dikkat ediniz.

SONUÇ :

Sayı kümeleri üzerinde tanımlı, toplama (+) ve çarpma (·) işlemlerinin değişme özeliği vardır.

Sayı kümeleri üzerinde tanımlı, çıkarma (-) ve bölme (:) işlemlerinin değişme özeliği yoktur.

3. Birleşme Özeliği

A boş olmayan bir küme ve Δ , A da tanımlı bir işlem olsun.

$\forall a, b, c \in A$ için,

$$a \Delta (b \Delta c) = (a \Delta b) \Delta c$$

ise, Δ işleminin birleşme özeliği vardır.

Örnek 14

Rasyonel sayılar kümesi üzerinde her a, b için,

$$a \Delta b = a + b + 2 \cdot a \cdot b$$

işlemi tanımlanmıştır.

Buna göre, Δ işleminde birleşme özeliğinin olup olmadığını araştıralım.

$\forall a, b, c \in \mathbb{Q}$ için,

$$I. a \Delta (b \Delta c) = a \Delta (b + c + 2 \cdot b \cdot c)$$

$$= a + b + c + 2 \cdot b \cdot c + 2 \cdot a \cdot (b + c + 2 \cdot b \cdot c)$$

$$= a + b + c + 2 \cdot b \cdot c + 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 4 \cdot a \cdot b \cdot c$$

$$II. (a \Delta b) \Delta c = (a + b + 2 \cdot a \cdot b) \Delta c$$

$$= a + b + 2 \cdot a \cdot b + c + 2 \cdot (a + b + 2 \cdot a \cdot b) \cdot c$$

$$= a + b + 2 \cdot a \cdot b + c + 2 \cdot c \cdot a + 2 \cdot c \cdot b + 4 \cdot a \cdot b \cdot c$$

I. ve II. ifadeler eşit olduğundan Δ işlemi rasyonel sayılar kümesi üzerinde birleşmelidir.

SONUÇ :

Sayı kümeleri üzerinde tanımlı, çıkarma (-) ve bölme (:) işlemlerinin birleşme özeliği yoktur.

Sayı kümeleri üzerinde tanımlı, toplama (+) ve çarpma (·) işlemlerinin birleşme özeliği vardır.

4. Birim (Etkisiz) Eleman Özeliği

A boş olmayan bir küme ve Δ , A da tanımlı bir işlem olsun.

$e \in A$ olmak üzere,

$\forall x \in A$ için,

$$x \Delta e = e \Delta x = x$$

ise, e ye Δ işleminin etkisiz elemanı denir.

SONUÇ :

Sayı kümeleri üzerinde, toplama işleminin birim elemanı 0, çarpma işleminin birim elemanı 1 dir.

Örnek 15

Her A kümesi için,

$$A \cup \emptyset = \emptyset \cap A = A$$

$$A \cap E = A \cap E = A \text{ dir.}$$

O halde, kümeler üzerinde $\cup$ (birleşme) işleminin birim elemanı $\emptyset$ (boş küme), $\cap$ (kesişim) işleminin birim elemanı E (evrensel küme) dir.

Örnek 16Q rasyonel sayılar kümesi üzerinde Δ işlemi,

$$a \Delta b = a + b + 2 \cdot a \cdot b$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, bu işlemin varsa, birim elemanını bulalım.

Çözüm $\forall a \in Q$ için, $a \Delta e = e \Delta a = a$ olacak biçimde bir $e \in Q$ arayacağız.

$$a \Delta e = a$$

$$a + e + 2 \cdot a \cdot e = a$$

$$e + 2 \cdot a \cdot e = 0$$

$$e \cdot (1 + 2 \cdot a) = 0$$

$$e = 0 \text{ veya } 1 + 2a = 0$$

$$e = 0 \dots (1)$$

Q da Δ işleminin sağdan birim elemanı $e = 0$ dir.

$$e \Delta a = a$$

$$e + a + 2 \cdot e \cdot a = a$$

$$e + 2 \cdot e \cdot a = 0$$

$$e \cdot (1 + 2 \cdot a) = 0$$

$$e = 0 \text{ veya } 1 + 2a = 0$$

$$e = 0 \dots (2)$$

Q da Δ işleminin soldan birim elemanı 0 dir.

Q da tanımlı Δ işleminin hem sağdan, hem soldan birim elemanı 0 olduğuna göre, işlemin birim elemanı 0 dir.

Örnek 17Z de tanımlı Δ işlemi

$$a \Delta b = a + b - 3$$

olarak tanımlanıyor.

Buna göre, Δ işleminin birim (etkisiz) elemanı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

$\forall x \in Z$ için, $x \Delta e = e \Delta x = x$ olacak biçimde $e \in Z$ yi bulalım

Δ işleminin değişme özeliği olduğundan sadece

$x \Delta e = x$ e bakalım.

$$x \Delta e = x$$

$$x + e - 3 = 0$$

$$e = 3 \text{ tür.}$$

Cevap D

Örnek 18Reel (gerçek) sayılar kümesi üzerinde $*$ işlemi,

$$a * b = 3 \cdot a + 3 \cdot b - 2 \cdot a \cdot b - 3$$

olarak tanımlanıyor.

Buna göre, $*$ işleminin etkisiz elemanı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

$*$ işleminin etkisiz elemanı e olsun,

$$a * e = a$$

$$3 \cdot a + 3 \cdot e - 2 \cdot a \cdot e - 3 = a$$

$$3 \cdot e - 2 \cdot a \cdot e = 3 - 2 \cdot a$$

$$e \cdot (3 - 2 \cdot a) = 3 - 2 \cdot a$$

$$e = \frac{3 - 2 \cdot a}{3 - 2 \cdot a}$$

$$e = 1 \text{ dir.}$$

Cevap B

UYARI :

- Değişme özeliği olan bir işlemin birim elemanını bulmak için sağdan birim elemana ya da soldan birim elemana bakmak yeterlidir.
- Δ işleminin etkisiz (birim) elemanı varsa bir tanedir. Birden fazla etkisiz eleman bulunuyorsa, işleminin etkisiz (birim) elemanı yoktur.

Örnek 19

Reel (gerçek) sayılar kümesi üzerinde her x, y için

$$x \Delta y = x^2 + y^2$$

işlemi tanımlanmıştır.

Buna göre, bu işlemin etkisiz elemanı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Yoktur B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm

Etkisiz eleman e olsun.

$$x \Delta e = x$$

$$x^2 + e^2 = x$$

$$e^2 = x - x^2$$

Burada e , sabit bir eleman olmadığından Δ işleminin etkisiz elemanı yoktur. Cevap A

Örnek 20

Gerçel (reel) sayılar kümesinde $*$ işlemi,

$$x * y = y - 3 \cdot y \cdot x - 3 \cdot x + 1$$

olarak tanımlanıyor.

Buna göre, bu işlemin etkisiz elemanı aşağıdaki-lerden hangisidir?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) Yoktur

Çözüm

$*$ işleminin sağdan etkisiz elemanı e_1 , soldan etkisiz elemanı e_2 olsun.

$$x * e_1 = x$$

$$e_1 - 3 \cdot e_1 \cdot x - 3 \cdot x + 1 = x$$

$$e_1 \cdot (1 - 3 \cdot x) = 3 \cdot x - 1$$

$$e_1 = -1 \dots (1)$$

$$e_2 * x = x$$

$$x - 3 \cdot x \cdot e_2 - 3 \cdot e_2 + 1 = x$$

$$e_2 \cdot (-3 \cdot x - 3) = -1$$

$$e_2 = \frac{1}{3x+3} \dots (2)$$

$e_1 \neq e_2$ olduğu için $*$ işleminin etkisiz elemanı yoktur.

Cevap E

Örnek 21

$A = \{Y, A, R, I, M\}$ kümesi üzerinde $*$ işlemi şekildeki tabloyla tanımlanmıştır.

$*$	Y	A	R	I	M
Y	R	I	M	Y	A
A	I	M	Y	A	R
R	M	Y	A	R	I
I	Y	A	R	I	M
M	A	R	I	M	Y

Buna göre, $*$ işleminin etkisiz elemanını bulalım.

Çözüm

Tabloda başlangıç satırının görüldüğü satırda, başlangıç sütununun görüldüğü sütunun kesişimindeki eleman birim (etkisiz) elemandır.

Buna göre, $*$ işleminin etkisiz eleman I'dır.

5. Ters (İnvers) Eleman Özeliği

Boş olmayan A kümesi üzerinde tanımlanan $*$ işlemine göre etkisiz eleman e olsun.

$\forall x \in A$ için, $x * y = y * x = e$ olacak biçimde bir $y \in A$ varsa y elemanına $*$ işlemine göre x elemanının tersi denir. Ve genellikle x^{-1} ile gösterilir.

$$y = x^{-1} \text{ dir.}$$

SONUÇ :

1. Sayı kümeleri üzerinde, toplama işlemine göre, x in tersi $-x$ dir.

Çünkü,

$$x + y = y + x = 0$$

$$y = -x \text{ ise } x^{-1} = y = -x \text{ tir.}$$

2. Çarpma işlemine göre, x in tersi $\frac{1}{x}$ tir. ($x \neq 0$)

Çünkü, çarpma işleminin etkisiz elemanı 1 olduğu için,

$$x \cdot y = y \cdot x = 1$$

$$y = \frac{1}{x} \text{ ise } x^{-1} = y = \frac{1}{x} \text{ tir.}$$

Örnek 22

2 nin $+$ (toplama) işlemine göre tersi -2 dir.

Çünkü, $2 + (-2) = (-2) + 2 = 0$ dir.

Örnek 23

2 nin çarpma $(\cdot)$ işlemine göre tersi $\frac{1}{2}$ dir.

Çünkü, $2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$ dir.

Örnek 24

Bütün tamsayıların toplama (+) işlemine göre tersi yine bir tamsayı olduğu için, tamsayılar kümesi toplama (+) işlemine göre ters eleman özeliğine sahiptir.

Örnek 25

Doğal sayılar kümesi toplama (+) işlemine göre ters eleman özeliğine sahip değildir. Çünkü, 0 dışında hiçbir doğal sayının tersi doğal sayı değildir. Sözgelimi, $2 \in \mathbb{N}$ dir. Ancak 2 nin toplama (+) işlemine göre tersi olan $-2 \notin \mathbb{N}$ dir.

Örnek 26

$\forall x, y \in \mathbb{Q}$ için,

$$x \bullet y = x + y + x \cdot y$$

biçiminde tanımlanan $\bullet$ işlemine göre, x in tersini bulalım.

Çözüm

$\bullet$ işleminin etkisiz elemanı e, x in tersi y olsun.

$$x \bullet e = x$$

$$x + e + x \cdot e = x$$

$$e + x \cdot e = 0$$

$$e \cdot (1 + x) = 0$$

$$e = 0 \text{ veya } 1 + x = 0$$

$$e = 0 \dots (1)$$

$\bullet$ işleminin etkisiz elemanı 0 dir.

$$x \bullet y = 0$$

$$x + y + x \cdot y = 0$$

$$y + x \cdot y = -x$$

$$y \cdot (1 + x) = -x$$

$$y = \frac{-x}{1+x} \Rightarrow x^{-1} = y = -\frac{x}{1+x}$$

Ancak $x^{-1} = -\frac{x}{1+x}$ ifadesinde

$1 + x = 0$ ise $x = -1$ için x^{-1} tanımsızdır. Onun için $\bullet$ işlemine göre -1 in tersi yoktur.

Yukarıdaki işleme göre, 4 ün tersi : $-\frac{4}{1+4} = -\frac{4}{5}$ tir.

Örnek 27

$\mathbb{R}$ de tanımlı Δ işlemi,

$$x \Delta y = 2 \cdot x - 2 \cdot y + x \cdot y - 2$$

olarak tanımlanıyor.

Buna göre,

- Δ işleminin etkisiz elemanı kaçtır?
- Δ işlemine göre, hangi elemanın tersi yoktur?
- Δ işlemine göre 4 ün tersi kaçtır?
- Δ işlemine göre 2 nin tersi kaçtır?

Çözüm

a) Δ işleminin etkisiz elemanı e olsun.

Δ işlemine değişme özeliği olduğundan sadece sağdan etkisiz elemanı bulmak yeterlidir.

$$x \Delta e = x$$

$$2 \cdot x - 2 \cdot e + x \cdot e - 2 = x$$

$$-2 \cdot e + x \cdot e = 2 + x - 2 \cdot x$$

$$e \cdot (-2 + x) = 2 - x$$

$$e = \frac{2-x}{-2+x}$$

$$e = \frac{-(-2+x)}{-2+x}$$

$$e = -1$$

Δ işleminin etkisiz elemanı -1 dir.

b) $e = \frac{-(-2+x)}{-2+x}$ ifadesinde

$-2 + x = 0$ ise $x = 2$ için, e bulunamaz. Onun için Δ işleminde 2 nin tersi bulunamaz.

c) Etkisiz eleman -1 dir. 4 ün tersi x^{-1} olsun.

$$4 \Delta x^{-1} = -1$$

$$2 \cdot 4 - 2 \cdot x^{-1} + 4 \cdot x^{-1} - 2 = -1$$

$$8 - 2 \cdot x^{-1} + 4 \cdot x^{-1} - 2 = -1$$

$$2x^{-1} = -7$$

$$x^{-1} = -\frac{7}{2} \text{ dir.}$$

Δ işlemine göre, 4 ün tersi $-\frac{7}{2}$ dir.

d) 2 nin tersi x^{-1} olsun.

$$2 \Delta x^{-1} = -1$$

$$2 \cdot 2 - 2 \cdot x^{-1} + 2 \cdot x^{-1} - 2 = -1$$

$$\begin{aligned}
 4 - 2 \cdot x^{-1} + 2 \cdot x^{-1} - 2 &= -1 \\
 -2 \cdot x^{-1} + 2 \cdot x^{-1} &= -3 \\
 0 &= -3
 \end{aligned}$$

çelişkisi ile 2 nin tersi yoktur sonucuna varırız. (b) şıkında 2 nin tersinin bulunamayacağını görmüştük.

Örnek 28

$A = \{a, b, c, d\}$ kümesi üzerinde $*$ işlemi aşağıdaki tabloyla tanımlanıyor.

$*$	a	b	c	d
a	b	c	d	a
b	c	d	a	b
c	d	a	b	c
d	a	b	c	d

$*$ işlemine göre,

- a) b nin tersini bulalım.
- b) d nin tersini bulalım.
- c) $a^{-1} * c$ işleminin sonucunu bulalım.
(a^{-1} : a nın $*$ işlemine göre tersidir)
- d) $(a^{-1} * a)^{-1}$ işleminin sonucunu bulalım.
- e) $x * b = c$ eşitliğini sağlayan x i bulalım.

Çözüm

- a) $*$ işleminin etkisiz elemanı d dir.

$$b * b^{-1} = d$$

$$b^{-1} = b$$

olduğu için, b nin tersi b dir.

- b) $d * d^{-1} = d$

$$d^{-1} = d$$

olduğu için, d nin tersi d dir.

- c) $a * a^{-1} = d$

$$a^{-1} = c \text{ olduğundan}$$

$$a^{-1} * c = c * c = b \text{ dir.}$$

- d) $(a^{-1} * a)^{-1} = d^{-1}$

$$= d \text{ dir.}$$

- e) $x * b = c$

b nin tersi olan b, eşitliğin her iki yanına $*$ işlemi ile sağdan işleme konulursa,

$$x * b * b = c * b$$

$$x * \underbrace{b * b}_d = c * b$$

$$x * d = c * b$$

$$x = a \text{ olur.}$$

SONUÇ

1. Bir işlemin etkisiz elemanı yoksa işlemin tanımlı olduğu kümenin elemanlarının tersleri yoktur.
2. Bir elemanın aynı işlemdeki tersinin tersi kendisine eşittir.
 $(x^{-1})^{-1} = x$ tir.
3. Bir elemanın tersi varsa bir tanedir. Bir elemanın birden fazla tersi bulunuyorsa o elemanın tersi yoktur.
4. Birim elemanın tersi kendisine eşittir. Fakat tersi kendisine eşit olan her eleman birim eleman değildir.

Örnek 29

$K = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinde $p * q = (p \text{ ve } q \text{ nun büyük olmayanı})$ ile tanımlı $*$ işlemine göre, 5 in tersi kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

(I. Yol)

Önce etkisiz elemanı bulmalıyız.

$$\forall x \in K \text{ için, } x * e = x$$

$$e = 5 \text{ dir.}$$

Birim eleman 5 olduğundan 5 in tersi 5 dir.

(II. Yol)

$*$ işleminin tablosunu yapalım.

$*$	1	2	3	4	5
1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2
3	1	2	3	3	3
4	1	2	3	4	4
5	1	2	3	4	5

etkisiz eleman 5 tir. Dolayısıyla $5^{-1} = 5$ dir.

Cevap E

Örnek 30

*	e	a	a ²
e	e	a	a ²
a	a	a ²	e
a ²	a ²	e	a

*	b	c	d	f
b	b	c	d	f
c	c	d	f	b
d	d	f	b	c
f	f	b	c	d

(G, •), (G', *) işlem tabloları yukarıda verilmiştir.

$G \times G'$ de aşağıdaki biçimde bir Δ işlemi tanımlanıyor.

$$\forall (x, y), (x', y') \in G \times G'$$

$$(x, y) \Delta (x', y') = (x \cdot x', y * y')$$

Buna göre, $(a^{-1}, c) \Delta (a^2, f)$ elemanı aşağıdakilerden hangisidir?

(x^{-1} , x ilgili işleme göre x in tersini göstermektedir.)

A) (e, c) B) (a, b) C) (a², d) D) (a, f) E) (e, d)

Çözüm

*	e	a	a ²
e	e	a	a ²
a	a	a ²	e
a ²	a ²	e	a

*	b	c	d	f
b	b	c	d	f
c	c	d	f	b
d	d	f	b	c
f	f	b	c	d

• işlemine göre etkisiz eleman e dir.

Buna göre $a^{-1} \cdot a = a \cdot a^{-1} = e$ ise

$$a^{-1} = a^2 \dots (1) \text{ dir.}$$

$$(x, y) \Delta (x', y') = (x \cdot x', y * y') \text{ ise}$$

$$\begin{aligned} (a^{-1}, c) \Delta (a^2, f) &= (a^2, c) \Delta (a^2, f) \\ &= (a^2 \cdot a^2, c * f) \\ &= (a, b) \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Cevap B

Örnek 31

*	a	b	c	d	e
a	a	b	c	d	e
b	b	c	d	e	a
c	c	d	e	a	b
d	d	e	a	b	c
e	e	a	b	c	d

$A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesinde * işlemi yandaki tabloyla tanımlanıyor.

$$c^2 = c * c$$

$$e^{-2} = e^{-1} * e^{-1}$$

olduğuna göre, $c^2 * e^{-2}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) a B) b C) c D) d E) e

Çözüm

* işlemine göre etkisiz eleman a dir.

$$e^{-1} * e = e * e^{-1} = a \text{ ise}$$

$$e^{-1} = b \dots (1) \text{ dir.}$$

$$e^{-2} = e^{-1} * e^{-1} = b * b = c \dots (2)$$

$$c^2 = c * c = e \dots (3) \text{ olduğu için,}$$

$$c^2 * e^{-2} = e * c = b \text{ olur.}$$

Cevap B

6. Dağılma Özeliği

Boş olmayan A kümesinde tanımlı $\otimes$ ve $*$ işlemleri verilsin.

$\forall a, b, c \in A$ için,

$$a * (b \otimes c) = (a * b) \otimes (a * c)$$

oluyorsa * işleminin $\otimes$ işlemi üzerinde soldan dağılma özeliği vardır.

$$(a \otimes b) * c = (a * c) \otimes (b * c)$$

oluyorsa, * işleminin $\otimes$ işlemi üzerinde, sağdan dağılma özeliği vardır.

* işleminin $\otimes$ işlemi üzerinde hem soldan, hem sağdan dağılma özeliği varsa * işleminin $\otimes$ işlemi üzerinde dağılma özeliği vardır.

Örnek 32

Reel (gerçek) sayılar kümesinde tanımlı çarpma işleminin, toplama işlemi üzerine dağılma özeliği vardır.

Çünkü, $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$ için,

$$a \cdot (b + c) = (b + c) \cdot a$$

$$a \cdot b + a \cdot c = b \cdot a + c \cdot a \text{ dir.}$$

Örnek 33

Reel (gerçek) sayılar kümesi üzerinde $\square$ ve Δ işlemleri

$$a \square b = a + b + 3$$

$$a \Delta b = a + b + 4$$

olarak tanımlanıyor.

Buna göre, Δ işleminin $\square$ işlemi üzerinde dağılma özeliğini inceleyelim.

Çözüm

$$a \Delta (b \square c) \stackrel{?}{=} (a \Delta b) \square (a \Delta c)$$

$$a \Delta (b + c + 3) \stackrel{?}{=} (a + b + 4) \square (a + c + 4)$$

$$a + b + c + 3 + 4 \stackrel{?}{=} a + b + 4 + a + c + 4 + 3$$

$$a + b + c + 7 \neq 2a + b + c + 11$$

olduğundan Δ işleminin $\square$ işlemi üzerine dağılma özeliği yoktur.

7. Yutan Eleman Özeliği

$*$, A kümesinde tanımlı bir işlem olsun. Eğer

$$\forall x \in A \text{ için, } x * y = y * x = y$$

olacak biçimde bir $y \in A$ varsa y ye $*$ işleminin yutan elemanı denir.

Örnek 34

$\mathbb{R}$ de çarpma işlemine göre yutan eleman sıfırdır.

Çünkü, $\forall x \in \mathbb{R}$ için,

$$x \cdot 0 = 0 \cdot x = 0 \text{ dir.}$$

Örnek 35

$\mathbb{R}$ de tanımlı Δ işlemi,

$$a \Delta b = a + b + 3 \cdot a \cdot b$$

olarak tanımlanıyor.

Buna göre, Δ işleminin yutan elemanı kaçtır?

- A) 0 B) $-\frac{1}{3}$ C) -1 D) $-\frac{3}{2}$ E) -2

Çözüm

Δ işlemi değişmelidir. Onun için sadece $x \Delta y = y$ ye bakmak yeterlidir.

$$x \Delta y = y$$

$$x + y + 3 \cdot x \cdot y = y$$

$$x + 3 \cdot x \cdot y = 0$$

$$x \cdot (1 + 3 \cdot y) = 0$$

$$x = 0 \text{ veya } y = -\frac{1}{3}$$

Δ işlemine göre yutan eleman $-\frac{1}{3}$ tür. Cevap B

UYARI :

1. Yutan eleman varsa bir tane dir.
2. Yutan elemanın tersi yoktur. Fakat tersi olmayan her eleman yutan eleman değildir.

Örnek 36

$K = \{a, b, c, d\}$ kümesi üzerinde $*$ işlemi aşağıdaki tabloyla tanımlanıyor.

$*$	a	b	c	d
a	a	a	a	a
b	a	b	a	a
c	a	b	d	d
d	a	b	c	c

köşegen

- a) $*$ işlemine göre A kümesi kapalı mıdır?
- b) $*$ işlemi değişme özeliğine sahip midir?
- c) $*$ işlemi birleşme özeliğine sahip midir?
- d) $*$ işleminin etkisiz elemanı nedir?
- e) $*$ işleminin yutan elemanı nedir?

Çözüm

- a) $*$ işlemi K kümesinde kapalıdır.

Başlangıç satırındaki ve başlangıç sütunundaki elemanların sonuçlarının görüldüğü kısımda, K kümesine ait olmayan eleman yoktur.

Yani, $\forall x, y \in K$ için $x * y \in K$ dir.

- b) $*$ işleminin değişme özeliği yoktur. Çünkü

$$c * d = d \text{ ve } d * c = b$$

olduğu için, $c * d \neq d * c$ dir.

Sonuçlar kısmı, köşegene göre simetrik değildir.

- c) Birleşme özeliği vardır.

Çünkü

$a, b, c \in K$ için,

$$(a * b) * c = a * (b * c)$$

$$a * c = a * c$$

$$a = a$$

olduğu gibi, bütün $x, y, z \in K$ için

$$(x * y) * z = x * (y * z)$$

eşitliği doğrulanır.

- d) Birim (etkisiz) elemanı b dir. Çünkü

$$\forall x \in K \text{ için, } x * b = b * x = x \text{ dir.}$$

Tablonun sonuçlar kısmında başlangıç sütununun ve başlangıç satırının görüldüğü sütunun ve satırın kesişiminde b elemanı vardır. (Tablodaki tramli sütun ile satırın kesişimindeki eleman)

- e) Yutan eleman a dir. Çünkü

$$\forall x \in K \text{ için, } x \Delta a = a \Delta x = a \text{ dir.}$$

Yutan eleman hangi elemanla işleme girerse girsin, sonuç kendisine eşit olur. Bunun için, tablonun sonuçlar kısmında aynı elemandan oluşan satır ve sütun belirlenir. Bu, yutan elemandır.

1. Reel (gerçek) sayılar kümesi üzerindeki her x, y için,

$$x * y = x + x \cdot y$$

işlemi tanımlanıyor.

Buna göre, $\frac{1}{2} * \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{7}{10}$ D) $\frac{7}{15}$ E) $\frac{13}{15}$

2. Reel (gerçek) sayılar kümesi üzerindeki her a, b için,

$$\frac{2}{a} \star \frac{3}{b} = a + b$$

işlemi tanımlanıyor.

Buna göre, $2 \star 6$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{7}{2}$ E) $\frac{11}{2}$

3. $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ kümesinde

$a * b = "a \text{ ile } b \text{ nin küçük olmayanı}"$

işlemi tanımlanıyor.

Buna göre, $*$ işleminin etkisiz elemanı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

4. n bir reel (gerçek) sayıdır.

Reel (gerçek) sayılar kümesi üzerindeki her x, y için,

$$x \oplus y = x + y + n$$

işlemi tanımlanıyor.

Buna göre, $\oplus$ işleminin etkisiz (birim) elemanı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) n D) $-n$ E) $2n$

5. $\mathbb{R}$ de Δ işlemi,

$$x \Delta y = x + y + 3$$

olarak tanımlanıyor.

Buna göre, 3 ün tersi kaçtır?

- A) -12 B) -9 C) -3 D) 6 E) 9

6. n bir reel (gerçek) sayıdır.

$\mathbb{R}$ de $*$ işlemi,

$$x * y = x + y + n \cdot x \cdot y$$

olarak tanımlanıyor.

Buna göre, $*$ işleminin etkisiz (birim) elemanı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) n B) $-n$ C) $2n$ D) 1 E) 0

7. $\mathbb{R}$ de tanımlanan $x * y = x + 2 \cdot x \cdot y + y$ işlemine göre, -3 ün tersi kaçtır?

- A) 3 B) $\frac{5}{2}$ C) $-\frac{3}{5}$ D) $-\frac{2}{5}$ E) -2

8. $\mathbb{R} - \{-2, 3\}$ de tanımlanan

$$x \boxtimes y = -3 \cdot x \cdot y - 2 \cdot x - 2 \cdot y - 2$$

işlemine göre, etkisiz eleman kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) Yoktur

9. $\mathbb{R}$ de tanımlanan $x * y = x + x \cdot y + y$ işlemine göre hangi sayının tersi hesaplanamaz?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

10. Reel (gerçek) sayılar kümesi üzerindeki her x, y için,

$$x * y = 2 \cdot x - y$$

işlemi tanımlanıyor.

Buna göre, $(2 * 3) * a = 0$ eşitliğini sağlayan a sayısı kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

11. $\mathbb{R}^2$ de tanımlı $(a, b) * (c, d) = (a^c, b - d)$ işlemine göre, $(2, 8) * (5, 3)$ kaçtır?

A) (32, 5) B) (25, 4) C) (4, 16)
D) (5, 2) E) (8, 1)

12. Doğal sayılar kümesi ($\mathbb{N}$) üzerindeki her a, b için, aşağıdaki işlemler tanımlanıyor.

Buna göre, $\mathbb{N}$ kümesi aşağıdaki işlemlerden hangisine göre kapalı değildir?

A) $x * y = x + y$ B) $x * y = x \cdot y + x$
C) $x * y = x^y + y^x$ D) $x * y = x - y$
E) $x * y = x^2 + 2xy + y^2$

13. $\square$ p a k e t A = {p, a, k, e, t}

p k e t p a kümesinde $\square$ işlemi yandaki tablo ile tanımlanıyor.
a e t p a k
k t p a k e
e p a k e t
t a k e t p

Buna göre, $\square$ işlemine göre etkisiz eleman aşağıdakilerden hangisidir?

A) p B) a C) k D) e E) t

14. Δ 1 2 3 4 5 A = {1, 2, 3, 4, 5}

1 4 5 1 2 3 kümesinde Δ işlemi yandaki tablo ile tanımlanıyor.
2 5 1 2 3 4
3 1 2 3 4 5
4 2 3 4 5 1
5 3 4 5 1 2

Buna göre, $(4 \Delta a)^{-1} \Delta 2 = 1$ eşitliğini sağlayan a kaçtır?

(x^{-1} : x in Δ işlemine göre tersi)

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

15. $\blacksquare$ x y z t e A = {x, y, z, t, e}

x y z t e x kümesinde $\blacksquare$ işlemi yandaki tabloyla tanımlanıyor.
y z t e x y
z t e x y z
t e x y z t
e x y z t e

$\forall a \in A$ ve $\forall n \in \mathbb{Z}^+$ için,

$$a^n = \underbrace{a \blacksquare a \blacksquare \dots \blacksquare a}_{n \text{ tane}} \text{ dir.}$$

Buna göre, x^5 aşağıdakilerden hangisine eşittir? (y^{-1} : y nin $\blacksquare$ işlemine göre tersi)

A) x B) y C) z D) t E) e

16. $*$ p q r s t A = {p, q, r, s, t}

p	s	t	p	q	r
q	t	p	q	r	s
r	p	q	r	s	t
s	q	r	s	t	p
t	r	s	t	p	q

kümesinde $*$ işlemi yandaki tabloyla tanımlanıyor.

$\forall x \in A$ ve $\forall n \in \mathbb{Z}^+$ için,

$$a^n = \underbrace{a * a * \dots * a}_{n \text{ tane}} \text{ dir.}$$

Buna göre, $[a^{-1} * r]^3 = t$ eşitliğini sağlayan a aşağıdakilerden hangisine eşittir?

(x^{-1} : x in $*$ işlemine göre tersi)

A) p B) q C) r D) s E) t

17. Reel (gerçek) sayılar kümesi üzerinde $*$ ve Δ işlemleri

$$a * b = a^2 + (a \Delta b)$$

$$a \Delta b = b^2 - (a * b)$$

olarak tanımlanıyor.

Buna göre, $5 * 3$ kaçtır?

A) 36 B) 17 C) 12 D) 9 E) 6

18. $f(x, y) = \min(x, y)$

$$g(x, y) = \max(x, y)$$

olduğuna göre, $f[f(8,7), g(3,5)]$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 3 B) 5 C) 7 D) 8 E) 10

19. $\mathbb{R}$ de tanımlı

$$x * y = 2 \cdot x \cdot y$$

İşlemine göre, tersi kendisine eşit olan reel sayıların kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\}$ B) $\{-1, 1\}$ C) $\{0, 2\}$

D) $\{-2, 2\}$ E) $\left\{-2, \frac{1}{2}\right\}$

20. Doğal sayılar kümesi üzerindeki her a, b için,

$$f(a, b) = \text{OBEB}(a, b)$$

$$g(a, b) = \text{OKEK}(a, b)$$

olarak tanımlanıyor.

Buna göre $\frac{g(48, 60)}{f(48, 60)}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 30 B) 24 C) 20 D) 18 E) 10

$$\begin{aligned}
 1. \quad \frac{1}{2} * \left(\frac{1}{3} * \frac{1}{5} \right) &= \frac{1}{2} * \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} \right) \\
 &= \frac{1}{2} * \frac{2}{5} \\
 &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} \\
 &= \frac{7}{10}
 \end{aligned}$$

Cevap C

$$2. \quad 2 \star 6 = \frac{2}{1} \star \frac{3}{1} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

Cevap B

$$\begin{aligned}
 3. \quad 2 * 2 &= 2 \\
 2 * 4 &= 4 * 2 = 4 \\
 2 * 6 &= 6 * 2 = 6 \\
 2 * 8 &= 8 * 2 = 8 \\
 2 * 10 &= 10 * 2 = 10
 \end{aligned}$$

$\forall x \in A$ için, $x * 2 = x * 2 = x$ olduğundan $*$ işleminin etkisiz elemanı 2 dir.

Cevap A

4. Etkisiz eleman e olsun.

$\forall x \in \mathbb{R}$ için, $x \otimes e = e \otimes x = x$ olmalıdır.

$\otimes$ işleminin değişme özeliği olduğu için sadece $x \otimes e = x$ i sağlayan e yi bulmak yeterlidir.

Buna göre, $x \otimes e = x$

$$x + e + n = x$$

$$e = -n \text{ dir.}$$

Cevap D

5. Δ işlemine göre etkisiz eleman $e = -3$ tür.

3 ün tersi a ise,

$$3 \Delta a = -3$$

$$3 + a + 3 = -3$$

$$a = -9 \text{ dir.}$$

$a \Delta 3 = 3$ den de $a = -9$ bulunur.

Yani, 3 ün tersi -9 dur.

Cevap B

6. Etkisiz eleman e olsun.

$$x * e = x$$

$$x + e + n \cdot x \cdot e = x$$

$$e + n \cdot x \cdot e = 0$$

$$e \cdot (1 + n \cdot x) = 0$$

$$e = 0 \text{ veya } 1 + n \cdot x = 0$$

olduğuna göre, $*$ işleminin etkisiz elemanı sıfırdır.

Cevap E

7. $*$ işlemine göre etkisiz eleman 0 dir.

-3 ün tersi a olsun.

Buna göre,

$$(-3) * a = 0$$

$$-3 + 2 \cdot (-3) \cdot a + a = 0$$

$$a = -\frac{3}{5} \text{ olur.}$$

Cevap C

8. Etkisiz eleman e olsun.

$$x \boxtimes e = x \text{ olmalıdır.}$$

$$-3 \cdot x \cdot e - 2 \cdot x - 2 \cdot e - 2 = x$$

$$-3 \cdot x \cdot e - 3 \cdot x - 2 \cdot e - 2 = 0$$

$$-3 \cdot x \cdot (e + 1) - 2 \cdot (e + 1) = 0$$

$$-(3 \cdot x + 2) \cdot (e + 1) = 0$$

$$-(3 \cdot x + 2) = 0 \text{ veya } e + 1 = 0$$

olduğuna göre, $e = -1$ dir.

Cevap A

9. $*$ işlemine göre etkisiz eleman sıfırdır.

a nın tersi a^{-1} olsun.

Buna göre,

$$a * a^{-1} = 0$$

$$a + a \cdot a^{-1} + a^{-1} = 0$$

$$a^{-1} = -\frac{a}{a+1} \text{ olur.}$$

$$a + 1 = 0 \text{ olamaz.}$$

Buna göre, $a = -1$ in tersi bulunamaz.

Cevap B

10. $(2 * 3) * a = 0$

$$(2 \cdot 2 - 3) * a = 0$$

$$1 * a = 0$$

$$2 \cdot 1 - a = 0$$

$$a = 2$$

Cevap A

11. $(2, 8) * (5, 3) = (2^5, 8 - 3)$

$$= (32, 5)$$

Cevap A

12. $y > x$ için $x - y \notin \mathbb{N}$ dir.

Örneğin, $2 * 8 = 2 - 8 = -6 \notin \mathbb{N}$ dir.

olduğu için, $x * y = x - y$ işlemine göre $\mathbb{N}$ kümesi kapalı değildir.

Cevap D

13.

	p	a	k	e	t
p	k	e	t	a	
a	e	t	p	k	
k	t	p	a	e	
e					
t	a	k	e	p	

Tablonun sonuç kısmında başlangıç sütununun ve başlangıç satırının görüldüğü yer tramlanmıştır. Tramlanan sütun ile satırın ortak elemanı e olduğu

için, etkisiz eleman e dir.

Cevap D

14. $b \Delta 2 = 1 \Rightarrow b = 2 \dots (1)$

$$x^{-1} = 2 \Rightarrow x = 4 \dots (2)$$

olduğuna göre,

$$(4 \Delta a)^{-1} \Delta 2 = 1$$

$$(4 \Delta a)^{-1} = 2$$

$$4 \Delta a = 4$$

$$a = 3 \text{ tür.}$$

Cevap C

15. $x^2 = x \square x = y$

$$x^4 = x^2 \square x^2 = y \square y = t$$

$$x^5 = x^4 \square x = t \square x = e$$

Cevap E

16. $q^3 = (q * q) * q = p * q = t \dots (1)$

$$[a^{-1} * r]^3 = t \dots (2)$$

olduğuna göre, $a^{-1} * r = q \dots (3)$ olur.

$q * r = q$ olduğuna göre, $a^{-1} = q \dots (4)$ olur.

* işlemine göre etkisiz eleman r dir.

$$(a^{-1})^{-1} = q^{-1}$$

$$a = q^{-1} \Rightarrow a = s \text{ dir.}$$

Cevap D

17. $a * b = a^2 + (a \Delta b) \dots (1)$

$$a \Delta b = b^2 - (a * b) \dots (2)$$

$(a \Delta b)$ nin (2) denklemindeki değeri (1) denkleminde yerine yazılırsa

$$a * b = a^2 + b^2 - (a * b)$$

$$(a * b) + (a * b) = a^2 + b^2$$

$$2 \cdot (a * b) = a^2 + b^2$$

$$a * b = \frac{a^2 + b^2}{2} \text{ bulunur.}$$

Buradan,

$$5 * 3 = \frac{5^2 + 3^2}{2} = \frac{34}{2} = 17 \text{ olur.}$$

Cevap B

18. $\min(a, b) = (a \text{ ile } b \text{ den küçük olanı})$

$$\max(a, b) = (a \text{ ile } b \text{ den büyük olanı})$$

$$f(8, 7) = \min(8, 7) = 7$$

$$g(3, 5) = \max(3, 5) = 5$$

$$f(f(8, 7), g(3, 5)) = f(7, 5) = \min(7, 5) = 5$$

Cevap B

19. * işleminin etkisiz elemanı $\frac{1}{2}$ dir. a sayısının tersi

a olsun. Bu durumda,

$$a * a = \frac{1}{2}$$

$$2 \cdot a \cdot a = \frac{1}{2}$$

$$a^2 = \frac{1}{4} \text{ ise } a = \frac{1}{2} \text{ veya } a = -\frac{1}{2} \text{ dir.}$$

$$\text{İstenen küme } \left\{ -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\} \text{ dir}$$

Cevap A

20. $\frac{g(48, 60)}{f(48, 60)} = \frac{\text{OKEK}(48, 60)}{\text{ÖBEB}(48, 60)} = \frac{240}{12} = 20$ Cevap C

1. Tamsayılar kümesinde tanımlanan aşağıdaki * işlemlerinden hangisi kapalı değildir?

A) $x * y = x + y$ B) $x * y = 2 \cdot x + 3 \cdot y$
 C) $x * y = x + y^2$ D) $x * y = x^y$
 E) $x * y = x^2 - y^2$

2. Gerçek (reel) sayılar kümesi üzerindeki her a, b için,

$$\sqrt[3]{a} * \sqrt[3]{b} = a \cdot b$$

işlemi tanımlanmıştır.

Buna göre, $-2 * 1$ kaçtır?

A) -8 B) -2 C) 1 D) 2 E) 8

3. Reel (gerçek) sayılar kümesi üzerinde her a, b için,

$$a \star b = a + b + 3 \cdot a \cdot b$$

işlemi tanımlanmıştır.

Buna göre, $\star$ işleminin etkisiz (birim) elemanı kaçtır?

A) -1 B) $-\frac{1}{3}$ C) 0 D) $\frac{1}{3}$ E) 1

4. $\bullet$ işlemi; birleşme, birim eleman ve ters eleman özelliğine sahiptir.

$$a \bullet x \bullet b^{-1} = c$$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(a^{-1} \bullet c) \bullet b$ B) $a \bullet (b \bullet c)^{-1}$ C) $(a \bullet c)^{-1} \bullet b$
 D) $c^{-1} \bullet (a \bullet b^{-1})$ E) $c \bullet b^{-1} \bullet a$

5. Gerçek (reel) sayılar kümesi üzerinde her a, b için,

$$a \star b = a + b - 6$$

işlemi tanımlanmıştır.

Buna göre, 3 ün $\star$ işlemine göre tersi kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 9

6.

*	1	2	3	4	5
1	5	1	2	3	4
2	1	2	3	4	5
3	2	3	4	5	1
4	4	5	1	2	3
5	3	4	5	1	2

 A = {1, 2, 3, 4, 5}

kümesinde * işlemi yandaki tablo ile tanımlanmıştır.

Buna göre, $3 * (3^{-1} * 2)$ işleminin sonucu kaçtır? (3^{-1} : 3 ün * işlemine göre tersi)

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) Yoktur

7.

O	a	b	c	d	e
a	b	c	d	e	a
b	c	d	e	a	b
c	d	e	a	b	c
d	e	a	b	c	d
e	a	b	c	d	e

 A = {a, b, c, d, e}

kümesi üzerinde O işlemi yandaki tablo ile tanımlanıyor.

$\forall x, y \in A$ için,

$$x * y = (c \circ x) \circ (y \circ d)$$

biçiminde * işlemi tanımlanıyor.

Buna göre, a * e aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) a B) b C) c D) d E) e

8.

*	1	2	3	4	5
1	4	5	1	2	3
2	5	1	2	3	4
3	1	2	3	4	5
4	2	3	4	5	1
5	3	4	5	1	2

 A = {1, 2, 3, 4, 5}

kümesinde * işlemi yandaki tablo ile tanımlanmıştır.

Buna göre, $(5 * a) * 1 = 3$ eşitliğini sağlayan a kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. A = {1, 2, 3, 4, 5} kümesinde

$$x * y = \begin{cases} x, & x > y \text{ ise} \\ y, & y \geq x \text{ ise} \end{cases}$$

$$x \circ y = x + y - 3$$

işlemleri tanımlanıyor.

Buna göre, $(3 * a) \circ 2 = 2$ eşitliğini sağlayan a değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 1 B) 3 C) 5 D) 6 E) 9

10. Reel (gerçek) sayılar kümesinde

$$x * y = 2 \cdot x + 2 \cdot y - 2 \cdot (y * x)$$

işlemi tanımlanıyor.

Buna göre, $2 * 3$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 3 B) $\frac{10}{3}$ C) $\frac{11}{3}$ D) $\frac{13}{3}$ E) 5

11. $x * y = x^2 - (x \Delta y)$

$$x \Delta y = y^2 + (x * y)$$

olduğuna göre, $24 * 22$ kaçtır?

- A) 46 B) 64 C) 81 D) 96 E) 124

12. n pozitif tamsayı, x ve y asal sayıdır.

$$x \Delta y^n = (x + y)^n - y^n$$

olduğuna göre, $3 \Delta 4$ kaçtır?

- A) 16 B) 21 C) 23 D) 25 E) 33

13. Reel (gerçek) sayılar kümesi üzerindeki her a, b için,

$$a \Delta b = a + b - 2 \cdot a \cdot b$$

işlemi tanımlanmıştır.

Buna göre, bu işleminin yutan elemanı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 0 C) -1 D) $-\frac{1}{2}$ E) -2

14.

O	a	b	c	d	e
a	c	d	e	a	b
b	d	e	a	b	c
c	e	a	b	c	d
d	a	b	c	d	e
e	b	c	d	e	a

 $A = \{a, b, c, d, e\}$
 kümesi üzerinde O işlemi yandaki tablo ile tanımlanıyor.
 $x^n = \underbrace{x O x O x O \dots O x}_{n \text{ tane}}$

Buna göre, $b^2 O c^5$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) a B) b C) c D) d E) e

15. Reel sayılar kümesinde tanımlanan,

$$x \square y = x - 3 \cdot x \cdot y + y$$

işlemine göre, tersi kendisine eşit olan reel sayıların toplamı kaçtır?

- A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) 0 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

16. Gerçek (reel) sayılar kümesi üzerindeki her a, b için,

$$a * b = 4 \cdot a + 4 \cdot b - 3 \cdot a \cdot b - 4$$

işlemi tanımlanmıştır.

Buna göre, * işlemine göre, hangi sayının tersi yoktur?

- A) $\frac{4}{3}$ B) 1 C) $\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) -1

17.

O	1	2	3	4	5
1	4	5	1	2	3
2	5	1	2	3	4
3	1	2	3	4	5
4	2	3	4	5	1
5	3	4	5	1	2

 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 kümesi üzerinde O işlemi yandaki tablo ile tanımlanıyor.
 Buna göre,
 $(1 O x) O 2^{-1} = 3$
 eşitliğini sağlayan x kaçtır?

(x^{-1} : O işlemine göre, x in tersi)

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

18.

•	Z	İ	R	V	E
Z	R	V	E	Z	İ
İ	V	E	Z	İ	R
R	E	Z	İ	R	V
V	Z	İ	R	V	E
E	İ	R	V	E	Z

 $A = \{Z, İ, R, V, E\}$
 kümesinde • işleminin tablosu yanda verilmiştir.
 : işlemi;
 $x : y = x^{-1} \cdot y \cdot E$
 şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre, $(Z \cdot V) : R$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

(x^{-1} , • işlemine göre, x in tersi)

- A) Z B) İ C) R D) V E) E

1. Reel (gerçek) sayılar kümesi üzerindeki her a, b için,

$$a * b = a^3 - 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 - b^3$$

olarak tanımlanıyor.

Buna göre, $(3, 025) * (1, 025)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 8 C) 27 D) 64 E) 125

2. Reel (gerçek) sayılar kümesi üzerinde $*$ ve Δ işlemleri,

$$a * b = 3 \cdot a \cdot b$$

$$a \Delta b = (a * b) - a \cdot b$$

olarak tanımlanıyor.

Buna göre, $4 \Delta 2$ kaçtır?

- A) 12 B) 16 C) 28 D) 36 E) 48

3. Reel (gerçek) sayılar kümesi üzerinde $*$ ve Δ işlemleri

$$a * b = 2 \cdot a \cdot b + (a \Delta b)$$

$$a \Delta b = a^2 + b^2 - (a * b)$$

olarak tanımlanıyor.

Buna göre, $2 * 8$ kaçtır?

- A) 25 B) 50 C) 80 D) 100 E) 120

4. Reel sayılar kümesi üzerinde $*$ işlemi

$$x * y = \begin{cases} x^y, & x \geq y \text{ ise} \\ x - y, & y > x \text{ ise} \end{cases}$$

olarak tanımlanıyor.

Buna göre, $(3 * 2) * 11$ kaçtır?

- A) -2 B) $\frac{1}{11}$ C) 2 D) 11 E) 48

5. Reel (gerçek) sayılar kümesi üzerindeki her a ve b için,

$$a \oplus b = a + b - 10 \cdot a \cdot b$$

işlemi tanımlanıyor.

Buna göre, $\oplus$ işleminin etkisiz (birim) elemanı kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 10 E) Yoktur

6. Reel sayılar kümesi üzerinde

$$x * y = x + y - 5$$

işlemi tanımlanıyor.

Buna göre, $*$ işlemine göre 1'in tersi kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 4 D) 2 E) 1

7. Reel (gerçek) sayılar kümesi üzerinde her x, y için,

$$x \circ y = x - 6 \cdot x \cdot y + y$$

işlemi tanımlanmıştır.

Buna göre, $\circ$ işlemine göre $\frac{1}{6}$ 'nın tersi kaçtır?

- A) -6 B) $-\frac{8}{3}$ C) $\frac{8}{3}$ D) 6 E) Yoktur

8. Reel (gerçek) sayılar kümesi üzerinde her x, y için,

$$x * y = x^y$$

işlemi tanımlanıyor.

Buna göre, $2 * (k * 3) = 256$ eşitliğini sağlayan k kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

9. x ve y nin en az biri sıfırdan farklı olmak koşuluyla reel (gerçek) sayılar kümesi üzerinde

$$x * y = y^x$$

işlemi tanımlanıyor.

Buna göre, $2 * [3 * (k * 5)] = 1$ eşitliğini sağlayan k kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

10. $\beta : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$$(a, b) \beta (c, d) = (a \cdot c, b + d)$$

olarak tanımlanıyor.

Buna göre, $(4, 1) \beta (3, 2)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) (12, 3) B) (9, 3) C) (4, 5)
D) (2, 1) E) (3, 10)

11. $\mathbb{R}^2$ de tanımlı $*$ işlemi,

$$(a, b) * (c, d) = (a \cdot d + b \cdot c, a \cdot c + b \cdot d)$$

olarak tanımlanıyor.

Buna göre, $*$ işleminin etkisiz (birim) elemanı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (0, 0) B) (1, 0) C) (1, 1)
D) (0, 1) E) (-1, 1)

12. Reel (gerçek) sayılarda tanımlanan aşağıdaki işlemlerden hangisi değişmelidir?

- A) $x * y = x + y - 4 \cdot x^2$
B) $x * y = x^2 + y$
C) $x * y = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot y^2 + y^3$
D) $x * y = \frac{x}{y}$
E) $x * y = x - y$

13. $*$ k a l e m A = {k, a, l, e, m}

k	m	e	l	a	k
a	e	l	a	k	m
l	l	a	k	m	e
e	a	k	m	e	l
m	k	m	e	l	a

kümesinde $*$ işlemi yandaki tabloyla tanımlanıyor.

Buna göre, aşağıdaki ifadelerin hangileri doğrudur?

- I. A kümesi $*$ işlemine göre kapalıdır.
II. $*$ işleminin birim (etkisiz) elemanı vardır.
III. A kümesindeki tüm elemanların $*$ işlemine göre tersi vardır.

- A) Yalnız I. B) Yalnız II. C) I. ve II.
D) II. ve III. E) I. ve III.

14. $*$ 0 1 2 3 4 A = {0, 1, 2, 3, 4}

0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	0
2	2	3	4	0	1
3	3	4	0	1	2
4	4	0	1	2	3

kümesinde Δ işlemi yandaki tablo ile tanımlanıyor.

Buna göre,

$$(2 \Delta a^{-1}) \Delta 4^{-1} = 2$$

eşitliğini sağlayan a kaçtır?

(x^{-1} : x in Δ işlemine göre tersi)

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

15. $*$ a b c d e A = {a, b, c, d, e}

a	c	d	e	a	b
b	d	e	a	b	c
c	e	a	b	c	d
d	a	b	c	d	e
e	b	c	d	e	a

kümesinde $*$ işlemi yandaki tabloyla tanımlanıyor.

$\forall x * A$ ve $\forall n * Z^+$ için,
 $x^n = \underbrace{x * x * \dots * x}_{n \text{ tane}}$ tir.

Buna göre, (c^{20}) $^{-1}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

(x^{-1} : x in $*$ işlemine göre tersi)

- A) a B) b C) c D) d E) e

16. $*$ a p t l n A = {a, p, t, l, n}

a	a	n	t	l	p
p	n	t	l	p	a
t	t	l	p	a	n
l	l	p	a	n	t
n	p	a	n	t	l

kümesinde $*$ işlemi yandaki tabloyla tanımlanıyor.

Buna göre,

($a * x$) $* n = t$ eşitliğini sağlayan x aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a B) p C) t D) l E) n

17. $f(x, y) = \max(x, 2y)$
 $g(x, y) = \min(2x, 3y)$
olduğuna göre, $f(f(5, 3), g(2, 2))$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

18. Gerçek (reel) sayılar kümesi üzerindeki her x, y için,

$$x * y = x - 6 \cdot x \cdot y + y$$

işlemi tanımlanıyor.

Buna göre, $2 * x^{-1} = 0$ eşitliğini sağlayan x kaçtır? (x^{-1} : x in $*$ işlemine göre tersi)

- A) $\frac{1}{11}$ B) $\frac{2}{11}$ C) 1 D) 2 E) $\frac{23}{11}$

- 1.
- $\forall a, b \in \mathbb{Z}$
- için,

$a \Delta b = a^b + b$ işlemi tanımlanmıştır.

Buna göre, $(1 \Delta 2) \Delta 3$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 28 B) 29 C) 30 D) 31 E) 32

- 2.
- $\forall x, y \in \mathbb{Z}$
- için
- $x * y = x^y - y$
- ve
- $x \circ y = 2 \cdot x + 3 \cdot y$
- işlemleri tanımlanıyor.

Buna göre, $(2 * 3) \circ 4$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 15 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

3. Reel (gerçek) sayılar kümesinde

$$x \circ y = \begin{cases} x^y, & x \geq y \text{ ise} \\ y^x, & x < y \text{ ise} \end{cases}$$

$$x * y = |x - y| + y - x$$

işlemleri tanımlanıyor.

Buna göre, $(3 \circ 2) * (2 \circ 4)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) -14 B) 0 C) 10 D) 14 E) 16

4. Reel (gerçek) sayılar kümesinde

$$a * b = a + b - 5 \cdot a \cdot b$$

işlemi tanımlanıyor.

Buna göre, $*$ işleminin birim elemanı kaçtır?

- A) -5 B)
- $-\frac{1}{5}$
- C) 0 D)
- $\frac{1}{5}$
- E) 5

5. Reel sayılar kümesi üzerinde

$$x \circ y = x - 3 \cdot x \cdot y + y$$

işlemi tanımlanıyor.

Buna göre, $\circ$ işlemine göre hangi elemanın tersi yoktur?

- A) 3 B)
- $\frac{1}{3}$
- C) 0 D)
- $-\frac{1}{3}$
- E) -3

- 6.
- $*$
- s i n a v

s	n	a	v	s	i
i	a	v	s	i	n
n	v	s	i	n	a
a	s	i	n	a	v
v	i	n	a	v	s

$$G = \{s, i, n, a, v\}$$

kümesi üzerinde tanımlanan $*$ işleminin tablosu yanda verilmiştir.

$$\forall x, y \in G \text{ için,}$$

$$x \Delta y = x * n * y$$

işlemi tanımlanıyor.

Buna göre, Δ işlemine göre, etkisiz (birim) eleman aşağıdakilerden hangisidir?

- A) s B) t C) n D) a E) v

- 7.
- $*$
- g ü v e n

g	ü	v	e	n	g
ü	v	e	n	g	ü
v	e	n	g	ü	v
e	n	g	ü	v	e
n	g	ü	v	e	n

$$A = \{g, ü, v, e, n\}$$

kümesinde $*$ işlemi yandaki tablo ile tanımlanıyor.

Buna göre, $(g * v) * n$ nin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) g B) ü C) v D) e E) n

- 8.
- $*$
- e a b c d

e	a	b	c	d	e
a	b	c	d	e	a
b	c	d	e	a	b
c	d	e	a	b	c
d	e	a	b	c	d

$$A = \{a, b, c, d, e\}$$

kümesi üzerinde $*$ işlemi yandaki tablo ile tanımlanıyor.

$$(x * b) * (b * x) = x * b$$

olduğuna göre, x

aşağıdakilerden hangisidir?

- A) e B) a C) b D) c E) d

- 9.
- $*$
- a b c d

a	c	d	a	b
b	d	a	b	c
c	a	b	c	d
d	b	c	d	a

0	a	b	c	d
a	b	c	d	a
b	c	d	a	b
c	d	a	b	c
d	a	b	c	d

$A = \{a, b, c, d\}$ kümesi üzerinde $*$ ve $\circ$ işlemleri yukandaki tablolarla tanımlanıyor.

Buna göre, $(b * c^{-1}) \circ (c \circ a^{-1})$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

(c^{-1} : c nin $*$ işlemine göre tersi)

(a^{-1} : a nın $\circ$ işlemine göre tersi)

- A) a B) b C) c D) d E)
- a^{-1}

10. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 3$ olmak üzere,

$\mathbb{R}$ de $f(a) \Delta f(b) = (f \circ f)(a + b)$ biçiminde bir Δ işlemi tanımlanıyor.

$\circ$ işlemi fonksiyonlarda bileşke işlemi olduğuna göre, $f(3) \Delta f(2)$ kaçtır?

- A) 25 B) 26 C) 27 D) 28 E) 29

11. $\mathbb{R}$ de Δ işlemi,

$$x \Delta y = 5 \cdot x + 5 \cdot y + 4 \cdot x \cdot y + 5$$

biçiminde tanımlanıyor.

$(-2) \Delta a^{-1} = 1$ olduğuna göre, a kaçtır?

(a^{-1} : a nın Δ işlemine göre tersi)

- A) -1 B) $-\frac{4}{3}$ C) $-\frac{5}{3}$ D) -2 E) $-\frac{7}{2}$

12. $\forall x, y \in \mathbb{R}$ için Δ ve $*$ işlemleri

$$x \Delta y = \begin{cases} 2 \cdot x, & x \circ y > 1 \\ x + y, & x \circ y \leq 1 \end{cases}$$

$$x \circ y = 3 \cdot x + y + 1$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $(-1 \Delta 2) \circ 4$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 4 D) 7 E) 8

13. $\oplus$

	a	b	c	d
a	c	d	a	b
b	d	a	b	c
c	a	b	c	d
d	b	c	d	a

$$A = \{a, b, c, d\}$$

kümesinde $\oplus$ işlemi şekildeki tablo ile tanımlanıyor. Aynı A kümesinde $*$ işlemi

$$x * y = (x \oplus y) \oplus d^{-1}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $*$ işleminin etkisiz elemanı aşağıdakilerden hangisidir?

(d^{-1} : d nin $\oplus$ işlemine göre tersi)

- A) a B) b C) c D) d E) d^{-1}

14. Reel (gerçek) sayılar kümesi üzerinde,

$$a^3 * b^3 = (a^2 + a \cdot b + b^2) \cdot (a - b) - 2$$

işlemi tanımlanıyor.

Buna göre, $8 * 4$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

15. Reel (gerçek) sayılar kümesinde her a, b için,

$$a \square b = 3 \cdot a + 3 \cdot b + a \cdot b + 6$$

işlemi tanımlanıyor.

$\square$ işleminin yutan elemanı y olmak üzere, $m \square (-m) = y$ eşitliğini sağlayan pozitif m sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

16. Reel (gerçek) sayılar kümesi üzerinde,

$$a * b = 2 \cdot a + 3 \cdot b - 4 \cdot (b * a)$$

işlemi tanımlanıyor.

Buna göre, $1 * 2$ kaçtır?

- A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{8}{7}$ C) $\frac{12}{7}$ D) $\frac{16}{9}$ E) $\frac{17}{11}$

17. Reel (gerçek) sayılar kümesi üzerinde her a, b için,

$$a \square b = a + b - 3 \cdot a \cdot b$$

işlemi tanımlanıyor.

Buna göre, tersi yutan elemanın 3 katına eşit olan sayı kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

18. $\mathbb{R}^2$ de Δ işlemi

$$(a, b) \Delta (c, d) = (a + c, b \cdot d)$$

olarak tanımlanıyor.

Buna göre, $(2, 1) \Delta (1, 4)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) (3, 4) B) (1, 1) C) (0, 4)
D) (2, 3) E) (4, 3)

19. Pozitif gerçel (reel) sayılar kümesi üzerindeki her a, b için,

$$a \Delta b = \frac{2 \cdot a + b}{a + b}$$

işlemi tanımlanmıştır.

Buna göre, $2 \Delta 3 = 3 \Delta k$ eşitliğinde k kaçtır?

- A) $\frac{9}{2}$ B) 4 C) $\frac{7}{2}$ D) 3 E) $\frac{5}{2}$

20. $A = \{x : |x - 2| < 2, x \in \mathbb{Z}\}$ kümesindeki her a, b için

$$a \star b = (a \text{ ve } b \text{ nin küçük olmayanı})$$

işlemi tanımlanıyor.

Buna göre, $\star$ işleminin yutan elemanı kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

21. $a \Delta b = \begin{cases} a + 2 \cdot b, & a \geq b \\ a \cdot b, & a < b \end{cases}$

olduğuna göre, $(2 \Delta 3) \Delta 1$ kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) 8

22. Kümeler üzerinde $\cap$ (kesişim) işleminin yutan elemanı aşağıdakilerden hangisidir? (E evrensel küme ve $\bar{A}$: A'nın tümleyeni)

- A) $\emptyset$ B) E C) A D) $\bar{A}$ E) $A - B$

23. Reel (gerçel) sayılar kümesi üzerindeki her a, b için,

$$a^3 \Delta b^3 = (a + b)^3 - 3 \cdot a \cdot b \cdot (a + b) - 8$$

işlemi tanımlanıyor.

Buna göre, Δ işleminin etkisiz (birim) elemanı kaçtır?

- A) 8 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

24. $\star$ | a b c d e A = {a, b, c, d, e}
- | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| a | b | c | d | e | a |
| b | c | d | e | a | b |
| c | d | e | a | b | c |
| d | e | a | b | c | d |
| e | a | b | c | d | e |
- kümesinde $\star$ işlemi şekildeki tablo ile tanımlanıyor.
- Buna göre,
- $(a \star b)^{-1} \star c = d \star x$

eşitliğini sağlayan x aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) e B) d C) c D) b E) a

25. $\star$ | 0 1 2 3 A = {0, 1, 2, 3}
- | | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 3 | 2 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 3 | 2 | 1 |
| 2 | 1 | 0 | 3 | 2 |
| 3 | 0 | 1 | 2 | 3 |
- kümesinde $\star$ işlemi yandaki tablo ile tanımlanmıştır.
- Buna göre, aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

I. $\star$ işleminin değişme özelliği yoktur.

II. $\star$ işleminin birim elemanı 3 tür.

III. $\star$ işlemine göre 1'in tersi 1'dir.

- A) I, II ve III B) Yalnız I C) Yalnız II
D) I ve II E) II ve III

26. Reel (gerçel) sayılar kümesi üzerinde her a, b için,

$$a \Delta b = a + b + 1$$

işlemi tanımlanıyor.

Buna göre, 3'ün Δ işlemine göre tersi kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) 0 C) $-\frac{1}{3}$ D) -3 E) -5

27. Reel (gerçel) sayılar kümesi üzerindeki her a, b için,

$$a \Delta b = a + 5 \cdot b$$

işlemi tanımlanıyor.

Buna göre, Δ işleminin sağdan birim elemanı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) Yoktur

Modüler aritmetik konusu giderek önem kazanmaktadır. Örneğin, 2001-ÖSS'de modüler aritmetikle ilgili 3 soru soruldu.

Matematik sistemlerin iyi anlaşılabilmesi için, işlemin özelliklerinin çok iyi bilinmesi gerekir.

Son yedi yılın Öğrenci Seçme Sınavı'nda modüler aritmetik konusuyla ilgili toplam 7 soru soruldu.

MODÜLER ARİTMETİK ve MATEMATİK SİSTEMLERİ

⇒ I. MODÜLER ARİTMETİK

⇒ II. MATEMATİK SİSTEMLERİ

→ A. TANIM

→ B. GRUP

⇒ ÇÖZÜMLÜ TEST

⇒ CEVAPLI TEST (1, 2, 3)

B

Ö

L

Ü

M

15

MODÜLER ARİTMETİK ve MATEMATİK SİSTEMLERİ

I. MODÜLER ARİTMETİK

a, b, m birer tamsayı ve $m > 1$ olmak üzere, tamsayılar kümesi üzerinde tanımlanan

$$\beta = \{(a, b) : m \mid (a - b)\}$$

bir denklik bağıntısıdır.

β denklik bağıntısı olduğundan

$\forall (a, b) \in \beta$ için,

$$a \equiv b \pmod{m}$$

biçiminde yazılır. "m modülüne göre a sayısı b ye denktir" denir.

Burada; a ve b tam sayılarının m ile bölümünden kalanlar eşittir.

k, a, b $\in \mathbb{Z}$ olmak üzere,

$$\begin{array}{r} a \mid m \\ \hline b \end{array} \text{ ise, } a = b + m \cdot k$$

$$\text{ise, } a \equiv b \pmod{m} \text{ dir.}$$

Örnek 1

$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ kümesinde

$$\beta = \{(x, y) : 3 \mid (x - y)\}$$

denklik bağıntısıdır.

$$(7, 1) \in \beta \text{ olduğu için } 7 \equiv 1 \pmod{3}$$

$$(7, 10) \in \beta \text{ olduğu için } 7 \equiv 10 \pmod{3}$$

$$(1, 4) \in \beta \text{ olduğu için } 1 \equiv 4 \pmod{3}$$

$$(8, 5) \in \beta \text{ olduğu için } 8 \equiv 5 \pmod{3} \text{ olur.}$$

Örnek 2

$$\begin{array}{r} 29 \mid 3 \\ \hline 27 \mid 9 \\ \hline 2 \end{array}$$

29 un 3 ile bölümünden kalan 2 olduğu için

$$29 \equiv 2 \pmod{3}$$

yazılabilir. Ancak bu denklik istenildiği kadar uzatılabilir.

$$\dots \equiv 32 \equiv 29 \equiv 26 \equiv 23 \equiv 20 \equiv \dots \pmod{3}$$

Örnek 3

Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $57893 \equiv 3 \pmod{10}$

B) $6796 \equiv 1 \pmod{5}$

C) $2438 \equiv 2 \pmod{3}$

D) $1574 \equiv 0 \pmod{2}$

E) $5163 \equiv 1 \pmod{3}$

Çözüm

A) 57893 sayısının 10 ile bölümünden kalan 3 tür.

B) 6796 sayısının 5 ile bölümünden kalan 1 dir.

C) 2438 sayısının 3 ile bölümünden kalan 2 dir.

D) 1574 sayısının 2 ile bölümünden kalan 0 dir.

E) 5163 sayısının 3 ile bölümünden kalan 0 olduğundan E seçeneği yanlıştır.

Cevap E

Örnek 4

$$5 - x \equiv 4 \pmod{7}$$

olduğuna göre, x in alabileceği en küçük pozitif iki farklı tamsayının toplamı kaçtır?

A) 1 B) 4 C) 8 D) 9 E) 10

Çözüm

$$5 - x \equiv 4 \pmod{7}$$

$$-x \equiv 4 - 5 \pmod{7}$$

$$-x \equiv -1 \pmod{7}$$

$$x \equiv 1 + 7 \cdot k \dots (\star) \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$k = 0 \text{ için, } x = 1$$

$$k = 1 \text{ için, } x = 8$$

Buna göre, x in alabileceği en küçük iki pozitif tamsayı değerinin toplamı : $1 + 8 = 9$ olur.

Cevap D

Örnek 5

$$15 \equiv 3 \pmod{m}$$

olduğuna göre, m nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

A) 29 B) 28 C) 27 D) 26 E) 25

Çözüm

$$15 \equiv 3 \pmod{m} \text{ ise,}$$

$$15 = 3 + m \cdot k, (k \in \mathbb{Z})$$

$$15 - 3 = m \cdot k$$

$$12 = m \cdot k$$

$$m = \frac{12}{k} \dots (\star)$$

m bir tamsayı ve $m > 1$ olduğuna göre,

$$k = 1 \text{ için, } m = 12$$

$$k = 2 \text{ için, } m = 6$$

$$k = 3 \text{ için, } m = 4$$

$$k = 4 \text{ için, } m = 3$$

$$k = 6 \text{ için, } m = 2 \text{ dir.}$$

m nin alabileceği değerlerin toplamı :

$$12 + 6 + 4 + 3 + 2 = 27 \text{ dir.}$$

Cevap C

Örnek 6

$$a \equiv 2 \pmod{5}$$

olduğuna göre, a nın alabileceği değerlerin kümesini bulalım.

Çözüm

$$a \equiv 2 \pmod{5} \text{ ise,}$$

$$a = 2 + 5k, (k \in \mathbb{Z})$$

olduğundan a nın alabileceği değerlerin kümesi

$$\bar{a} = \{\dots, -13, -8, -3, 2, 7, 12, \dots\} \text{ dir.}$$

UYARI :

Tamsayıların m sayma sayısı ile bölünmesiyle elde edilen kalanlar:

$$0, 1, 2, 3, \dots, (m - 1) \text{ dir.}$$

Her tamsayı m ile bölündüğünde hangi kalanı veriyorsa o kalana denktir. Bu kalanların her biri belirlediği denklik sınıfının temsilci elemanı olarak alınırsa, denklik sınıfları,

$$\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \dots, \overline{(m - 1)} \text{ olur.}$$

Bu denklik sınıflarının kümesine m nin kalan sınıflarının kümesi de denir ve $\mathbb{Z} / m$ biçiminde gösterilir.

$$\text{Buna göre, } \mathbb{Z} / m = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \dots, \overline{(m - 1)}\} \text{ olur.}$$

KURAL :

n bir sayma sayısı ve k bir tamsayı

$$a \equiv b \pmod{m}$$

$$x \equiv y \pmod{m}$$

olmak üzere,

$$1) a + x \equiv b + y \pmod{m}$$

$$2) a - x \equiv b - y \pmod{m}$$

$$3) a \cdot x \equiv b \cdot y \pmod{m}$$

$$4) x^n \equiv y^n \pmod{m}$$

$$5) k \cdot a \equiv k \cdot b \pmod{m} \text{ olur.}$$

Örnek 7

$$2^{73}$$

sayısının 5 ile bölünmesiyle elde edilen kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

$$2^1 \equiv 2 \pmod{5}$$

$$2^2 \equiv 4 \pmod{5}$$

$$2^3 \equiv 3 \pmod{5}$$

$$2^4 \equiv 2^3 \cdot 2 \equiv 3 \cdot 2 \equiv 1 \pmod{5}$$

$$(2^4)^{18} \equiv 1^{18} \pmod{5}$$

$$2^{72} \equiv 1 \pmod{5} \dots (\star)$$

$$2^{72} \cdot 2^1 \equiv 1 \cdot 2 \pmod{5}$$

$$2^{73} \equiv 2 \pmod{5}$$

Cevap C

Örnek 8

$$3^{47}$$

sayısının birler basamağındaki rakam kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm

Bir sayının, 10 ile bölümünden kalan o sayının birler basamağındaki rakamı verir.

Buna göre,

$$3^1 \equiv 3 \pmod{10}$$

$$3^2 \equiv 9 \pmod{10}$$

$$3^3 \equiv 7 \pmod{10}$$

$$3^4 \equiv 1 \pmod{10}$$

$$(3^4)^{11} \equiv 1^{11} \pmod{10}$$

$$3^{44} \equiv 1 \pmod{10}$$

$$3^{44} \cdot 3^3 \equiv 1 \cdot 7 \pmod{10}$$

$$3^{47} \equiv 7 \pmod{10}$$

Cevap D

Örnek 9 _____

$$16^{2003} \equiv x \pmod{7}$$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

$$16^1 \equiv 2 \pmod{7}$$

$$16^2 \equiv 4 \pmod{7}$$

$$16^3 \equiv 1 \pmod{7}$$

$$(16^3)^{667} \equiv 1^{667} \pmod{7}$$

$$16^{2001} \equiv 1 \pmod{7}$$

$$16^2 \cdot 16^{2001} \equiv 4 \cdot 1 \pmod{7}$$

$$16^{2003} \equiv 4 \pmod{7}$$

olduğuna göre, $x = 4$ tür.

$$\begin{array}{r|l} 2003 & 3 \\ -18 & 667 \\ \hline 20 & \\ -18 & \\ \hline 23 & \\ -21 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

Cevap D

Örnek 10 _____

$$(1991)^{2002} \equiv x \pmod{5}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

$$1991^1 \equiv 1 \pmod{5}$$

$$(1991^1)^{2002} \equiv 1^{2002} \pmod{5}$$

$$(1991)^{2002} \equiv 1 \pmod{5}$$

olduğuna göre, $x = 1$ dir.

Cevap B

Örnek 11 _____

$$(2003)^x \equiv 2 \pmod{5}$$

olduğuna göre, x in en küçük doğal sayı değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 7 E) 10

Çözüm

$$2003^1 \equiv 3 \pmod{5}$$

$$2003^2 \equiv 4 \pmod{5}$$

$$2003^3 \equiv 2 \pmod{5}$$

olduğu için, x in en küçük doğal sayı değeri 3 tür.

Cevap C

Örnek 12 _____

$$(102)^{25}$$

sayısının 8 ile bölünmesiyle elde edilen kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 6

Çözüm

$$102 \equiv 6 \pmod{8}$$

$$(102)^2 \equiv 4 \pmod{8}$$

$$(102)^3 \equiv 6 \cdot 4 \pmod{8}$$

$$(102)^3 \equiv 0 \pmod{8}$$

$$[(102)^3]^8 \equiv 0^8 \pmod{8}$$

$$(102)^{24} \equiv 0 \pmod{8}$$

$$(102)^{24} \cdot 102^1 \equiv 0 \cdot 6 \pmod{8}$$

$$(102)^{25} \equiv 0 \pmod{8}$$

Cevap A

Örnek 13 _____

$$(2000)^{48}$$

sayısının 6 ile bölünmesiyle elde edilen kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

$$2000 \equiv 2 \pmod{6}$$

$$2000^2 \equiv 4 \pmod{6}$$

$$2000^3 \equiv 2 \pmod{6}$$

$$2000^4 \equiv 4 \pmod{6}$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$2000^{48} \equiv 4 \pmod{6}$$

Buna göre, 2000 nin tek kuvvetleri 2 ye, çift kuvvetleri 4 e denktir.

Cevap E

Örnek 14

$$3^{45} + 2^{38} - 5^{24}$$

sayısının 8 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

$$3^1 \equiv 3 \pmod{8}$$

$$3^2 \equiv 1 \pmod{8}$$

$$(3^2)^{22} \equiv 1^{22} \pmod{8}$$

$$3^{44} \equiv 1 \pmod{8}$$

$$3^{44} \cdot 3^1 \equiv 1 \cdot 3 \pmod{8}$$

$$3^{45} \equiv 3 \pmod{8} \dots (\star)$$

$$2^1 \equiv 2 \pmod{8}$$

$$2^2 \equiv 4 \pmod{8}$$

$$2^3 \equiv 0 \pmod{8}$$

$$2^{38} \equiv 0 \pmod{8} \dots (\star\star)$$

$$5^1 \equiv 5 \pmod{8}$$

$$5^2 \equiv 1 \pmod{8}$$

$$5^{24} \equiv 1 \pmod{8} \dots (\star\star\star)$$

$$3^{45} + 2^{38} - 5^{24} \equiv 3 + 0 - 1 \equiv 2 \pmod{8}$$

Cevap C

Örnek 15

$$6^{2000} \equiv x \pmod{7}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 5

Çözüm

$$7 \equiv 0 \pmod{7}$$

$$6 + 1 \equiv 0 \pmod{7}$$

$$6 \equiv -1 \pmod{7} \dots (\star)$$

$$6^{2000} \equiv (-1)^{2000} \pmod{7}$$

$$\equiv 1^{2000} \pmod{7}$$

$$\equiv 1 \pmod{7}$$

Cevap B

Örnek 16

n bir sayma sayısıdır.

$$(2n + 1)^2 \equiv x \pmod{8}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

(I. Yol)

$$(2n + 1)^2 = 4n^2 + 4n + 1$$

$$= 4(n^2 + n) + 1$$

$$= 4n(n + 1) + 1$$

n bir sayma sayısı ise, n(n + 1) çift bir sayıdır. Dolayısıyla

$$4 \cdot n(n + 1)$$

sayısı 8'in katıdır.

$$4n(n + 1) \equiv 0 \pmod{8}$$

$$4n(n + 1) + 1 \equiv 0 + 1 \pmod{8}$$

$$4n^2 + 4n + 1 \equiv 1 \pmod{8}$$

(II. Yol)

n = 1 için,

$$(2n + 1)^2 = 3^2 = 9 \equiv 1 \pmod{8} \text{ olur.}$$

Cevap B

Örnek 17

n bir doğal sayıdır.

$$3^{2n} + 7$$

sayısının 8 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 6

Çözüm

(I. Yol)

$$3^1 \equiv 3 \pmod{8}$$

$$3^2 \equiv 1 \pmod{8}$$

$$(3^2)^n \equiv 1^n \pmod{8}$$

$$3^{2n} \equiv 1 \pmod{8}$$

$$3^{2n} + 7 \equiv 1 + 7 \pmod{8}$$

$$3^{2n} + 7 \equiv 0 \pmod{8}$$

(II. Yol)

$$n = 1 \text{ için, } 3^{2n} + 7 = 9 + 7 = 16 \equiv 0 \pmod{8}$$

Cevap A

KURAL :

x , m nin tam katı olmayan pozitif bir tamsayı ve m bir asal sayı ise,

$$x^{m-1} \equiv 1 \pmod{m} \text{ dir.}$$

x in $(m-1)$ den daha küçük kuvvetinde de 1 bulunabilir.

Örnek 18 _____

$$3^6 \equiv 1 \pmod{7},$$

$$4^6 \equiv 1 \pmod{7},$$

$$7^{10} \equiv 1 \pmod{11},$$

$$2^3 \equiv 1 \pmod{7},$$

$$2^6 \equiv 1 \pmod{7} \text{ dir.}$$

Örnek 19 _____

x bir sayma sayısıdır.

$$3^x \equiv 1 \pmod{19}$$

olduğuna göre, x in en küçük değeri kaçtır?

- A) 1 B) 5 C) 7 D) 10 E) 18

Çözüm

Yukandaki kural gereği,

$$3^{19-1} \equiv 1 \pmod{19}$$

$$3^{18} \equiv 1 \pmod{19}$$

$$x = 18 \text{ dir.}$$

Cevap E

Örnek 20 _____

$$22^{16} + 4^{15} + 6^{14} \equiv x \pmod{11}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 5 D) 9 E) 10

Çözüm

$$22^1 \equiv 0 \pmod{11}$$

$$22^{16} \equiv 0 \pmod{11} \dots (1)$$

$$4^1 \equiv 4 \pmod{11}$$

$$4^2 \equiv 5 \pmod{11}$$

$$4^3 \equiv 9 \pmod{11}$$

$$4^4 \equiv 3 \pmod{11}$$

$$4^5 \equiv 1 \pmod{11}$$

$$(4^5)^3 \equiv 1^3 \pmod{11}$$

$$4^{15} \equiv 1 \pmod{11} \dots (2)$$

$$6^1 \equiv 6 \pmod{11}$$

$$6^2 \equiv 3 \pmod{11}$$

$$6^3 \equiv 7 \pmod{11}$$

$$6^4 \equiv 9 \pmod{11}$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$6^{11-1} \equiv 1 \pmod{11}$$

$$6^{10} \equiv 1 \pmod{11}$$

$$6^{10} \cdot 6^4 \equiv 1 \cdot 9 \pmod{11}$$

$$6^{14} \equiv 9 \pmod{11} \dots (3)$$

Buradan,

$$22^{16} + 4^{15} + 6^{14} \equiv 0 + 1 + 9 \equiv 10 \pmod{11} \text{ olur.}$$

Cevap E

UYARI :

$\mathbb{Z} / m$ deki işlemler $(\text{mod } m)$ ye göre yapılır.

Örnek 21 _____

$\mathbb{Z} / 5$ te,

$$\bar{4} \cdot (\bar{2} + \bar{4}) + \bar{3}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\bar{0}$ B) $\bar{1}$ C) $\bar{2}$ D) $\bar{3}$ E) $\bar{4}$

Çözüm

$\mathbb{Z} / 5$ te işlemler $(\text{mod } 5)$ e göre yapılır.

$$\begin{aligned} \bar{4} \cdot (\bar{2} + \bar{4}) + \bar{3} &= \bar{4} \cdot (\bar{1}) + \bar{3} \\ &= \bar{4} + \bar{3} \\ &= \bar{2} \end{aligned}$$

Cevap C

Örnek 22 $\mathbb{Z}/5$ te,

$$3x + 4 = 2$$

önermesinin doğruluk kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $\{\bar{0}\}$
- B)
- $\{\bar{1}\}$
- C)
- $\{\bar{0}, \bar{1}\}$
- D)
- $\{\bar{2}, \bar{1}\}$
- E)
- $\{\bar{0}, \bar{2}\}$

Çözüm

(I. Yol)

$$3x + 4 \equiv 2 \pmod{5}$$

$$3x + 4 + 1 \equiv 2 + 1 \pmod{5}$$

$$3x \equiv 3 \pmod{5}$$

$$x \equiv 1 \pmod{5}$$

$$x = 1 + 5 \cdot k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \bar{1} = \{\dots, -9, -4, 1, 6, 11, \dots\}$$

(II. Yol)

$$3x + 4 = 2$$

$$3x = -2$$

$$x = \frac{-2}{3}$$

 -2 nin $\mathbb{Z}/5$ deki denklik sınıfını yazalım.

$$\{\dots, -2, 3, 8, \dots\}$$

O halde $-2 \equiv 3 \pmod{5}$

olduğuna göre,

$$x = \frac{-2}{3} \equiv \frac{3}{3} = \bar{1} \text{ dir.}$$

(III. Yol)

$$-4 \equiv 1 \pmod{5} \dots (\star)$$

$$3x + 4 = 2$$

$$x = \frac{-2}{3} = \frac{(-2) \cdot (2)}{3 \cdot (2)} = \frac{-4}{6} \equiv \frac{1}{1} = \bar{1}$$

Cevap B

Örnek 23 $\mathbb{Z}/7$ de, $5x = 2$ denkleminin kökü aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $\bar{0}$
- B)
- $\bar{1}$
- C)
- $\bar{2}$
- D)
- $\bar{3}$
- E)
- $\bar{6}$

Çözüm

(I. Yol)

$$5x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{5}$$

2 nin $\mathbb{Z}/7$ deki denklik sınıfını yazalım.

$$\bar{2} = \{\dots, 2, 9, 16, 23, 30, \dots\}$$

O halde, $2 \equiv 30 \pmod{7}$

$$x = \frac{2}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

$$x = \bar{6}$$

(II. Yol)

$$5x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{5}$$

Paydası (mod 7) de 1 olacak biçimde kesir genişletilirse.

$$x = \frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15} = \frac{6}{1} = 6$$

$$x = \bar{6} \text{ olur.}$$

Cevap E

Örnek 24

$$f(x) = 3x + 1$$

olduğuna göre, $\mathbb{Z}/4$ de $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)
- $\bar{3} \cdot x + \bar{2}$
- B)
- $\bar{3} \cdot x + \bar{1}$
- C)
- $\bar{2} \cdot x + \bar{1}$
-
- D)
- $\bar{2} \cdot x + \bar{2}$
- E)
- $\bar{1} \cdot x + \bar{3}$

Çözüm

$$f(x) = 3x + 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-1}{3} = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{3}{9} = \frac{3}{1} = 3 \pmod{4}$$

 $-3 \equiv 1 \pmod{4}$ olduğundan

$$-\frac{1}{3} = \frac{1}{-3} = \frac{1}{1} = 1 \pmod{4}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{3} \cdot x - \frac{1}{3} = \bar{3} \cdot x + \bar{1} \text{ dir.}$$

Cevap B

Örnek 25

$$f(x) = 2 \cdot x$$

olduğuna göre, $(f \circ f)(x)$ işleminin $\mathbb{Z}/3$ deki sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $\bar{2} \cdot x + \bar{1}$
- B)
- $\bar{2} \cdot x + \bar{2}$
- C)
- $\bar{1} \cdot x$
-
- D)
- $\bar{1} \cdot x + \bar{1}$
- E)
- $\bar{1} \cdot x + \bar{2}$

Çözüm

$\mathbb{Z}/3$ de toplama ve çarpma işlemleri mod 3 e göre yapılır.

$$\begin{aligned}
 (f \circ f)(x) &= f(f(x)) \\
 &= f(2 \cdot x) \\
 &= 2 \cdot (2 \cdot x) \\
 &= 2 \cdot 2 \cdot x \\
 &= 1 \cdot x \\
 &= 1 \cdot x \pmod{3}
 \end{aligned}$$

Cevap C

Örnek 26

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

olduğuna göre, $\mathbb{Z}/5$ de $f(2) + f(3) + f(4)$ kaçtır?

- A) $\bar{0}$ B) $\bar{1}$ C) $\bar{2}$ D) $\bar{3}$ E) $\bar{4}$

Çözüm

$$\begin{aligned}
 f(2) &= \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6} = \frac{3}{1} = \bar{3} \\
 f(3) &= \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{2}{6} = \frac{2}{1} = \bar{2} \\
 f(4) &= \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 4}{4 \cdot 4} = \frac{4}{16} = \frac{4}{1} = \bar{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{olduğuna göre, } f(2) + f(3) + f(4) &= \bar{3} + \bar{2} + \bar{4} \\
 &= \bar{4} \text{ olur}
 \end{aligned}$$

Cevap E

Örnek 27

$\mathbb{Z}/7$ de $x^2 = 2$ açık önermesinin doğruluk kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{\bar{1}, \bar{2}\}$ B) $\{\bar{1}, \bar{3}\}$ C) $\{\bar{3}\}$
D) $\{\bar{3}, \bar{4}\}$ E) $\{\bar{4}\}$

Çözüm**(I. Yol)**

2 nin (mod 7) deki denklik sınıfını yazalım.

$$\bar{2} = \{\dots, 2, 9, 16, 23, 30, \dots\}$$

Buna göre,

$$x^2 = 2 \equiv 9 = 16 \text{ dir.}$$

$$x^2 = 9 \Rightarrow x \equiv \bar{3}$$

$$x^2 = 16 \Rightarrow x \equiv \bar{4}$$

$$\bar{C} = \{\bar{3}, \bar{4}\} \text{ olur.}$$

(II. Yol)

$\mathbb{Z}/7$ de, x in alabileceği bütün değerlere karşın x^2 nin alabileceği değerlerin tablosunu yapalım.

x	0	1	2	3	4	5	6
x^2	0	1	4	2	2	4	1

$$x^2 = 2 \Rightarrow x \equiv \bar{3} \text{ veya } x \equiv \bar{4} \text{ olur.}$$

$$\bar{C} = \{\bar{3}, \bar{4}\}$$

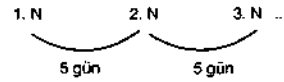
Cevap D

Örnek 28

Bir asker 5 günde bir nöbet tutmaktadır.

Bu asker ilk nöbetini pazartesi günü tuttuğuna göre, 58. nöbetini hangi gün tutar?

- A) Pazartesi B) Salı C) Perşembe
D) Cuma E) Cumartesi

Çözüm

Asker 5 günde bir nöbet tuttuğuna göre, 58. nöbetini tutmak için

$$57 : 5$$

gün geçmesi gerekir.

$$57 \div 5 = 11 \div 5 = 5 \pmod{7}$$

Pazartesi Salı . . . Cumartesi

$$0 \quad 1 \quad 5$$

Asker ilk nöbetini pazartesi günü tuttuğuna göre 7 nin katı olan günler yine pazartesiye rastlar. $57 \equiv 5 \pmod{7}$ olduğuna göre, asker pazartesiye takip eden 5. günde yani, cumartesi günü nöbetini tutar.

Cevap E

Örnek 29

Bugün günlerden salıdır.

460 gün önce doğan bir çocuk hangi gün doğmuştur?

- A) Salı B) Çarşamba C) Perşembe
D) Cuma E) Cumartesi

Çözüm

$$\begin{array}{r}
 460 \div 7 \\
 - 42 \quad 65 \\
 \hline
 40 \\
 - 35 \\
 \hline
 5
 \end{array}$$

$$460 \equiv 5 \pmod{7} \text{ dir.}$$

$$\text{Perşembe Cuma . . . Pazartesi Salı}$$

$$5 \quad 4 \quad 1 \quad 0$$

olduğuna göre, çocuk Perşembe günü doğmuştur.

Cevap C

Örnek 30

Tam 12 yi gösterirken çalıştırılan bir saatin akrebi, 2006 saatlik süre dolduğu anda kaç gösterir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm

Tam 12 yi gösteren bir saat 12 nin tam katlı olan saatlerden sonra yine 12 yi gösterir.

$$\begin{array}{r|l} 2006 & 12 \\ -12 & 167 \\ \hline 80 & \\ -72 & \\ \hline 8 & \\ -8 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$2006 = 2 \pmod{12}$ olduğu için 2006 saat sonra saat 2 yi gösterir.

Cevap A

Örnek 31

Saat şu anda 13:30 olduğuna göre, 2410 saat sonra, saat kaçtır?

- A) 10:00 B) 10:30 C) 11:30
D) 19:30 E) 23:30

Çözüm

$$2410 = 10 \pmod{24}$$

olduğu için, 13:30 un 2410 saat sonrası

$$13:30 + 10:00 = 23:30 \text{ olur.}$$

Cevap E

II. MATEMATİK SİSTEMLER**A. TANIM**

A. boş olmayan bir küme olmak üzere, $\star$, A da tanımlı bir işlem olsun.

$(A, \star)$ ikilisine bir **matematik sistem** denir.

B. GRUP

Boş olmayan bir A kümesi ile A kümesi üzerinde tanımlı bir $\star$ işlemi verilsin.

Aşağıdaki dört koşul sağlanıyorsa, A kümesi $\star$ işlemine göre bir **gruptur**.

- I. A, $\star$ işlemine göre kapalıdır.
- II. A üzerinde $\star$ işleminin birleşme özelliği vardır.
- III. A üzerinde $\star$ işleminin birim (etkisiz) elemanı vardır.

IV. A üzerinde $\star$ işlemine göre her elemanın tersi vardır.

A üzerinde $\star$ işleminin değişme özelliği de varsa $(A, \star)$ sistemi **değişmeli gruptur** denir.

Örnek 32

$(\mathbb{Z}, +)$ sistemi **değişmeli gruptur**.

Örnek 33

$x \in \mathbb{N}$ için, x in toplamaya göre tersi olan $-x$ doğal sayı değildir. Yani $(\mathbb{N}, +)$ ters eleman özelliğine sahip değildir.

Bunun için, $(\mathbb{N}, +)$ sistemi **grup değildir**.

Örnek 34

$A = \{0, 1, 2, 3\}$ kümesi üzerinde her a, b için,

$$a * b = "a \cdot b \text{ nin } 4 \text{ ile bölümünden kalan}"$$

işlemi tanımlanıyor.

Buna göre, $(A, *)$ sistemini inceleyelim.

Çözüm

$*$ işleminin tablosunu yapalım.

$*$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

I. $*$ işlemine göre, A kümesi kapalıdır. Çünkü,

$$\forall a, b \in A \text{ için, } a * b \in A \text{ dir.}$$

II. $*$ işlemi birleşme özelliğine sahiptir. Çünkü,

$$\forall a, b, c \in A \text{ için,}$$

$$(a * b) * c = a * (b * c) \text{ dir.}$$

III. $*$ işleminin etkisiz (birim) elemanı olan 1, A kümesinin elemanı olduğu için $(A, *)$ etkisiz eleman özelliğine sahiptir.

IV. $3^{-1} = 3$ tür. ($3 * 3 = 1$)

$$1^{-1} = 1 \text{ dir. } (1 * 1 = 1)$$

$$2^{-1} = \text{Yoktur. } (2 * ? = 1)$$

$$0^{-1} = \text{Yoktur. } (0 * ? = 1)$$

O halde, A kümesi $*$ işlemine göre ters eleman özelliğine sahip değildir.

Buna göre, $(A, *)$ sistemi **grup değildir**.

Örnek 35

$(\mathbb{Z}/5, \oplus)$ sisteminin grup olduğunu gösterelim.

Çözüm

$\oplus$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$
$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$
$\bar{2}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$
$\bar{3}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$
$\bar{4}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$

$\mathbb{Z}/5 = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ kümesinde $\oplus$ işlemi yandaki tabloda gösterilmiştir.

Tablonun sonuçlar kısmındaki elemanların hepsi $\mathbb{Z}/5$ kümesine ait olduğu için, sistem kapalıdır.

$\oplus$ işlemi birleşme özeliğine sahiptir.

$$(\bar{2} \oplus \bar{3}) \oplus \bar{4} = \bar{2} \oplus (\bar{3} \oplus \bar{4})$$

$$\bar{0} \oplus \bar{4} = \bar{2} \oplus \bar{2}$$

$$\bar{4} = \bar{4}$$

Bu eşitlik $\mathbb{Z}/5$ in bütün elemanlarıyla doğrulanır.

Tabloda gösterildiği gibi, sonuçlar kısmındaki başlangıç satırının ortak elemanı, yani $\bar{0}$ işleminin etkisiz (birim) elemanıdır.

$$e = \bar{0} \text{ dir.}$$

$$\bar{0} \oplus \bar{0} = \bar{0} \Rightarrow \bar{0} \text{ in tersi } \bar{0} \text{ dir.}$$

$$\bar{1} \oplus \bar{4} = \bar{4} \oplus \bar{1} = \bar{0} \Rightarrow \bar{1} \text{ in tersi } \bar{4} \text{ tür.}$$

$$\bar{2} \oplus \bar{3} = \bar{3} \oplus \bar{2} = \bar{0} \Rightarrow \bar{2} \text{ nin tersi } \bar{3} \text{ tür.}$$

$$\bar{3} \oplus \bar{2} = \bar{2} \oplus \bar{3} = \bar{0} \Rightarrow \bar{3} \text{ ün tersi } \bar{2} \text{ dir.}$$

$$\bar{4} \oplus \bar{1} = \bar{1} \oplus \bar{4} = \bar{0} \Rightarrow \bar{4} \text{ ün tersi } \bar{1} \text{ dir.}$$

$\mathbb{Z}/5$ in bütün elemanlarının tersi olduğu için sistem ters eleman özeliğine sahiptir.

Buna göre, $(\mathbb{Z}/5, \oplus)$ sistemi gruptur.

Tablonun köşegenine göre simetrik oluşundan da anlaşılacağı üzere $\oplus$ işlemi değişmelidir.

Bunun için, $(\mathbb{Z}/5, \oplus)$ sistemi **değişmeli gruptur**.

Örnek 36

$A = \mathbb{R} - \{-1\}$ kümesi üzerinde her a, b için,

$$a \square b = a + b + a \cdot b$$

işlemi tanımlanıyor.

Buna göre, $(A, \square)$ sistemini inceleyelim.

Çözüm

I. $\forall a, b \in A$ için, $a \square b \in A$ olduğundan A kümesi kapalıdır.

II. $\forall a, b \in A$ için,

$$\begin{aligned} (a \square b) \square c &= (a + b + a \cdot b) \square c \\ &= a + b + a \cdot b + c + (a + b + a \cdot b) \cdot c \\ &= a + b + c + a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c + a \cdot b \cdot c \end{aligned}$$

$$a \square (b \square c) = a \square (b + c + b \cdot c)$$

$$= a + b + c + b \cdot c + a \cdot (b + c + b \cdot c)$$

$$= a + b + c + b \cdot c + a \cdot b + a \cdot c + a \cdot b \cdot c$$

$$a \square (b \square c) = a \square (b \square c)$$

olduğundan $\square$ işleminin birleşme özeliği vardır.

III. $\forall a \in \mathbb{N}$ için, $a \square e = e \square a = a$ olacak biçimde $e \in A$ etkisiz elemanı araştıralım.

$$a \square e = a + e + a \cdot e = a$$

$$e + a \cdot e = 0$$

$$(1 + a) \cdot e = 0$$

$$e = 0 \dots (1)$$

$$e \square a = e + a + e \cdot a = a$$

$$e + e \cdot a = 0$$

$$(1 + a) \cdot e = 0$$

$$e = 0 \dots (2)$$

(1) ve (2) den $\square$ işleminin etkisiz elemanı 0 dir.

IV. a elemanın $\square$ işlemine göre tersi b olsun ($a^{-1} = b$)

$$a \square b = e$$

$$a + b + a \cdot b = 0$$

$$b + a \cdot b = -a$$

$$b \cdot (1 + a) = -a$$

$$b = -\frac{a}{a+1}$$

$a \in \mathbb{R} - \{-1\}$ olduğundan her elemanın tersi vardır.

Örneğin, 2 nin tersi b ise,

$$b = -\frac{2}{2+1}$$

$$b = -\frac{2}{3}$$

$$b = -\frac{2}{3} \text{ tür.}$$

V. $\forall a, b \in A$ için,

$$a + b + a \cdot b = b + a + b \cdot a$$

$$a \square b = b \square a$$

olduğundan $\square$ işleminin değişme özeliği vardır.

O halde $(A, \square)$ sistemi **değişmeli gruptur**.

1. 6^{101} sayısının 7 ile bölünmesinden elde edilen kalan kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 3 D) 5 E) 6

2. 333^{333} sayısının birler basamağındaki rakam kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 3 D) 5 E) 7

3. $m = 0! + 2! + 4! + \dots + n!$
 $n = 66$ için, m^{66} nın 5 ile bölünmesinden elde edilen kalan kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. $m = (1!)^{1!} + (3!)^{3!} + (5!)^{5!} + \dots + ((2n+1)!)^{55!}$
 $n = 27$ için, m sayısının birler basamağındaki rakam kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 5 D) 7 E) 9

5. 451^{451} sayısının 4 ile bölünmesinden elde edilen kalan kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. n bir sayma sayısıdır.

$$1^n + 2^{2n} + 1 + 3^n + 4^n + 5^{2n}$$

toplamının 6 ile bölünmesiyle elde edilen kalan kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. $A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesinde $*$ işlemi yukarıdaki tabloyla tanımlanıyor.
 $\forall x \in A$ ve $\forall n \in \mathbb{Z}^+$ için,
 $x^n = \underbrace{x * x * \dots * x}_{n \text{ tane}}$ tir.
- | | | | | | |
|-----|---|---|---|---|---|
| $*$ | a | b | c | d | e |
| a | b | c | d | e | a |
| b | c | d | e | a | b |
| c | d | e | a | b | c |
| d | e | a | b | c | d |

Buna göre, a^{103} aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) a B) b C) c D) d E) e

8. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesi üzerinde tanımlı $*$ işlemi tanımlanıyor. $(A, *)$ sistemi grup ve
 $2 * 3^{-1} * m * 3 = 1$ dir.

Buna göre, m aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3 * 2^{-1} * 1 * 3^{-1}$
B) $3^{-1} * 1 * 3 * 2^{-1}$
C) $2^{-1} * 3 * 1 * 3^{-1}$
D) $3 * 1 * 2^{-1} * 3^{-1}$
E) $1 * 2^{-1} * 3^{-1} * 3$

9. $\mathbb{Z}/7$ de,

$$5x = 4$$

olduğuna göre, x^{69} un $\mathbb{Z}/7$ deki eşitli aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\bar{1}$ B) $\bar{2}$ C) $\bar{4}$ D) $\bar{5}$ E) $\bar{6}$

10. 17 günde bir nöbet tutan bir er ilk nöbetini pazartesi günü tutarsa 20. nöbetini hangi gün tutar?

A) Pazartesi B) Salı C) Çarşamba
D) Cuma E) Pazar

11. $\mathbb{Z}/5$ de,

$$1 - x = 3$$

önermesinin doğruluk kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{\bar{0}\}$ B) $\{\bar{1}\}$ C) $\{\bar{2}\}$ D) $\{\bar{3}\}$ E) $\{\bar{4}\}$

12. $\mathbb{Z}/6$ da,

$$5 \cdot x - 1 = 2$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\bar{1}$ B) $\bar{2}$ C) $\bar{3}$ D) $\bar{4}$ E) $\bar{5}$

13. $\mathbb{Z}/7$ de,

$$(2x - 5) \cdot (x + 2) = 0$$

önermesinin doğruluk kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{\bar{2}, \bar{3}\}$ B) $\{\bar{5}, \bar{6}\}$ C) $\{\bar{1}, \bar{3}\}$
D) $\{\bar{5}, \bar{3}\}$ E) $\{\bar{1}, \bar{6}\}$

14. $\mathbb{Z}/7$ de, 2 nin çarpma işlemine göre tersi b , toplama işlemine göre tersi a dır.Buna göre, $a \cdot b$ çarpımının $\mathbb{Z}/7$ deki eşiti kaçtır?

- A) $\bar{2}$ B) $\bar{3}$ C) $\bar{4}$ D) $\bar{5}$ E) $\bar{6}$

15. $\mathbb{Z}/6$ da,

$$x^2 = 4$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{\bar{2}\}$ B) $\{\bar{1}, \bar{2}\}$ C) $\{\bar{2}, \bar{3}\}$
D) $\{\bar{2}, \bar{4}\}$ E) $\{\bar{1}, \bar{5}\}$

16. $\mathbb{Z}/6$ da $y \neq 0$ olmak üzere,

$$x \cdot y = 0$$

eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 0 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

17. $\mathbb{Z}/5$ te,

$$2x + y = 2$$

$$4x + 3y = 0$$

denklemleri sağlayan (x, y) sıralı ikilisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(\bar{3}, \bar{1})$ B) $(\bar{2}, \bar{1})$ C) $(\bar{4}, \bar{0})$
D) $(\bar{2}, \bar{3})$ E) $(\bar{1}, \bar{4})$

18. $\mathbb{Z}/9$ da,

$$3(x + 2) = 0$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{\bar{1}, \bar{0}\}$ B) $\{\bar{3}, \bar{5}\}$ C) $\{\bar{7}, \bar{2}\}$
D) $\{\bar{2}, \bar{1}\}$ E) $\{\bar{1}, \bar{4}, \bar{7}\}$

19. $\mathbb{Z}/7$ de,

$$x^2 = 2x$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{\bar{0}, \bar{1}\}$ B) $\{\bar{0}, \bar{2}\}$ C) $\{\bar{1}, \bar{2}\}$
D) $\{\bar{2}, \bar{5}\}$ E) $\{\bar{0}, \bar{6}\}$

20.

$$f: \mathbb{Z}/7 \rightarrow \mathbb{Z}/7$$

 $f(x) = 4x - 1$ olduğuna göre, $f^{-1}(2)$ kaçtır?

- A) $\bar{1}$ B) $\bar{3}$ C) $\bar{4}$ D) $\bar{5}$ E) $\bar{6}$

1. $6^1 \equiv 6 \pmod{7}$

$$6^2 \equiv 1 \pmod{7}$$

$$(6^2)^{50} \equiv 1^{50} \pmod{7}$$

$$6^{100} \equiv 1 \pmod{7}$$

$$6^{100} \cdot 6^1 \equiv 1 \cdot 6 \pmod{7}$$

$$6^{101} \equiv 6 \pmod{7}$$

olduğundan 6^{101} in 7 ile bölümünden kalan 6 dir.

Cevap E

2. Bir sayının birler basamağındaki rakam, o sayının 10 ile bölümünden kalandır.

$$333^1 \equiv 3 \pmod{10}$$

$$333^2 \equiv 9 \pmod{10}$$

$$333^3 \equiv 7 \pmod{10}$$

$$333^4 \equiv 1 \pmod{10}$$

$$(333^4)^{83} \equiv 1^{83} \pmod{10}$$

$$333^{332} \equiv 1 \pmod{10}$$

$$333^{332} \cdot 3^1 \equiv 1 \cdot 3 \pmod{10}$$

$$333^{333} \equiv 3 \pmod{10}$$

olduğu için 333^{333} sayısının birler basamağındaki rakam 3 tür.

Cevap C

3. $0! = 1$

$$2! = 2$$

$$4! = 24$$

$$6! = 720$$

4! den sonraki terimler 5 in katıdır. Yani 5 ile bölümünden kalan 0 dir.

O halde m nin 5 ile bölümünden kalan

$0! + 2! + 4!$ in 5 ile bölümünden kalandır. Bu da 2 dir. Demek ki, istenen 2^{66} nin 5 ile bölümünden kalandır.

$$2^1 \equiv 2 \pmod{5}$$

$$2^2 \equiv 4 \pmod{5}$$

$$2^3 \equiv 3 \pmod{5}$$

$$2^4 \equiv 1 \pmod{5}$$

$$(2^4)^{16} \equiv 1^{16} \pmod{5}$$

$$2^{64} \equiv 1 \pmod{5}$$

$$2^{64} \cdot 2^2 \equiv 1 \cdot 4 \pmod{5}$$

$$2^{66} \equiv 4 \pmod{5}$$

Cevap E

4. $5!$, 10 ile tam olarak bölünür. Bu sebeple $(5!)^{51}$ de 10 ile bölünür. $(5!)^{51}$ den büyük olan diğer terimler de 10 ile bölünür. O halde m nin 10 ile bölümünden kalan (birler basamağındaki rakam) $(1!)^{11} + (3!)^{31}$ in 10 ile bölümünden kalandır.

$$(1!)^{11} + (3!)^{31} \equiv ? \pmod{10}$$

$$6^1 \equiv 6 \pmod{10}$$

$$6^2 \equiv 6 \pmod{10}$$

$$\dots\dots\dots$$

$$6^6 \equiv 6 \pmod{10}$$

$$(1!)^{11} + (3!)^{31} = 1 + 6^6 \equiv 1 + 6 = 7 \pmod{10}$$

Cevap D

5. 451 in 4 ile bölümünden kalan 51 in 4 ile bölümünden kalandır.

$$451^1 \equiv 3 \pmod{4}$$

$$451^2 \equiv 1 \pmod{4}$$

$$(451^2)^{225} \equiv 1^{225} \pmod{4}$$

$$451^{450} \cdot 451^1 \equiv 1 \cdot 3 \pmod{4}$$

$$451^{451} \equiv 3 \pmod{4}$$

Cevap D

6. (I. Yol)

$$1^n \equiv 1 \pmod{6} \dots (1)$$

$$2^1 \equiv 2 \pmod{6}$$

$$2^2 \equiv 4 \pmod{6}$$

$$2^3 \equiv 2 \pmod{6}$$

$$\dots\dots\dots$$

2'nin tek kuvvetleri 2'ye, çift kuvvetleri 4'e denk olmaktadır. $n \in \mathbb{N}^+$ için, $2n + 1$ tek olduğu için,

$$2^{2n+1} \equiv 2 \pmod{6} \quad \dots (2) \text{ dir.}$$

$$3^1 \equiv 3 \pmod{6}$$

$$3^2 \equiv 3 \pmod{6}$$

.....

3'ün bütün ($n \in \mathbb{N}^+$) kuvvetleri 3'e denk olmaktadır.

$$3^n \equiv 3 \pmod{6} \quad \dots (3) \text{ tür.}$$

$$4^1 \equiv 4 \pmod{6}$$

$$4^2 \equiv 4 \pmod{6}$$

.....

$$4^n \equiv 4 \pmod{6} \quad \dots (4)$$

$$5^1 \equiv 5 \pmod{6}$$

$$5^2 \equiv 1 \pmod{6}$$

$$(5^2)^n \equiv 1 \pmod{6} \quad \dots (5)$$

Buna göre,

$$1^n + 2^{2n+1} + 3^n + 4^n + 5^{2n} \equiv 1 + 2 + 3 + 4 + 1 \equiv 5 \pmod{6} \text{ dir.}$$

(II. Yol)

$$\begin{aligned} n = 1 \text{ için: } 1^n + 2^{2n+1} + 3^n + 4^n + 5^{2n} &= 1 + 2^3 + 3 + 4 + 5^2 \\ &= 1 + 8 + 3 + 4 + 25 \\ &= 41 \\ &\equiv 5 \pmod{6} \end{aligned}$$

Cevap E

7. İşlemin etkisiz elemanı e olduğundan $e^n = e$ dir.

$$a^1 = a$$

$$a^2 = a * a = b$$

$$a^3 = a^2 * a = b * a = c$$

$$a^4 = a^2 * a^2 = b * b = d$$

$$a^5 = a^4 * a^1 = d * a = e$$

$$(a^5)^{20} = e^{20}$$

$$a^{100} = e$$

$$a^{100} * a^3 = e * c$$

$$a^{103} = c$$

Cevap C

8. $a^{-1} * a$ nın sonucu etkisiz eleman olan e'yi verir.

$$2 * 3^{-1} * m * 3 = 1$$

$$2^{-1} * 2 * 3^{-1} * m * 3 = 2^{-1} * 1$$

$$e * 3^{-1} * m * 3 = 2^{-1} * 1$$

$$3^{-1} * m * 3 = 2^{-1} * 1$$

$$3 * 3^{-1} * m * 3 = 3 * 2^{-1} * 1$$

$$m * 3 = 3 * 2^{-1} * 1$$

$$m * 3 * 3^{-1} = 3 * 2^{-1} * 1 * 3^{-1}$$

$$m = 3 * 2^{-1} * 1 * 3^{-1}$$

Cevap A

9. $5x = 4$ ise,

$$x = \frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{12}{15} \equiv 5 \pmod{7} \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$x^{69} \equiv 5^{69} \pmod{7}$$

$$5^1 \equiv 5 \pmod{7}$$

$$5^2 \equiv 4 \pmod{7}$$

$$5^3 \equiv 6 \pmod{7}$$

$$5^4 \equiv 2 \pmod{7}$$

$$5^5 \equiv 3 \pmod{7}$$

$$5^6 \equiv 1 \pmod{7}$$

$$(5^6)^{11} \equiv 1^{11} \pmod{7}$$

$$5^{66} \equiv 1 \pmod{7}$$

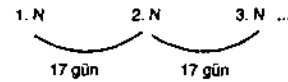
$$5^{66} \cdot 5^3 \equiv 1 \cdot 6 \pmod{7}$$

$$5^{69} \equiv 6 \pmod{7}$$

$$x^{69} \equiv \bar{6} \text{ olur.}$$

Cevap E

10.



20. nöbetin tutulabilmesi için 19 tane 17 gün geçmesi gerekir. Bir haftada 7 gün olduğu için modül 7 alınır.

$$19 \cdot 17 \equiv x \pmod{7}$$

$$5 \cdot 3 \equiv x \pmod{7}$$

$$1 \equiv x \pmod{7}$$

Pazartesi Salı Çarşamba ...

0 1 2

olduğuna göre, ilk nöbetini pazartesi günü tutan bu asker 20. nöbetini salı günü tutar.

Cevap B

11. (I. Yol)

$$1 - x = 3$$

$$1 = 3 + x$$

$$1 + 2 = 3 + x + 2$$

$$3 = 3 + 2 + x$$

$$3 = 5 + x$$

$$\bar{3} = \bar{0} + x \pmod{5}$$

$$x = \bar{3}$$

(II. Yol)

$$1 - x = 3$$

$$-x = 3 - 1$$

$$-x = 2$$

$$x = -2$$

$\mathbb{Z}/5$ de $-2 \equiv -2 + 5k$, ($k \in \mathbb{Z}$) olduğundan,

$k = 1$ için, $-2 \equiv -2 + 5 \cdot 1 \equiv 3$ tür.

Cevap D

12. $5x - 1 = 2$

$$5x - 1 + 1 = 2 + 1$$

$$5x + 0 \equiv 3 \pmod{6}$$

$$5x \equiv 3 \pmod{6}$$

$$5 \cdot 5x \equiv 5 \cdot 3 \pmod{6}$$

$$x \equiv 3 \pmod{6}$$

$$x = \bar{3}$$

Cevap C

13. $(2x - 5) \cdot (x + 2) = 0$ ise

$2x - 5 = 0$ veya $x + 2 = 0$ dir.

$$2x - 5 = 0$$

$$2x = 5$$

$$4 \cdot 2x = 4 \cdot 5$$

$$x \equiv \bar{6} \pmod{7} \dots (\star)$$

$$x + 2 = 0$$

$$x + 2 + 5 \equiv 0 + 5 \pmod{7}$$

$$x + 0 \equiv 5 \pmod{7}$$

$$x \equiv 5 \pmod{7} \dots (\star\star)$$

olduğuna göre, $\bar{C} = \{\bar{5}, \bar{6}\}$

Cevap B

14. $\mathbb{Z}/7$ de, 2 nin çarpma işlemine göre tersi b ise,

$$2 \cdot b = 1$$

$$4 \cdot 2 \cdot b = 4 \cdot 1$$

$$1 \cdot b \equiv 4 \pmod{7}$$

$$b \equiv \bar{4} \text{ tür.}$$

$\mathbb{Z}/7$ de, 2 nin toplama işlemine göre tersi a ise,

$$a + 2 = 0$$

$$a + 2 + 5 = 0 + 5$$

$$a + 0 \equiv 5 \pmod{7}$$

$$a \equiv 5 \pmod{7}$$

$$a = \bar{5} \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$a \cdot b \equiv \bar{4} \cdot \bar{5} \pmod{7}$$

$$a \cdot b \equiv \bar{6} \pmod{7}$$

$$a \cdot b = \bar{6} \text{ olur.}$$

Cevap E

15. $\mathbb{Z}/6$ da işlemler mod 6 ya göre yapılır.

$$x^2 = 4 \text{ ise } x = 2 \text{ veya } x = -2$$

$$-2 \equiv -2 + 6 \cdot k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$k = 1 \text{ için } -2 \equiv 4 \text{ tür.}$$

olduğu için, $x^2 = 4$ ün çözüm kümesi

$$\bar{C} = \{\bar{2}, \bar{4}\} \text{ olur.}$$

Cevap D

16. $\mathbb{Z}/6$ da çarpma işleminin tablosunu yapalım.

*	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	0	2
3	0	3	0	3	0
4	0	4	2	0	4

Tablodan görüldüğü üzere, $x = 5$ için, $x \cdot y = 0$ eşitliğini sağlayan sıfırdan farklı bir y değeri bulunamaz.

Cevap E

17. $2x + y = 2 \dots (1)$

$4x + 3y = 0 \dots (2)$

(1) denklemini 2 ile genişletip (2) denklemiyle taraf tarafa toplayalım.

$$\begin{aligned}
 4x + 2y &= 4 \\
 + 4x + 3y &= 0 \\
 \hline
 (4 + 4)x + (2 + 3)y &\equiv 4 \pmod{5} \\
 8x + 5y &\equiv 4 \pmod{5} \\
 3x + 0y &\equiv 4 \pmod{5} \\
 3x &\equiv 4 \pmod{5} \\
 2 \cdot 3x &\equiv 2 \cdot 4 \pmod{5} \\
 6x &\equiv 8 \pmod{5} \\
 x &\equiv 3 \pmod{5} \\
 x &\equiv \bar{3} \dots (\star) \text{ olur.}
 \end{aligned}$$

Bulunan bu değeri (1) denkleminde yerine yazalım.

$$\begin{aligned}
 2x + y &= 2 \\
 2 \cdot 3 + y &\equiv 2 \pmod{5} \\
 6 + y &\equiv 2 \pmod{5} \\
 1 + y &\equiv 2 \pmod{5} \\
 4 + 1 + y &\equiv 4 + 2 \pmod{5} \\
 0 + y &\equiv 1 \pmod{5} \\
 y &\equiv 1 \pmod{5} \\
 y &\equiv \bar{1} \dots (\star\star)
 \end{aligned}$$

Buna göre, $(x, y) = (\bar{3}, \bar{1})$ dir.

Cevap A

18. (I. Yol)

$$3(x + 2) = 0$$

$\mathbb{Z}/9$ da $x + 2 = 3 \cdot k$, $k \in \mathbb{Z}$ olmalıdır.

$k = 1$ için $x = \bar{1}$

$k = 2$ için $x = \bar{4}$

$k = 3$ için $x = \bar{7}$

Buradan $\mathcal{C} = \{\bar{1}, \bar{4}, \bar{7}\}$ dir.

(II. Yol)

$$3(x + 2) = 0$$

$$3x + 6 = 0 \dots (\star)$$

$\mathbb{Z}/9$ da; x in alabileceği bütün değerlere karşın $3x + 6$ nın alabileceği değerlerin tablosunu yapalım.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
3x	0	3	6	0	3	6	0	3	6
3x+6	6	0	3	6	0	3	6	0	3

Buradan $3x + 6 = 0$ yapan x değerleri $\bar{1}, \bar{4}$ ve $\bar{7}$ dir.

$\mathcal{C} = \{\bar{1}, \bar{4}, \bar{7}\}$ dir.

Cevap E

19. $\mathbb{Z}/7$ de $x^2 = 2x$ ise

$$x^2 - 2x = \bar{0}$$

$$x(x - \bar{2}) = \bar{0}$$

$$x = \bar{0} \text{ veya } x - \bar{2} = 0 \text{ ise, } x = \bar{2} \text{ dir.}$$

O halde, $\mathcal{C} = \{\bar{0}, \bar{2}\}$ dir.

Cevap B

20. $f(x) = 4x - 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+1}{4}$

$$\begin{aligned}
 f^{-1}(2) &= \frac{2+1}{4} = \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{6}{1} \pmod{7} \\
 &\equiv 6 \pmod{7} \\
 &\equiv \bar{6}
 \end{aligned}$$

Cevap E

1. $\mathbb{Z}/6$ da,

$$x + 2 = 1$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A)
- $\bar{0}$
- B)
- $\bar{2}$
- C)
- $\bar{3}$
- D)
- $\bar{4}$
- E)
- $\bar{5}$

2. $\mathbb{Z}/7$ de,

$$3x + 5 = 3$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A)
- $\bar{0}$
- B)
- $\bar{2}$
- C)
- $\bar{3}$
- D)
- $\bar{4}$
- E)
- $\bar{5}$

3. $\mathbb{Z}/7$ de, 4 ün toplama işlemine göre tersi m , çarpma işlemine göre tersi n dir.Buna göre, $m \cdot n$ çarpımının $\mathbb{Z}/7$ deki eşiti kaçtır?

- A)
- $\bar{1}$
- B)
- $\bar{2}$
- C)
- $\bar{3}$
- D)
- $\bar{5}$
- E)
- $\bar{6}$

4. $\mathbb{Z}/5$ de,

$$3x^2 = 2$$

önermesinin doğruluk kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $\{\bar{2}, \bar{3}\}$
- B)
- $\{\bar{0}, \bar{2}\}$
- C)
- $\{\bar{3}, \bar{4}\}$
-
- D)
- $\{\bar{2}, \bar{4}\}$
- E)
- $\{\bar{1}, \bar{0}\}$

5. $\mathbb{Z}/6$ da,

$$2 \cdot (x - 2) = 0$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $\{\bar{2}\}$
- B)
- $\{\bar{2}, \bar{5}\}$
- C)
- $\{\bar{1}, \bar{3}\}$
-
- D)
- $\{\bar{2}, \bar{4}\}$
- E)
- $\{\bar{1}, \bar{5}\}$

6. $\mathbb{Z}/6$ da,

$$3 \cdot x - 1 = 1$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $\{\bar{1}, \bar{2}\}$
- B)
- $\{\bar{0}\}$
- C)
- $\{\bar{2}\}$
- D)
- $\{\bar{5}\}$
- E)
- $\emptyset$

7.

$$f: \mathbb{Z}/11 \rightarrow \mathbb{Z}/11$$

$$f(x) = 4x + 10$$

$$g: \mathbb{Z}/11 \rightarrow \mathbb{Z}/11$$

$$g(x) = 8x - 2$$

olduğuna göre, $(f \circ g)(x)$ işlemi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)
- $\bar{10} \cdot x + \bar{2}$
- B)
- $\bar{7} \cdot x - \bar{5}$
- C)
- $\bar{1} \cdot x + \bar{2}$
-
- D)
- $\bar{6} \cdot x + \bar{5}$
- E)
- $\bar{2} \cdot x + \bar{3}$

8.

$$f: \mathbb{Z}/6 \rightarrow \mathbb{Z}/6$$

$$f(x) = 5x - 4$$

olduğuna göre, $f^{-1}(m) = 0$ eşitliğini sağlayan m değeri kaçtır?

- A)
- $\bar{0}$
- B)
- $\bar{1}$
- C)
- $\bar{2}$
- D)
- $\bar{3}$
- E)
- $\bar{4}$

9. $\mathbb{Z}/7$ de,

$$3x + 2y = 1$$

$$x - 3y = 4$$

denklemleri sağlayan y değeri kaçtır?

- A)
- $\bar{1}$
- B)
- $\bar{3}$
- C)
- $\bar{4}$
- D)
- $\bar{5}$
- E)
- $\bar{6}$

10. 7214^{603} sayısının 9 ile bölünmesiyle elde edilen kalan kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 5 D) 2 E) 1

11. n bir sayma sayıdır.

$$m = 3^{3n} + 5^{6n} + 1 + 6^{3n} + 2$$

olduğuna göre, m sayısının 9 ile bölünmesiyle elde edilen kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 5 E) 8

12. 2002^{2002} sayısının birler basamağındaki rakam kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

13. 1963^{1963} sayısının 4 ile bölümünden elde edilen kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

14. $m = 1! + (2!)^2 + (3!)^3 + (4!)^4 + \dots + (n!)^{20}$

$n = 20$ için m^{2002} sayısının 6 ile bölünmesiyle elde edilen kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 4 E) 5

15. $\mathbb{Z} / 11$ de 5 in çarpma işlemine göre tersi kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

16.

*	x	y	z	t	s
x	s	x	y	z	t
y	x	y	z	t	s
z	y	z	t	s	x
t	z	t	s	x	y
s	t	s	x	y	z

 $A = \{x, y, z, t, s\}$ kümesinde $*$ işlemi yandaki tabloyla tanımlanıyor.
 $\forall a \in A$ ve $\forall n \in \mathbb{Z}^+$ için,
 $a^n = \underbrace{a * a * \dots * a}_{n \text{ tane}}$ dir.

$(A, *)$ sistemi grup olduğuna göre, t^{1004} aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) x B) y C) z D) t E) s

17. $\mathbb{Z} / 9$ da 7^{52187} işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\bar{3}$ B) $\bar{4}$ C) $\bar{5}$ D) $\bar{6}$ E) $\bar{8}$

18.

*	x	y	z	t
x	y	z	t	x
y	z	t	x	1
z	t	.	.	.
t	.	2	z	3

 $A = \{x, y, z, t\}$
 $(A, *)$ sistemi değişmeli gruptur.
Yandaki tabloda 1, 2, 3 sayılarının yerine sırasıyla hangi elemanlar gelmelidir?

- A) y, y, t B) y, x, t C) x, y, z
D) x, y, t E) t, x, t

19. Bir çalar saat 5 günde bir kurulmaktadır.

İlk kez pazar günü kurulan bu saat 25. kez hangi günde kurulur?

- A) Pazar B) Pazartesi C) Salı
D) Perşembe E) Cumartesi

20. $(\mathbb{N}, .)$ sistemi bir grup değildir.

Bunun sebebi aşağıdakilerin hangisidir?

- A) Kapalılık özeliği yoktur.
B) Birleşme özeliği yoktur.
C) Değişme özeliği yoktur.
D) Etkisiz eleman özeliği yoktur.
E) Ters eleman özeliği yoktur.

1. $(37)^{200} \equiv x \pmod{7}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $(81)^{81} \equiv x \pmod{7}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 5

3. $\mathbb{Z}/6$ da,

$(x + 1)^2 = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $\{\bar{4}\}$
- B)
- $\{\bar{1}\}$
- C)
- $\{\bar{0}\}$
- D)
- $\{\bar{5}\}$
- E)
- $\{\bar{2}, \bar{4}\}$

4. $\mathbb{Z}/6$ da,

$(x + 3)^2 = 1$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $\{\bar{0}\}$
- B)
- $\{\bar{2}\}$
- C)
- $\{\bar{4}\}$
- D)
- $\{\bar{0}, \bar{4}\}$
- E)
- $\{\bar{2}, \bar{4}\}$

5. Bugün günlerden pazardır.

Buna göre, 345 gün önce hangi gündü?

- A) Perşembe B) Cuma C) Cumartesi
-
- D) Pazar E) Pazartesi

6. $(67)^{97} + (68)^{100}$

sayısının 6 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 5

7. $(15! + 3! - 5!)^{2003} \equiv x \pmod{6}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 5

8. $(3^{27} + 4^{27} + 5^{27})^{251}$

sayısının 10 ile bölümünden elde edilen kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 6 E) 8

9. $x - 1 \equiv 2 \pmod{6}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. $3^x \equiv 1 \pmod{7}$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 4 B) 5 C) 8 D) 14 E) 18

11. $-4 \equiv x \pmod{7}$
olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisi olamaz?
A) -11 B) -3 C) 3 D) 10 E) 17

12. $4 - x \equiv 3 \pmod{5}$
olduğuna göre, x in alabileceği en küçük iki pozitif değerin toplamı kaçtır?
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

13. 3^{2000}
sayısının 5 ile bölümünden elde edilen kalan kaçtır?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

14. $(1994)^{2002}$
sayısının birler basamağındaki rakam kaçtır?
A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

15. m doğal sayıdır.
 13^{20m+3}
sayısının 5 ile bölümünden kalan kaçtır?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

16. Bugün günlerden salı olduğuna göre, 423 gün sonra hangi gün olur?
A) Salı B) Çarşamba C) Perşembe
D) Cuma E) Pazar

17. $3^{1992} \cdot 4^{2002}$
sayısının 7 ile bölümünden kalan kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

18. 3^{-2001}
sayısının 5 ile bölümünden kalan kaçtır?
(x in çarpma işlemine göre tersi x^{-1} dir.)
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 0

19. 2^{2000}
sayısının birler basamağındaki rakam kaçtır?
A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

20. $f: \mathbb{Z}/7 \rightarrow \mathbb{Z}/7$
 $f(x) = 3x + 2$
olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\bar{3} \cdot x + \bar{5}$ B) $\bar{4} \cdot x + \bar{5}$ C) $\bar{4} \cdot x + \bar{4}$
D) $\bar{5} \cdot x + \bar{4}$ E) $\bar{6} \cdot x + \bar{3}$

1. k bir doğal sayıdır.

$$(-3) \cdot 2^{4k+3} + 3^{20k+2} + 3 \cdot 4^{30k+1}$$

sayısının 5 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. $\mathbb{Z}/m$ de x in toplamaya göre tersi $-x$, çarpmaya göre tersi x^{-1} dir.

Buna göre, $\mathbb{Z}/7$ de,

$$5(-2)^3 + 3^{-1} \cdot 5^{138}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 6

3. $\mathbb{Z}/7$ de,

$$(5x^2 + 3x + 2)(3x^3 - 6x^2 - 5x - 2)$$

çarpımı yapılarak düzenleniyor.

Buna göre, x^3 lü terimin katsayısı kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

4. $\mathbb{Z}/5$ de,

$$(2x + 3)(3x + 4) = 0$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{1\}$ B) $\{2\}$ C) $\{3\}$ D) $\{1, 2\}$ E) $\{1, 3\}$

5. n , iki basamaklı bir doğal sayıdır.

3^n sayısının 7 ile bölümünden kalan 2 dir.

Buna göre, n en az kaçtır?

- A) 17 B) 16 C) 14 D) 12 E) 11

6. f ve g , $\mathbb{Z}/7$ den $\mathbb{Z}/7$ ye tanımlı fonksiyonlardır.

$$f(x) = 2x - 5$$

$$(g \circ f)(x) = 5x + 2$$

olduğuna göre, $g(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\bar{2} \cdot x + \bar{1}$ B) $\bar{6} \cdot x + \bar{4}$ C) $\bar{3} \cdot x + \bar{1}$
D) $\bar{3}$ E) $\bar{2} \cdot x + \bar{3}$

7. $(-17)^{101} = x \pmod{7}$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 6

8. $(\mathbb{Z}/7, \Delta)$ sistemi bir gruptur.

$$a \Delta b = a + b + 3$$

olduğuna göre, $6 \Delta x = 1$ eşitliğini sağlayan x aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 6

9. $A = \{x : x^2 - 1 = 0, x \in \mathbb{Z}/7\}$

$$B = \{x : 2(x + 5) = 2, x \in \mathbb{Z}/6\}$$

olduğuna göre, $A \cup B$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\emptyset$ B) $\{1\}$ C) $\{1, \bar{6}, \bar{2}\}$
D) $\{1, \bar{2}, \bar{5}, \bar{6}\}$ E) $\{1, \bar{6}\}$

10. $-125 \equiv 7 \pmod{n}$

olduğuna göre, n nin alabileceği en büyük değer en küçük değerden kaç fazladır?

- A) 120 B) 130 C) 132 D) 134 E) 135

11. $f: \mathbb{Z}/5 \rightarrow \mathbb{Z}/5$

$$f(x) = 4x + 1$$

olduğuna göre, $f^{-1}(\bar{2})$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\bar{0}$ B) $\bar{1}$ C) $\bar{2}$ D) $\bar{3}$ E) $\bar{4}$

12. Dairesel bir pistin başlangıç noktasından aynı anda hareket eden iki araçtan biri bir turu 24 saatte diğeri 18 saatte tamamlayabiliyor.

Bu iki araç başlangıç noktasından Pazar günü hareket ettikten sonra ilk kez hangi gün tekrar birlikte başlangıç noktasında bulunurlar?

- A) Salı B) Çarşamba C) Perşembe
D) Cuma E) Cumartesi

13. Saat 14:00 ise, 7207 saat sonra, saat kaç gösterir?

- A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

14. $\frac{632145 - 6}{999990} = 0,6\overline{32145}$

devirli ondalık sayısının virgülden sonraki 169. basamağındaki rakam kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

15. x in çarpma işlemine göre tersi x^{-1} , toplama işlemine göre tersi $-x$ dir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $-3 \equiv 2 \pmod{5}$
B) $-24 \equiv 3 \pmod{9}$
C) $(-2)^3 \equiv 4 \pmod{7}$
D) $28 \equiv -4 \pmod{8}$
E) $3^{-1} \equiv 2 \pmod{5}$

16. x bir doğal sayıdır.

$$2^x - 3^x \equiv 1 \pmod{5}$$

olduğuna göre, x in alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 6 D) 10 E) 12

17. $abcd$ dört basamaklı bir sayıdır.

$$d + b - a - c \equiv -4$$

olmak üzere, $(abcd)^{43} \equiv x \pmod{11}$ eşitliğini sağlayan x aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

18. $145 \equiv 1 \pmod{m}$

olduğuna göre, m nin alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 17 B) 16 C) 15 D) 14 E) 13

19. x pozitif bir tamsayıdır.

$$7^x \equiv 4 \pmod{5}$$

olduğuna göre, x in en küçük iki değerinin toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

20. $m = 1 + 2^{100} + 3^{100} + 4^{100} + 5^{100}$

sayısının birler basamağındaki rakamın sayısal değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 7 E) 9

"Polinomlar" konusunun anlaşılması, üslü sayılarla yapılan işlemlerin ve fonksiyonların iyi bilinmesine bağlıdır; çünkü polinom, üslü terimlerden oluşan özel bir fonksiyondur.

Son yedi yılın Öğrenci Seçme Sınavı'nda polinomlarla ilgili toplam 8 soru soruldu.

POLİNOMLAR

⇒ POLİNOMLAR

- A. TANIM
- B. POLİNOMLARLA İLGİLİ TEMEL KAVRAMLAR
- C. ÇOK DEĞİŞKENLİ POLİNOMLAR
- D. POLİNOMLARDA EŞİTLİK
- E. POLİNOMLAR KÜMESİ ÜZERİNDE İŞLEMLER
 - 1. Toplama
 - 2. Çıkarma
 - 3. Çarpma
 - 4. Skalerle Çarpma
 - 5. Polinomlar Kümesi Üzerindeki İşlemlerin Özellikleri
 - 6. Polinomlarda Bölme
 - 7. Horner Metodu
- F. $P(x)$ in $B(x)$ İLE BÖLÜNMESİNDEN ELDE EDİLEN KALAN
 - 1. Bölen Birinci Dereceden ise
 - 2. Bölen İkinci Dereceden ve Çarpanlarına Ayrılıyorsa
 - 3. Bölen Çarpanlarına Ayrılamıyorsa
 - 4. Bölen $(ax + b)^n$ ise
- G. ASAL POLİNOMLAR
- H. POLİNOMLARDA OBEB – OKEK
- I. RASYONEL İFADELERİN BASİT KESİRLERİN TOPLAMI OLARAK YAZILMASI

⇒ ÇÖZÜMLÜ TEST

⇒ CEVAPLI TEST (1, 2, 3, 4, 5)

B

Ö

L

Ü

M

16

P O L İ N O M L A R

A. TANIM

n bir doğal sayı $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$ birer reel sayı olmak üzere,

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$$

biçimindeki ifadeler x değişkenine bağlı, reel katsayı n . dereceden (çok terimli) **polinom** denir.

B. POLİNOMLARLA İLGİLİ TEMEL KAVRAMLAR

- I. $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$ in herbirine polinomun terimlerinin katsayıları denir.
- II. $a_0, a_1x, a_2x^2, \dots, a_{n-1}x^{n-1}, a_nx^n$ in herbirine $P(x)$ polinomunun terimleri denir.
- III. Polinomun terimleri içinde herhangi bir a_kx^k teriminde x in kuvveti olan $k \in \mathbb{N}$ ye bu terimin derecesi denir.
- IV. Polinomu oluşturan terimler içerisinde derecesi en büyük olan terimin katsayısına **polinomun baş katsayısı**, bu terimin derecesine de $P(x)$ in derecesi denir ve **der $[P(x)]$** ile gösterilir.
- V. Değişkene bağlı olmayan terime polinomun **sabit terimi** denir.
- VI. $a_n = a_{n-1} = \dots = a_1 = a_0 = 0$ ise $P(x)$ polinomuna **sıfır polinomu** denir. Sıfır polinomunun derecesi tanımsızdır.
- VII. $a_n = a_{n-1} = \dots = a_2 = a_1 = 0$ ve $a_0 \neq 0$ ise, $P(x)$ polinomuna **sabit polinom** denir. Sabit polinomun **derecesi sıfırdır**.
- VIII. Polinomlar katsayılarına göre de adlandırılabilirler. Katsayıları tamsayılardan oluşan polinoma tam katsayılı polinom, katsayıları rasyonel sayılardan oluşan polinoma rasyonel katsayılı polinom denir.

Örnek 1

$P(x) = -8x^3 + 2x^2 - 3$ polinomunun,

- a) Terim sayısı : 3 tür.
- b) Baş katsayısı : - 8 dir.
- c) der $[P(x)]$: 3 tür.
- d) Katsayıları - 8, 2, - 3 tür.
- e) Birinci dereceden terimin katsayısı sıfırdır.
- f) Sabit terimi - 3 tür.

Örnek 2

$$R(x) = (a + 1)x^2 + (b - 1)x + c + 2$$

polinomu sıfır polinomudur.

Buna göre, $a \cdot b \cdot c$ kaçtır?

- A) - 2 B) - 1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm

$R(x)$ polinomu sıfır polinomu ise,

$$a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$b - 1 = 0 \Rightarrow b = 1$$

$$c + 2 = 0 \Rightarrow c = -2 \text{ dir.}$$

$$\text{Buna göre, } a \cdot b \cdot c = (-1) \cdot (1) \cdot (-2) = 2 \text{ dir.}$$

Cevap E

Örnek 3

$$Q(x) = (a + 2)x^3 + (b - 3)x + a \cdot b$$

polinomu sabit polinomdur.

Buna göre, $Q(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) - 6 B) - 4 C) - 3 D) 0 E) 2

Çözüm

$Q(x)$ polinomu sabit polinom ise,

$$a + 2 = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$b - 3 = 0 \Rightarrow b = 3 \text{ tür.}$$

$$\text{Buna göre, } Q(x) = a \cdot b = (-2) \cdot (3) = -6 \text{ dir.}$$

Cevap A

Örnek 4

Aşağıdaki bağıntılardan kaç tanesi polinom belirtir?

$$\text{I. } P(x) = 3x^2 - 4x^{\frac{1}{4}} + 1$$

$$\text{II. } Q(x) = 4x - 5$$

$$\text{III. } R(x) = 0$$

$$\text{IV. } A(x) = \sqrt{2}$$

$$\text{V. } K(x) = \frac{1}{x} + 3$$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

$$P(x) = 3x^2 - 4x^{\frac{1}{4}} + 1$$

İfadesinin bir terimi $-4x^{\frac{1}{4}}$ tür.

Bu terimin üssü olan $\frac{1}{4} \notin \mathbb{N}$ olduğu için, $P(x)$ polinom değildir.

$$K(x) = \frac{1}{x} + 3$$

$$K(x) = x^{-1} + 3$$

İfadesinin bir terimi x^{-1} in üssü olan $-1 \notin \mathbb{N}$ olduğu için, $K(x)$ polinom değildir.

$R(x)$ sıfır polinomu, $A(x)$ sabit polinom ve $Q(x)$ birinci dereceden bir polinomdur.

Cevap C

Örnek 5

Aşağıdaki ifadelerin polinom olup olmadıklarını araştırınız.

Eğer polinomsa derecelerini, katsayılarını ve sabit terimlerini bulalım.

a) $P(x) = 3x^4 + 2x^3 - 4x + 5$

b) $Q(x) = x^3 + 2x^2 - \sqrt{3}x^2 + 4x - 1$

c) $T(x) = \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$

d) $K(x) = x^3 + \frac{2}{x^2} + 4x + 5$

e) $H(x) = \sqrt{3}x^3 + x^{\frac{3}{2}} + 4x - 5$

Çözüm

a) $P(x) = 3x^4 + 2x^3 - 4x + 5$ ifadesi bir polinomdur. Derecesi 4, katsayıları 3, 2, 0, -4, 5 baş katsayı 3, sabit terim 5 tir.

b) $Q(x) = x + (2 - \sqrt{3})x^2 + 4x - 1$ biçiminde düzenleme yaptıktan sonra bir polinom olduğu görülmektedir. O halde derecesi 3, katsayıları 1, 2 - $\sqrt{3}$, 4, -1 dir.

c) $T(x) = \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$ ifadesi bir polinomdur.

Derecesi 2, katsayıları $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$ ve $\frac{1}{3}$ tür.

d) $K(x) = x^3 + 2 \cdot x^{-2} + 4x + 5$ ifadesi bir polinom değildir. Çünkü ikinci terimdeki x^{-2} nin üssü olan -2 doğal sayı değildir.

e) $H(x) = \sqrt{3}x^3 + x^{\frac{3}{2}} + 4x - 5$ ifadesinde $x^{\frac{3}{2}}$ nin

üssü olan $\frac{3}{2}$ doğal sayı olmadığından $H(x)$ ifadesi bir polinom değildir.

Örnek 6

$$P(x) = 2x^{\frac{5n-3}{n}} + x^{n-2} + 4$$

bağıntısı bir polinomdur.

Buna göre, n kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

$$\frac{5n-3}{n} \in \mathbb{N} \text{ ve } n-2 \in \mathbb{N} \text{ olmalıdır.}$$

$$n-2 \in \mathbb{N} \Rightarrow n = 2, 3, 4, \dots$$

$$\frac{5n-3}{n} = 5 - \frac{3}{n} \in \mathbb{N}$$

$$\left(5 - \frac{3}{n} \in \mathbb{N} \text{ ve } n=2,3,4,\dots\right) \Rightarrow n=3 \text{ tür. Cevap C}$$

C. ÇOK DEĞİŞKENLİ POLİNOMLAR

$$P(x, y) = 3x^4y - 2x^3y + xy^2 + x - \sqrt{3}$$

biçimdeki ifadelere iki belirsizli (değişkenli) polinomlar denir.

Bu biçimdeki polinomların derecesi, aynı terimdeki değişkenlerin üslerinin toplamından en büyük olanıdır.

Örnek 7

$$P(x, y) = -4xy^5 + 3xy^2 - 2x^2y - x + y + 1 \text{ ise}$$

a) $P(x, y)$ nin terim sayısı : 6

b) $P(x, y)$ polinomunda $3xy^2$ teriminin, x e göre derecesi : 1

y ye göre derecesi : 2

x ve y ye göre derecesi : 1 + 2 = 3 tür.

c) $\deg [P(x, y)] = 6$ dir. Çünkü;

- $4xy^5$ teriminin derecesi 1 + 5 = 6 dir.

$3xy^2$ teriminin derecesi 1 + 2 = 3 tür.

- $2x^2y$ teriminin derecesi 2 + 1 = 3 tür.

- x teriminin derecesi 1 dir.

y teriminin derecesi 1 dir.

1 teriminin derecesi sıfırdır.

bunlardan en büyüğü 6 dir.

d) $P(x, y)$ polinomunun baş katsayısı - 4 tür.



UYARI :

Polinomlarda x nesnesine belirsiz ya da tanımsız denebilir. Bunun nedeni hangi kümeden seçileceğinin belirtilmemiş olmasıdır. $x \in \mathbb{R}$ olması durumunda $P(x)$ polinomunu $\mathbb{R}$ den $\mathbb{R}$ ye bir fonksiyon olarak düşünülebilir, bu durumda x belirsizine bilinmeyen ya da değişken diyebiliriz.

$P(x)$ polinomu bir fonksiyon olduğundan, fonksiyonlardaki tüm işlemler polinomlarda da geçerlidir.

Örnek 8

$P(x)$ polinomu için,

$P(x + 2) = x^3 - 2x^2 + 4$ eşitliği veriliyor.

Buna göre, $P(x)$ polinomunu bulalım.

Çözüm

$P(x + 2) = x^3 - 2x^2 + 4$ eşitliğinde

$h = x + 2 \Rightarrow h - 2 = x$ olduğu için x yerine $h - 2$ yazılır.

$$P(h - 2 + 2) = (h - 2)^3 - 2(h - 2)^2 + 4$$

$$P(h) = (h - 2)^3 - 2(h - 2)^2 + 4$$

$P(h)$ polinomunda h yerine x yazılarak $P(x)$ bulunur.

$$P(x) = (x - 2)^3 - 2(x - 2)^2 + 4 \text{ olur.}$$

Örnek 9

$$P(x + 2) = 2x + 3$$

olduğuna göre, $P(0)$, $P(x)$, $P(3)$ ve $P(x+1)$ ifadelerini bulalım.

Çözüm

I. $P(x + 2) = 2x + 3$ te x yerine -2 yazılır.

$$P(-2 + 2) = 2 \cdot (-2) + 3$$

$$P(0) = -4 + 3$$

$$P(0) = -1 \text{ dir.}$$

II. $P(x + 2) = 2x + 3$ te x yerine $x - 2$ yazılır.

$$P(x - 2 + 2) = 2(x - 2) + 3$$

$$P(x) = 2x - 4 + 3$$

$$P(x) = 2x - 1 \text{ dir.}$$

III. $P(x + 2) = 2x + 3$ te x yerine 1 yazılır.

$$P(1 + 2) = 2 \cdot 1 + 3$$

$$P(3) = 2 + 3$$

$$P(3) = 5 \text{ tir.}$$

IV. $P(x + 2) = 2x + 3$ te x yerine $x - 1$ yazılır.

$$P(x - 1 + 2) = 2(x - 1) + 3$$

$$P(x + 1) = 2x - 2 + 3$$

$$P(x + 1) = 2x + 1 \text{ dir.}$$

Örnek 10

$$P(x, y) = 3x^2y^3 - 2xy^2 + xy + x - 3$$

olduğuna göre, $P(2, 1)$ ve $P(-x, 2y)$ ifadelerini bulalım.

Çözüm

$$I. P(x, y) = 3x^2y^3 - 2xy^2 + xy + x - 3$$

$$P(2, 1) = 3 \cdot 2^2 \cdot 1^3 - 2 \cdot 2 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 + 2 - 3$$

$$= 12 - 4 + 2 + 2 - 3$$

$$= 9$$

$$II. P(x, y) = 3x^2y^3 - 2xy^2 + xy + x - 3$$

$$P(-x, 2y) = 3(-x)^2(2y)^3 - 2(-x)(2y)^2 + (-x)(2y) - x - 3$$

$$= 3x^28y^3 + 2x4y^2 - 2xy - x - 3$$

$$= 24x^2y^3 + 8xy^2 - 2xy - x - 3$$

Örnek 11

$$P(x, y) = 4x^3y^2 - 3xy^3 + y - 1$$

olduğuna göre, $P(x^2, -2y)$ yi bulalım.

Çözüm

$$P(x, y) = 4x^3y^2 - 3xy^3 + y - 1$$

$$P(x^2, -2y) = 4(x^2)^3(-2y)^2 - 3x^2(-2y)^3 - 2y - 1$$

$$= 4x^64y^2 - 3x^2(-8)y^3 - 2y - 1$$

$$= 16x^6y^2 + 24x^2y^3 - 2y - 1$$

D. POLİNOMLARDA EŞİTLİK

Aynı dereceli en az iki polinomun eşit dereceli terimlerinin, katsayıları birbirine eşit ise bu polinomlara eşit polinomlar denir.

Örnek 12

$$P(x) = 4x^2 - 3x + 2$$

$$Q(x) = 4x^2 - 2x + 2$$

polinomları için,

a) $\text{der}[P(x)] = \text{der}[Q(x)] = 2$ dir.

b) $P(x) \neq Q(x)$ dir. Çünkü; $P(x)$ polinomunda x li terimin katsayısı -3 , $Q(x)$ polinomunda x li terimin katsayısı -2 dir.

Örnek 13 _____

$$P(x) = 4x^3 - (m-1)x^2 + 8$$

$$Q(x) = px^3 + 5x^2 + k - 1$$

polinomları veriliyor.

$P(x) = Q(x)$ olduğuna göre, $m + p + k$ kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Çözüm

$$P(x) = 4x^3 - (m-1)x^2 + 8$$

$$Q(x) = px^3 + 5x^2 + k - 1$$

$$P(x) = Q(x) \Rightarrow 4 = p \text{ ve } -(m-1) = 5 \text{ ve } 8 = k - 1$$

olduğuna göre,

$$p = 4 \text{ ve } m = -4 \text{ ve } k = 9$$

$$p + m + k = 4 + (-4) + 9 = 9 \text{ dur.}$$

Cevap E

Örnek 14 _____

$$P(x) = (2x-1)^4$$

$$Q(x) = ax^4 - bx^3 + 2cx^2 + dx + k$$

$P(x)$ ve $Q(x)$ polinomları eşit iki polinomdur.

Buna göre, $a + b + 2c - d + k$ kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 80 D) 81 E) 83

Çözüm

(I. Yol)

$$P(x) = 1 \cdot (2x)^4 + 4 \cdot (2x)^3 \cdot (-1) + 6 \cdot (2x)^2 \cdot (-1)^2 + 4 \cdot (2x) \cdot (-1)^3 + (-1)^4$$

$$P(x) = 16x^4 - 32x^3 + 24x^2 - 8x + 1$$

$$Q(x) = ax^4 - bx^3 + 2cx^2 + dx + k$$

$$P(x) = Q(x) \text{ ise}$$

$$a = 16, -b = -32, 2c = 24, d = -8, k = 1$$

$$a = 16, b = 32, c = 12, d = -8, k = 1$$

olduğuna göre,

$$a + b + 2c - d + k = 16 + 32 + 24 - (-8) + 1 = 81 \text{ dir.}$$

(II. Yol)

$$P(x) = Q(x) \text{ ise}$$

$$P(-1) = Q(-1) \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$(2(-1) - 1)^4 = a(-1)^4 - b(-1)^3 + 2c(-1)^2 + d(-1) + k$$

$$(-2-1)^4 = a + b + 2c - d + k$$

$$(-3)^4 = a + b + 2c - d + k$$

$$a + b + 2c - d + k = 81 \text{ dir.}$$

Cevap D

UYARI :

$P(x)$ polinomunda katsayılar toplamı : $P(1)$ dir.

$P(x)$ polinomunda sabit terim : $P(0)$ dir.

Örnek 15 _____

$$P(x) = 2x^4 + 5x^3 - 3x^2 + x - 1$$

polinomunun katsayılarının toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm

$$P(x) = 2x^4 + 5x^3 - 3x^2 + x - 1$$

$$P(1) = 2 \cdot 1^4 + 5 \cdot 1^3 - 3 \cdot 1^2 + 1 - 1$$

$$P(1) = 2 + 5 - 3 + 1 - 1$$

$$= 4$$

Cevap C

Örnek 16 _____

$$P(x) = (2x^3 + 4x - 3) \cdot (x^2 - 2x + c)$$

polinomunun katsayılarının toplamı 9 dur.

Buna göre, c kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

Çözüm

$P(x)$ polinomunun katsayılarının toplamı 9 ise,

$P(1) = 9$ dur. Buna göre,

$$P(1) = (2 \cdot 1^3 + 4 \cdot 1 - 3) \cdot (1^2 - 2 \cdot 1 + c) = 9$$

$$(2 + 4 - 3) \cdot (1 - 2 + c) = 9$$

$$3 \cdot (-1 + c) = 9$$

$$-1 + c = 3$$

$$c = 4 \text{ tür.}$$

Cevap A

Örnek 17

$$P(2x + 3) = 2x^3 + 2x^2 + 3$$

P(x) polinomunun katsayılarının toplamını ve sabit terimini bulalım.

Çözüm

- I. P(x) polinomunun katsayılarının toplamı P(1) dir.
P(2x + 3) ifadesinden P(1) bulmak için
(2x + 3 = 1 ⇒ x = -1 olduğu için) x yerine -1 yazılır. Buna göre,

$$P(2x + 3) = 2x^3 + 2x^2 + 3$$

$$P(2(-1) + 3) = 2(-1)^3 + 2(-1)^2 + 3$$

$$P(-2 + 3) = -2 + 2 + 3$$

$$P(1) = 3 \text{ olur.}$$

- II. P(x) polinomunun sabit terimi P(0) dir.

P(2x + 3) ifadesinden P(0) ı bulmak için

$$(2x + 3 = 0 ⇒ x = -\frac{3}{2} \text{ olduğu için) } x \text{ yerine}$$

$$-\frac{3}{2} \text{ yazılır. Buna göre,}$$

$$P(2x + 3) = 2x^3 + 2x^2 + 3$$

$$P\left(2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + 3\right) = 2\left(-\frac{3}{2}\right)^3 + 2\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 3$$

$$P(-3 + 3) = 2\left(-\frac{27}{8}\right) + 2\left(\frac{9}{4}\right) + 3$$

$$P(0) = -\frac{27}{4} + \frac{18}{4} + 3$$

$$P(0) = \frac{3}{4} \text{ tür.}$$

Örnek 18

$$P(x, y) = (x^3y - 2x^2y^3 + 2x + y + 2)^4$$

polinomunun katsayılarının toplamını ve sabit terimini bulalım.

Çözüm

- I. P(x, y) polinomunun katsayılarının toplamı P(1, 1) dir. Buna göre,
P(1, 1) = (1³ · 1 - 2 · 1² · 1³ + 2 · 1 + 1 + 2)⁴
P(1, 1) = (1 - 2 + 2 + 1 + 2)⁴
= 4⁴
= 256 dir.

- II. P(x, y) polinomunun sabit terimi P(0, 0) dir.
Buna göre,
P(0, 0) = (0 - 0 + 0 + 0 + 2)⁴
= 2⁴
= 16 dir.

Örnek 19

Aşağıdaki tabloyu inceleyelim.

Polinom	Katsayılarının Toplamı	Sabit Terimi
P(x)	P(1)	P(0)
P(x + 1)	P(1 + 1) = P(2)	P(0 + 1) = P(1)
P(x + 3)	P(1 + 3) = P(4)	P(0 + 3) = P(3)
P(4x)	P(4.1) = P(4)	P(4.0) = P(0)
P(x - 3)	P(1 - 3) = P(-2)	P(0 - 3) = P(-3)
P(2x + 1)	P(2.1 + 1) = P(3)	P(2.0 + 1) = P(1)
P(2x, y + 1)	P(2.1, 1 + 1) = P(2, 2)	P(2.0, 0 + 1) = P(0, 1)

Örnek 20

$$P(x) = 2x^3 - x^2 + k$$

$$Q(x - 2) = x^4 - 3x^2 + x + p$$

P(x + 1) polinomunun katsayılarının toplamı, Q(3x - 1) in sabit terimine eşittir.

Buna göre, k - p kaçtır?

- A) -13 B) -12 C) -4 D) -1 E) 0

Çözüm

P(x + 1) polinomunun katsayılarının toplamı :

$$P(1 + 1) = P(2) \text{ dir. Buna göre,}$$

$$P(x) = 2 \cdot x^3 - x^2 + k$$

$$P(2) = 2 \cdot 2^3 - 2^2 + k$$

$$P(2) = 16 - 4 + k$$

$$P(2) = 12 + k \dots (\star) \text{ dir.}$$

Q(3x - 1) in sabit terimi :

$$Q(3 \cdot 0 - 1) = Q(-1) \text{ dir. Buna göre,}$$

$$Q(x - 2) = x^4 - 3x^2 + x + p$$

$$Q(1 - 2) = 1^4 - 3 \cdot 1^2 + 1 + p$$

$$Q(-1) = 1 - 3 + 1 + p$$

$$Q(-1) = -1 + p \dots (\star\star) \text{ dir.}$$

$$P(2) = Q(-1) \text{ olduğuna göre,}$$

$$12 + k = -1 + p$$

$$k - p = -1 - 12$$

$$= -13 \text{ tür.}$$

Cevap A

Örnek 21

$$P(x) = (2x^3 - 4x^2 + 5x - 2)^2$$

polinomunun çift dereceli terimlerinin katsayıları toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 84 D) 85 E) 86

Çözüm

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + \dots$$

$$\text{Polinomunda : } P(1) = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots$$

$$+ P(-1) = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - \dots$$

$$P(1) + P(-1) = 2(a_0 + a_2 + a_4 + \dots)$$

$$a_0 + a_2 + a_4 + \dots = \frac{P(1) + P(-1)}{2} \text{ dir.}$$

$a_0, a_2, a_4, \dots$ $P(x)$ polinomunun çift dereceli terimlerinin katsayılarıdır.

O halde; $P(x)$ polinomunun çift dereceli terimlerinin katsayıları toplamı :

$$P(x) = (2x^3 - 4x^2 + 5x - 2)^2$$

$$P(1) = (2 \cdot 1^3 - 4 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 - 2)^2$$

$$= (2 - 4 + 5 - 2)^2$$

$$= 1 \dots (\star)$$

$$P(-1) = (2 \cdot (-1)^3 - 4 \cdot (-1)^2 + 5 \cdot (-1) - 2)^2$$

$$= (-2 - 4 - 5 - 2)^2$$

$$= (-13)^2$$

$$= 169 \dots (\star\star)$$

$$\frac{P(1) + P(-1)}{2} = \frac{1 + 169}{2} = 85 \text{ tir.}$$

Cevap D

Örnek 22

$$P(x) = (3x^3 - 2x^2 + 1)^4$$

polinomunun tek dereceli terimlerinin katsayılarının toplamı kaçtır?

- A) -120 B) -110 C) -100 D) 0 E) 1

Çözüm

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + \dots$$

$$\text{Polinomunda : } P(1) = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots$$

$$- P(-1) = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - \dots$$

$$P(1) - P(-1) = 2(a_1 + a_3 + a_5 + \dots)$$

$$a_1 + a_3 + a_5 + \dots = \frac{P(1) - P(-1)}{2} \text{ dir.}$$

$a_1, a_3, a_5, \dots$ $P(x)$ polinomunun tek dereceli terimlerinin katsayılarıdır.

O halde; $P(x)$ polinomunun tek dereceli terimlerinin katsayılarının toplamı :

$$\begin{aligned} \frac{P(1) - P(-1)}{2} &= \frac{2^4 - (-4)^4}{2} \\ &= \frac{2^4 - 4^4}{2} \\ &= \frac{16 - 256}{2} \\ &= -120 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Cevap A

SONUÇ :

$P(x)$ polinomunun,

1) Çift dereceli terimlerinin katsayılarının toplamı :

$$\frac{P(1) + P(-1)}{2} \text{ dir.}$$

2) Tek dereceli terimlerinin katsayılarının toplamı :

$$\frac{P(1) - P(-1)}{2} \text{ dir.}$$

E. POLİNOMLAR KÜMESİ ÜZERİNDE İŞLEMLER

1. Toplama

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

$$Q(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n$$

$$P(x) + Q(x) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x + (a_2 + b_2)x^2 + \dots + (a_n + b_n)x^n$$

O halde, iki ya da daha fazla polinom toplanırken aynı dereceli terimler toplanır.

Örnek 23

$$P(x) = 2x^4 - 3x^3 + x - 5$$

$$Q(x) = 2x^3 - 2x + 3$$

olduğuna göre, $P(x) + Q(x)$ toplamını bulalım.

Çözüm

$$P(x) + Q(x) = (2x^4 - 3x^3 + x - 5) + (2x^3 - 2x + 3)$$

$$= 2x^4 + (-3 + 2)x^3 + (1 - 2)x - 5 + 3$$

$$= 2x^4 - x^3 - x - 2 \text{ dir.}$$

Örnek 24 _____

$$P(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{5}{3}$$

$$Q(x) = -\frac{2}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{2}{3}$$

polinomlarının toplamını bulalım.

Çözüm

$$P(x) + Q(x)$$

$$= \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{3}\right)x^3 + \left(-\frac{1}{2} + \frac{5}{2}\right)x^2 + \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{4}\right)x - \frac{5}{3} + \frac{2}{3}$$

$$= 0 \cdot x^3 + 2x^2 + 2x - 1$$

$$= 2x^2 + 2x - 1$$

Örnek 25 _____

$$P(x) = 2x^3 - 7x^2 + 5x$$

$$Q(x) = -2x^2 + 5x + 1$$

$$R(x) = -3x + 4$$

olduğuna göre, $P(x) + Q(x) + R(x)$ polinomunu bulalım.

Çözüm

$$P(x) + Q(x) + R(x)$$

$$= 2x^3 - 7x^2 + 5x - 2x^2 + 5x + 1 - 3x + 4$$

$$= 2x^3 + (-7 - 2)x^2 + (5 + 5 - 3)x + 1 + 4$$

$$= 2x^3 - 9x^2 + 7x + 5$$

Örnek 26 _____

$$P(x-1) + P(x+1) = 4x^2 - 2x + 10$$

olduğuna göre, $P(x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x^2 - x - 3$ B) $2x^2 + x - 3$ C) $2x^2 - x + 3$
D) $4x^2 + x - 1$ E) $4x^2 - x + 1$

Çözüm

Verilenlere göre $P(x) = ax^2 + bx + c$ şeklinde ikinci dereceden bir polinomdur. Bu durumda,

$$P(x-1) = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$$

$$P(x-1) = ax^2 + (-2a+b)x + a-b+c \dots (\star)$$

$$P(x+1) = a(x+1)^2 + b(x+1) + c$$

$$P(x+1) = ax^2 + (2a+b)x + a+b+c \dots (\star\star)$$

$$P(x-1) + P(x+1) = 2ax^2 + 2bx + 2(a+c)$$

$$4x^2 - 2x + 10 = 2ax^2 + 2bx + 2(a+c) \text{ ise}$$

$$2a = 4, 2b = -2 \text{ ve } 2(a+c) = 10 \text{ dur.}$$

$$\text{Buradan } a = 2, b = -1 \text{ ve } c = 3 \text{ olur.}$$

$$\text{Buna göre, } P(x) = 2x^2 - x + 3 \text{ olur.}$$

Cevap C

2. Çıkarma

$$P(x) - Q(x) = P(x) + (-Q(x))$$

biçiminde tanımlanır.

Örnek 27 _____

$$P(x) = x^3 - \sqrt{3}x^2 + 5x + 6$$

$$Q(x) = 2x^3 + x^2 + 3 \text{ ise}$$

$P(x) - Q(x)$ polinomunu bulalım.

Çözüm

$$P(x) - Q(x)$$

$$= (x^3 - \sqrt{3}x^2 + 5x + 6) - (2x^3 + x^2 + 3)$$

$$= x^3 - \sqrt{3}x^2 + 5x + 6 - 2x^3 - x^2 - 3$$

$$= (1-2)x^3 + (-\sqrt{3}-1)x^2 + (5-0)x + (6-3)$$

$$= -x^3 - (\sqrt{3}+1)x^2 + 5x + 3$$

Örnek 28 _____

$$P(x) = 2x^2 - 3x + 5$$

$$Q(x) = 4x - 8$$

olduğuna göre,

a) $P(x) - Q(x)$ polinomunu bulalım.

b) $Q(x) - P(x)$ polinomunu bulalım.

Çözüm

$$a) P(x) - Q(x) = P(x) + (-Q(x))$$

$$= (2x^2 - 3x + 5) + (-4x + 8)$$

$$= 2x^2 - 7x + 13$$

$$b) Q(x) - P(x) = Q(x) + (-P(x))$$

$$= (4x - 8) + (-2x^2 + 3x - 5)$$

$$= 4x - 8 - 2x^2 + 3x - 5$$

$$= -2x^2 + 7x - 13$$

3. Çarpma

İki polinomunun çarpımı, birisinin her bir teriminin diğerinin her bir terimi ile aynı aynı çarpımlarından elde edilen terimlerin toplamına eşittir.

Örnek 29 _____

$$P(x) = 2x - 3$$

$$Q(x) = 3x^2 - 2x + 1$$

olduğuna göre, $P(x) \cdot Q(x)$ i bulalım.

Çözüm

$$\begin{aligned}
 P(x) \cdot Q(x) &= (2x-3)(3x^2-2x+1) \\
 &= 2x \cdot 3x^2 + 2x \cdot (-2x) + 2x \cdot 1 - 3 \cdot 3x^2 - 3 \cdot (-2x) - 3 \cdot 1 \\
 &= 6x^3 - 4x^2 + 2x - 9x^2 + 6x - 3 \\
 &= 6x^3 - 13x^2 + 8x - 3
 \end{aligned}$$

Örnek 30

$$\begin{aligned}
 A(x) &= 3x^4 + 1 \\
 B(x) &= x^2 + x \\
 C(x) &= x^2 - x + 1
 \end{aligned}$$

polinomları veriliyor.

a) $A(x) \cdot B(x)$

b) $B(x) \cdot C(x)$

çarpımlarını bulalım.

Çözüm

$$\begin{aligned}
 \text{a) } A(x) \cdot B(x) &= (3x^4 + 1) \cdot (x^2 + x) \\
 &= 3x^4 \cdot x^2 + 3x^4 \cdot x + 1 \cdot x^2 + 1 \cdot x \\
 &= 3x^6 + 3x^5 + x^2 + x \\
 \text{b) } B(x) \cdot C(x) &= (x^2 + x) \cdot (x^2 - x + 1) \\
 &= x^2 \cdot x^2 + x^2 \cdot (-x) + x^2 \cdot 1 + x \cdot x^2 + x \cdot (-x) + x \cdot 1 \\
 &= x^4 - x^3 + x^2 + x^3 - x^2 + x \\
 &= x^4 + x
 \end{aligned}$$

Örnek 31

$$\begin{aligned}
 P(x) &= 2x^4 - 3x^3 + x^2 - 5x - 7 \\
 Q(x) &= 3x^3 - 2x^2 + 5x + 1
 \end{aligned}$$

olduğuna göre, $P(x) \cdot Q(x)$ polinomunda x^3 lü terimin katsayısı kaçtır?

- A) -10 B) -9 C) -8 D) 1 E) 0

Çözüm

$P(x) \cdot Q(x)$ deki x^3 lü terim

$$(2x^4 - 3x^3 + x^2 - 5x - 7) \cdot (3x^3 - 2x^2 + 5x + 1)$$

terimlerinin çarpımından elde edilir.

Buna göre,

$$\begin{aligned}
 &(-3x^3) \cdot 1 + x^2 \cdot 5x + (-5x) \cdot (-2x^2) + (-7) \cdot 3x^3 \\
 &= -3x^3 + 5x^3 + 10x^3 - 21x^3 \\
 &= (-3 + 5 + 10 - 21)x^3 \\
 &= -9x^3 \text{ olur.}
 \end{aligned}$$

Cevap B

4. Skalerle Çarpma

$P(x) = c$, ($c \in \mathbb{R}$) sabit bir polinom ve $Q(x)$ herhangi bir polinom olsun.

$$P(x) \cdot Q(x) = c \cdot Q(x)$$

çarpımı, $Q(x)$ polinomunun c skaleri (sayısı) ile çarpımıdır.

Örnek 32

$$Q(x) = -2x^3 - 4x^2 - 5$$

polinomunun -2 skaleri ile çarpımını bulalım.

Çözüm

$$\begin{aligned}
 (-2) \cdot Q(x) &= -2(-2x^3 - 4x^2 - 5) \\
 &= 4x^3 + 8x^2 + 10
 \end{aligned}$$

5. Polinomlar Kümesi Üzerindeki İşlemlerin Özellikleri

1. İki polinomun ; toplamı, farkı ve çarpımı yine bir polinom olduğundan polinomlar kümesi toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerine göre **kapalıdır**.
2. Polinomlar kümesinde; toplama ve çarpma işlemlerinin **değişme özelliği** vardır. Çıkarma işleminin değişme özelliği **yoktur**.
3. Polinomlar kümesinde toplama ve çarpma işlemlerinin **birleşme özelliği** vardır. Çıkarma işleminin birleşme özelliği **yoktur**.
4. Polinomlar kümesinde toplama işlemine göre birim(etkisiz) eleman

$$P(x) = 0$$

polinomudur.

5. Polinomlar kümesinde çarpma işlemine göre birim eleman

$$P(x) = 1$$

polinomudur.

6. Polinomlar kümesi toplama işlemine göre değişmeli bir gruptur.
7. Polinomlar kümesinde çarpma işleminin toplama işlemi üzerine sağdan ve soldan dağılıma özelliği vardır.
8. Polinomlar kümesinde çarpma işlemine göre, her polinomun tersi yoktur. Örneğin, $P(x) = x$ polinomunun çarpma işlemine göre tersi polinom değildir.
- O halde polinomlar kümesi çarpma işlemine göre grup değildir.**

9. $\text{der}(P(x)) = m$
 $\text{der}(Q(x)) = n$ ve $m > n$
 olmak üzere,
 $\checkmark \text{der}(P(x) \pm Q(x)) = m$
 $\checkmark \text{der}(P(x) \cdot Q(x)) = m + n$
 $\checkmark \text{der}(c \cdot P(x)) = m, (c \neq 0)$
 $\checkmark \text{der}(P^k(x)) = m \cdot k, (k \in \mathbb{N})$
 $\checkmark \text{der}(P(x^k)) = m \cdot k, (k \in \mathbb{N})$
 $\checkmark \text{der}(P(cx)) = m, (c \neq 0)$
 $\checkmark \text{der}(P(ax + b)) = m, (a \neq 0)$

6. Polinomlarda Bölme

$\text{der}[P(x)] \geq \text{der}[Q(x)]$ ve $Q(x) \neq 0$
 olmak üzere,

$$\begin{array}{r|l} P(x) & Q(x) \\ \hline \vdots & B(x) \\ \hline K(x) & \end{array}$$

$P(x)$: Bölünen polinom

$Q(x)$: Bölen polinom

$B(x)$: Bölüm polinomu

$K(x)$: Kalandır.

I. $P(x) = Q(x) \cdot B(x) + K(x)$

II. $\text{der}[K(x)] < \text{der}[Q(x)]$

III. $K(x) = 0$ ise,

$P(x)$ polinomu $Q(x)$ polinomuna tam bölünür.

IV. $\text{der}[P(x)] = \text{der}[Q(x)] + \text{der}[B(x)]$

UYARI :

Polinomlarda bölme işlemi, sayılarda bölme işlemine benzer biçimde yapılır.

Bunun için:

1. Bölünen ve bölen polinomlar x in azalan kuvvetlerine göre sıralanır.
2. Bölünen polinomun soldan ilk terimi, bölen polinomun ilk terimine bölünür.
3. Bulunan bu bölüm, bölen polinomun bütün terimleri ile çarpılarak, aynı dereceli terimler alt alta gelecek biçimde, bölünen polinomun altına yazılır.
4. Bulunan sonuç, bölünen polinomdan çıkarılır. Fark polinomuna da aynı işlem uygulanır.
5. Yukarıdaki işlemlere, kalan polinomun derecesi bölen polinomun derecesinden küçük oluncaya kadar devam edilir.

Örnek 33

$P(x) = x^4 - 2x^2 + x + 5$ polinomunu $Q(x) = x^2 + 3x - 1$ polinomuna bölelim.

Çözüm

$$\begin{array}{r|l} x^4 - 2x^2 + x + 5 & x^2 + 3x - 1 \\ \hline -x^4 + 3x^3 - x^2 & \\ \hline -3x^3 - x^2 + x + 5 & \\ \hline -3x^3 - 9x^2 + 3x & \\ \hline 8x^2 - 2x + 5 & \\ \hline -8x^2 + 24x - 8 & \\ \hline -26x + 13 & \end{array} \quad \begin{array}{l} \checkmark \frac{x^4}{x^2} = x^2 \\ \checkmark \frac{-3x^3}{x^2} = -3x \\ \checkmark \frac{8x^2}{x^2} = 8 \end{array}$$

Bölüm : $x^2 - 3x + 8$

Kalan : $-26x + 13$ tür.

Örnek 34

$P(x)$ polinomunun $A(x) = x^3 + 2x$ polinomuna bölünmesiyle elde edilen bölüm $B(x) = 2x - 1$ ve kalan sıfırdır.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $Q(x) = x^2 - x$ polinomuna bölünmesiyle elde edilen bölümü ve kalanı bulalım.

Çözüm

$$\begin{array}{r|l} P(x) & A(x) \\ \hline \vdots & B(x) \\ \hline 0 & \end{array}$$

Buradan $P(x) = A(x) \cdot B(x)$ dir.

$$P(x) = (x^3 + 2x) \cdot (2x - 1) = 2x^4 - x^3 + 4x^2 - 2x$$

Bu polinomu $Q(x) = x^2 - x$ e bölelim.

$$\begin{array}{r|l} 2x^4 - x^3 + 4x^2 - 2x & x^2 - x \\ - 2x^4 - 2x^3 & \\ \hline x^3 + 4x^2 - 2x & \\ - x^3 - x^2 & \\ \hline 5x^2 - 2x & \\ - 5x^2 - 5x & \\ \hline 3x & \end{array}$$

Buna göre,

Bölüm : $2x^2 + x + 5$

Kalan : $3x$ tir.

Örnek 35

$P(x) = 6x^3 + 2x^2 - 3x$ polinomunu $Q(x) = 3x$ polinomuna bölelim.

Çözüm

Buradaki bölme işlemi basit bir bölme işlemi olduğundan aşağıdaki gibi yapılabilir.

$$\begin{aligned} \frac{6x^3 + 2x^2 - 3x}{3x} &= \frac{6x^3}{3x} + \frac{2x^2}{3x} - \frac{3x}{3x} \\ &= 2x^2 + \frac{2}{3}x - 1 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek 36

$P(x) = x^3 - 2x^2 + 4x + 1$ polinomunun $Q(x) = x^2 - x + 2$ polinomuna bölünmesiyle elde edilen bölümü ve kalanı bulalım.

Çözüm

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 2x^2 + 4x + 1 & x^2 - x + 2 \\ - x^3 - x^2 + 2x & \\ \hline -x^2 + 2x + 1 & \\ - -x^2 + x - 2 & \\ \hline x + 3 & \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre,

Bölüm : $x - 1$

Kalan : $x + 3$ tür.

UYARI :

$$\begin{array}{l|l} A(x) & B(x) \\ \vdots & K(x) \\ R(x) & \end{array} \quad A(x) = B(x) \cdot K(x) + R(x)$$

ifadesinde her iki tarafı $B(x)$ ile bölersek

$$\frac{A(x)}{B(x)} = K(x) + \frac{R(x)}{B(x)} \text{ biçiminde yazılır.}$$

Örnek 37

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 4x^2 + 4x + 3 & x + 2 \\ - x^3 + 2x^2 & \\ \hline 2x^2 + 4x + 3 & \\ - 2x^2 + 4x & \\ \hline 3 & \end{array}$$

olduğuna göre,

$$\frac{x^3 + 4x^2 + 4x + 3}{x + 2} = x^2 + 2x + \frac{3}{x + 2}$$

biçiminde yazılabilir.

Basit bölme işlemlerinde aşağıdaki gibi kısa işlemle sonuca gidebiliriz.

$$\begin{aligned} \frac{x}{x+3} &= \frac{x+3-3}{x+3} = \frac{x+3}{x+3} - \frac{3}{x+3} \\ &= 1 - \frac{3}{x+3} \end{aligned}$$

7. Horner Metodu

Bölen, birinci dereceden ya da birinci dereceden polinomların çarpımından oluşuyorsa bu metot uygulanabilir.

Örnek 38

$px^3 + qx^2 + rx + s$ polinomunu $(x - a)$ ya bölelim.

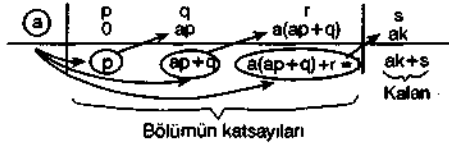
Çözüm

1. Bölünen polinomun katsayıları x in azalan kuvvetlerine göre sıralanır.
2. Bölümün derecesi bölünenin derecesinden küçük olacağı için bölümde x^3 ün katsayısı 0 olur.
3. p katsayısı aşağıya aynen yazılır.
4. a , p ile çarpılır, q nun altına yazılarak toplanır. $ap + q$ olarak yazılır.

Bu işleme, kalan bulunana kadar devam edilir.

$$x - a = 0 \text{ ise } x = a$$

$$px^3 + qx^2 + rx + s$$



$$\text{Bölüm polinomu : } px^2 + (ap + q)x + k$$

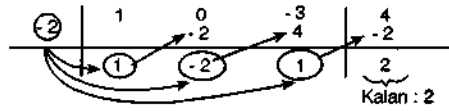
$$\text{Kalan : } ak + s$$

Örnek 39

$P(x) = x^3 - 3x + 4$ polinomunu $x + 2$ ye bölümlim.

Çözüm

$P(x) = 1x^3 + 0x^2 - 3x + 4$ olup, $x + 2 = 0$ ise $x = -2$ dir.



$$\text{Bölüm : } x^2 - 2x + 1$$

Örnek 40

$P(x) = 9x^3 - 3x^2 + 1$ polinomunun $3x + 2$ ile bölünmesiyle elde edilen bölümü ve kalanı Horner metodu ile bulalım.

Çözüm

Bölünen polinomun katsayıları 9, -3, 0, 1 ve

$$3x + 2 = 3\left(x + \frac{2}{3}\right) = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

bulunur.

$-\frac{2}{3}$	9	-3	0	1
		-6	6	-4
	9	-9	6	-3
				kalan

Kalanın solundaki sayıları bölünen baş katsayısı olan 3 ile bölersek; 3, -3, 2 olur.

O halde,

$$\text{Bölüm : } B(x) = 3x^2 - 3x + 2$$

$$\text{Kalan : } K(x) = -3 \text{ olur.}$$

Örnek 41

$$P(x) = 2x^4 - 3x^3 + 22x - 15$$

polinomunun $x^2 - x - 6$ ile bölünmesiyle elde edilen bölümü ve kalanı bulalım.

Çözüm

Bu örneği bir kaç biçimde yanıtlayabiliriz. Biz burada 2 yolla yetineceğiz.

(I. Yol)

$$\begin{array}{r|l} 2x^4 - 3x^3 + 22x - 15 & x^2 - x - 6 \\ - 2x^4 - 2x^3 - 12x^2 & \\ \hline - x^3 + 12x^2 + 22x - 15 & \\ - -x^3 + x^2 + 6x & \\ \hline 11x^2 + 16x - 15 & \\ - 11x^2 - 11x - 66 & \\ \hline 27x + 51 & \end{array}$$

$$\text{Bölüm : } 2x^2 - x + 11$$

$$\text{Kalan : } 27x + 51 \text{ dir.}$$

(II. Yol)

Horner metodu ile bulalım.

Bölen : $x^2 - x - 6 = (x + 2)(x - 3)$ olduğundan,

$$\begin{array}{r|rrrrr} x + 2 = 0 & 2 & -3 & 0 & 22 & -15 \\ x = -2 & -2 & & & -4 & 14 & -28 & 12 \\ (a = -2) & 2 & -7 & 14 & -6 & -3 = K_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} x - 3 = 0 & 2 & -7 & 14 & -6 \\ x = 3 \text{ tür.} & 3 & & & 6 & -3 & 33 \\ & 2 & -1 & 11 & 27 = K_2 \end{array}$$

olduğuna göre,

$$\text{Bölüm : } 2x^2 - x + 11$$

$$\text{Kalan : } (x - a) K_2 + K_1 = (x + 2)27 - 3$$

$$= 27x + 54 - 3$$

$$= 27x + 51 \text{ dir.}$$

F. P(x) in B(x) ile BÖLÜNMESİNDEN ELDE EDİLEN KALAN

1. Bölün Birinci Dereceden ise

$$\begin{array}{r|l} P(x) & ax + b \\ - & T(x) \\ \hline & K \end{array}$$

$$P(x) = (ax + b) \cdot T(x) + K$$

olduğuna göre,

$$\text{kalan : } K = P\left(-\frac{b}{a}\right) \text{ dir.}$$

ÖRNEK 42 _____

$$P(x) = x^4 - 4x^2 + 3x + 1$$

polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Çözüm

$P(x)$ in $x - 2$ ile bölümünden elde edilen kalan, $x - 2 = 0$ dan $x = 2$ yi polinomda yerine yazarak bulunur.

Buna göre,

$$P(x) = x^4 - 4x^2 + 3x + 1$$

$$P(2) = 2^4 - 4 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 + 1$$

$$= 16 - 16 + 6 + 1$$

$$= 7 \text{ bulunur.}$$

Cevap C

ÖRNEK 43 _____

$P(x) = x^3 + ax^2 - 6$ polinomu $x - 1$ ile tam olarak bölünebildiğine göre, a kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 0

Çözüm

$x - 1 = 0$ ise $x = 1$ dir.

$P(x)$ polinomu $x - 1$ ile tam olarak bölündüğüne göre, $P(1) = 0$ dir.

$$P(x) = x^3 + ax^2 - 6$$

$$P(1) = 1^3 + a \cdot 1^2 - 6$$

$$0 = 1 + a - 6$$

$$a = 5$$

Cevap A

ÖRNEK 44 _____

$$P(x) = x^3 - 2x^2 - ax + 6$$

polinomunun çarpanlarından biri $x + 1$ dir.

Buna göre, $P(x)$ in $x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

Çözüm

$P(x)$ polinomunun çarpanlarından biri $x + 1$ olduğuna göre, $P(x)$ polinomu $x + 1$ ile tam olarak bölünür. Yani $P(-1) = 0$ dir.

$$P(x) = x^3 - 2x^2 - ax + 6$$

$$P(-1) = (-1)^3 - 2(-1)^2 - a(-1) + 6$$

$$0 = -1 - 2 + a + 6$$

$$a = -3$$

bulunur. Bu a değeri polinomda yerine yazılırsa,

$$P(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 6 \text{ olur.}$$

$x - 2 = 0$ ise $x = 2$ olduğu için $P(x)$ in $x - 2$ ile bölümünden kalan

$$P(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 6$$

$$P(2) = 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 + 6$$

$$= 12 \text{ dir.}$$

Cevap C

ÖRNEK 45 _____

$$P(2x - 3) = x^3 + 2x^2 - 10$$

polinomu veriliyor.

$P(x)$ in $x - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Çözüm

(I. Yol)

$P(x)$ in $x - 1$ ile bölümünden kalan $P(1)$ dir.

$$2x - 3 = 1 \Rightarrow x = 2 \text{ dir.}$$

$P(2x - 3)$ de x yerine 2 yazılarak $P(1)$ bulunur.

$$P(2x - 3) = x^3 + 2x^2 - 10$$

$$P(2 \cdot 2 - 3) = 2^3 + 2 \cdot 2^2 - 10$$

$$P(1) = 6 \text{ dir.}$$

(II. Yol)

Önce verilen ifadeden $P(x)$ i bulalım.

$$P(2x - 3) = x^3 + 2x^2 - 10$$

$$f(x) = 2x - 3 \dots (\star)$$

$$P(f(x)) = x^3 + 2x^2 - 10$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2} \dots (\star\star)$$

$$(P \circ f) \circ f^{-1}(x) = (x^3 + 2x^2 - 10) \circ f^{-1}(x)$$

$$P \circ (f \circ f^{-1})(x) = (x^3 + 2x^2 - 10) \circ \left(\frac{x+3}{2} \right)$$

$$P(x) = \left(\frac{x+3}{2} \right)^3 + 2 \left(\frac{x+3}{2} \right)^2 - 10$$

$$P(1) = \left(\frac{1+3}{2} \right)^3 + 2 \left(\frac{1+3}{2} \right)^2 - 10$$

$$= 2^3 + 2 \cdot 2^2 - 10$$

$$= 8 + 8 - 10$$

$$= 6 \text{ dir.}$$

Kısaca;

$P(f(x))$ ifadesinden $P(x)$ i elde etmek için x yerine $f(x)$ in tersi olan $f^{-1}(x)$ yazılır.

Cevap B

Örnek 46 _____

$$P(4x - 5) = x + 5$$

olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun $x - 3$ ile bölümüyle elde edilen kalan kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm

(I. Yol)

Önce $P(x)$ i bulalım :

$$P(4x - 5) = x + 5$$

$$P(x) = \frac{x+5}{4} + 5$$

$$P(3) = \frac{3+5}{4} + 5$$

$$P(3) = 7$$

(II. Yol)

$P(x)$ in $x - 3$ ile bölümünden kalan $P(3)$ tür.

$$4x - 5 = 3 \Rightarrow x = 2$$

olduğu için $P(4x - 5)$ te x yerine 2 yazılarak istenen sonuca ulaşılır.

$$P(4 \cdot 2 - 5) = 2 + 5$$

$$P(3) = 7$$

Cevap D

Örnek 47 _____

Aşağıdaki tabloyu inceleyelim.

Bölünen Polinom	Bölen Polinom	Kalan
$P(x)$	$x - a$	$P(a)$
$P(x)$	$ax - b$	$P\left(-\frac{b}{a}\right)$
$P(2x)$	$x + 1$	$P(2 \cdot (-1)) = P(-2)$
$P(x + 3)$	$x + 1$	$P(-1 + 3) = P(2)$
$P(x + 3)$	$x - 1$	$P(1 + 3) = P(4)$
$P(x - 5)$	$4x - 8$	$P(2 - 5) = P(-3)$

Örnek 48 _____

$P(x - 3) = 5x^3 + 3x - 3$ polinomu veriliyor.

$P(x)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 620 B) 630 C) 635 D) 636 E) 637

Çözüm

$P(x)$ in $x - 2$ ye bölümünden elde edilen kalan $P(2)$ dir. Buna göre, $P(2)$ yi elde etmek için $(x - 3 = 2)$ ise $x = 5$ olduğu için x yerine 5 yazılır.

$$P(x - 3) = 5x^3 + 3x - 3$$

$$P(5 - 3) = 5 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5 - 3$$

$$P(2) = 5 \cdot 125 + 15 - 3$$

$$P(2) = 625 + 12$$

$$P(2) = 637$$

Cevap E

Örnek 49 _____

$P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 3$ polinomu veriliyor.

$P(2x + 4)$ polinomunun $(2x + 1)$ ile bölümünden elde edilen kalan kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

Çözüm

$2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$ değeri $P(2x + 4)$ polinomunda yazılır.

$$P\left(2\left(-\frac{1}{2}\right) + 4\right) = P(-1 + 4) = P(3) \text{ sorulmaktadır.}$$

Buna göre,

$$P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 3$$

$$P(3) = 3^3 - 4 \cdot 3^2 + 3 + 3$$

$$P(3) = 27 - 36 + 6$$

$$P(3) = -3 \text{ bulunur.}$$

O halde $P(2x + 4)$ polinomunun $2x + 1$ ile bölümünden elde edilen kalan -3 tür.

Cevap C

Örnek 50 _____

$P(x)$ ve $Q(x)$ gibi iki polinomun $x - 3$ ile bölümüyle elde edilen kalanlar sırasıyla 2 ve 5 tir.

Buna göre, $P(x) \cdot Q(x)$ çarpımının $x - 3$ ile bölümüyle elde edilen kalan kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 5 E) 0

Çözüm

Verilenlere göre, $P(x)$ in $x - 3$ e bölümünden kalan 2 ise, $P(3) = 2$ dir.

$Q(x)$ in $x - 3$ e bölümünden kalan 5 ise, $Q(3) = 5$ tir.

Buna göre,

$K(x) = P(x) \cdot Q(x)$ in $x - 3$ e bölümünden kalan,

$K(3) = P(3) \cdot Q(3) = 2 \cdot 5 = 10$ dur.

Cevap A

Örnek 51

$P(x)$ ve $Q(x)$ polinomları için,

$$\frac{P(2x+1)}{Q(x)} = x^2 + x + 3 \text{ bağıntısı veriliyor}$$

$Q(x)$ in $x - 2$ ile bölümünden elde edilen kalan 3 olduğuna göre, $P(x)$ in $x - 5$ ile bölümünden elde edilen kalan kaçtır?

- A) 31 B) 30 C) 29 D) 28 E) 27

Çözüm

$P(5)$ istenmektedir. Ayrıca $Q(x)$ in $x - 2$ ile bölümünden kalan 3 ise, $Q(2) = 3$ tür.

O halde verilen bağıntıda $x = 2$ yazılarak sonuca gidilir.

$$\frac{P(2x+1)}{Q(x)} = x^2 + x + 3$$

$$\frac{P(2 \cdot 2 + 1)}{Q(2)} = 2^2 + 2 + 3$$

$$\frac{P(5)}{3} = 9$$

$P(5) = 27$ dir.

Cevap E

Örnek 52

$$P(x + 2) = 2x^3 + 10x^2 - 3x + 15$$

olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun $(x - 2)$ ile bölümünden elde edilen kalan kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 10 D) 15 E) 20

Çözüm

$x - 2 = 0$ ise $x = 2$ olduğu için $P(x)$ in $x - 2$ ile bölümünden kalan $P(2)$ dir.

$P(x + 2)$ polinomundan $P(2)$ değerini elde edebilmek için $(x + 2 = 2$ ise $x = 0$ olduğu için) $P(x + 2)$ de $x = 0$ yazılmalıdır.

Buna göre,

$$P(x + 2) = 2x^3 + 10x^2 - 3x + 15$$

$$P(0 + 2) = 2 \cdot 0^3 + 10 \cdot 0^2 - 3 \cdot 0 + 15$$

$P(2) = 15$ olur.

Cevap D

Örnek 53

$$\frac{P(x-2)}{Q(x)} = x^2 - x - 2$$

bağıntısı veriliyor.

$Q(x)$ polinomunun $(x - 3)$ ile bölümündeki kalan 3 olduğuna göre, $P(1)$ kaçtır?

- A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

Çözüm

$Q(x)$ in $x - 3$ ile bölümünden kalan 3 olduğuna göre $Q(3) = 3$ tür.

$$\frac{P(x-2)}{Q(x)} = x^2 - x - 2$$

bağıntısından $Q(3)$ ve $P(1)$ i elde edebilmek için $x = 3$ alınmalıdır.

Buna göre,

$$\frac{P(3-2)}{Q(3)} = 3^2 - 3 - 2$$

$$\frac{P(1)}{3} = 4$$

$P(1) = 12$ bulunur.

Cevap D

Örnek 54

$$P(x) = 2x^{17} + ax^{11} - 4$$

olduğuna göre, a nın hangi değeri için $P(x)$ in çarpanlarından biri $x - 1$ dir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm

$P(x)$ in çarpanlarından biri $x - 1$ ise $P(x)$, $x - 1$ ile tam olarak bölünür. Yani, $P(1) = 0$ dir.

$$P(x) = 2 \cdot x^{17} + a \cdot x^{11} - 4$$

$$P(1) = 2 \cdot 1^{17} + a \cdot 1^{11} - 4$$

$$0 = 2 + a - 4$$

$$a = 2$$

Cevap E

Örnek 55

$$P(x) = (x^3 + 2x^2 - 3x + 1) \cdot Q(x) + x + 1$$

bağıntısında $Q(x)$ bir polinomdur.

$P(x)$ in $x - 1$ ile bölümünden kalan 5 olduğuna göre, $Q(x)$ in $x - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm

$P(x)$ in $x - 1$ ile bölümünden kalan 5 olduğuna göre,
 $P(1) = 5$ tir.

$P(x) = (x^3 + 2x^2 - 3x + 1) \cdot Q(x) + x + 1$ bağıntısında $x = 1$ alınırsa, $P(1)$ ve $Q(1)$ elde edilir.

Buna göre,

$$P(1) = (1^3 + 2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 + 1) \cdot Q(1) + 1 + 1$$

$$5 = (1 + 2 - 3 + 1) \cdot Q(1) + 2$$

$$5 = 1 \cdot Q(1) + 2$$

$$Q(1) = 3 \text{ olur.}$$

Cevap B

Örnek 56

$Q(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 3$ çokterimlisi (polinomu) $P(x)$ gibi bir çokterimli (polinom) ile bölünüyor.

Bölüm x olduğuna göre, kalan kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 3

Çözüm

$Q(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 3$ ün $P(x)$ ile bölünmesiyle elde edilen bölüm x ve kalan K ise,

$$x^3 + 3x^2 - 2x - 3 = P(x) \cdot x + K \text{ yazılabilir.}$$

Bu eşitlikte $x = 0$ yazılırsa kalan (K) bulunur.

$$0^3 + 3 \cdot 0^2 - 2 \cdot 0 - 3 = P(0) \cdot 0 + K$$

$$-3 = K$$

Cevap A

Örnek 57

$P(x)$ in $x - 5$ ile bölümünden kalan 2 ve

$Q(x)$ in $x - 5$ ile bölümünden kalan 3 tür.

Buna göre, $P(x) \cdot Q(x)$ çarpımının $x - 5$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

Çözüm

$P(x) \cdot Q(x)$ çarpımının $x - 5$ ile bölümünden kalan $P(5) \cdot Q(5)$ tir.

$P(x)$ ile $Q(x)$ polinomlarının $x - 5$ ile bölümünden kalan sırasıyla 2 ve 3 olduğu için,

$$P(5) = 2 \text{ ve } Q(5) = 3 \text{ tür.}$$

Buna göre, $P(5) \cdot Q(5) = 2 \cdot 3 = 6$ dir.

Cevap A

Örnek 58

$P(x)$ ve $Q(x)$ polinomlarının $x - 1$ ile bölümünden kalanlar sırası ile -4 ve 6 olduğuna göre,

t nin hangi değeri için $3P(x) + tQ(x)$ polinomu $x - 1$ ile tam olarak bölünür?

- A) -3 B) -2 C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm

$P(x)$ ve $Q(x)$ polinomlarının $x - 1$ bölümünden kalanları sırasıyla -4 ve 6 ise $P(1) = -4$ ve $Q(1) = 6$ dir. $3P(x) + tQ(x)$ in $x - 1$ ile tam olarak bölünebilmesi için,

$$3P(1) + tQ(1) = 0$$

$$3 \cdot (-4) + t \cdot 6 = 0$$

$$-12 + 6t = 0$$

$$t = 2 \text{ olmalıdır.}$$

Cevap D

Örnek 59

$P(x) = x^3 + 5x^2 + 5x + 27$ polinomunun $Q(x)$ polinomuna bölünmesiyle elde edilen bölüm $x + 5$ olduğuna göre, kalan kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

(I. Yol)

$$P(x) = x^3 + 5x^2 + 5x + 27$$

$$P(x) = x^3 + 5x + 5x^2 + 25 + 2$$

$$P(x) = x(x^2 + 5) + 5(x^2 + 5) + 2$$

$$P(x) = (x + 5)(x^2 + 5) + 2$$

olduğu için $P(x)$, $x^2 + 5$ e bölündüğünde

$(Q(x) = x^2 + 5)$ bölüm $x + 5$, kalan 2 olur.

(II. Yol)

$$\begin{array}{r|l} P(x) & Q(x) \\ \hline & x + 5 \end{array} \Rightarrow P(x) = Q(x) \cdot (x + 5) + k$$

$$P(-5) = Q(-5) \cdot (-5 + 5) + k$$

$$P(-5) = k \dots (*)$$

$$P(x) = x^3 + 5x^2 + 5x + 27$$

$$P(-5) = (-5)^3 + 5 \cdot (-5)^2 + 5 \cdot (-5) + 27$$

$$P(-5) = -125 + 125 - 25 + 27$$

$$P(-5) = 2$$

Buna göre, kalan :

$$k = P(-5) = 2 \text{ olur.}$$

Cevap C

Örnek 60

$$P(x-2) = (x^2 + 1) \cdot Q(x-1) - x - 1$$

eşitliği verilmiştir.

$P(x)$ polinomunun $(x-3)$ ile bölümünden kalan 20 olduğuna göre, $Q(x)$ polinomunun $(x-4)$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

$P(x-2) = (x^2 + 1) \cdot Q(x-1) - x - 1$ eşitliği veriliyor. $P(x)$ in $x-3$ ile bölümünden kalan $P(3) = 20$ olup, $Q(x)$ in $(x-4)$ ile bölümünden kalan $Q(4)$ tür. Verilen eşitlikte x yerine 5 yazılırsa,

$$P(5-2) = (5^2 + 1) \cdot Q(5-1) - 5 - 1$$

$$P(3) = 26 \cdot Q(4) - 6$$

$$20 = 26 \cdot Q(4) - 6$$

$$Q(4) = 1 \text{ bulunur.}$$

Cevap B

2. Bölün İkinci Dereceden ve Çarpanlarına Ayrılıyorsa

$P(x)$ polinomu $a(x-b)(x-c)$ polinomuna tam bölünüyorsa, $P(b) = 0$ ve $P(c) = 0$ dir.

Örnek 61

$$P(x) = x^3 + mx^2 + nx + 4$$

polinomu $x^2 + x - 2$ ile tam bölünebiliyor.

Buna göre, $m - n$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

(I. Yol)

$$\begin{array}{r} x^3 + mx^2 + nx + 4 \\ - x^3 + x^2 - 2x \\ \hline (m-1)x^2 + (n+2)x + 4 \\ - (m-1)x^2 + (m-1)x - 2(m-1) \\ \hline (n+2-m+1)x + 4 + 2(m-1) \\ \hline 0 \end{array}$$

Tam bölünüyorsa kalan sıfırdır.

$$(n-m+3)x + 4 + 2m - 2 = 0$$

$$(n-m+3)x + 2 + 2m = 0 \text{ ise}$$

$$n-m+3 = 0 \text{ ve } 2+2m = 0 \text{ dir.}$$

$$n-m = -3 \text{ ise}$$

$$m-n = 3 \text{ tür.}$$

(II. Yol)

$$x^2 + x - 2 = (x+2)(x-1) \text{ dir.}$$

$$\begin{array}{r} P(x) \mid (x+2)(x-1) \\ \hline B(x) \\ \hline 0 \end{array}$$

olduğundan, $P(x) = (x+2)(x-1) \cdot B(x)$

$$P(-2) = 0 \text{ ve } P(1) = 0 \text{ dir.}$$

$$P(x) = x^3 + mx^2 + nx + 4$$

$$P(-2) = (-2)^3 + m(-2)^2 + n(-2) + 4$$

$$0 = -8 + 4m - 2n + 4$$

$$4m - 2n = 4 \dots (\star)$$

$$P(x) = x^3 + mx^2 + nx + 4$$

$$P(1) = 1^3 + m \cdot 1^2 + n \cdot 1 + 4$$

$$0 = 1 + m + n + 4$$

$$m + n = -5 \dots (\star\star)$$

($\star$) ve ($\star\star$) denklemleri birlikte çözümlerse

$$m = -1 \text{ ve } n = -4 \text{ bulunur.}$$

$$\text{Buna göre, } m - n = 3 \text{ tür.}$$

Cevap C

Örnek 62

$P(x)$ polinomunun $x-1$ ile bölümünden kalan 4, $x+2$ ile bölümünden kalan 7 dir.

Buna göre, $P(x)$ in $x^2 + x - 2$ ile bölünmesiyle elde edilen kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 4 B) 7 C) x D) 5 - x E) x + 5

Çözüm

Bölen ikinci dereceden ise, kalan en fazla birinci dereceden olabilir.

Buna göre, bölüm $B(x)$ ve kalan $mx + n$ olsun.

$$P(x) = (x^2 + x - 2) B(x) + mx + n$$

$$P(x) = (x-1)(x+2) B(x) + mx + n$$

$$P(1) = m + n \text{ ve } P(-2) = -2m + n$$

$$P(x) \text{ in } x-1 \text{ ile bölümünden kalan 4 ise, } P(1) = 4$$

$$P(x) \text{ in } x+2 \text{ ile bölümünden kalan 7 ise, } P(-2) = 7 \text{ dir. Buradan;}$$

$$\begin{array}{r} m + n = 4 \\ - 2m + n = 7 \\ \hline 3m = -3 \end{array}$$

$$m = -1 \text{ ve } n = 5 \text{ tir.}$$

$$\text{Kalan : } mx + n = -x + 5 \text{ olur.}$$

Cevap D

Örnek 63

$P(x)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan 3 ve $x + 3$ ile bölümünden kalan 13 tür.

Buna göre, $P(x)$ in $(x - 2) \cdot (x + 3)$ çarpımına bölümünden elde edilen kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2x + 7$ B) $-2x$ C) $x + 7$
D) $x - 7$ E) $2x + 7$

Çözüm

$P(x)$ in $x - 2$ ile bölümünden kalan 3 ise $P(2) = 3$

$P(x)$ in $x + 3$ ile bölümünden kalan 13 ise $P(-3) = 13$ tür.

$P(x)$ in $(x - 2)(x + 3)$ ile bölümünden kalan $ax + b$ şeklinde birinci dereceden bir polinomdur. Buna göre,

$$P(x) = (x - 2)(x + 3)B(x) + ax + b \text{ dir.}$$

$$P(2) = 3 \text{ ise } P(2) = 2a + b = 3$$

$$P(-3) = 13 \text{ ise } P(-3) = -3a + b = 13$$

Buradan

$$\begin{array}{r} -3a + b = 13 \\ + \quad 2a + b = 3 \\ \hline -5a = 10 \end{array}$$

$$a = -2 \text{ ve } b = 7 \text{ dir.}$$

Kalan : $ax + b = -2x + 7$ olur.

Cevap A

Örnek 64

Bir polinomun $(x - 2)^2$ ile bölümünden kalan $3x + 8$ olduğuna göre,

Bu polinomun $x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 15 B) 14 C) 12 D) 10 E) 8

Çözüm

Bir $P(x)$ polinomunun $(x - 2)^2$ ye bölünmesiyle elde edilen bölüm $Q(x)$ ve kalan $3x + 8$ olsun. Buna göre,

$$P(x) = (x - 2)^2 \cdot Q(x) + 3x + 8 \text{ dir.}$$

Bu polinomda x yerine 2 yazılırsa $P(x)$ in $x - 2$ ye bölümünden kalan bulunur. Buna göre,

$$P(2) = (2 - 2)^2 \cdot Q(2) + 3 \cdot 2 + 8$$

$$P(2) = 0 \cdot Q(2) + 14$$

$$P(2) = 14 \text{ bulunur.}$$

Cevap B

3. Bölen Çarpanlarına Ayrılmıyorsa

Örnek 65

$$P(x) = x^3 + 2x^2 + 3x - 2$$

polinomunun $x^2 - x - 1$ ile bölünmesiyle elde edilen kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x - 3$ B) $x + 7$ C) $x - 7$
D) $7x + 1$ E) $7x - 1$

Çözüm

(I. Yol)

$$\begin{array}{r} x^3 + 2x^2 + 3x - 2 \quad | \quad x^2 - x - 1 \\ \underline{x^3 - x^2 - x} \\ 3x^2 + 4x - 2 \\ \underline{3x^2 - 3x - 3} \\ 7x + 1 \end{array}$$

(II. Yol)

$x^2 - x - 1$ ifadesinde en büyük dereceli olan x^2 yi yalnız bırakalım.

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$x^2 = x + 1 \dots (\star)$$

Polinomda x^2 yerine $x + 1$ yazılarak kalan bulunur.

Önce $P(x)$ polinomunu düzenleyelim :

$$P(x) = x^3 + 2x^2 + 3x - 2$$

$$P(x) = x^2 \cdot x + 2x^2 + 3x - 2$$

$$\text{Kalan : } (x + 1) \cdot x + 2(x + 1) + 3x - 2$$

$$= x^2 + x + 2x + 2 + 3x - 2$$

$$= x^2 + 6x$$

$$= (x + 1) + 6x$$

$$= 7x + 1 \text{ dir.}$$

Cevap D

Örnek 66

$P(x) = 3x^{36} - 5x^{18} + 4$ polinomunun $x^9 + \sqrt{3}$ ile bölümündeki kalan kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 16

Çözüm

$P(x)$ in $x^9 + \sqrt{3}$ ile bölümünden kalan,

$x^9 + \sqrt{3} = 0$ ise $P(x)$ de $x^9 = -\sqrt{3}$ yazılarak bulunur.

$$P(x) = 3x^{36} - 5x^{18} + 4$$

$$P(x) = 3 \cdot (x^9)^4 - 5 \cdot (x^9)^2 + 4$$

olduğu için,

$$\text{Kalan} : 3(-\sqrt{3})^4 - 5(-\sqrt{3})^2 + 4$$

$$= 3 \cdot 9 - 5 \cdot 3 + 4$$

$$= 27 - 15 + 4$$

$$= 16 \text{ dir.}$$

Cevap E

Örnek 67

$P(x) = 2x^8 - ax^4 + 6$ polinomunun $x^2 + \sqrt{3}$ ile tam bölünebilmesi için a kaç olmalıdır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

Çözüm

$P(x)$ polinomu $x^2 + \sqrt{3}$ ile tam bölündüğüne göre,

$x^2 + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow x^2 = -\sqrt{3}$ polinomda yerine yazıldığında sonuç sıfır olmalıdır.

$$P(x) = 2(x^2)^4 - a(x^2)^2 + 6$$

$$2 \cdot (-\sqrt{3})^4 - a(-\sqrt{3})^2 + 6 = 0$$

$$2 \cdot 9 - a \cdot 3 + 6 = 0$$

$$24 = 3a$$

$$a = 8$$

Cevap C

Örnek 68

$P(x) = x^{12} - 2x^6 + x^4 + x - 2$ polinomunun $x^3 + 1$ ile bölünmesiyle elde edilen kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 - x + 1$ B) $2x - 3$ C) $x - 3$
D) -2 E) -3

Çözüm

$$x^3 + 1 = 0 \Rightarrow x^3 = -1$$

Polinomda x^3 yerine -1 yazılırsa kalan bulunur.

$$\text{Kalan} : x^{12} - 2x^6 + x^4 + x - 2$$

$$= (x^3)^4 - 2(x^3)^2 + x^3x + x - 2$$

$$= (-1)^4 - 2(-1)^2 + (-1)x + x - 2$$

$$= 1 - 2 - x + x - 2$$

$$= -3 \text{ tür.}$$

Cevap E

Örnek 69

$P(x) = x^3 - ax^2 + bx + 12$ polinomu $Q(x) = x^2 - x - 6$ polinomuna tam bölünebiliyor.

Buna göre, a . b kaçtır?

- A) -12 B) -8 C) -6 D) -4 E) -3

Çözüm

(I. Yol)

$P(x)$ polinomu $x^2 - x - 6$ ifadesi ile tam bölünüyorsa, $x^2 - x - 6 = (x + 2)(x - 3)$ çarpanlarına da aynı aynı bölünebilir.

Yani $P(-2) = 0$ ve $P(3) = 0$ dir.

Buna göre,

$$P(x) = x^3 - ax^2 + bx + 12$$

$$P(-2) = (-2)^3 - a(-2)^2 + b(-2) + 12$$

$$0 = -8 - 4a - 2b + 12$$

$$-2 = 2a + b \dots (\star)$$

$$P(x) = x^3 - ax^2 + bx + 12$$

$$P(3) = 3^3 - a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + 12$$

$$0 = 27 - 9a + 3b + 12$$

$$-39 = -9a + 3b$$

$$-13 = -3a + b \dots (\star\star)$$

($\star$) denklemini ile ($\star\star$) denkleminin ortak çözümünden

($a = 3$ ve $b = -4$) $\Rightarrow a \cdot b = -12$ bulunur.

(II. yol)

$x^2 - x - 6 = 0$ ise $x^2 = x + 6$, $P(x)$ de yerine yazılırsa kalan bulunur.

$P(x)$, $x^2 - x - 6$ ile tam bölünüyorsa kalan sıfırdır.

$$P(x) = x^3 - ax^2 + bx + 12$$

$$(x + 6) \cdot x - a(x + 6) + bx + 12 = 0$$

$$x^2 + 6x - ax - 6a + bx + 12 = 0$$

$$(x + 6) + 6x - ax - 6a + bx + 12 = 0$$

$$(7 - a + b)x + 18 - 6a = 0 \cdot x + 0$$

$$7 - a + b = 0 \text{ ve } 18 - 6a = 0$$

Bu iki denklemden $a = 3$ ve $b = -4$ ise $a \cdot b = -12$ bulunur.

Cevap A

4. Bölen $(ax + b)^n$ ise

Bu biçimdeki bölme işleminde bundan önce verilen yöntemler kullanılabilir. Ayrıca, aşağıdaki yöntem de kullanılabilir.

KURAL :

$$P(x) = ax^n + bx^m + d$$

$$P'(x) = nax^{n-1} + bmx^{m-1} + 0$$

$$P''(x) = n(n-1)ax^{n-2} + bm(m-1)x^{m-2} \text{ dir.}$$

KURAL :

$P(x)$ Polinomu $(ax + b)^n$ ile tam bölünüyorsa

$$P\left(-\frac{b}{a}\right) = 0$$

$$P'\left(-\frac{b}{a}\right) = 0$$

$$P''\left(-\frac{b}{a}\right) = 0$$

.....

$$P^{(n-1)}\left(-\frac{b}{a}\right) = 0 \text{ dir.}$$

Örnek 70

$$P(x) = 2x^4 - 3x^3 + 4x + 5 \text{ ise,}$$

$$P'(x) = 2 \cdot 4 \cdot x^{4-1} - 3 \cdot 3 \cdot x^{3-1} + 4 \cdot 1 \cdot x^{1-1} + 0 \\ = 8x^3 - 9x^2 + 4$$

$$P''(x) = 8 \cdot 3 \cdot x^{3-1} - 9 \cdot 2 \cdot x^{2-1} + 0 = 24x^2 - 18x$$

$$P'''(x) = 24 \cdot 2 \cdot x^{2-1} - 18 \cdot 1 \cdot x^{1-1} = 48x - 18 \text{ dir.}$$

Örnek 71

$P(x) = x^3 - 4x^2 + mx + n$ polinomu $(x - 1)^2$ ile tam bölünebiliyor.

Buna göre, $m \cdot n$ kaçtır?

- A) -11 B) -10 C) -8 D) -4 E) 0

Çözüm

(I. Yol)

Bölmenin tanımına göre bölüm birinci dereceden ve kalan sıfırdır.

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 4x^2 + mx + n & (x-1)^2 \\ & ax+b \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^3 - 4x^2 + mx + n &= (x-1)^2 \cdot (ax+b) \\ &= (x^2 - 2x + 1)(ax+b) \\ &= ax^3 + (b-2a)x^2 + (a-2b)x + b \end{aligned}$$

İki polinomun eşitliği tanımından;

$$1 = a \text{ ve } -4 = b - 2a \text{ ve } m = a - 2b \text{ ve } n = b \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$a = 1, b = -2, m = 5, n = -2$$

$$m \cdot n = 5 \cdot (-2) = -10 \text{ dur.}$$

(II. Yol)

$P(x)$ polinomu $(x - 1)^2$ ile tam bölünebiliyorsa $(x - 1)$ ile tam olarak bölünmelidir.

$P(x)$ in $(x - 1)$ e bölündüğünde bölümün de yine $(x - 1)$ e tam olarak bölünmelidir.

Ayrıca, $P(x)$ polinomunun katsayıları 1, -4, m, n olup, bunları aşağıdaki tabloya yerleştirip Horner metodu uygulayalım.

1	1	-4	m	n
	1	-3	m-3	m-3
				m+n-3=0
				Kalan

Bölüm : $x^2 - 3x + m - 3$ e yine Horner Metodu uygulayalım.

1	1	-3	m-3
	1	-2	m-5
			m-5=0
			Kalan

$P(x)$ polinomu ve bölüm polinomu $(x - 1)$ ile tam bölündüğünden kalan sıfırdır.

Buna göre,

$$m + n - 3 = 0 \text{ ve } m - 5 = 0 \text{ denklemlerinden } m = 5 \text{ bulunup diğer denklemde yerine yazıldığında } 5 + n - 3 = 0 \text{ ise } n = -2 \text{ bulunur.}$$

$$Buna göre, m \cdot n = -10 \text{ dur.}$$

(III. Yol)

$P(x) = x^3 - 4x^2 + mx + n$ polinomu $(x - 1)^2$ ile tam bölünebiliyorsa,

$$P(1) = 0 \text{ ve } P'(1) = 0 \text{ dir.}$$

$$P(x) = x^3 - 4x^2 + mx + n$$

$$P(1) = 1^3 - 4 \cdot 1^2 + m \cdot 1 + n$$

$$0 = 1 - 4 + m + n$$

$$m + n = 3 \dots (\star)$$

$$P(x) = x^3 - 4x^2 + mx + n$$

$$P'(x) = 3x^2 - 4 \cdot 2 \cdot x + m$$

$$P'(1) = 3 \cdot 1^2 - 8 \cdot 1 + m$$

$$0 = 3 - 8 + m$$

$$0 = -5 + m$$

$$m = 5 \dots (\star\star)$$

($\star$) ve ($\star\star$) den $m = 5$ ve $n = -2$ dir.

$$m \cdot n = 5 \cdot (-2) = -10 \text{ dur.}$$

Cevap B

Örnek 72

$P(x) = x^4 - 2x^3 + ax^2 + bx + c$ polinomunun $(x + 1)^3$ ile tam bölünebilmesi için a, b, c kaç olmalıdır?

Çözüm

$$P(-1) = 0, P'(-1) = 0 \text{ ve } P''(-1) = 0 \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$P(x) = x^4 - 2x^3 + ax^2 + bx + c$$

$$P(-1) = (-1)^4 - 2(-1)^3 + a(-1)^2 + b(-1) + c$$

$$0 = 1 + 2 + a - b + c$$

$$a - b + c = -3 \dots (\star)$$

$$P(x) = x^4 - 2x^3 + ax^2 + bx + c$$

$$P'(x) = 4x^3 - 6x^2 + 2ax + b$$

$$P'(-1) = 4(-1)^3 - 6(-1)^2 + 2a(-1) + b$$

$$0 = -4 - 6 - 2a + b$$

$$-2a + b = 10 \dots (\star\star)$$

$$P(x) = x^4 - 2x^3 + ax^2 + bx + c$$

$$P''(x) = 12x^2 - 12x + 2a$$

$$P''(-1) = 12(-1)^2 - 12(-1) + 2a$$

$$0 = 12 + 12 + 2a$$

$$a = -12 \dots (\star\star\star)$$

($\star$), ($\star\star$) ve ($\star\star\star$) den

$$a = -12 \quad b = -14 \quad c = -5 \text{ bulunur.}$$

Örnek 73

$P(x) = x^4 - 3x^2 + mx + n$ polinomu $(x + 2)^2$ ile tam olarak bölünüyorsa m kaçtır?

- A) 26 B) 24 C) 22 D) 20 E) 18

Çözüm

$$P(x) = x^4 - 3x^2 + mx + n$$

$$P'(x) = 4x^3 - 6x + m$$

$$P'(-2) = 4 \cdot (-2)^3 - 6 \cdot (-2) + m$$

$$0 = -32 + 12 + m$$

$$m = 20$$

Cevap D

Örnek 74

$P(x) = x^4 + 2x^3 - mx + n$ polinomu $(x + 2)^2$ ile tam olarak bölünüyor.

Buna göre, $m + n$ kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

Çözüm

$P(x)$ polinomu $(x + 2)^2$ ile tam olarak bölünebiliyorsa,

$$P(-2) = 0 \text{ ve } P'(-2) = 0 \text{ dir.}$$

$$P(x) = x^4 + 2x^3 - mx + n$$

$$P'(x) = 4x^3 + 6x^2 - m$$

$$P'(-2) = 4(-2)^3 + 6(-2)^2 - m$$

$$0 = -32 + 24 - m$$

$$m = -8 \dots (\star)$$

$$P(-2) = (-2)^4 + 2(-2)^3 - m(-2) + n$$

$$0 = 16 - 16 + 2m + n$$

$$n = -2m$$

$$n = -2 \cdot (-8)$$

$$n = 16$$

$$\text{Buna göre, } m + n = -8 + 16 = 8 \text{ dir.} \quad \text{Cevap C}$$

Örnek 75

$P(x) = ax^4 + 4x^3 - 3x^2 + bx + c$ nin iki katlı bir kökü $x = 2$ olduğuna göre,

a ile b arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

$$A) 32a + b + 10 = 0 \quad B) 32a + b + 36 = 0$$

$$C) 16a + b - 24 = 0 \quad D) 16a + b - 32 = 0$$

$$E) 16a + 2b + 24 = 0$$

Çözüm

$P(x)$ in iki katlı bir kökü $x = 2$ ise $P(x)$ polinomu $(x - 2)^2$ ile tam olarak bölünür. Bu durumda $P'(x)$ de $x - 2$ ile tam olarak bölünür. Yani $P'(2) = 0$ dir.

$$P(x) = ax^4 + 4x^3 - 3x^2 + bx + c$$

$$P'(x) = 4ax^3 + 12x^2 - 6x + b$$

$$P'(2) = 4a \cdot 2^3 + 12 \cdot 2^2 - 6 \cdot 2 + b$$

$$0 = 32a + b + 36$$

Cevap B

Örnek 76

$P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ polinomunun çift katlı bir kökü -1 dir.

Buna göre, $2a - b + d$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

$P(x)$ in çift katlı bir kökü -1 ise, $P(x)$ polinomu $(x + 1)^2$ ile tam bölünür.

Buna göre,

$$P(-1) = 0 \text{ ve } P'(-1) = 0 \text{ dir.}$$

$$P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$P(-1) = 1 - a + b - c + d = 0$$

$$-a + b - c + d = -1 \dots (\star)$$

$$P'(x) = 4x^3 + 3ax^2 + 2bx + c$$

$$P'(-1) = -4 + 3a - 2b + c = 0$$

$$3a - 2b + c = 4 \dots (\star\star)$$

($\star$) ve ($\star\star$) denklemler taraf tarafa toplanır,

$$\begin{array}{r} -a + b - c + d = -1 \\ + \quad 3a - 2b + c = 4 \\ \hline 2a - b + d = 3 \text{ tür.} \end{array}$$

Cevap C

Örnek 77

$$P(x) = x^4 - \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + bx + c$$

polinomunun $(x - 1)^3$ ile bölümünden kalan $4x - 1$ dir.

Buna göre, $2a + b$ kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

(I. Yol)

$P(x)$ polinomunun $(x - 1)^3$ ile bölümünden kalan $4x - 1$ ise,

$$P(x) = (x - 1)^3 \cdot B(x) + 4x - 1$$

$$P(x) - 4x + 1 = (x - 1)^3 \cdot B(x) \text{ olur.}$$

Buradan, $P(x) - 4x + 1$ polinomu $(x - 1)^3$ ile tam bölünür.

O halde,

$(P(x) - 4x + 1)$ polinomu $x - 1$ ile tam olarak bölünür. Yani, $x = 1$ için sonuç sıfırdır.

Buna göre,

$$P(x) = x^4 - \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + bx + c$$

$$P(x) - 4x + 1 = x^4 - \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + (b - 4)x + c + 1$$

$$P'(x) - 4 = 4x^3 - x^2 + 2ax + b - 4$$

$$x = 1 \text{ için, } P'(1) - 4 = 4 \cdot 1^3 - 1^2 + 2a \cdot 1 + b - 4$$

$$0 = 4 - 1 + 2a + b - 4$$

$$2a + b = 1 \text{ dir.}$$

(II. Yol)

$$(x - 1)^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 \text{ dir.}$$

$$\begin{array}{r|l} x^4 - \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + bx + c & x^3 - 3x^2 + 3x - 1 \\ x^4 - 3x^3 + 3x^2 - x & x + \frac{8}{3} \\ \hline \frac{8}{3}x^3 + (a - 3)x^2 + (b + 1)x + c & \\ \hline \frac{8}{3}x^3 - 8x^2 + 8x - \frac{8}{3} & \\ \hline (a + 5)x^2 + (b - 7)x + c + \frac{8}{3} & \end{array}$$

Kalan $4x - 1$ ise,

$$a + 5 = 0, b - 7 = 4 \text{ ve } c + \frac{8}{3} = -1 \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$a = -5, b = 11 \text{ ve } 2 \cdot a + b = 2 \cdot (-5) + 11 = 1 \text{ dir.}$$

Cevap B

G. ASAL POLİNOMLAR

Sabit olmayan en az iki polinomun çarpımı biçiminde yazılamayan polinomlara **indirgenemeyen polinomlar**, baş katsayısı 1 olan indirgenemeyen polinomlara da **asal polinomlar** denir.

Örnek 78

$$P(x) = 3x + 5$$

$$Q(x) = 2x^2 + 5$$

$$R(x) = 3x^2 + x + 8$$

polinomları indirgenemeyen polinomlardır.

Örnek 79

$$P(x) = x^2 + 1$$

$$Q(x) = x^2 + x + 10$$

$$R(x) = x + 4$$

polinomları asal polinomlardır.

H. POLİNOMLARDA OBEB-OKEK

Sıfırdan farklı iki ya da daha çok polinomun hepsine tam olarak bölünebilen en küçük dereceli polinoma bu polinomların ortak katlarının en küçüğü (OKEK i) denir.

Sıfırdan farklı iki ya da daha çok polinomun hepsini tam olarak bölen en büyük dereceli polinoma bu polinomların ortak bölenlerinin en büyüğü (OBEB i) denir.

Verilen polinomların OBEB ve OKEK i aşağıdaki gibi bulunur.

Verilen polinomlar asal çarpanlarına ayrılır.

- Ortak asal çarpanlardan derecesi en büyük olanlarla ortak olmayanların çarpımı OKEK i verir.
- Ortak asal çarpanlardan derecesi en küçük olanların çarpımı OBEB i verir.

Örnek 80

$$P(x) = 3x^3 + 12x^2 + 12x$$

$$Q(x) = 30x^2 - 120$$

polinomlarının OKEK ini ve OBEB ini bulalım.

Çözüm

Polinomları asal çarpanlarına ayıralım.

$$P(x) = 3 \cdot x \cdot (x^2 + 4x + 4) = 3 \cdot x \cdot (x + 2)^2$$

$$Q(x) = 30(x^2 - 4) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (x - 2) \cdot (x + 2)$$

Buna göre,

$$\text{OKEK}(P(x), Q(x)) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot x \cdot (x - 2) \cdot (x + 2)^2$$

$$\text{OBEB}(P(x), Q(x)) = 3 \cdot (x + 2) \text{ dir.}$$

Örnek 81

$$P(x) = x^3y + 2x^3$$

$$Q(x) = x^2y^2 + 4x^2y + 4x^2$$

$$T(x) = xy^2 + 2xy$$

polinomlarının OKEK ini ve OBEB ini bulalım.

Çözüm

Polinomları asal çarpanlarına ayıralım.

$$P(x) = x^3 \cdot (y + 2)$$

$$Q(x) = x^2(y^2 + 4y + 4) = x^2 \cdot (y + 2)^2$$

$$T(x) = x \cdot y \cdot (y + 2)$$

Buna göre,

$$\text{OKEK}(P(x), Q(x)) = x^3 \cdot y \cdot (y + 2)^2$$

$$\text{OBEB}(P(x), Q(x)) = x \cdot (y + 2) \text{ dir.}$$

I. RASYONEL İFADELERİN BASİT KESİRLERİN TOPLAMI OLARAK YAZILMASI

a, b, c, A, B, C birer reel (gerçek) sayı, m, n birer pozitif tamsayı ve $ax^2 + bx + c$ asal bir polinom olmak üzere,

$$\frac{A}{(ax+b)^m} \text{ ve } \frac{Bx+c}{(ax^2+bx+c)^n}$$

biçimindeki ifadeler **basit kesir** denir.

Örnek 82

$$\frac{4}{(5x+1)^5}, \frac{3x+1}{x^2+x+2}, \frac{\sqrt{2}}{x^2+5}$$

ifadeleri birer basit kesirdir.

$$\frac{3}{x^2-2x-3}, \frac{3x+1}{x^2-4}, \frac{5x-2}{(x-3)(x+2)}$$

ifadeleri birer basit kesir değildir.

Örnek 83

$$\frac{15}{(x-2)(x+1)}$$

kesrini basit kesirlere ayıralım.

Çözüm

$$\begin{aligned}\frac{15}{(x-2)(x+1)} &= \frac{A}{(x-2)} + \frac{B}{(x+1)} \\ \frac{15}{(x-2)(x+1)} &= \frac{A(x+1)+B(x-2)}{(x-2)(x+1)} \\ \frac{15}{(x-2)(x+1)} &= \frac{(A+B)x+A-2B}{(x-2)(x+1)}\end{aligned}$$

bu iki rasyonel ifadenin eşit olması için,

$$\begin{aligned}15 &= (A+B)x + A - 2B \\ A+B &= 0 \\ -A-2B &= 15 \\ \hline 3B &= -15 \\ B &= -5 \text{ ve } A = 5 \text{ olmalıdır.}\end{aligned}$$

O halde, $\frac{15}{(x-2)(x+1)} = \frac{5}{x-2} - \frac{5}{x+1}$ dir.

Örnek 84

A ve B birer reel (gerçek) sayıdır.

$$\frac{5x+3}{(x-2)(x+3)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+3}$$

olduğuna göre, $4A - B$ kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Çözüm

(I. Yol)

$$\begin{aligned}\frac{5x+3}{(x-2)(x+3)} &= \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+3} \\ \frac{5x+3}{(x-2)(x+3)} &= \frac{A(x+3)+B(x-2)}{(x-2)(x+3)} \text{ ise} \\ 5x+3 &= (A+B)x + 3A - 2B \text{ dir.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Buradan ; } A+B &= 5 \\ + 3A-2B &= 3 \\ \hline 4A-B &= 8 \text{ dir.}\end{aligned}$$

(II. Yol)

A'yı bulmak için,

A'nın paydasının kökü bulunur.

$$x-2=0 \Rightarrow x=2$$

bulunan bu değer eşitliğin birinci yanında A'nın paydası atılarak elde edilen $\frac{5x+3}{x+3}$ de yazılır.

$$A = \frac{5 \cdot 2 + 3}{2 + 3} = \frac{13}{5}$$

B'yı bulmak için,

A'yı bulmak için yapılan işlem B için yapılır.

$$x+3=0 \Rightarrow x=-3, \frac{5x+3}{x-2} \text{ de yazılırsa}$$

$$B = \frac{5 \cdot (-3) + 3}{-3 - 2} = \frac{-15 + 3}{-5} = \frac{-12}{-5} = \frac{12}{5} \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned}\text{O halde; } 4A-B &= 4 \cdot \frac{13}{5} - \frac{12}{5} \\ &= \frac{52-12}{5} \\ &= \frac{40}{5} \\ &= 8 \text{ dir.}\end{aligned}$$

Cevap D

Örnek 85

Aşağıdaki rasyonel ifadelerin basit kesirlerin toplamı olarak nasıl yazılabileceğine dikkat ediniz.

$$\begin{aligned}1. \frac{2x^2+3x+1}{x(x+1)} &= \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} \\ 2. \frac{2x+3}{(x+1)(x^2+3)} &= \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2+3} \\ 3. \frac{2x+3}{(x+1)(x^3+2)} &= \frac{A}{x+1} + \frac{Bx^2+Cx+D}{x^3+2} \\ 4. \frac{2x+3}{(x+1)(x-3)^2} &= \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{(x-3)^2}\end{aligned}$$

Örnek 86

$$\frac{x+4}{x(x^2+1)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$$

olduğuna göre, A . B . C kaçtır?

- A) 16 B) 4 C) 0 D) -4 E) -16

Çözüm

$$\begin{aligned}\frac{x+4}{x(x^2+1)} &= \frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+1} \\ \frac{x+4}{x(x^2+1)} &= \frac{A(x^2+1)+x(Bx+C)}{x(x^2+1)}\end{aligned}$$

olduğundan,

$$x+4 = A(x^2+1) + x(Bx+C)$$

$$x+4 = Ax^2 + A + Bx^2 + Cx$$

$$x+4 = (A+B)x^2 + Cx + A \text{ ise,}$$

$$A+B=0, C=1 \text{ ve } A=4 \text{ tır.}$$

$$\text{Buradan; } A=4, B=-4, C=1$$

$$A \cdot B \cdot C = -16 \text{ dir.}$$

Cevap E

1. $P(x) = x^{5-n} + x^{n+2} + 2x + 3^n$
bağıntısı bir polinomdur.
Buna göre, 2^n en az kaçtır?
A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) 1 D) 2 E) 4
2. $m > n$ olmak üzere,
 $\text{der}[P(x)] = m$
 $\text{der}[Q(x)] = n$
olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
A) $\text{der}[P(x) + Q(x)] = m$
B) $\text{der}[P(x) - Q(x)] = m - n$
C) $\text{der}[P(x) \cdot Q(x)] = m + n$
D) $\text{der}[P(x) : Q(x)] = m - n$
E) $\text{der}[x^3 \cdot P(x) - Q(x)] = m + 3$
3. $P(x)$ ve $Q(x)$ in $x + 5$ ile bölümünden kalanlar sırasıyla -2 ve 4 tür.
Buna göre, t nin hangi değeri için
 $t \cdot P(x) - x \cdot Q(x)$ polinomu $x + 5$ ile tam olarak bölünür?
A) -10 B) -5 C) -2 D) 2 E) 10
4. $P(x) = x^{99} + x^{88} + nx^{22} + 3$
polinomunun bir çarpanı $x + 1$ dir.
Buna göre, n kaçtır?
A) -3 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3
5. $P(x) = x^{36} + 8x^{33} + x^6 + 4x^3 + 2$
polinomunun $x + 2$ ile bölünmesiyle elde edilen kalan kaçtır?
A) 66 B) 34 C) 32 D) 30 E) 18

6. $P(x)$ polinomunun terimlerinin katsayılarının toplamı 4 tür ve $Q(x)$ polinomunun sabit terimi -5 tir.
 $P(x - 2) + Q(x - 3) = x^2 + mx + 5$
olduğuna göre, m kaçtır?
A) -5 B) -3 C) -1 D) 2 E) 4

7. $P(4x)$ polinomunun $x + 1$ ile bölümünden kalan 12 dir.
 $P(2x)$ polinomunun $x + 2$ ile bölünmesiyle elde edilen kalan kaçtır?
A) 12 B) 6 C) 4 D) 3 E) 2

8. $P(x) = (x^2 + x + 2)^3 + (x^2 + x + 1)^2 + x^2 + x$
polinomunun $x^2 + x + 4$ ile bölünmesiyle elde edilen kalan kaçtır?
A) -5 B) -3 C) 0 D) 3 E) 5

9. $P(x)$ polinomunun $x^2 + x - 6$ ile bölümünden kalan $3x - 1$ dir.
 $P(x)$ in $x - 2$ ile bölünmesiyle elde edilen kalan kaçtır?
A) 10 B) 8 C) 5 D) 2 E) 1

10. $P(x)$ polinomunun $x + 1$ ile bölümünden kalan -5 ve $x - 2$ ile bölümünden kalan 7 dir.
Buna göre, $P(x)$ in $x^2 - x - 2$ ile bölünmesiyle elde edilen kalan aşağıdakilerden hangisidir?
A) $4x + 3$ B) $x - 1$ C) $2x + 1$
D) $x - 2$ E) $4x - 1$

11. $P(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$
olduğuna göre, $P(\sqrt[3]{4} - 2)$ kaçtır?
A) 16 B) 4 C) 2 D) 1 E) 0

12. $P(x) = x^{20} - 2 \cdot x^{10} + x^5 + 3$
polinomunun $x + \sqrt[5]{2}$ ile bölünmesinden
elde edilen kalan kaçtır?
A) 9 B) 7 C) 5 D) 3 E) 1

13. $P(x)$ polinomunun $x^2 - 5x + 6$ ile bölümünden
kalan $2x - 1$ dir.
Buna göre, $P^2(x)$ polinomunun $x - 3$ ile bölün-
mesiyle elde edilen kalan kaçtır?
A) 0 B) 9 C) 16 D) 25 E) 36

14. $P(x + 2) + P(x - 1) = 2(x^2 + 7)$
olduğuna göre, $P(x)$ polinomu aşağıdakiler-
den hangisi olabilir?
A) $x^2 + 3x + 7$ B) $x^2 - 3x + 7$ C) $2x^2 + 1$
D) $x^2 - 4$ E) $x^2 - x + 5$

15. $P(x) = x^3 + 3x^2 + mx + n$
polinomunun iki katlı bir kökü $x = -3$ tür.
Buna göre, $m + n$ kaçtır?
A) -36 B) -27 C) -18 D) -9 E) 0

16. $P(x) = (x + 4)^5 + (x + 3)^4 + (x + 2)^{1-n}$ polino-
mu $x + 3$ ile tam bölünüyor.
Buna göre, n için aşağıdakilerden hangisi
daima doğrudur?

- A) Doğal sayıdır.
B) Tam sayıdır.
C) Sıfır veya negatif çift sayıdır.
D) Pozitif çift sayıdır.
E) Pozitif tek sayıdır.

17. m ve n birer reel (gerçek) sayıdır.

$$\frac{-3x+9}{x^2+x-2} = \frac{m}{x-1} + \frac{n}{x+2}$$

olduğuna göre, $m - n$ kaçtır?

- A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

18. $P(x - 2) = x^3 + mx^2 - 3x - 5$
bağıntısı veriliyor.
 $P(x)$ polinomunun $x + 3$ ile bölümünden kalan 2
dir.
Buna göre, m kaçtır?
A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 5

19. $Q(x - 1)$ polinomunun $x - 2$ ile bölünmesiyle
elde edilen kalan 4 tür.
 $P(x + 1) = (x^2 - 2x + 3) \cdot Q(x) + x - 2$
olduğuna göre, $P(x)$ in $x - 2$ ile bölünmesiyle
elde edilen kalan kaçtır?
A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 3

20. $P(2x + 1) = 3x^2 - 2x + 4$
olduğuna göre, $P(x + 2)$ polinomunun $x + 1$
ile bölümünden kalan kaçtır?
A) 4 B) 3 C) 0 D) -1 E) -3

1. $P(x) = x^{5-n} + x^{n+2} + 2x + 3^n$ polinom olduğuna göre, x lerin kuvvetleri doğal sayıdır. Yani, $5-n \in \mathbb{N}$, $n \in \mathbb{N}$ ve $n+2 \in \mathbb{N}$ olmalıdır.

Bunun için, $5-n \geq 0 \Rightarrow n \leq 5 \dots (1)$

$$n+2 \geq 0 \Rightarrow -2 \leq n \dots (2)$$

(1) ve (2) den $-2 \leq n \leq 5$ olmalıdır.

Buna göre, n nin alabileceği değerler :

$$-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 \text{ tir.}$$

Buna göre, 2^n nin alabileceği en küçük değer :

$$2^n = 2^{-2} = \frac{1}{4} \text{ tür.}$$

Cevap B

2. $m > n$ ve $\text{der}[P(x)] = m$, $\text{der}[Q(x)] = n$ olduğuna göre, $\text{der}[P(x) - Q(x)] = m$ dir.
Buna göre, B seçeneğindeki ifade yanlıştır.

Cevap B

3. $P(x)$ in $x + 5$ ile bölümünden kalan -2 ise,
 $P(-5) = -2$ dir.
 $Q(x)$ in $x + 5$ ile bölümünden kalan 4 ise,
 $Q(-5) = 4$ tür.
 $t \cdot P(x) - x \cdot Q(x)$ polinomu $x + 5$ ile tam bölünebiliyorsa,
 $t \cdot P(-5) - (-5) \cdot Q(-5) = 0$
 $t \cdot (-2) - (-5) \cdot (4) = 0$
 $-2t + 20 = 0$
 $t = 10$ dur.

Cevap E

4. $P(x)$ in bir çarpanı $x + 1$ ise $P(x)$ polinomu $x + 1$ ile tam olarak bölünür. Yani $P(-1) = 0$ dir.
 $P(x) = x^{99} + x^{88} + nx^{22} + 3$
 $P(-1) = (-1)^{99} + (-1)^{88} + n(-1)^{22} + 3$
 $0 = -1 + 1 + n + 3$
 $n = -3$ tür.

Cevap A

5. $P(x)$ in $x + 2$ ile bölümünden kalan $P(-2)$ dir.

$$P(x) = x^{36} + 8x^{33} + x^6 + 4x^3 + 2$$

$$P(-2) = (-2)^{36} + 8 \cdot (-2)^{33} + (-2)^6 + 4(-2)^3 + 2$$

$$P(-2) = 2^{36} - 8 \cdot 2^{33} + 2^6 - 4 \cdot 2^3 + 2$$

$$P(-2) = 2^{36} - 2^3 \cdot 2^{33} + 64 - 32 + 2$$

$$P(-2) = 2^{36} - 2^{36} + 34$$

$$P(-2) = 34 \text{ tür.}$$

Cevap B

6. $P(x)$ in terimlerinin katsayılarının toplamı 4 ise,
 $P(1) = 4$ tür.

$Q(x)$ in sabit terimi -5 ise $Q(0) = -5$ tir.

$$P(x-2) + Q(x-3) = x^2 + mx + 5$$

$$P(3-2) + Q(3-3) = 3^2 + 3m + 5$$

$$P(1) + Q(0) = 3m + 14$$

$$4 - 5 = 3m + 14$$

$$m = -5$$

Cevap A

7. $P(4x)$ in $x + 1$ ile bölümünden kalan 12 olduğuna göre, $(x + 1 = 0)$ ise, $x = -1$ olur. Bu değer $P(4x)$ te yazılırsa

$$P[4 \cdot (-1)] = 12$$

$$P(-4) = 12 \text{ olur.}$$

$P(2x)$ in $x + 2$ ile bölümünden kalan, $(x + 2 = 0)$ ise $x = -2$ olduğu için

$$P[2 \cdot (-2)] = P(-4) = 12 \text{ olur.}$$

Cevap A

8. $x^2 + x + 4 = 0$ ise, $x^2 + x = -4 \dots (*)$ dir.

$P(x)$ polinomunda $x^2 + x$ yerine -4 yazılarak kalan bulunur.

$$P(x) = (x^2 + x + 2)^3 + (x^2 + x + 1)^2 + x^2 + x$$

$$\text{Kalan} = (-4 + 2)^3 + (-4 + 1)^2 - 4$$

$$= (-2)^3 + (-3)^2 - 4$$

$$= -8 + 9 - 4$$

$$= -3 \text{ olur.}$$

Cevap B

9. $P(x)$ in $x^2 + x - 6$ ile bölünmesiyle elde edilen bölüm $Q(x)$ olsun. Kalan $3x - 1$ olduğuna göre,
 $P(x) = Q(x) \cdot (x^2 + x - 6) + 3x - 1$ olur.
 $P(x)$ in $x - 2$ ile bölümünden kalan $P(2)$ dir.
 Buna göre,
 $P(2) = Q(2) \cdot (2^2 + 2 - 6) + 3 \cdot 2 - 1$
 $P(2) = Q(2) \cdot 0 + 5$
 $P(2) = 5$ bulunur.

Cevap C

10. $P(x)$ in $x + 1$ ile bölümünden kalan -5 ve $x - 2$ ile bölümünden kalan 7 olduğuna göre,
 $P(-1) = -5$ ve $P(2) = 7$ olur. $P(x)$ in $x^2 - x - 2$ ile bölümünden kalan birinci dereceden bir polinomdur. Kalan $mx + n$ ve $P(x)$ in $x^2 - x - 2$ ile bölünmesiyle elde edilen bölüm $B(x)$ ise,
 $P(x) = (x^2 - x - 2) \cdot B(x) + mx + n$ olur.
 $x = -1$ için,
 $P(-1) = ((-1)^2 - (-1) - 2) \cdot B(-1) + m \cdot (-1) + n$
 $-5 = -m + n \dots (1)$ olur.
 $x = 2$ için, $P(2) = (2^2 - 2 - 2) \cdot B(2) + 2 \cdot m + n$
 $7 = 2m + n \dots (2)$ olur.
 (1) ve (2) denklemlerinin ortak çözümünden
 $m = 4$ ve $n = -1$ bulunur.
 Buna göre, kalan : $4x - 1$ dir.

Cevap E

11. $P(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$
 $P(x) = (x + 2)^3$ dir.
 Buna göre,
 $P(\sqrt[3]{4} - 2) = (\sqrt[3]{4} - 2 + 2)^3$
 $= (\sqrt[3]{4})^3$
 $= 4$ bulunur.

Cevap B

12. $P(x)$ polinomunun $x + \sqrt[5]{2}$ ile bölünmesiyle elde edilen kalan
 $x + \sqrt[5]{2} = 0$ ise $x = -\sqrt[5]{2}$ olduğu için
 $P(-\sqrt[5]{2})$ dir.
 Buna göre,
 $P(x) = x^{20} - 2 \cdot x^{10} + x^5 + 3$

$$P(-\sqrt[5]{2}) = (-\sqrt[5]{2})^{20} - 2 \cdot (-\sqrt[5]{2})^{10} + (-\sqrt[5]{2})^5 + 3$$

$$P(-\sqrt[5]{2}) = 2^4 - 2 \cdot (2^2) - 2 + 3$$

$$P(-\sqrt[5]{2}) = 16 - 8 - 2 + 3$$

$$P(-\sqrt[5]{2}) = 9 \text{ dir.}$$

Cevap A

13. $P(x)$ polinomunun $x^2 - 5x + 6$ ile bölünmesiyle elde edilen bölüm $B(x)$ olsun. Kalan $2x - 1$ olduğuna göre,
 $P(x) = (x^2 - 5x + 6) \cdot B(x) + 2x - 1$
 $P^2(x) = [(x^2 - 5x + 6) \cdot B(x) + 2x - 1]^2$ olur.
 $P^2(x)$ in $x - 3$ ile bölümünden kalan $P^2(3)$ tür.
 O halde, kalan
 $P^2(3) = [(3^2 - 5 \cdot 3 + 6) \cdot B(3) + 2 \cdot 3 - 1]^2$
 $= [(9 - 15 + 6) \cdot B(3) + 5]^2$
 $= [0 \cdot B(3) + 5]^2$
 $= 5^2$
 $= 25$ tir.

Cevap D

14. Verilen eşitliği sağlayan polinom,
 $P(x) = ax^2 + bx + c$
 şeklinde ikinci dereceden polinomdur.
 $P(x + 2) = a(x + 2)^2 + b(x + 2) + c$
 $P(x + 2) = ax^2 + (b + 4a)x + 4a + 2b + c \dots (*)$
 $P(x - 1) = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$
 $P(x - 1) = ax^2 + (b - 2a)x + a - b + c \dots (**)$
 $P(x + 2) + P(x - 1) =$
 $2ax^2 + (2b + 2a)x + 5a + b + 2c$
 $2x^2 + 14 = 2ax^2 + (2b + 2a)x + 5a + b + 2c$
 Polinomların eşitliğinden,
 $2a = 2, 2b + 2a = 0$ ve $5a + b + 2c = 14$ ise,
 $a = 1, b = -1$ ve $c = 5$ bulunur.
 O halde, $P(x) = x^2 - x + 5$ tir.

Cevap E

15. $P(x)$ in iki katlı kökü $x = -3$ ise $P(x)$ in bir çarpanı $(x + 3)^2$ dir. Yani $P(x), (x + 3)^2$ ile tam olarak bölünür.
 O halde, $P(-3) = 0$ ve $P'(-3) = 0$ dir.
 $P(x) = x^3 + 3x^2 + mx + n$
 $P'(x) = 3x^2 + 6x + m$

$$P'(-3) = 3 \cdot (-3)^2 + 6 \cdot (-3) + m$$

$$0 = 27 - 18 + m$$

$$m = -9 \dots (\star)$$

$$P(x) = x^3 + 3x^2 + mx + n$$

$$P(-3) = (-3)^3 + 3 \cdot (-3)^2 + m \cdot (-3) + n$$

$$0 = -27 + 27 - 3m + n$$

$$n = 3m \text{ ise } n = 3 \cdot (-9) = -27 \dots (\star\star) \text{ dir.}$$

$$\text{Buna göre, } m + n = -9 + (-27) = -36 \text{ olur.}$$

Cevap A

16. $P(x)$ polinomu $x + 3$ ile tam bölündüğüne göre, $P(-3) = 0$ olmalıdır.

$$P(x) = (x + 4)^5 + (x + 3)^4 + (x + 2)^{1-n}$$

$$P(-3) = (-3 + 4)^5 + (-3 + 3)^4 + (-3 + 2)^{1-n}$$

$$0 = 1 + (-1)^{1-n}$$

$$(-1)^{1-n} = -1$$

Bu eşitliğin sağlanması için, $1 - n$ tek sayı olmalıdır.

$$1 - n \text{ tek ise } n \text{ çifttir. } \dots (\star)$$

Polinomun tanımı gereği üs doğal sayı olmalıdır. Yani,

$$1 - n \in \mathbb{N}, n \leq 1 \dots (\star\star)$$

$(\star)$ ve $(\star\star)$ dan n , sıfır veya negatif çift sayıdır.

Cevap C

$$17. \frac{-3x+9}{x^2+x-2} = \frac{m}{x-1} + \frac{n}{x+2}$$

$$\frac{-3x+9}{x^2+x-2} = \frac{m(x+2)+n(x-1)}{(x-1)(x+2)}$$

$$\frac{-3x+9}{x^2+x-2} = \frac{(m+n)x+2m-n}{x^2+x-2}$$

$$-3x + 9 = (m + n)x + 2m - n$$

polinomlarının eşitliğinden,

$$m + n = -3 \dots (1)$$

$$2m - n = 9 \dots (2)$$

(1) ve (2) denklemlerinin ortak çözümünden

$$m = 2 \text{ ve } n = -5 \text{ bulunur.}$$

$$\text{Buna göre, } m - n = 2 - (-5) = 7 \text{ dir.}$$

Cevap E

$$18. P(x - 2) = x^3 + mx^2 - 3x - 5$$

$P(x)$ in $x + 3$ ile bölümünden kalan 2 olduğuna göre, $P(-3) = 2$ dir. Verilen eşitlikte x yerine -1 yazılarak sonuca gidilir.

$$P(-1 - 2) = (-1)^3 + m(-1)^2 - 3(-1) - 5$$

$$P(-3) = -1 + m + 3 - 5$$

$$2 = m - 3$$

$$m = 5 \text{ tir.}$$

Cevap E

19. $Q(x - 1)$ in $x - 2$ ile bölümünden kalan 4 olduğuna göre,

$$Q(2 - 1) = 4$$

$$Q(1) = 4 \text{ tür.}$$

$P(x)$ in $x - 2$ ile bölümünden kalan $P(2)$ dir.

Buna göre,

$$P(x + 1) = (x^2 - 2x + 3) \cdot Q(x) + x - 2$$

bağıntısında x yerine 1 yazalım.

$$P(1 + 1) = (1^2 - 2 \cdot 1 + 3) \cdot Q(1) + 1 - 2$$

$$P(2) = (1 - 2 + 3) \cdot Q(1) + 1 - 2$$

$$P(2) = (1 - 2 + 3) \cdot Q(1) - 1$$

$$P(2) = 2 \cdot Q(1) - 1$$

$$P(2) = 2 \cdot 4 - 1$$

$$P(2) = 7 \text{ dir.}$$

Cevap B

20. $P(x + 2)$ polinomunun $x + 1$ ile bölümünden kalanı bulmak için, $P(x + 2)$ de x yerine -1 yazılır.

$$P(-1 + 2) = P(1)$$

Bunu bulmak için de;

$$P(2x + 1) = 3x^2 - 2x + 4 \text{ eşitliğinde } x \text{ yerine } 0 \text{ yazılır.}$$

$$P(2 \cdot 0 + 1) = 3 \cdot 0^2 - 2 \cdot 0 + 4$$

$$P(1) = 4 \text{ olur.}$$

Cevap A

1. Aşağıdaki bağıntılardan kaç tanesi polinomdur?

I. $P(x) = \frac{1}{x} + x - 5$
 II. $Q(x) = \sqrt{3} + \sqrt{5}$
 III. $P(x, y) = \sqrt{x} + \sqrt{y} - 2$
 IV. $H(x) = \sqrt{2}x^2 - 3x + 7$
 V. $R(x) = 0$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $R(x, y) = 5x^2y^4 + 2x^3y^5 - 7x^7 + 8y^6 + 10$ polinomunun derecesi kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. $(2x^3 + x^2 + 3x + 1) \cdot (3x^3 + 6x^2 - 5x + 7)$ çarpımı yapıp düzenlendiğinde x^4 lü terimin katsayısı kaç olur?

A) -7 B) -2 C) 3 D) 5 E) 6

4. $P(x) = ax^2 - 2x + c - 1$
 $Q(x) = 2x^2 + 4 + bx$
 polinomları eşit olduğuna göre, $a + b + c$ kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

5. A ve B birer reel (gerçek) sayıdır.

$$\frac{3x+1}{x^2-1} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1}$$

olduğuna göre, A . B kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

6. $P(x^2) = 3x^6 - 2x^4 + x^2 + 10$ olduğuna göre, $P(-1)$ kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 4 D) 6 E) 12

7. $P(3x - 2) = 3x^2 - 5x + 7$ olduğuna göre, $P(7)$ kaçtır?

A) 19 B) 21 C) 23 D) 25 E) 27

8. $P(2x - 6) = 2x^2 - 4x + 3$ olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?

A) 3 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

9. $P(x, y) = 5x^2y^5 - 3xy^3 + 2y^2 + 7$ olduğuna göre, $P(2, -1)$ kaçtır?

A) -17 B) -5 C) 1 D) 18 E) 23

10. $P(4x + 5) = 7x^3 - 4x^2 + 6x + 5$ eşitliği veriliyor.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun katsayılarının toplamı kaçtır?

A) -12 B) -10 C) 0 D) 10 E) 12

11. $P(x) = 3x^5 - 2x^3 + 7x + 5$
 $Q(x) = 4x^7 + 6x^4 + 5x^2 + 8$
 olduğuna göre, $P(x-7) \cdot Q(3x-1)$ polinomunun derecesi kaçtır?
 A) 7 B) 9 C) 12 D) 26 E) 35

12. $P(x) = 2x^3 - 5x + 6$
 $Q(x) = x^2 - 5x + 6$
 $R(x) = P(x^3 + 1) + Q(3x^2 - 5)$
 olduğuna göre, $R(x)$ polinomunun derecesi kaçtır?
 A) 3 B) 5 C) 6 D) 9 E) 13

13. $P(x) = 4x^3 - 5x^2 - x + 4$
 polinomunun $x + 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?
 A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

14. $P(x) = 3x^{15} + ax^{10} - x^9 - 5$
 $P(x)$ in çarpanlarından biri $x + 1$ dir.
 Buna göre, a kaçtır?
 A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

15. Bir polinomun $(x + 3)^2$ ile bölümünden kalan $2x + 9$ dur.
 Buna göre, bu polinomun $x + 3$ ile bölünmesiyle elde edilen kalan kaçtır?
 A) 3 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

16. $P(x) = 5x^{24} - 2 \cdot x^{18} + x^{12} + 3x^6 - 5$
 polinomunun $x^6 + 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?
 A) -3 B) -2 C) 0 D) 2 E) 3

17. $P(x) = x^3 - ax + b$
 polinomu $(x - 2)^2$ ile tam bölünüyor.
 Buna göre, b kaçtır?
 A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

18. $P(x) = x^3 + 2x^2 + 3x - 5$
 polinomunun $x^2 - x + 1$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $5x - 7$ B) $5x - 8$ C) $4x - 7$
 D) $3x - 8$ E) $4x + 6$

19. $P(x) = x^3 + 2x^2 + px + q$
 $Q(x) = x^2 + 3x + 2$
 $P(x)$ polinomu $Q(x)$ polinomuna tam bölündüğüne göre, (p, q) ikilisi aşağıdakilerden hangisidir?
 A) (1, 0) B) (-1, -2) C) (0, -1)
 D) (0, 1) E) (0, 0)

20. $P(x + 2)$ polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan 3 tür.

$$\frac{P(x+5)}{Q(x) \cdot (x^2 + 1)} = x^3 + x + 1$$

olduğuna göre, $Q(x)$ in $x + 2$ ile bölünmesiyle elde edilen kalan kaçtır?

- A) 45 B) 15 C) -5 D) $-\frac{1}{15}$ E) $-\frac{1}{45}$

1. $\text{der}[P(x) \cdot Q(x)] = 12$
 $\text{der}[P(x) : Q(x)] = 4$
 olduğuna göre, $\text{der}[Q(x)]$ kaçtır?
 A) 12 B) 9 C) 6 D) 4 E) 3

2. $P(x)$ ve $Q(x)$ in $x - 3$ ile bölümünden kalanlar sırasıyla 4 ve -2 dir.
 $P(x) \cdot [x^2 - 2 \cdot Q(x)]$
 polinomunun $x - 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?
 A) 52 B) 48 C) 36 D) 28 E) 12

3. $P(nx) = x^3 - 8x + 3$ polinomu veriliyor.
 $P(x)$ in $x + 2n$ ile bölümünden kalan kaçtır?
 A) 23 B) 18 C) 15 D) 11 E) 8

4. $P(x) = x^{55} - 25 \cdot x^{53} + x^3 - 10x + 20$
 polinomunun $x + 5$ ile bölümünden kalan kaçtır?
 A) -55 B) -45 C) -25 D) -15 E) -5

5. $P(x + 3) = x^3 - x + 10$
 $P(2x + 1)$ polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?
 A) 10 B) 5 C) 1 D) -5 E) -10

6. $P(x)$ polinomu $x + 2$ ile tam olarak bölünmektedir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi $x + 2$ ile tam olarak bölünmez?

- A) $x - 2 + P(x)$ B) $(x^2 + 4) \cdot P(x)$
 C) $x^2 - x - 6 + P(x)$ D) $x + 2 + P(x)$
 E) $x^2 + 2x - P(x)$

7. $P(x, y) = (x + y + 3)^8 + 3(x + y + 3)^7 + x + y + 6$
 polinomu aşağıdakilerin hangisine tam olarak bölünür?

- A) $x + y$ B) $x + y - 3$ C) $x + y + 3$
 D) $x + y + 6$ E) $x + y - 6$

8. $\frac{P(x+2)}{Q(x-1)} = x^2 - 8$
 $P(4) = 24$

olduğuna göre, $Q(x)$ polinomunun katsayılarının toplamı kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -4 D) 4 E) 8

9. $P(x) = x^5 - 4x^3 + 2x^2 + x - 1$
 polinomunun $x^2 + 1$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x - 1$ B) $4x - 3$ C) $6x + 1$
 D) $x + 3$ E) $6x - 3$

10. $P(x)$ polinomunun $x^3 - 4x$ ile bölümünden kalan $x^2 + x + 4$ tür.

$P(2x)$ in $x + 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 6 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

11. $P(x) = x^4 + x^3 - 7x^2 + mx + n$
 polinomu $x^2 + x - 6$ ile tam olarak bölünebildiğine göre, $m + n$ kaçtır?
 A) -7 B) -5 C) 5 D) 7 E) 12
12. $P(x) = x^4 - 4x^2 + mx + n$ polinomunun $x^2 + 2x$ ile bölümünden kalan $x + 5$ dir.
 Buna göre, $m - n$ kaçtır?
 A) -5 B) -4 C) -1 D) 1 E) 5
13. $P(x) = x^{10} + 2x^9 + x^5 - x^2 + x - 1$
 polinomunun $x^5 - x$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $4x - 1$ B) $2x + 5$ C) $x^4 + 2$
 D) $4x - 2$ E) $x^3 + x - 1$
14. $P(x) = x^4 + x^2 + mx + n$
 polinomu $(x - 2)^2$ ile tam olarak bölünebildiğine göre, m kaçtır?
 A) -64 B) -48 C) -36 D) 8 E) 36
15. $P(x)$ polinomunun $x + 1$ ile bölümünden kalan -6 ve $x - 3$ ile bölümünden kalan 2 dir.
 Buna göre, $P(x)$ in $(x + 1)(x - 3)$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?
 A) -12 B) $x - 12$ C) $x - 4$
 D) $2x + 1$ E) $2x - 4$

16. $P(x) = x^9 + 5x^6 + nx^3 + 2$
 polinomunun $x^3 + 2$ ile bölümünden kalan 4 tür.
 Buna göre, n kaçtır?
 A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1
17. $P(x)$ bir polinomdur.
 $P(2x) + P(x - 1) = 5x^2 + x + 2$
 olduğuna göre, $P(3)$ kaçtır?
 A) -4 B) -2 C) 6 D) 8 E) 13
18. $P(x)$ polinomunun $x^2 - 9$ ile bölümünden kalan $2x + 1$ dir.
 Buna göre, $P^2(x)$ in $x^2 - 9$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $4x - 1$ B) $2x + 1$ C) $4x + 37$
 D) $x + 5$ E) $2x - 8$
19. $P(x)$ polinomu x ile tam bölünebilmektedir.
 $P[P(x) + 2 + x] - P(x + 3) = 3x - 4$
 olduğuna göre, $P(3) - P(2)$ kaçtır?
 A) -4 B) 0 C) 4 D) 6 E) 8
20. $T(x)$ bir polinomdur.
 $P(-x) = 2x^3 + 3x^2 - 9x + 5$
 $P(x) = (x + 3) \cdot T(x) + k$
 olduğuna göre, k gerçel sayısı kaçtır?
 A) 59 B) 45 C) 5 D) 4 E) 3

1. $P(x, y, z) = 5x^2yz^3 - 3xy^2z^4 + \sqrt{3}x^3y^3z^2 - 7x^7$
polinomunun derecesi kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

2. $P(x) - Q(x) = x^3 - 8x^2 - x + 8$

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = x - 7$$

olduğuna göre, $P(x^4 - 1) \cdot Q(x^3 + 1)$ polinomunun derecesi kaçtır?

A) 7 B) 12 C) 17 D) 18 E) 20

3. $P(x)$ bir polinomdur.

$$(x^2 + 5)P(x) + 6x = ax^2 + 2ax + b + 2$$

olduğuna göre, b kaçtır?

A) 3 B) 5 C) 7 D) 13 E) 15

4. $P(x) + P(-x) = 8x^4 - 4x^2 + 12$

olduğuna göre, $P(x - 1)$ polinomunun katsayılarının toplamı kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

5. $x^4 + 2x^3 + ax^2 - 2ax = (1 - x)P(x) + (x^2 - 1)Q(x)$
olduğuna göre, a kaçtır?

A) -4 B) -2 C) 2 D) 3 E) 4

6. $P(x) = 5x^{n-3} + 3x^{m-2} + \frac{2}{x^{n-3}} - x^{2-m} - m + 5$

bağıntısı veriliyor.

$P(x)$ polinom olduğuna göre, sabit terimi kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 7 D) 12 E) 13

7. $(x + 2) \cdot P(x) + x^2 + 3x + 4 = (x + 1) \cdot Q(x) + x^3$
olduğuna göre, $Q(x + 3)$ polinomunun $x + 5$ ile bölümünden kalan kaçtır?

A) -10 B) -4 C) 4 D) 8 E) 10

8. $P(4x) + 2x^2 - 3x + 1 = (x - 1) \cdot P(x + 1) + x^3$
olduğuna göre, $P(5x - 3)$ polinomunun $x - 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 15 B) 17 C) 19 D) 21 E) 24

9. $P(3x - 1)$ polinomunun sabit terimi 2 dir.

$$P(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + a - 2$$

olduğuna göre, $P(3x + 6)$ nın $x + 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 11

10. $P(x)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan 7, $x + 1$ ile bölümünden kalan 1 dir.

Buna göre, $P(x)$ in $x^2 - x - 2$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x + 1$ B) $2x + 3$ C) $x + 5$
D) $3x + 4$ E) $x + 2$

11. $P(x) = ax^6 + 3x^3 + x^2 - bx + 4$
 polinomu $x^2 - x - 2$ ile tam bölünebiliyor.
 Buna göre, $a + b$ kaçtır?
 A) -19 B) -12 C) -6 D) -2 E) -1

12. $P(2x + 3) = 2x - 5x^{n-2} + 3x + x^{2-n} + 6$
 ifadesi bir polinomdur.
 Buna göre, $P(3x) \cdot P(2x + 1)$ in $x - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 4 D) 9 E) 16

13. $P(x)$ polinomunun $(x + 3)$ ile bölünmesiyle elde edilen bölüm $Q(x)$ ve kalan 5 tir. $Q(x)$ polinomunun $(x - 2)$ ile bölünmesiyle elde edilen bölüm $(2x + 1)$ ve kalan 3 tür.
 Buna göre, $P(x)$ in $2x^2 + 7x + 3$ ile bölünmesiyle elde edilen kalan aşağıdakilerden hangisi olabilir?
 A) $3x + 8$ B) $5x + 3$ C) $5x + 9$
 D) $x + 6$ E) $3x + 14$

14. $P(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + mx + n - 2$
 polinomu $x^2 - 4x + 4$ ile tam bölünüyor.
 Buna göre, m kaçtır?
 A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

15. $P(3x) = xP(2x) + x^2 - 5x + 3$
 $P(x + 4)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan 5 tir.
 Buna göre, $P(2x + 1)$ in $x - 4$ ile bölümünden kalan kaçtır?
 A) 9 B) 10 C) 12 D) 14 E) 15

16. $P(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 + x + 5$
 polinomunun $x^2 + 2$ ile bölünmesiyle elde edilen bölüm $B(x)$ dir.
 Buna göre, $B(-2)$ kaçtır?
 A) -15 B) -5 C) -2 D) 3 E) 4

17. $Q(x - 1)$ in $x - 6$ ile bölümünden kalan 2 dir.

$$\frac{P(3x+2)}{Q(x+4)} = x^2 - 2x + 3$$

olduğuna göre, $P(2x + 1)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

18. $P(x, y) = (x + y)^{-m} - x^{1-m} - y^{1-m}$ polinomu $x + y$ ile tam bölünüyor.

Buna göre, m için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Pozitif tek sayıdır.
 B) Negatif tek sayıdır.
 C) Pozitif herhangi bir tamsayıdır.
 D) Negatif çift sayıdır.
 E) Negatif herhangi bir tamsayıdır.

19. m ve n birer pozitif tamsayıdır.

$$P(x) = (x - 7)^{2m+1} + (x - 1)^m + 4^{n-1}$$

polinomu $x - 5$ ile tam bölünebiliyor.

Buna göre, m ile n arasında aşağıdaki bağıntılardan hangisi vardır?

- A) $m = n$ B) $m - 2 = n$ C) $m + 1 = n$
 D) $3m = 2n$ E) $2m + 1 = n$

20. $P(x - 2) + P(3x + 2) + x = 6$
 olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun $x + 4$ ile bölünmesiyle elde edilen kalan kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 3 E) 4

1. $P(x) = x^4 - 8x^2 + 5x$
 $Q(x) = x^3 + 4x + 1$
 polinomları veriliyor.
 Buna göre, $P^2(x + 3) - Q(x^3 + 2x^2)$ polinomunun derecesi kaçtır?
 A) 4 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

2. $P(x) = (m + 2)x^3 + 2x^{n-4} + x + 2$
 polinomu 2. dereceden bir polinom olduğuna göre, $m + n$ kaçtır?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $P(x - 2) = (x - 5)^3 - 4(x - 5)^2 + 2x$
 polinomu veriliyor.
 Buna göre, $P(2x)$ polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. $P(x)$ polinomunun katsayılarının toplamı 80 ve sabit terimi 46 dır.
 $P\left(\frac{x}{4}\right) + P(x - 4) = 2x^3 + ax + 6$
 olduğuna göre, a kaçtır?
 A) -12 B) -8 C) -6 D) -4 E) -2

5. $P(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 1$
 polinomunun $x + 2 + \sqrt[3]{4}$ ile bölümünden kalan kaçtır?
 A) -11 B) -9 C) -7 D) 4 E) 7

6. $P(x) = 5x^5 + ax^3 + 3x^2 + x + b$
 polinomunun $x^2 + 2$ ile bölümünden kalan $3x - 9$ olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun katsayılarının toplamı kaçtır?
 A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 15

7. $P(x)$ polinomunun grafiği Oy eksenine göre simetriktir.
 $P(2x - 1) = P(x) - P(-x) + 8x^2 - 8x$
 olduğuna göre, $P(x + 4)$ ün $x - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?
 A) 48 B) 40 C) 30 D) 24 E) 10

8. $P(x) + P(3x) = x^2 - 3x + 1$
 olduğuna göre, $P\left(\frac{1}{3}\right) - P(3)$ kaçtır?
 A) $-\frac{8}{9}$ B) $-\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{8}{9}$ E) $\frac{10}{9}$

9. $P(x^2 - 4) = (x^4 - 3x^2 + 5) \cdot Q(x^2 + 4)$ bağıntısı veriliyor.
 $P(x)$ polinomunun sabit terimi 72 olduğuna göre, $Q(4x)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?
 A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 15

10. $\frac{8x + 1}{x^2 - x - 6} = \frac{A}{x + 2} + \frac{B}{x - 3}$
 olduğuna göre, $A - B$ kaçtır?
 A) 9 B) 8 C) -2 D) -5 E) -8

11. $x^3 - x^2 - 3x + m = (x - 3)P(x) + 2$

olduğuna göre, $P(2x + 1)$ polinomunun katsayılarının toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 18

12. $P(\sqrt[3]{x^2}) = 3x^{12} + 2x^8 - 5x^4 + 7$

olduğuna göre, $P(x\sqrt{x})$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $3x^6 + 2x^4 - 5x^2 + 7$
 B) $3x^{15} + 2x^{11} - 5x^7 + 7$
 C) $3x^{18} + 2x^{12} - 5x^6 + 7$
 D) $3x^{24} + 2x^{16} - 5x^8 + 7$
 E) $3x^{27} + 2x^{18} - 5x^9 + 7$

13. Bir $P(x)$ polinomunun $x^3 + x$ ile bölünmesinden elde edilen kalan $2x^2 - 3x + 4$ tür.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $x^2 + 1$ ile bölümünden elde edilen kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $6 - 3x$ B) $2 - 3x$ C) $3x + 6$
 D) $-5x + 4$ E) $-3x + 1$

14. $P(x)$ polinomunun sabit terimi 5, $Q(x - 1)$ polinomunun katsayılarının toplamı 7 dir.

$$(x^2 - 1)P(x) = (x + 1)Q(x) + ax + b$$

olduğuna göre, $Q(x)$ in $x - 1$ ile bölünmesiyle elde edilen kaçtır?

- A) -24 B) -12 C) 0 D) 12 E) 24

15. $P(x) = x^8 - 2x^5 + ax - 1$

polinomunun bir çarpanı $x^2 + 1$ dir.

Buna göre, a kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

16. $P(x) = (2x^2 + x - 4)^5$ ifadesindeki tek dereceli terimler alınarak yeni bir polinom elde ediliyor.

Elde edilen yeni polinomun $x + 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) -243 B) -122 C) -121
 D) -40 E) -20

17. $P(x - 2) = 3x^4 - 4x^{n-2} + 2x^n + 5x^{2-n} + 7$

İfadesi bir polinom olduğuna göre, $P(3x + 2)$ polinomunun $x + n$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 60 B) 64 C) 66 D) 68 E) 72

18. $P(x)$ polinomunun $x^2 + 2$ ile bölünmesiyle elde edilen bölüm $A(x)$ ve kalan $2x + 3$ tür. $A(x)$ polinomunun $2x + 3$ ile bölünmesiyle elde edilen kalan 2 dir.

$$Q(x) = 2x^3 + 3x^2 + 4x + 6$$

olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun $Q(x)$ ile bölünmesiyle elde edilen kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + 2x + 7$ B) $2x^2 + 2x + 7$
 C) $2x^2 + 3$ D) $x^2 + x + 3$
 E) $2x^2 + x + 1$

19. $P(x) = 2x^{n-8} + x^{\frac{16}{n+3}} + 3x^{n-7} + 2x^2 + 5$

polinomunun $x + 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

20. $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomları $x + 5$ ile tam olarak bölünebilmektedir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi $x + 5$ ile tam olarak bölünemez?

- A) $P(x) + Q(x) + x + 5$
 B) $P(x) + (x + 5)Q(x)$
 C) $x^2P(x) - xQ(x) + x^2 - 25$
 D) $P(x) \cdot Q(x) + x^3 - 25x$
 E) $P(x) + Q(x) + 5x - 25$

1. $P(x) = (x^3 - x)^{2n} (x^2 + 2)^{\frac{4}{n}}$
P(x) polinom olduğuna göre, derecesi en fazla kaç olabilir?
 A) 26 B) 24 C) 14 D) 8 E) 6

2. P(x) ve Q(x) eşit iki polinomdur.
 $P(x) = (x^2 - x)^2 - (2x - 3)(x + 1)$
 $Q(x) = x^4 - ax^3 - bx^2 - cx + d$
olduğuna göre, a + b + c + d toplamı kaçtır?
 A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

3. $P(2x - 1)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan 3 ve $Q(x + 1)$ polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan 5 tir.
 $P(x + 1) \cdot (2x + 3) = Q(x) + m$
olduğuna göre, m kaçtır?
 A) -4 B) -3 C) 2 D) 4 E) 16

4. $R(x) = 2x^3 - ax^2 + x - b$
 polinomu $x^2 + x + 2$ ile tam bölünebiliyor.
Buna göre, a + b kaçtır?
 A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

5. Bir P(x) polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan 3 tür.
 $P(x + 3) = P(x) \cdot P(2x + 5) - 6$
olduğuna göre, P(x - 1) in $x + 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?
 A) -1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 6

6. P(x) polinomunun $x^3 + 1$ ile bölümünden kalan $x^2 + 2x - 1$ dir.
Buna göre, P(x) in $x^2 - x + 1$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $x + 3$ B) $3x - 2$ C) $3x$
 D) $2x - 3$ E) x

7. P(x) polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan 3, $x + 3$ ile bölümünden kalan -7 dir.
Buna göre, P(x) in $x^2 + x - 6$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $4x - 5$ B) $x - 1$ C) $2x - 1$
 D) $3x + 2$ E) $x + 1$

8. Q(x) polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan 2 dir.
 $\frac{P(x+1)}{Q(x-2)} = x^2 - 2x + 1$
olduğuna göre, P(x) in $x - 4$ ile bölümünden kalan kaçtır?
 A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

9. $P(x - 1) = x \cdot P(x + 1) - 2x^3$
olduğuna göre, P(x) polinomunun $x + 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?
 A) -3 B) 0 C) 8 D) 16 E) 21

10. Üçüncü dereceden bir P(x) polinomu $(x - 1)$, $(x + 2)$, $(x - 2)$ ile ayrı ayrı tam olarak bölünebilmektedir.
P(x) polinomunun $x + 1$ ile bölümünden kalan 18 olduğuna göre, P(x) in x ile bölümünden kalan kaçtır?
 A) -4 B) 4 C) 12 D) 15 E) 24

11. $P(x) = 2x^4 + 7x^3 - 8x^2 + 5$
 polinomunun $2x - 1$ ile bölünmesiyle elde edilen bölüm polinomunun katsayılarının toplamı kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 8 D) 10 E) 12

12. Bir $P(x)$ polinomunun $x^2 + x - 2$ ile bölümünden kalan $4x + 6$ dir.

Buna göre, $P^2(x)$ polinomunun $x + 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 4 B) 8 C) 14 D) 16 E) 32

13. $T(x) = 8x^3 - 12x^2 + 6x + 1$

olduğuna göre, $T(x)$ in $2x - 1 - \sqrt{3}$ ile bölümünden kalan kaçtır?

A) $3\sqrt{3} + 5$ B) 5 C) $3\sqrt{3} + 2$ D) 3 E) $3\sqrt{3}$

14. $P(x) = x^3 + bx^2 + ax - 6$ polinomu $(x + 2)^2$ ile tam bölünebiliyor.

Buna göre, $a \cdot b$ kaçtır?

A) -11 B) -8 C) -5 D) 13 E) 14

15. $P(x)$ in $x + 2$ ile bölünmesiyle elde edilen bölüm $Q(x)$ ve kalan -3 tür. $Q(x)$ in $x - 2$ ile bölümünden kalan 5 tir.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $x^2 - 4$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x + 7$ B) $3x - 10$ C) $5x + 13$
 D) $2x + 7$ E) $5x + 7$

16. $P(x) = (x - 5)^{2m+1} + 2(x + 7)^m + 3^{2n+6}$

polinomu $x - 2$ ile tam bölünebiliyor.

Buna göre, m ile n arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $m - n = 1$ B) $m = -n$ C) $n = m - 2$
 D) $m + n = 3$ E) $n = m - 3$

17. $P(x)$ ve $Q(x)$ birer polinomdur. $P(x) : Q(x)$ polinomunun derecesi 23, $\frac{P(x)}{Q(x)}$ polinomunun derecesi 7 dir.

Buna göre, $P(x) + Q(x)$ in derecesi kaçtır?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 13 E) 15

18. $P(x)$ polinomu $x^2 + x - 6$ polinomu ile bölündüğünde kalan $5x + 4$ oluyor.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $x + 3$ ile bölündüğünde kalan kaçtır?

A) -11 B) -6 C) 0 D) 6 E) 4

19. $P(x) = x^4 + px^2 + q$ polinomu $x^2 + x + 1$ ile tam bölünebiliyor.

Buna göre, (p, q) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-1, -2)$ B) $(2, -1)$ C) $(-1, 2)$
 D) $(1, 1)$ E) $(4, 1)$

20. $P(x)$ polinomunun $x - 1$ ile bölünmesiyle elde edilen bölüm $T(x)$, kalan 2 dir.

$T(x)$ in $x^2 + x + 1$ ile bölümünden kalan $2x - 3$ tür.

Buna göre, $P(x)$ in $x^3 - 1$ ile bölünmesiyle elde edilen kalan aşağıdakilerden hangisidir?

A) 5 B) $3x - 1$ C) $x^2 + 3x - 2$
 D) $x^2 + 2x - 1$ E) $2x^2 - 5x + 5$

21. Baş katsayısı 2 olan üçüncü dereceden $P(x)$ polinomunun $x^2(x+1)$ ile bölümünden kalan $3x-1$ dir.

Buna göre, $P(x)$ in katsayılarının toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

22. $P(x)$ polinomunun çarpanlarından biri $x+1$ dir.

$$x \cdot P(x+2) = x^3 - x^2 - kx$$

olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 6 D) 10 E) 12

23. $3x^3 - 2x^2 + x + 5 = P(x) \pmod{(x^2 + 1)}$

olduğuna göre, $P(x)$ aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $2x-7$ B) $-2x+7$ C) $-2x-7$
D) $-x$ E) x

24. $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomları için

$$\deg(P(x) \cdot Q(x)) = 6$$

$$\deg\left(\frac{P^2(x)}{Q(x)}\right) = 3$$

olduğuna göre, $\deg(P(x) - Q(x))$ en fazla kaçtır? ($\deg(P(x))$: $P(x)$ polinomunun derecesi)

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

25. $P(x) = x^3 - 9x^2 + 27x$

olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun $x + \sqrt[3]{3} - 3$ ile bölünmesiyle elde edilen kalan kaçtır?

- A) 3 B) 13 C) 20 D) 24 E) 30

- 26.

$$P(x) = x^2 - 2x + k$$

$$Q(x) = x^2 - 6x + 9$$

$$P(Q(1)) = Q(P(1))$$

olduğuna göre, $k^2 - 9k$ kaçtır?

- A) -4 B) -6 C) -8 D) -9 E) -12

27. $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomları için

$$P(x-3) = (x^3 + 2x + 3) \cdot Q(x) + x^2$$

bağıntısı sağlanmaktadır.

$Q(x)$ in katsayılarının toplamı 3 olduğuna göre, $P(x+3)$ polinomunun $x+5$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 19

28. Sabit terimi 3 olan $P(x)$ polinomunun $x-2$ ile bölümünden kalan 5 tir.

Buna göre, $P(x)$ in $x^2 - 2x$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3x+3$ B) $2x+3$ C) $x+3$
D) $2x-3$ E) $3x-3$

29. m , reel (gerçek) sayıdır.

$$x \cdot P(x+2) + m = x^2 + x + 3$$

eşitliğindeki $P(x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisi ile kalansız olarak bölünebilir?

- A) $x-2$ B) $x-1$ C) x
D) $x+1$ E) $x+2$

- 30.

$$P(x) + P^2(x) = x^2 + 3x + 2$$

olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun $x+2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 2

Son yedi yılın Öğrenci Seçme Sınavı'nda ikinci dereceden denklemlerle ilgili toplam 2 soru soruldu.

İKİNCİ VE ÜÇÜNCÜ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

⇒ I. İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER

- A. İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMİN ÇÖZÜM KÜMESİNİN BULUNUŞU
 - 1. Çarpanlarına Ayırarak Denklem Çözme
 - 2. Diskriminant (Δ) ını Bularak Denklem Çözme
- B. İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLERİN KATSAYILARININ İNCELENMESİ
- C. İKİNCİ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMİN KÖKLERİYLE KATSAYILARI ARASINDAKİ BAĞINTILAR
- D. KÖKLERİ VERİLEN İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMİN YAZILMASI
- E. İKİNCİ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEME DÖNÜŞTÜRÜLEBİLEN DENKLEMLERİN ÇÖZÜMÜ
 - 1. Değişken Değiştirerek Çözülebilir Denklemler
 - 2. Köklü Denklemler
 - 3. Mutlak Değerli Denklemler

⇒ II. ÜÇÜNCÜ DERECEDEN DENKLEMLER

- A. TANIM
- B. ÜÇÜNCÜ DERECE DENKLEMİN ÇÖZÜM KÜMESİNİN BULUNMASI
- C. KÖKLERİ VERİLEN ÜÇÜNCÜ DERECE DENKLEMİN YAZILMASI
- D. $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ DENKLEMİNİN KÖKLERİ İLE KATSAYILARI ARASINDAKİ BAĞINTILAR
- E. İKİNCİ DERECEDEN İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER VE DENKLEM SİSTEMLERİ
 - 1. İkinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklemler
 - 2. İkinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sistemi

⇒ ÇÖZÜMLÜ TEST

⇒ CEVAPLI TEST (1, 2, 3, 4)

B

Ö

L

Ü

M

17

İKİNCİ VE ÜÇÜNCÜ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

I. İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER

a, b, c reel (gerçek) sayı ve $a \neq 0$ olmak üzere,

$$ax^2 + bx + c = 0$$

biçimindeki her açık önermeye ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem denir.

Bu açık önermeyi doğrulayan x sayılarına denklemin kökleri; tüm köklerin oluşturduğu kümeye denklemin çözüm kümesi veya doğruluk kümesi; doğruluk kümesini bulmak için yapılan işlemlere de denklem çözme; a, b ve c sayılarına da denklemin kat sayıları denir.

Örnek 1

$$x^{m-4} + x + 1 = mx + 4m$$

ifadesi ikinci dereceden bir bilinmeyenli bir denklemdir.

Buna göre, m kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

Çözüm

Verilen denklemi düzenleyelim.

$$x^{m-4} + (1 - m)x + 1 - 4m = 0$$

Bu denklemin ikinci dereceden olabilmesi için

$$m - 4 = 2$$

$$m = 6 \text{ olmalıdır. Cevap C}$$

Örnek 2

$$(n - 2)x^3 + x^{m^2-7} + m + 3 = 0$$

ifadesi x e bağlı ikinci dereceden denklem olduğuna göre, m + n kaç olabilir?

- A) -6 B) -3 C) 3 D) 5 E) 9

Çözüm

$$(n - 2)x^3 + x^{m^2-7} + m + 3 = 0$$

$$n - 2 = 0 \Rightarrow n = 2 \dots (1)$$

$$m^2 - 7 = 2$$

$$m^2 = 9 \Rightarrow m = 3 \text{ veya } m = -3 \dots (2) \text{ olur.}$$

Buna göre,

$$m + n = 3 + 2 = 5 \text{ veya}$$

$$m + n = -3 + 2 = -1 \text{ dir.}$$

Cevap D

A. İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMİN ÇÖZÜM KÜMESİNİN BULUNUŞU

1. Çarpanlarına Ayırarak Denklem Çözme

$f(x) \cdot g(x) = 0 \Rightarrow f(x) = 0$ veya $g(x) = 0$ olduğu göz önüne alınarak çözüm kümesi bulunur.

Örnek 3

Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümelerini bulalım.

1. $x^2 - 5x - 6 = 0$ 2. $x^2 - (m - 1)x - m = 0$

3. $2x^2 + 3x - 9 = 0$ 4. $2x^2 - 7x + 6 = 0$

5. $3x^2 - 5mx - 2m^2 = 0$

Çözüm

1. $x^2 - 5x - 6 = 0$

$$(x - 6) \cdot (x + 1) = 0 \text{ ise,}$$

$$x - 6 = 0 \text{ veya } x + 1 = 0$$

$$x = 6 \text{ veya } x = -1 \text{ dir.}$$

Buna göre, çözüm kümesi

$$Ç = \{-1, 6\} \text{ olur.}$$

2. $x^2 - (m - 1)x - m = 0$

$$(x - m) \cdot (x + 1) = 0 \text{ ise,}$$

$$x - m = 0 \text{ veya } x + 1 = 0$$

$$x = m \text{ veya } x = -1 \text{ dir.}$$

$$Ç = \{m, -1\} \text{ olur.}$$

3. $2x^2 + 3x - 9 = 0$

$$2x \quad \begin{array}{l} \nearrow -3 \\ \searrow 3 \end{array}$$

$$x \quad \begin{array}{l} \nearrow -3 \\ \searrow 3 \end{array}$$

$$6x - 3x = 3x$$

$$2x^2 + 3x - 9 = 0$$

$$(2x - 3) \cdot (x + 3) = 0 \text{ ise,}$$

$$2x - 3 = 0 \text{ veya } x + 3 = 0 \text{ dir.}$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ veya } x = -3$$

$$Ç = \left\{ \frac{3}{2}, -3 \right\} \text{ olur.}$$

4. $2x^2 - 7x + 6 = 0$

$$\begin{array}{r} 2x \quad \quad -3 \\ x \quad \quad -2 \\ \hline -4x - 3x = -7 \end{array}$$

$$2x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$(2x - 3) \cdot (x - 2) = 0 \text{ ise,}$$

$$2x - 3 = 0 \text{ veya } x - 2 = 0$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ veya } x = 2$$

$$\mathcal{C} = \left\{ \frac{3}{2}, 2 \right\} \text{ olur.}$$

5. $3x^2 - 5mx - 2m^2 = 0$

$$\begin{array}{r} 3x \quad \quad m \\ x \quad \quad -2m \\ \hline -6mx + mx = -5mx \end{array}$$

$$3x^2 - 5mx - 2m^2 = 0$$

$$(3x + m) \cdot (x - 2m) = 0 \text{ ise,}$$

$$3x + m = 0 \text{ veya } x - 2m = 0$$

$$x = -\frac{m}{3} \text{ veya } x = 2m$$

$$\mathcal{C} = \left\{ -\frac{m}{3}, 2m \right\} \text{ olur.}$$

2. Diskriminant (Δ) ını Bularak Denklem Çözme

$ax^2 + bx + c = 0$ ve $a \neq 0$ olsun.

$$a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right) = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 = 0$$

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{b}{2a} + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2} = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2} = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} = 0$$

$$b^2 - 4ac = \Delta \text{ olsun.}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \right)^2 = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \right) \cdot \left(x + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \right) = 0$$

$$x + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} = 0 \text{ veya } x + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} = 0$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ veya } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

İki kök birlikte

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ biçiminde gösterilir.}$$

SONUÇ :

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde $a \neq 0$ ise

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ dir.}$$

ÖRNEK 4

Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümelerini bulalım.

1. $x^2 + 5x - 6 = 0$

2. $2x^2 - 2x - 3 = 0$

Çözüm

1. (I. Yol)

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$(x + 6) (x - 1) = 0 \text{ ise,}$$

$$x + 6 = 0 \text{ veya } x - 1 = 0$$

$$x = -6 \text{ veya } x = 1$$

$$\mathcal{C} = \{-6, 1\} \text{ olur.}$$

(II. Yol)

$x^2 + 5x - 6 = 0$ denkleminde, $a = 1$, $b = 5$, $c = -6$ olduğuna göre,

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)$$

$$\Delta = 25 + 24$$

$$\Delta = 49 \text{ dur.}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 - \sqrt{49}}{2} = \frac{-5 - 7}{2} = -6$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 + \sqrt{49}}{2} = \frac{-5 + 7}{2} = 1$$

$$\mathcal{C} = \{-6, 1\} \text{ olur.}$$

Denklemin kökü denklemi sağlar.

$x = -6$ yı denkleme yerine yazalım.

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$(-6)^2 + 5 \cdot (-6) - 6 = 0$$

$$36 - 30 - 6 = 0$$

$$36 - 36 = 0$$

$$0 = 0$$

$x = 1$ in de denklemi sağladığı görülür.

2. $2x^2 - 2x - 3 = 0$ denkleminde

$a = 2$, $b = -2$, $c = -3$ tür.

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3)$$

$$\Delta = 4 + 24$$

$$\Delta = 28$$

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{-(-2) \pm \sqrt{28}}{2 \cdot 2} \\ &= \frac{2 \pm 2\sqrt{7}}{4} \\ &= \frac{1 \pm \sqrt{7}}{2} \end{aligned}$$

$$\mathcal{C} = \left\{ \frac{1-\sqrt{7}}{2}, \frac{1+\sqrt{7}}{2} \right\}$$

ÖRNEK 5 _____

$$x^2 - mx - 1 + \sqrt{2} = 0$$

denkleminin bir kökü 1 dir.

Buna göre, bu denklemin diğer kökü kaçtır?

- A) $-\sqrt{2}$ B) $1 - \sqrt{2}$ C) $-1 + \sqrt{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\sqrt{2}$

Çözüm

(I. Yol)

Denklemin kökü denklemi sağlar.

$$x^2 - mx - 1 + \sqrt{2} = 0$$

$$1^2 - m \cdot 1 - 1 + \sqrt{2} = 0$$

$$m = \sqrt{2} \dots (\star)$$

$$x^2 - \sqrt{2}x - 1 + \sqrt{2} = 0 \text{ denkleminde}$$

$$a = 1, b = -\sqrt{2}, c = -1 + \sqrt{2}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-\sqrt{2})^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1 + \sqrt{2})$$

$$\Delta = 2 - 4(-1 + \sqrt{2})$$

$$\Delta = 6 - 4\sqrt{2}$$

$$\Delta = 6 - 2\sqrt{8} \text{ olur.}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-\sqrt{2}) \pm \sqrt{6 - 2\sqrt{8}}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{\sqrt{2} \pm \sqrt{(2 - \sqrt{2})^2}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{\sqrt{2} \pm (2 - \sqrt{2})}{2}$$

© Pi Yayınları

olduğuna göre,

$$x_1 = \frac{\sqrt{2} + 2 - \sqrt{2}}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{\sqrt{2} - 2 + \sqrt{2}}{2} = \frac{-2 + 2\sqrt{2}}{2} = -1 + \sqrt{2} \text{ olur.}$$

Buna göre, verilen denklemin diğer kökü $-1 + \sqrt{2}$ dir.

(II. Yol)

Bir kökü $x = 1$ olduğuna göre, $x^2 - mx - 1 + \sqrt{2} = 0$ denklemini çarpanlarına ayrıldığında bir çarpanı $x - 1$ olur.

$$x^2 - mx - 1 + \sqrt{2} = 0$$

$$(x - 1)(x + 1 - \sqrt{2}) = 0$$

$$x - 1 = 0 \text{ veya } x + 1 - \sqrt{2} = 0 \text{ ise,}$$

$$x = 1 \text{ veya } x = -1 + \sqrt{2} \text{ dir.}$$

Cevap C

Örnek 6

$k \neq 3$ olmak üzere,

$$x^2 + kx + 3 = 0$$

$$x^2 + 3x + k = 0$$

denkleminin birer kökleri ortaktır.

Buna göre, k kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) 2 E) 1

Çözüm

Ortak kök x_1 olsun. Bu değer iki denklemi de sağlar.

$$x_1^2 + kx_1 + 3 = 0$$

$$x_1^2 + 3x_1 + k = 0$$

$$(k-3)x_1 + 3 - k = 0$$

$$x_1 = \frac{k-3}{k-3}$$

$$x_1 = 1$$

x_1 verilen denklemlerin kökü ise verilen denklemleri sağlar. Buna göre,

$$x^2 + kx + 3 = 0$$

$$1^2 + k \cdot 1 + 3 = 0$$

$$k = -4 \text{ tür.}$$

Cevap B

UYARI :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

denkleminde $\Delta = b^2 - 4ac$ olsun.

1. $\Delta > 0$ ise, denklemin farklı iki reel kökü vardır.
2. $\Delta < 0$ ise, denklemin reel kökü yoktur.
3. $\Delta = 0$ ise, denklem tamkare olup, kökleri,

$$x_1 = x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a} = \frac{-b}{2a} \text{ dir.}$$

denklemin bu köklerine "eşit iki kök", "çakışık kök" veya "çift katlı kök" denir.

Örnek 7

İkinci dereceden

$$mx^2 - 3x + 1 = 0$$

denkleminin farklı iki reel kökü vardır.

Buna göre, m için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $m > \frac{3}{2}$ B) $\frac{3}{2} > m$ C) $\frac{9}{4} > m$
D) $m > \frac{9}{4}$ E) $m > 0$

Çözüm

Verilen ikinci derece denklemin farklı reel iki kökü olduğuna göre, $\Delta > 0$ dir.

Buna göre,

$$\Delta = b^2 - 4ac > 0$$

$$(-3)^2 - 4 \cdot m \cdot 1 > 0$$

$$9 - 4m > 0$$

$$\frac{9}{4} > m \text{ olur.}$$

Cevap C

Örnek 8

m negatif bir tamsayıdır.

$$2x^2 - mx + 8 = 0$$

denkleminin çakışık (çift katlı) iki kökü vardır.

Buna göre, m kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -5 D) -4 E) -3

Çözüm

Verilen denklemin çakışık iki kökü olduğuna göre, $\Delta = 0$ dir.

Buna göre, $\Delta = b^2 - 4ac = 0$

$$(-m)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (8) = 0$$

$$m^2 - 64 = 0$$

$$m^2 = 64 \Rightarrow m = 8 \text{ veya}$$

$$m = -8 \text{ dir.}$$

Cevap A

Örnek 9

m bir tamsayıdır.

$$2x^2 - x + m = 0$$

denkleminin reel (gerçek) sayılardaki çözüm kümesi boş kümedir.

Buna göre, m nin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm

Verilen denklemin gerçel (reel) kökü olmadığına göre, $\Delta < 0$ dir.

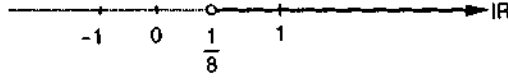
Buna göre,

$$\Delta = b^2 - 4ac < 0$$

$$(-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot m < 0$$

$$1 < 8m$$

$$\frac{1}{8} < m$$



m nin alabileceği en küçük tamsayı değeri 1 dir.

Cevap C

Örnek 10

t bir reel (gerçek) sayıdır.

$$(x + t)^2 + 2b(x + t) + c = 0$$

denkleminin kökleri reel (gerçek) değildir.

Buna göre, b ile c arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $b^2 + c > 1$ B) $b^2 + c < 1$ C) $b^2 < c$
D) $b^2 > c$ E) $b^2 = c$

Çözüm

$(x + t)^2 + 2b(x + t) + c = 0$ denkleminde $x + t = m$ olsun.

$$m^2 + 2bm + c = 0 \text{ olur.}$$

Bu denklemin reel kökü olmadığına göre,

$$\Delta = (2b)^2 - 4 \cdot 1 \cdot c < 0$$

$$4b^2 - 4c < 0$$

$$b^2 < c \text{ olur.}$$

Cevap C

B. İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLERİN KATSAYILARININ İNCELENMESİ

$ax^2 + bx + c = 0$ denklemi,

1. $ax^2 = 0$ biçiminde ise, ($a \neq 0, b = 0, c = 0$)

$$ax^2 = 0, (a \neq 0)$$

$$x^2 = 0$$

$$x \cdot x = 0$$

$$x = 0 \text{ veya } x = 0$$

$$x_1 = x_2 = 0$$

Buna göre, denklemin birbirine eşit iki gerçel kökü vardır. Bu denklemin çözüm kümesi :

$$\mathcal{C} = \{0\} \text{ dir.}$$

2. $ax^2 + bx = 0$ biçiminde ise, ($a \neq 0, b \neq 0, c = 0$)

$$ax^2 + bx = 0$$

$$x(ax + b) = 0$$

$$x = 0 \text{ veya } ax + b = 0$$

$$ax + b = 0 \text{ ise } x = -\frac{b}{a} \text{ dir.}$$

Buna göre, denklemin köklerinden biri 0 (sıfır) diğeri

$$-\frac{b}{a} \text{ dir.}$$

Bu denklemin çözüm kümesi : $\mathcal{C} = \left\{0, -\frac{b}{a}\right\}$

3. $ax^2 + c = 0$ biçiminde ise, ($a \neq 0, b = 0, c \neq 0$)

$$ax^2 + c = 0$$

$$x^2 = -\frac{c}{a}$$

✓ a ile c aynı işaretli ise $-\frac{c}{a} < 0$ olacağından denklemin gerçel (reel) kökü yoktur. IR deki çözüm kümesi $\mathcal{C} = \emptyset$ dir.

✓ a ile c zıt işaretli ise, $-\frac{c}{a} > 0$ olacağından denklemin

$x_1 = \sqrt{-\frac{c}{a}}$ ve $x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$ gibi gerçel (reel) iki kökü vardır.

Bu denklemin çözüm kümesi :

$$\mathcal{C} = \left\{\sqrt{-\frac{c}{a}}, -\sqrt{-\frac{c}{a}}\right\} \text{ olur.}$$

Bu kökler orijine göre simetrik.

SONUÇ :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

denkleminin kökleri simetrik ise,

1. $b = 0$ ve $a \neq 0$ dir.

2. Simetrik kökleri reel ise,

$$b = 0, a \neq 0 \text{ ve } a \cdot c \leq 0 \text{ dir.}$$

Örnek 11

$$x^2 + (m - 4)x + (5m - 7) = 0$$

denkleminin simetrik iki kökü vardır.

Buna göre, m kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin simetrik iki kökü olduğuna göre, $b = 0$ olmalıdır.

Buna göre,

$$x^2 + (m-4)x + (5m-7) = 0 \text{ denkleminde}$$

$$m-4 = 0$$

$$m = 4 \text{ tür.}$$

Cevap D

ÖRNEK 12

$$mx^2 - (m-3)(m+1)x - 4 = 0$$

denkleminin simetrik köklere reeldir.

Buna göre, m nin alabileceği değerlerin kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-1\}$ B) $\{3\}$ C) $\{-1, 3\}$ D) $\{1\}$ E) $\{1, 3\}$

Çözüm

$mx^2 - (m-3)(m+1)x - 4 = 0$ denkleminin köklere simetrik ise,

$$-(m-3)(m+1) = 0$$

$$-(m-3) = 0 \text{ veya } m+1 = 0$$

$$m = 3 \text{ veya } m = -1 \text{ dir.}$$

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin simetrik köklere reel olabilmesi için a ile c zıt işaretli olmalıdır. Verilen denklemde $c = -4$ olduğuna göre, $m = 3$ tür.

Buna göre, m nin alabileceği değerlerin kümesi :

$$\mathcal{C} = \{3\} \text{ olur.}$$

Cevap B

C. İKİNCİ DERECEDE BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMİN KÖKLERİYLE KATSAYILARI ARASINDAKİ BAĞINTILAR

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin köklere,

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ dir.}$$

a) Köklerin Toplamı

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{-b + \sqrt{\Delta} - b - \sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{-2b}{2a} \\ &= -\frac{b}{a} \text{ dir.} \end{aligned}$$

SONUÇ :

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin köklere x_1 ve x_2 ise,

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \text{ dir.}$$

b) Köklerin Çarpımı

$$\begin{aligned} x_1 \cdot x_2 &= \left(\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \right) \left(\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \right) \\ &= \frac{(-b + \sqrt{\Delta})(-b - \sqrt{\Delta})}{4a^2} \\ &= \frac{(-b)^2 - (\sqrt{\Delta})^2}{4a^2} \\ &= \frac{b^2 - \Delta}{4a^2} \\ &= \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} \\ &= \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2} \\ &= \frac{4ac}{4a^2} \\ &= \frac{c}{a} \text{ dir.} \end{aligned}$$

SONUÇ :

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin köklere x_1 ve x_2 ise,

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \text{ dir.}$$

c) Köklerin Farkının Mutlak Değeri

$$\begin{aligned} |x_1 - x_2| &= \left| \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \right| \\ &= \left| \frac{-b + \sqrt{\Delta} + b + \sqrt{\Delta}}{2a} \right| \\ &= \left| \frac{2\sqrt{\Delta}}{2a} \right| \\ &= \left| \frac{\sqrt{\Delta}}{a} \right| \\ &= \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \text{ dir.} \end{aligned}$$

SONUÇ :

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ise,

$$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \text{ dir.}$$

ÖRNEK 13 _____

$$x^2 + x - 1 = 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$a = 1, b = 1 \text{ ve } c = -1$$

olduğuna göre, aşağıdaki eşitlikleri inceleyelim.

1. $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{1}{1} = -1$ dir.
2. $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{1} = -1$ dir.
3. $|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{|1|} = \sqrt{5}$ tir.
4. $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2 \cdot x_1 \cdot x_2$
 $= (-1)^2 - 2(-1)$
 $= 1 + 2$
 $= 3$ tür.
5. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2}$
 $= \frac{-1}{-1}$
 $= 1$ dir.
6. $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot (x_1 + x_2)$
 $= (-1)^3 - 3(-1)(-1)$
 $= -1 - 3$
 $= -4$ tür.

UYARI :

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x + y}{xy}$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$$

özdeşliklerinden yararlanılarak

$$x_1^2 + x_2^2, \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}, x_1^3 + x_2^3$$

ile ilgili bağıntılar elde edilir.

ÖRNEK 14 _____

$$2x^2 - 5x + p^2 + q^2 = 0$$

denkleminin kökleri p ve q olduğuna göre, bu denklemin diskriminantı kaçtır?

- A) 17 B) 9 C) 1 D) 0 E) -1

Çözüm

$$2x^2 - 5x + p^2 + q^2 = 0 \text{ denkleminde}$$

$$a = 2, b = -5, c = p^2 + q^2, x_1 = p \text{ ve } x_2 = q \text{ dir.}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$p \cdot q = \frac{p^2 + q^2}{2}$$

$$2 \cdot p \cdot q = p^2 + q^2$$

$$0 = p^2 - 2 \cdot p \cdot q + q^2$$

$$0 = (p - q)^2$$

$$0 = p - q$$

$$p = q \text{ dir.}$$

İki eşit kökü olduğuna göre, $\Delta = 0$ dir.

Cevap D

ÖRNEK 15 _____

$$\frac{3a^2 - 3ab + b^2}{b^2} = 7$$

olduğuna göre, a nın b türünden alabileceği değerlerin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{b}{3}$ B) $\frac{b}{2}$ C) b D) $3b$ E) $4b$

Çözüm

(I. Yol)

$$\frac{3a^2 - 3ab + b^2}{b^2} = 7 \text{ ise,}$$

$$3a^2 - 3ab + b^2 = 7b^2$$

$$3a^2 - 3ab - 6b^2 = 0$$

$$a^2 - ab - 2b^2 = 0$$

$$(a - 2b)(a + b) = 0 \text{ ise}$$

$$a - 2b = 0 \text{ veya } a + b = 0$$

$$a = 2b \text{ veya } a = -b \text{ dir.}$$

Buna göre, a nın b türünden alabileceği değerlerin toplamı :

$$2b + (-b) = b \text{ dir.}$$

(II. Yol)

$$\frac{3a^2 - 3ab + b^2}{b^2} = 7$$

$$3a^2 - 3ab + b^2 = 7b^2$$

$$3a^2 - 3ba - 6b^2 = 0$$

bu ifade a ya bağlı ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemdir. Bu denklemin kökleri a_1 ve a_2 ise,

$$a_1 + a_2 = -\frac{-3b}{3} \\ = b \text{ dir.}$$

Cevap C

Örnek 16 _____

$x^2 - 2x + 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ nin pozitif değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{6}$ B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{2}$ E) 1

Çözüm

$x^2 - 2x + 4 = 0$ denkleminin kökleri

x_1 ve x_2 olsun.

$$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = t \text{ ise}$$

$$t^2 = x_1 + 2 \cdot \sqrt{x_1} \cdot \sqrt{x_2} + x_2$$

$$t^2 = x_1 + x_2 + 2 \cdot \sqrt{x_1 \cdot x_2}$$

$$t^2 = -\frac{b}{a} + 2 \cdot \sqrt{\frac{c}{a}}$$

$$t^2 = -\frac{-2}{1} + 2 \cdot \sqrt{\frac{4}{1}}$$

$$t^2 = 2 + 2 \cdot \sqrt{4}$$

$$t^2 = 2 + 2 \cdot 2$$

$$t^2 = 6 \Rightarrow t = -\sqrt{6} \text{ veya } t = \sqrt{6} \text{ dir.}$$

t nin pozitif kökü sorulduğuna göre,

$$t = \sqrt{6} \text{ dir.}$$

Cevap A

Örnek 17 _____

$x^2 + (x_1 + 4)x - 3x_2 = 0$ denkleminin kökleri sıfırdan farklı olan x_1 ve x_2 sayılarıdır.

Buna göre, bu denklemin büyük kökü kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

Çözüm

Verilen denklemden $a = 1$, $b = x_1 + 4$ ve $c = -3x_2$ dir.

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-3x_2}{1}$$

$$x_1 \cdot x_2 = -3x_2$$

$$x_1 = -3 \dots (\star)$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{x_1 + 4}{1}$$

$$x_1 + x_2 = -x_1 - 4$$

$$2x_1 + x_2 = -4 \dots (\star\star)$$

Bu denklemden x_1 in değerini yerine yazalım.

$$2 \cdot (-3) + x_2 = -4$$

$$x_2 = 2 \text{ olur.}$$

Denklemin kökleri -3 ve 2 olduğuna göre, büyük kök : 2 dir.

Cevap E

Pi Yayınları

Örnek 18 _____

$x^2 - (m - 3)x - 4m = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1 \cdot x_2 = 2(x_1 + x_2)$$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm

$x^2 - (m - 3)x - 4m = 0$ denkleminde,

$a = 1$, $b = -m + 3$, $c = -4m$ dir.

Buna göre,

$$x_1 \cdot x_2 = 2(x_1 + x_2)$$

$$\frac{c}{a} = 2 \cdot \left(-\frac{b}{a}\right)$$

$$c = -2b$$

$$-4m = -2(-m + 3)$$

$$2m = -m + 3$$

$$3m = 3$$

$$m = 1$$

Cevap D

Örnek 19

$2x^2 - mx + m + 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{3}{4}$$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

$2x^2 - mx + m + 1 = 0$ denkleminde
 $b = -m$ ve $c = m + 1$ dir.

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = -\frac{b}{c} \dots (*)$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{b}{c}$$

$$\frac{3}{4} = -\frac{b}{c}$$

$$\frac{3}{4} = -\frac{-m}{m+1}$$

$$4m = 3m + 3$$

$$m = 3 \text{ tür.}$$

Cevap D

Örnek 20

$x^2 - 3x + m - 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$(|x_1 - x_2|)^2 = 5$$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm

$x^2 - 3x + m - 2 = 0$ denkleminde $a = 1$, $b = -3$ ve
 $c = m - 2$ dir.

$$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|}$$

$$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|}$$

$$5 = \frac{\sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m-2)}}{1}$$

$$\sqrt{9 - 4m + 8} = 5$$

$$17 - 4m = 25$$

$$-4m = 8$$

$$m = -2$$

Cevap A

Örnek 21

$2x^2 - mx - (m + 3) = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1 \cdot (2 - x_1 \cdot x_2) + x_2 \cdot (2 - x_1 \cdot x_2) = 0$$

olduğuna göre, m nin negatif değeri kaçtır?

- A) -8 B) -7 C) -4 D) -2 E) 0

Çözüm

$2x^2 - mx - (m + 3) = 0$ denkleminde, $a = 2$, $b = -m$
ve $c = -(m + 3)$ tür.

Buna göre,

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{-m}{2}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{m}{2} \dots (*)$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-m-3}{2} \dots (**)$$

$$x_1 \cdot (2 - x_1 \cdot x_2) + x_2 \cdot (2 - x_1 \cdot x_2) = 0$$

$$(2 - x_1 x_2)(x_1 + x_2) = 0$$

$$\left(2 - \frac{-m-3}{2}\right)\left(\frac{m}{2}\right) = 0$$

$$\left(2 + \frac{m+3}{2}\right)\left(\frac{m}{2}\right) = 0 \text{ ise}$$

$$2 + \frac{m+3}{2} = 0 \text{ veya } \frac{m}{2} = 0$$

$$m = -7 \text{ veya } m = 0 \text{ dir.}$$

Cevap B

Örnek 22

$2x^2 - 7x - m - 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1 + 2x_2 = 3$$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

(I. Yol)

$2x^2 - 7x - m - 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ise,

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-7}{2} = \frac{7}{2} \text{ dir.}$$

$x_1 + 2x_2 = 3$ bağıntısının her iki tarafına x_1 i ilave edelim.

$$x_1 + 2x_2 = 3$$

$$x_1 + x_1 + 2x_2 = x_1 + 3$$

$$2(x_1 + x_2) = x_1 + 3$$

$$2 \cdot \frac{7}{2} = x_1 + 3$$

$$x_1 = 4 \dots (\star) \text{ olur.}$$

$x_1 = 4$ verilen denklemin kökü olduğundan denklemin sağlar.

$$2 \cdot x^2 - 7x - m - 2 = 0$$

$$2 \cdot 4^2 - 7 \cdot 4 - m - 2 = 0$$

$$32 - 28 - 2 = m$$

$$m = 2$$

(II. Yol)

$$2x^2 - 7x - m - 2 = 0 \text{ ise, } x_1 + x_2 = \frac{7}{2} \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$x_1 + x_2 = \frac{7}{2} \Rightarrow 2x_1 + 2x_2 = 7 \text{ dir.}$$

$$\begin{array}{r} x_1 + 2x_2 = 3 \\ 2x_1 + 2x_2 = 7 \\ \hline -x_1 = -4 \end{array}$$

$$x_1 = 4 \text{ ve } x_2 = -\frac{1}{2} \dots (\star)$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-m-2}{2} \text{ olduğuna göre,}$$

$$4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{-m-2}{2}$$

$$-4 = -m - 2$$

$$m = 2 \text{ dir.}$$

Cevap B

Örnek 23

$2x^2 + x - 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $x_1^3 \cdot x_2^2 + x_1^2 \cdot x_2^3$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) 0 E) $\frac{1}{3}$

Çözüm

$$x_1^3 \cdot x_2^2 + x_1^2 \cdot x_2^3 = (x_1 \cdot x_2)^2 \cdot (x_1 + x_2)$$

$$= \left(\frac{c}{a}\right)^2 \cdot \left(-\frac{b}{a}\right)$$

$$= \left(\frac{-2}{2}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= -\frac{1}{2}$$

571

Cevap C

Örnek 24

$x^2 + (2m - 6)x - 9 = 0$ denkleminin köklerinden biri diğerinin toplamaya göre tersine eşittir.

Buna göre, m kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

Çözüm

Verilen denklemin bir kökü x_1 ise diğer kökü $-x_1$ dir.

Buna göre,

$$x_1 + x_2 = 0$$

$$-\frac{b}{a} = 0$$

$$b = 0$$

$$2m - 6 = 0$$

$$m = 3 \text{ tür.}$$

Cevap A

Örnek 25

$x^2 + 2(m - 1)x - 4m = 0$ denkleminin köklerinin aritmetik ortalaması 5 tir.

Buna göre, bu denklemin köklerinin geometrik ortası kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

Köklerin aritmetik ortalaması 5 ise;

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = 5$$

$$x_1 + x_2 = 10$$

$$-\frac{b}{a} = 10$$

$$-\frac{2(m-1)}{1} = 10$$

$$2m - 2 = -10$$

$$m = -4 \text{ tür.}$$

Buna göre,

$$x^2 + 2(m-1)x - 4m = 0$$

$$x^2 + 2(-4-1)x - 4(-4) = 0$$

$x^2 - 10x + 16 = 0$ denkleminin köklerinin geometrik ortalaması :

$$\sqrt{x_1 \cdot x_2} = \sqrt{\frac{c}{a}} = \sqrt{\frac{16}{1}} = \sqrt{16} = 4 \text{ tür.}$$

Cevap D

Örnek 26

$x^2 + (1-m)x - m = 0$ denkleminin köklerinin çarpma işlemine göre terslerinin toplamı $-\frac{1}{2}$ dir.

Buna göre, m kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

Verilen denklemin kökleri x_1 ve x_2 ise bu köklerin çarpma işlemine göre tersi $\frac{1}{x_1}$ ve $\frac{1}{x_2}$ dir.

Buna göre,

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{-b}{c}$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{b}{c}$$

$$-\frac{1}{2} = \frac{-(1-m)}{-m}$$

$$m = 2 \text{ dir.}$$

Cevap B

Örnek 27

m sıfırdan farklı bir reel sayıdır.

$$x^2 + (m+7)x + m = 0$$

$$x^2 + (m+5)x + 2m = 0$$

denklemlerinin birer kökü eşittir.

Buna göre, m kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -3 D) 1 E) 2

Çözüm

(I. Yol)

$x^2 + (m+7)x + m = 0$ in kökleri x_1 ve a

$x^2 + (m+5)x + 2m = 0$ in kökleri x_1 ve b olsun.

Köklerin toplamından

$$x_1 + a = -(m+7)$$

$$-x_1 + b = -(m+5)$$

$$a - b = -m - 7 + m + 5$$

$$a - b = -2$$

$$a = b - 2 \dots (\star) \text{ olur.}$$

Köklerin çarpımından

$$x_1 \cdot a = m$$

$$x_1 \cdot b = 2m$$

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$$

$$b = 2a \dots (\star\star) \text{ olur.}$$

($\star$) ve ($\star\star$) denklemlerinin ortak çözümünden

$$a = b - 2$$

$$a = 2a - 2$$

$$a = 2 \text{ bulunur.}$$

$a = 2$, $x^2 + (m+7)x + m = 0$ denkleminin bir kökü olduğundan bu denklemi sağlar.

$$2^2 + (m+7) \cdot 2 + m = 0$$

$$4 + 2m + 14 + m = 0$$

$$m = -6 \text{ dir.}$$

(II. Yol)

x_1 ortak kök olsun.

Bu kök iki denklemi de sağlayacağına göre, yerine yazıp denklemleri eşitleyelim.

$$x_1^2 + (m+7)x_1 + m = x_1^2 + (m+5)x_1 + 2m$$

$$mx_1 + 7x_1 + m = mx_1 + 5x_1 + 2m$$

$$2x_1 = m$$

$$x_1 = \frac{m}{2} \dots (\star)$$

$x_1 = \frac{m}{2}$, $x^2 + (m+7)x + m = 0$ in kökü ise, bu denklemi sağlar

$$\left(\frac{m}{2}\right)^2 + (m+7)\frac{m}{2} + m = 0$$

$$\frac{m^2}{4} + (m+7)\frac{m}{2} + m = 0$$

$$m^2 + (m+7)2m + 4m = 0$$

$$3m^2 + 18m = 0$$

$$3m(m+6) = 0 \text{ ise,}$$

$$3m = 0 \text{ veya } m + 6 = 6$$

$$m = 0 \text{ veya } m = -6$$

$m \neq 0$ olduğuna göre, $m = -6$ dir. Cevap A

Örnek 28

$x^2 + (m+1)x - 5m^2 + 2 = 0$ denkleminin kökleri $x^2 + (m-1)x - m = 0$ denkleminin köklerinin 3 er katıdır.

Buna göre, m kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

$x^2 + (m-1)x - m = 0$ in kökleri x_1, x_2 olsun. Bu durumda

$x^2 + (m+1)x - 5m^2 + 2 = 0$ in kökleri $3x_1, 3x_2$ olur.

Buna göre,

$$x_1 + x_2 = -m + 1 \text{ ve } 3x_1 + 3x_2 = -m - 1 \text{ dir.}$$

$$3(x_1 + x_2) = -m - 1$$

$$3(-m + 1) = -m - 1$$

$$-3m + 3 = -m - 1$$

$$m = 2 \text{ dir.}$$

Cevap C

Örnek 29

$$x^2 + 2x + c = 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1^3 + (x_1x_2)(2x_1 + x_2) + 2x_2 = 2$$

olduğuna göre, c kaçtır?

- A) -5 B) -10 C) -12 D) -13 E) -15

Çözüm

$$x_1 + x_2 = -2 \dots (\star) \text{ dir.}$$

$$x_1^3 + x_1x_2(2x_1 + x_2) + 2x_2 = 2$$

$$x_1^3 + 2x_1^2x_2 + x_1x_2^2 + 2x_2 = 2$$

$$x_1(x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2) + 2x_2 = 2$$

$$x_1(x_1 + x_2)^2 + 2x_2 = 2$$

$$x_1 \cdot (-2)^2 + 2x_2 = 2$$

$$4x_1 + 2x_2 = 2$$

$$2x_1 + x_2 = 1 \dots (1)$$

$$x_1 + x_2 = -2 \dots (2)$$

(1) ve (2) denklemlerini birlikte çözelim.

$$2x_1 + x_2 = 1$$

$$x_1 + x_2 = -2$$

$$x_1 = 3$$

$x_1 = 3$ verilen denklemin kökü olduğuna göre, denklemini sağlar.

Buna göre,

$$x^2 + 2x + c = 0$$

$$3^2 + 2 \cdot 3 + c = 0$$

$$c = -15 \text{ tir.}$$

Cevap E

Örnek 30

$mx^2 + 2nx - 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_2 \left(x_1 + \frac{1}{x_2} \right) = 4$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = x_1x_2$$

olduğuna göre, $\frac{m}{n}$ kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{2}{9}$ C) 1 D) $\frac{2}{9}$ E) 3

Çözüm

$$x_2 \left(x_1 + \frac{1}{x_2} \right) = 4$$

$$x_2x_1 + 1 = 4$$

$$x_1x_2 = 3 \dots (\star)$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = x_1x_2$$

$$\frac{x_1 + x_2}{x_1x_2} = x_1x_2$$

$$x_1 + x_2 = (x_1x_2)^2$$

$$\begin{aligned} -\frac{2n}{m} &= 3^2 \\ -\frac{2n}{m} &= 9 \\ \frac{n}{m} &= -\frac{9}{2} \\ \frac{m}{n} &= -\frac{2}{9} \text{ dur.} \end{aligned}$$

Cevap B

Örnek 31

$x^2 - px + 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$\frac{1-x_2}{x_1} + \frac{1-x_1}{x_2} = \frac{25}{12}$$

olduğuna göre, p kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

Çözüm

Verilenlere göre, $x_1 + x_2 = p$ ve $x_1 \cdot x_2 = 3$ tür.

$$\begin{aligned} \frac{1-x_2}{x_1} + \frac{1-x_1}{x_2} &= \frac{25}{12} \\ \frac{x_2 - x_2^2 + x_1 - x_1^2}{x_1 \cdot x_2} &= \frac{25}{12} \\ x_1 + x_2 - \frac{(x_1^2 + x_2^2)}{x_1 \cdot x_2} &= \frac{25}{12} \\ x_1 + x_2 - \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2 \cdot x_1 \cdot x_2}{x_1 \cdot x_2} &= \frac{25}{12} \\ p - \frac{p^2 - 2 \cdot 3}{3} &= \frac{25}{12} \\ p - \frac{p^2 - 6}{3} &= \frac{25}{12} \\ 4p - 4p^2 + 24 &= 25 \\ 4p - 4p^2 - 1 &= 0 \\ 4p^2 - 4p + 1 &= 0 \\ (2p - 1)^2 &= 0 \\ 2p - 1 &= 0 \\ p &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Cevap A

Örnek 32

$x^2 + ax + b = 0$ denkleminin bir kökü 3,

$x^2 + cx + d = 0$ denkleminin bir kökü -5 tir.

Bu iki denklemin diğer kökleri eşit olduğuna göre, $a - c$ kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -3 D) -2 E) -1

Çözüm

$x^2 + ax + b = 0$ in kökleri 3 ve x_1 olsun. Bu durumda

$x^2 + cx + d = 0$ in kökleri -5 ve x_1 olur.

$$\begin{aligned} 3 + x_1 &= -a \\ -5 + x_1 &= -c \\ \hline 8 + 0 &= -a + c \\ a - c &= -8 \end{aligned}$$

Cevap A

Örnek 33

$a + b \neq 0$ olmak üzere,

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b+x} - \frac{1}{x}$$

denkleminin köklerinin çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) ab B) $\frac{1}{ab}$ C) $-ab$ D) $-\frac{1}{ab}$ E) $-\frac{a}{b}$

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} &= \frac{1}{a+b+x} - \frac{1}{x} \\ \frac{b+a}{ab} &= \frac{x-a-b-x}{x(a+b+x)} \\ \frac{b+a}{ab} &= \frac{-(a+b)}{x(a+b+x)} \\ \frac{1}{ab} &= \frac{-1}{x(a+b+x)} \\ x(a+b+x) &= -ab \\ x(a+b) + x^2 &= -ab \\ x^2 + (a+b)x + ab &= 0 \\ (x+a)(x+b) &= 0 \\ x &= -a \text{ veya } x = -b \\ \text{Denklemin köklerinin çarpımı : } (-a) \cdot (-b) &= ab \text{ dir.} \end{aligned}$$

Cevap A

D. KÖKLERİ VERİLEN İKİNCİ DERECEDEDEN DENKLEMİN YAZILMASI

$a \neq 0$ olmak üzere $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) = 0, \quad a \neq 0$$

$$\Rightarrow x^2 - \left(-\frac{b}{a}\right)x + \frac{c}{a} = 0 \text{ olup,}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \text{ ve } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \text{ olduğundan kökleri}$$

x_1 ve x_2 olan ikinci dereceden denklem

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0 \text{ yada}$$

$$(x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0 \text{ olur.}$$

Örnek 34

Çözüm kümesi $\mathcal{C} = \left\{-\frac{1}{2}, 3\right\}$ olan ikinci dereceden denklemi bulalım.

Çözüm

(I. Yol)

$$x_1 + x_2 = -\frac{1}{2} + 3 = \frac{5}{2} \dots (\star)$$

$$x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 3 = -\frac{3}{2} \dots (\star\star)$$

olduğuna göre,

kökleri $x_1 = -\frac{1}{2}$ ve $x_2 = 3$ olan ikinci dereceden

denklem,

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$x^2 - \frac{5}{2}x + \left(-\frac{3}{2}\right) = 0$$

$$2x^2 - 5x - 3 = 0 \text{ dir.}$$

(II. Yol)

Kökleri $-\frac{1}{2}$ ve 3 olan ikinci dereceden denklem :

$$\left(x - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)(x - 3) = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)(x - 3) = 0$$

$$x^2 - 3x + \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = 0$$

$$2x^2 - 5x - 3 = 0 \text{ dir.}$$

Örnek 35

Çözüm kümesi $\mathcal{C} = \{3 - \sqrt{2}, 3 + \sqrt{2}\}$ olan ikinci dereceden denklemi bulalım.

Çözüm

$$x_1 + x_2 = 3 - \sqrt{2} + 3 + \sqrt{2} = 6 \dots (\star)$$

$$x_1 \cdot x_2 = (3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2}) = 9 - 2 = 7 \dots (\star\star)$$

olduğuna göre, istenen denklem :

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$x^2 - 6x + 7 = 0 \text{ dir.}$$

Örnek 36

Çözüm kümesi $\{a\}$ olan ikinci dereceden denklemi bulalım.

Çözüm

Çözüm kümesi bir elemanlı olan ikinci derece denklemin kökleri çakışiktır. Buna göre,

$$x_1 + x_2 = a + a = 2a$$

$$x_1 \cdot x_2 = a \cdot a = a^2$$

olduğuna göre, istenen denklem :

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$x^2 - 2ax + a^2 = 0 \text{ ya da}$$

$$(x - a)^2 = 0 \text{ dir.}$$

Örnek 37

Çözüm kümesi $\{m, n\}$ olan ikinci dereceden denklem $x^2 + 6x - 2 = 0$ dir.

Buna göre, çözüm kümesi $\left\{\frac{m}{n}, \frac{n}{m}\right\}$ olan ikinci

dereceden denklemi bulalım.

Çözüm

m ve n sayılan $x^2 + 6x - 2 = 0$ in kökü ise,

$$m + n = -6 \dots (1)$$

$$m \cdot n = -2 \dots (2) \text{ dir.}$$

İstenen denklemin köklerinin toplamı :

$$\begin{aligned} \frac{m}{n} + \frac{n}{m} &= \frac{m^2 + n^2}{mn} = \frac{(m+n)^2 - 2mn}{mn} \\ &= \frac{(-6)^2 - 2(-2)}{-2} \\ &= \frac{40}{-2} \\ &= -20 \dots (\star) \end{aligned}$$

İstenen denklemin köklerinin çarpımı :

$$\frac{m}{n} \cdot \frac{n}{m} = 1 \text{ dir.}$$

Buna göre istenen denklem :

$$x^2 - (-20)x + 1 = 0$$

$$x^2 + 20x + 1 = 0 \text{ dir.}$$

Örnek 38

Çözüm kümesi $\{x_1, x_2\}$ olan ikinci dereceden denklem $x^2 - x - 20 = 0$ dir.

Çözüm kümesi $\{x_1 + 2, x_2 - 2\}$ olan ikinci derece denklemin bir temsilcisi aşağıdakilerden hangisidir? ($x_1 > x_2$)

- A) $x^2 + x + 42 = 0$ B) $x^2 - x - 42 = 0$
C) $x^2 - x + 42 = 0$ D) $x - 2x - 42 = 0$
E) $x^2 + 2x - 42 = 0$

Çözüm

$x^2 - x - 20 = 0$ ın kökleri x_1 ve x_2 ise,

$$x_1 + x_2 = 1 \dots (1)$$

$$x_1 \cdot x_2 = -20 \dots (2)$$

$$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

$$x_1 > x_2 \Rightarrow x_1 - x_2 = \frac{\sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20)}}{|1|}$$

$$x_1 - x_2 = \frac{\sqrt{1+80}}{1}$$

$$x_1 - x_2 = 9 \dots (3) \text{ olur.}$$

İstenen denklemin köklerinin toplamı :

$$(x_1 + 2) + (x_2 - 2) = x_1 + x_2 = 1 \text{ dir.}$$

İstenen denklemin köklerinin çarpımı :

$$(x_1 + 2) \cdot (x_2 - 2) = x_1 \cdot x_2 - 2(x_1 - x_2) - 4$$

$$= -20 - 2 \cdot 9 - 4$$

$$= -42 \text{ dir.}$$

Buna göre, istenen denklem :

$$x^2 - (x_1 + 2 + x_2 - 2)x + (x_1 + 2)(x_2 - 2) = 0$$

$$x^2 - x - 42 = 0 \text{ olur.}$$

Cevap B

Örnek 39

Rasyonel katsayılı ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin bir kökü $2 - \sqrt{3}$ tür.

Buna göre, bu denklem aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $x^2 - 4x + 1 = 0$ B) $x^2 + 4x + 1 = 0$
C) $x^2 + 4x - 1 = 0$ D) $x^2 - 2x + 1 = 0$
E) $x^2 + 2x - 1 = 0$

Çözüm

Rasyonel katsayılı ikinci dereceden denklemin bir kökü $2 - \sqrt{3}$ ise diğer kökü $2 + \sqrt{3}$ tür.

$$x_1 + x_2 = 2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} = 4 \dots (\star)$$

$$x_1 \cdot x_2 = (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1 \dots (\star\star)$$

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0 \text{ dir.}$$

Cevap A

Örnek 40

$$x^2 + 2x - 1 = 0$$

denkleminin köklerinin $\frac{1}{2}$ fazlasını kök kabul eden ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $x^2 + x - 7 = 0$ B) $4x^2 - x - 7 = 0$
C) $4x^2 - 4x - 7 = 0$ D) $4x^2 + 4x - 7 = 0$
E) $4x^2 + 4x + 7 = 0$

Çözüm

$x^2 + 2x - 1 = 0$ ın kökleri x_1 ve x_2 ise,

$$x_1 + x_2 = -2 \dots (1)$$

$$x_1 \cdot x_2 = -1 \dots (\star) \text{ dir.}$$

İstenen denklemin köklerinin toplamı :

$$x_1 + \frac{1}{2} + x_2 + \frac{1}{2} = x_1 + x_2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= -2 + 1$$

$$= -1 \text{ dir.}$$

İstenen denklemin köklerinin çarpımı :

$$\left(x_1 + \frac{1}{2}\right)\left(x_2 + \frac{1}{2}\right) = x_1 \cdot x_2 + \frac{1}{2}(x_1 + x_2) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= (-1) + \frac{1}{2}(-2) + \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned}
&= -1 - 1 + \frac{1}{4} \\
&= -2 + \frac{1}{4} \\
&= -\frac{7}{4} \text{ tür.}
\end{aligned}$$

İstenen denklem :

$$\begin{aligned}
x^2 - \left(x_1 + \frac{1}{2} + x_2 + \frac{1}{2}\right)x + \left(x_1 + \frac{1}{2}\right)\left(x_2 + \frac{1}{2}\right) &= 0 \\
x^2 - (-1)x - \frac{7}{4} &= 0 \\
4x^2 + 4x - 7 &= 0 \text{ dir.}
\end{aligned}$$

Cevap D

Örnek 41 $x^2 + px + q = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.Kökleri $x_1 + 2$ ve $x_2 + 2$ olan ikinci dereceden denklemi bulalım.**Çözüm**

(I. Yol)

 $x^2 + px + q = 0$ in kökleri x_1 ve x_2 ise,

$$x_1 + x_2 = -p \dots (\star)$$

$$x_1 \cdot x_2 = q \dots (\star\star) \text{ olur.}$$

İstenen denklemin köklerini α_1 ve α_2 olsun.

$$\alpha_1 = x_1 + 2 \text{ ve } \alpha_2 = x_2 + 2 \text{ olur.}$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = x_1 + 2 + x_2 + 2 = x_1 + x_2 + 4 = -p + 4 \dots (1)$$

$$\begin{aligned}
\alpha_1 \cdot \alpha_2 &= (x_1 + 2) \cdot (x_2 + 2) \\
&= x_1 \cdot x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4 \\
&= q - 2p + 4 \dots (2)
\end{aligned}$$

İstenen denklem :

$$x^2 - (\alpha_1 + \alpha_2)x + \alpha_1 \cdot \alpha_2 = 0$$

$$x^2 - (4 - p)x + q - 2p + 4 = 0 \text{ dir.}$$

(II. Yol)

 x_1 verilen denklemin α_1 istenen denklemin köküdür. $\alpha_1 = x_1 + 2 \Rightarrow x_1 = \alpha_1 - 2$ verilen denkleimde yerine yazılırsa istenen denklem elde edilir.

$$x^2 + px + q = 0$$

$$(\alpha_1 - 2)^2 + p(\alpha_1 - 2) + q = 0$$

$$\alpha_1^2 - 4\alpha_1 + 4 + p\alpha_1 - 2p + q = 0$$

$$\alpha_1^2 - (4 - p)\alpha_1 + q - 2p + 4 = 0$$

 α_1 denkleminin kökü, bunun genel halini yazarsak, yani $\alpha_1 = x$ dersek,

$$x^2 - (4 - p)x + q - 2p + 4 = 0 \text{ olur.}$$

UYARI :Kökleri x_1 ve x_2 olan ikinci dereceden denklem $ax^2 + bx + c = 0 \dots (1)$ ise $m \neq 0$ olmak üzere, kökleri $mx_1 + n$ ve $mx_2 + n$ olan ikinci dereceden denk-lem, (1) denkleminde x yerine $\frac{x-n}{m}$ yazılarak da bulunabilir.**Örnek 42**

$$x^2 + x - 5 = 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.Buna göre, kökleri $2x_1 - 3$ ve $2x_2 - 3$ olan denklemi bulalım.**Çözüm**

$$x^2 + x - 5 = 0 \text{ denkleminde } x \text{ yerine } \frac{x+3}{2} \text{ yazılırsa}$$

istenen denklem bulunur.

Buna göre, istenen denklem :

$$x^2 + x - 5 = 0$$

$$\left(\frac{x+3}{2}\right)^2 + \left(\frac{x+3}{2}\right) - 5 = 0$$

$$\frac{x^2 + 6x + 9}{4} + \frac{x+3}{2} - 5 = 0$$

$$x^2 + 6x + 9 + 2x + 6 - 20 = 0$$

$$x^2 + 8x - 5 = 0 \text{ dir.}$$

E. İKİNCİ DERECEDE BİR BİLİNMEYENLİ DENLEME DÖNÜŞTÜRÜLEBİLEN DENKLEMLERİN ÇÖZÜMÜ

Verilen denklem ikinci dereceden olmadığı halde, bir dönüşümle ikinci dereceden bir denleme dönüştürülebiliyorsa, çözümü bu yolla bulunur.

1. Değişken Değiştirerek Çözilebilen Denklemler**Örnek 43** $4x^4 - 101x^2 + 25 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulalım.**Çözüm** $x^2 = t$ dönüşümü yaparsak verilen denklem $4t^2 - 101t + 25 = 0$ haline gelir. Bu denklemi önce çarpanlara ayırır, t_1 ve t_2 gibi iki kök buluruz, daha sonra $t_1 = x^2$ ve $t_2 = x^2$ değerlerinden x kökleri elde edilir.

$$4t^2 - 10t + 25 = 0$$

$$(4t - 1) \cdot (t - 25) = 0 \text{ ise,}$$

$$4t - 1 = 0 \text{ veya } t - 25 = 0$$

$$4t - 1 = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{4} \dots (1)$$

$$t - 25 = 0 \Rightarrow t = 25 \dots (2)$$

$$t = \frac{1}{4} \text{ için, } x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ veya } x = \frac{1}{2}$$

$$t = 25 \text{ için, } x^2 = 25 \Rightarrow x = -5 \text{ veya } x = 5$$

$$\mathcal{C} = \left\{ -5, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 5 \right\} \text{ dir.}$$

Örnek 44

$$9^x - 28 \cdot 3^x + 27 = 0$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{0\}$

B) $\{3\}$

C) $\{2\}$

D) $\{0, 3\}$

E) $\{3, 2\}$

Çözüm

$3^x = t$ dönüşümü yapalım.

$$9^x - 28 \cdot 3^x + 27 = 0$$

$$(3^x)^2 - 28 \cdot 3^x + 27 = 0$$

$$t^2 - 28 \cdot t + 27 = 0$$

biçiminde ikinci dereceden bir denklem oluşur.

$$t^2 - 28 \cdot t + 27 = 0$$

$$(t - 1)(t - 27) = 0$$

$$t - 1 = 0 \text{ veya } t - 27 = 0$$

$$t - 1 = 0 \Rightarrow t = 1 \dots (\star)$$

$$t - 27 = 0 \Rightarrow t = 27 \dots (\star\star)$$

$$t = 1 \text{ için, } 3^x = 1$$

$$3^x = 3^0 \Rightarrow x = 0$$

$$t = 27 \text{ için, } 3^x = 27$$

$$3^x = 3^3 \Rightarrow x = 3 \text{ olur.}$$

O halde, $\mathcal{C} = \{0, 3\}$ olur.

Cevap D

Örnek 45

$$(x^2 + 2)^2 - 9(x^2 + 2) + 18 = 0$$

denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$x^2 + 2 = t$ dönüşümü yaptığımızda

$$(x^2 + 2)^2 - 9(x^2 + 2) + 18 = 0$$

$t^2 - 9t + 18 = 0$ denklemi elde edilir.

$$(t - 3)(t - 6) = 0$$

$$t - 3 = 0 \text{ veya } t - 6 = 0$$

$$t - 3 = 0 \Rightarrow t = 3 \dots (1)$$

$$t - 6 = 0 \Rightarrow t = 6 \dots (2)$$

$$t = 3 \text{ için, } x^2 + 2 = 3 \Rightarrow x = 1 \text{ veya } x = -1$$

$$t = 6 \text{ için, } x^2 + 2 = 6 \Rightarrow x = 2 \text{ veya } x = -2$$

O halde, $\mathcal{C} = \{-2, -1, 1, 2\}$ olur.

KURAL :

1. $f(x) \cdot g(x) = 0 \Rightarrow f(x) = 0$ veya $g(x) = 0$ olduğunu daha önce hatırlatmıştık.

2. $\frac{f(x)}{g(x)} = 0 \Rightarrow f(x) = 0$ ve $g(x) \neq 0$ dir.

Örnek 46

$$\frac{2x^{\frac{1}{3}} + 2x^{-\frac{1}{3}} - 5}{x^2 - 64} = 0$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{\frac{1}{8}, 4\right\}$

B) $\left\{\frac{1}{8}, 8\right\}$

C) $\left\{\frac{1}{8}\right\}$

D) $\{2\}$

E) $\{3\}$

Çözüm

$$\frac{2x^{\frac{1}{3}} + 2x^{-\frac{1}{3}} - 5}{x^2 - 64} = 0 \text{ ise,}$$

$$2x^{\frac{1}{3}} + 2x^{-\frac{1}{3}} - 5 = 0 \text{ ve } x^2 - 64 \neq 0 \text{ dir.}$$

$$x^{\frac{1}{3}} = t \text{ olsun.}$$

$$2x^{\frac{1}{3}} + 2x^{-\frac{1}{3}} - 5 = 0$$

$$2x^{\frac{1}{3}} + \frac{2}{x^{\frac{1}{3}}} - 5 = 0$$

$$2t + \frac{2}{t} - 5 = 0$$

$$2t^2 - 5t + 2 = 0$$

$$(2t - 1)(t - 2) = 0 \text{ ise,}$$

$$2t - 1 = 0 \text{ veya } t - 2 = 0$$

$$t = \frac{1}{2} \text{ veya } t = 2$$

$$t = \frac{1}{2} \text{ için, } x^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{8} \dots (\star)$$

$$t = 2 \text{ için, } x^{\frac{1}{3}} = 2 \Rightarrow x = 8 \dots (\star\star)$$

$$x^2 - 64 \neq 0 \Rightarrow x \neq 8 \text{ ve } x \neq -8 \text{ dir.}$$

$$\text{Buna göre, } x = \frac{1}{8} \text{ dir.}$$

$$\text{O halde, } \mathcal{C} = \left\{ \frac{1}{8} \right\} \text{ olur.}$$

Cevap C

UYARI :

Rasyonel denklemlerin çözüm kümesi payı sıfır yapan ancak paydayı sıfır yapmayan değerlerden oluşur.

Örnek 47

$\frac{q}{p} = \frac{p+q}{q}$ olduğuna göre, $\frac{q}{p}$ nin pozitif değeri kaçtır?

- A) $1+\sqrt{5}$ B) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ C) $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$
D) $1-\sqrt{5}$ E) $-1+\sqrt{5}$

Çözüm

$$\frac{q}{p} = \frac{p+q}{q}$$

$$\frac{q}{p} = \frac{p}{q} + \frac{q}{q}$$

$$\frac{q}{p} = \frac{p}{q} + 1 \text{ ifadesinde } \frac{q}{p} = t \text{ olsun.}$$

$$\frac{q}{p} = t \Rightarrow \frac{p}{q} = \frac{1}{t} \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$\frac{q}{p} = \frac{p}{q} + 1$$

$$t = \frac{1}{t} + 1$$

$$t^2 - t - 1 = 0 \text{ denkleminin kökleri}$$

$$t_{1,2} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1}$$

$$t_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \text{ veya } t_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \text{ olur.}$$

$$\frac{q}{p} \text{ nin pozitif değeri } t = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \text{ dir.}$$

Cevap B

Örnek 48

$$\frac{x^2+6}{x} + \frac{35x}{x^2+6} = 12$$

denkleminin köklerinden en büyüğü kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 8

Çözüm

Verilen denklem

$$\frac{x^2+6}{x} + \frac{35}{\frac{x^2+6}{x}} = 12$$

şeklinde düzenlendikten sonra $t = \frac{x^2+6}{x}$ dönüşümü

yapılırsa

$$t + \frac{35}{t} = 12 \text{ olur.}$$

$$t^2 - 12t + 35 = 0$$

$$(t-5)(t-7) = 0 \Rightarrow t = 5 \text{ veya } t = 7 \dots (\star) \text{ dir.}$$

$$t = 5 \text{ için, } \frac{x^2+6}{x} = 5$$

$$x^2 + 6 = 5x$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-2)(x-3) = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ veya } x = 3 \dots (1)$$

$$t = 7 \text{ için, } \frac{x^2+6}{x} = 7$$

$$x^2 + 6 = 7x$$

$$x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$(x - 1)(x - 6) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ veya } x = 6 \dots (2)$$

Bulunan kökler denklemdaki kesirlerin paydasını sıfır yapmaz. Bunun için, $\mathcal{C} = \{1, 2, 3, 6\}$ olur.

Bu köklerden en büyüğü 6 dir.

Cevap D

Örnek 49

$$x^2 - \frac{8}{x^2 - 3x} - 3x - 2 = 0$$

denkleminin köklerinden en küçüğü kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

Çözüm

Verilen denklemleri düzenleyelim.

$$x^2 - 3x - \frac{8}{x^2 - 3x} - 2 = 0 \text{ denkleminde,}$$

$$x^2 - 3x = t \text{ alınırsa, verilen denklem}$$

$$t - \frac{8}{t} - 2 = 0$$

$$t^2 - 2t - 8 = 0 \text{ olur.}$$

$$(t + 2)(t - 4) = 0 \Rightarrow t = -2 \text{ veya } t = 4 \dots (\star)$$

$$t = -2 \text{ için } x^2 - 3x = -2$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x - 1)(x - 2) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ veya } x = 2 \dots (1)$$

$$t = 4 \text{ için, } x^2 - 3x = 4$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$(x + 1)(x - 4) = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ veya } x = 4 \dots (2)$$

O halde çözüm kümesi

$$\mathcal{C} = \{-1, 1, 2, 4\} \text{ olur.}$$

Bu köklerden en küçüğü -1 dir.

"Denklemin köklü denklemleri sağlar" bilgisinden yola çıkılarak seçeneklerden de sonuca gidilebilir.

Cevap B

2. Köklü Denklemler

Bir denklemden kök içerisinde bilinmeyen bulunuyorsa bu denkleme köklü denklem denir. Köklü denklemlerde önce denklem kökten kurtarılır. Bunun için, denklemden köklü terim bir tane ise, köklü kısım eşitliğin bir tarafına kalan terimler diğer tarafına atılıp, kökün derecesine göre kuvvet alınır.

Köklü terim birden fazlaysa denklem yukarıdaki benzer biçimde tek tek köklü terimlerinden kurtarılır. Böylece elde edilen denklemin kökleri bulunur. Bu köklerden başlangıçta verilen denklemleri sağlayanlar çözüm kümesini oluşturur.

Köklü denklemlerde köklerden biri denklemleri sağlamayabilir. Sağlamayan köke yalancı kök veya ithal kök denir ve çözüm kümesine dahil edilmez.

Yalancı kök eşitliğin her iki tarafının karesi (ya da çift kuvveti) alınırken dışardan ithal edilmiştir.

Örnek 50

$x - \sqrt{x+1} = 5$ denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$$x - \sqrt{x+1} = 5$$

$x - 5 = \sqrt{x+1}$ ifadesinin her iki tarafının karesini alalım.

$$x^2 - 10x + 25 = x + 1$$

$$x^2 - 11x + 24 = 0$$

$$(x - 8)(x - 3) = 0 \text{ ise,}$$

$$x - 8 = 0 \text{ veya } x - 3 = 0 \Rightarrow x = 8 \text{ veya } x = 3 \text{ tür.}$$

$$x = 8 \Rightarrow x - \sqrt{x+1} = 5$$

$$8 - \sqrt{8+1} \stackrel{?}{=} 5$$

$$8 - 3 \stackrel{?}{=} 5$$

$$5 = 5$$

$$x = 3 \Rightarrow x - \sqrt{x+1} \stackrel{?}{=} 5$$

$$3 - \sqrt{3+1} \stackrel{?}{=} 5$$

$$3 - 2 \stackrel{?}{=} 5$$

$$1 \neq 5$$

Denklemleri sağlayan kök alınır, sağlamayan kök alınmaz. $\mathcal{C} = \{8\}$ dir.

Örnek 51

$\sqrt[3]{4 + \sqrt{x+1}} = 2$ denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{4+\sqrt{x+1}} &= 2 \\ (\sqrt[3]{4+\sqrt{x+1}})^3 &= 2^3 \\ 4+\sqrt{x+1} &= 2^3 \\ \sqrt{x+1} &= 4 \\ (\sqrt{x+1})^2 &= 4^2 \\ x+1 &= 16 \\ x &= 15\end{aligned}$$

$x = 15$ verilen denklemi sağladığından $\mathcal{C} = \{15\}$ olur.

Örnek 52

$$\sqrt{2x+3} - \sqrt{x+1} = 1$$

denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$$\begin{aligned}\sqrt{2x+3} - \sqrt{x+1} &= 1 \\ \sqrt{2x+3} &= 1 + \sqrt{x+1} \\ (\sqrt{2x+3})^2 &= (1 + \sqrt{x+1})^2 \\ 2x+3 &= 1 + 2\sqrt{x+1} + x+1 \\ x+1 &= 2\sqrt{x+1} \\ (x+1)^2 &= (2\sqrt{x+1})^2 \\ x^2 + 2x + 1 &= 4(x+1) \\ x^2 - 2x - 3 &= 0 \\ (x-3)(x+1) &= 0 \Rightarrow x = 3 \text{ veya } x = -1 \text{ olur.}\end{aligned}$$

$$x = 3 \text{ için, } \sqrt{2x+3} - \sqrt{x+1} = 1$$

$$\sqrt{2 \cdot 3 + 3} - \sqrt{3 + 1} \stackrel{?}{=} 1$$

$$\sqrt{9} - \sqrt{4} \stackrel{?}{=} 1$$

$$3 - 2 \stackrel{?}{=} 1$$

$$1 = 1$$

$$x = -1 \text{ için, } \sqrt{2x+3} - \sqrt{x+1} = 1$$

$$\sqrt{2 \cdot (-1) + 3} - \sqrt{-1 + 1} \stackrel{?}{=} 1$$

$$\sqrt{1} - \sqrt{0} \stackrel{?}{=} 1$$

$$1 - 0 \stackrel{?}{=} 1$$

$$1 = 1$$

Bulunan iki değer de denklemi sağlıyor.
Bu sebeple $\mathcal{C} = \{-1, 3\}$ tür.

Örnek 53

$$\sqrt{\frac{x-1}{3}} + \sqrt[4]{\frac{x-1}{3}} = 2$$

denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

Kökü ifadelerin dereceleri 2 ve 4 tür. OKEK(2,4) = 4

olduğundan $\frac{x-1}{3} = t^4$ dönüşümü yapılırsa

$$\sqrt{\frac{x-1}{3}} + \sqrt[4]{\frac{x-1}{3}} = 2$$

$$\sqrt{t^4} + \sqrt[4]{t^4} = 2 \text{ olur.}$$

$$t^2 + t - 2 = 0, (t \geq 0)$$

$$(t-1)(t+2) = 0 \Rightarrow t = 1 \text{ veya } t = -2 \text{ dir.}$$

$t \geq 0$ olduğu için, $t = 1$ dir.

$$t = 1 \Rightarrow \frac{x-1}{3} = 1^4$$

$$x-1 = 3$$

$$x = 4 \text{ tür.}$$

O halde, $\mathcal{C} = \{4\}$ olur.

Örnek 54

$$x + \sqrt{3x-8} = 2$$

denkleminin çözüm kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

$$x + \sqrt{3x-8} = 2$$

$$\sqrt{3x-8} = 2 - x$$

$$(\sqrt{3x-8})^2 = (2-x)^2$$

$$3x-8 = 4 - 4x + x^2$$

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$(x-4)(x-3) = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ veya } x = 3 \text{ olur.}$$

$$x = 4 \text{ için, } x + \sqrt{3x-8} = 2$$

$$4 + \sqrt{3 \cdot 4 - 8} \stackrel{?}{=} 2$$

$$4 + \sqrt{4} \stackrel{?}{=} 2$$

$$4 + 2 \stackrel{?}{=} 2$$

$$6 \neq 2$$

$$x = 3 \text{ için, } x + \sqrt{3x - 8} = 2$$

$$3 + \sqrt{3 \cdot 3 - 8} \stackrel{?}{=} 2$$

$$3 + \sqrt{1} \stackrel{?}{=} 2$$

$$3 + 1 \stackrel{?}{=} 2$$

$$4 \neq 2$$

Bulunan değerlerin hiçbirisi verilen denklemi sağlamadığı için, $\mathcal{C} = \emptyset = \{ \}$ ve $s(\mathcal{C}) = 0$ dir.

Cevap A

3. Mutlak Değerli Denklemler

Örnek 55

$$x^2 - |2x - 3| - 6 = 0$$

denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

a. $x \geq \frac{3}{2} \Rightarrow |2x - 3| = 2x - 3$ tür.

Buna göre, $x^2 - |2x - 3| - 6 = 0$

$$x^2 - (2x - 3) - 6 = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x + 1)(x - 3) = 0$$

$$x = -1 \text{ veya } x = 3 \text{ olur.}$$

$x \geq \frac{3}{2}$ olduğu için, $x = -1$ alınmaz. $x = 3$ tür.

b. $x < \frac{3}{2} \Rightarrow |2x - 3| = -(2x - 3)$ tür.

Buna göre, $x^2 - |2x - 3| - 6 = 0$

$$x^2 - [-(2x - 3)] - 6 = 0$$

$$x^2 + 2x - 3 - 6 = 0$$

$$x^2 + 2x - 9 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-9)}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{2}$$

$$x = -1 + \sqrt{10} \text{ veya } x = -1 - \sqrt{10}$$

$x < \frac{3}{2}$ olduğu için, $x = -1 + \sqrt{10}$ alınmaz.

$x = -1 - \sqrt{10}$ alınır.

O halde, verilen denklemin çözüm kümesi :

$$\mathcal{C} = \{-1 - \sqrt{10}, 3\} \text{ olur.}$$

Örnek 56

$$x^2 - 2|x| + 1 = 0$$

denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

a. $x > 0$ ise, $|x| = x$ tir.

$$x^2 - 2|x| + 1 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x - 1)^2 = 0$$

$$x = 1$$

$x > 0$ koşuluna uyduğu için, $x = 1$ alınır.

b. $x < 0$ ise, $|x| = -x$ tir.

$$x^2 - 2|x| + 1 = 0$$

$$x^2 - 2(-x) + 1 = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(x + 1)^2 = 0$$

$$x = -1$$

$x < 0$ koşuluna uyduğu için, $x = -1$ alınır.

O halde, verilen denklemin çözüm kümesi :

$$\mathcal{C} = \{-1, 1\} \text{ dir.}$$

Örnek 57

$(x - 2)^2 = 3$ denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$(x - 2)^2 = 3$ ifadesinde her iki tarafın karekökünü alalım.

$$\sqrt{(x - 2)^2} = \sqrt{3}$$

$$|x - 2| = \sqrt{3} \Rightarrow x - 2 = -\sqrt{3} \text{ veya } x - 2 = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x = 2 - \sqrt{3} \text{ veya } x = 2 + \sqrt{3}$$

O halde, verilen denklemin çözüm kümesi :

$$\mathcal{C} = \{2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}\} \text{ olur.}$$

Örnek 58

$$x \cdot |x - 5| = 6$$

denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 8 C) 9 D) 11 E) 12

Çözüm

a. $x \geq 5 \Rightarrow |x - 5| = x - 5$ tir.

$$x \cdot |x - 5| = 6$$

$$x(x - 5) = 6$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$(x + 1)(x - 6) = 0 \text{ ise,}$$

$$x = -1 \text{ veya } x = 6 \text{ dir.}$$

 $x \geq 5$ olduğu için, $x = -1$ alınmaz. $x = 6$ alınır.

b. $x < 5 \Rightarrow |x - 5| = -(x - 5) = -x + 5$ tir.

$$x \cdot |x - 5| = 6$$

$$x(-x + 5) = 6$$

$$-x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 2)(x - 3) = 0 \text{ ise,}$$

$$x = 2 \text{ veya } x = 3 \text{ tür.}$$

 $x < 5$ olduğu için, $x = 2$ ve $x = 3$ alınır.

Buna göre, denklemin köklerinin toplamı :

$$2 + 3 + 6 = 11 \text{ dir.}$$

Cevap D

Örnek 59

$$|x - 3| = |2x + 1|$$

denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

- A) -3 B)
- $-\frac{10}{3}$
- C) -4 D)
- $-\frac{13}{3}$
- E)
- $-\frac{14}{3}$

Çözüm

 $|a|^2 = |a^2| = a^2$ olduğundan verilen eşitliğin her iki tarafının karesi alınabilir.

$$|x - 3|^2 = |2x + 1|^2$$

$$x^2 - 6x + 9 = 4x^2 + 4x + 1$$

$$3x^2 + 10x - 8 = 0$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{10}{3} \text{ tür.}$$

Cevap B

Örnek 60

$$|1 - x| + |2x - 2| + |-x| = 6 + |x|$$

denklemini sağlayan x leri bulalım.

Çözüm

$$|1 - x| + |2x - 2| + |-x| = 6 + |x|$$

$$|-(x - 1)| + |2(x - 1)| + |-x| = 6 + |x|$$

$$|-1| \cdot |x - 1| + |2| \cdot |x - 1| + |-1| \cdot |x| = 6 + |x|$$

$$1 \cdot |x - 1| + 2 \cdot |x - 1| + 1 \cdot |x| = 6 + |x|$$

$$(1 + 2) \cdot |x - 1| = 6$$

$$|x - 1| = 2 \Rightarrow x - 1 = -2 \text{ veya } x - 1 = 2$$

$$\Rightarrow x = -1 \text{ veya } x = 3 \text{ tür.}$$

Örnek 61

$$\sqrt{x^2 - 8x + 16} = x^2 - 4$$

denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$$\sqrt{x^2 - 8x + 16} = x^2 - 4x$$

$$\sqrt{(x - 4)^2} = x^2 - 4x$$

$$|x - 4| = x^2 - 4x \text{ olur.}$$

a. $x \geq 4$ için, $|x - 4| = x - 4$ tür.

Buna göre, $|x - 4| = x^2 - 4x$

$$x - 4 = x^2 - 4x$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(x - 1)(x - 4) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ veya } x = 4$$

Başlangıç koşuluna uygun olduğu için, $x = 4$ alınır, $x = 1$ alınmaz.

b. $x < 4$ için, $|x - 4| = -(x - 4)$ tür.

Buna göre, $|x - 4| = x^2 - 4x$

$$-(x - 4) = x^2 - 4x$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$(x + 1)(x - 4) = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ veya } x = 4$$

Başlangıç koşuluna uygun olduğu için,

 $x = -1$ alınır. $x = 4$ alınmaz.Buna göre, $\mathcal{C} = \{-1, 4\}$ olur.

II. ÜÇÜNCÜ DERECEDEKİ DENKLEMLER

A. TANIM

$a \neq 0$ olmak üzere, $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ biçimindeki denklemlere **üçüncü dereceden bir bilinmeyenli denklemler** denir.

B. ÜÇÜNCÜ DERECEDEKİ DENKLEMİN ÇÖZÜM KÜMESİNİN BULUNMASI

Örnek 62 _____

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$$

denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

(I. Yol)

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$$

$$x^2(x-2) - (x-2) = 0$$

$$(x-2)(x^2-1) = 0$$

$$(x-2)(x-1)(x+1) = 0 \text{ ise,}$$

$$x = 2 \text{ veya } x = 1 \text{ veya } x = -1 \text{ dir.}$$

Buna göre, $\mathcal{C} = \{-1, 1, 2\}$ dir.

(II. Yol)

Denklemin çarpanlara ayrılmıyor veya çarpanlara ayırmakta güçlük çekiliyorsa "**Sabit terimi tam bölen tamsayılardan birisi kök olabilir**" bilgisinden faydalanarak, deneme yanılma yoluyla köklerden birini buluruz.

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$$

$$x = 1 \text{ için, } 1^3 - 2 \cdot 1^2 - 1 + 2 = 0$$

$$0 = 0 \text{ dir.}$$

$x - 1$, verilen denklemin bir çarpanıdır. Denklem çarpanına tam olarak bölünür.

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 2x^2 - x + 2 & x - 1 \\ \hline - x^3 + x^2 & \\ \hline -x^2 - x + 2 & \\ -x^2 + x & \\ \hline -2x + 2 & \\ -2x + 2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x-1)(x^2 - x - 2) = (x-1)(x+1)(x-2)$$

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$$

$$(x-1)(x+1)(x-2) = 0 \text{ ise,}$$

$$x = 1 \text{ veya } x = -1 \text{ veya } x = 2$$

$$\mathcal{C} = \{-1, 1, 2\} \text{ dir.}$$

Örnek 63 _____

$$x^3 - 7x^2 + 13x - 3 = 0$$

denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$$x = 3 \text{ için,}$$

$$x^3 - 7x^2 + 13x - 3 = 0$$

$$3^3 - 7 \cdot 3^2 + 13 \cdot 3 - 3 = 0$$

$$0 = 0$$

olduğundan $x = 3$ denkleminin bir köküdür. O halde denklem $(x-3)$ ile tam olarak bölünür.

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 7x^2 + 13x - 3 & x - 3 \\ \hline -x^3 + 3x^2 & \\ \hline -4x^2 + 13x - 3 & \\ -4x^2 + 12x & \\ \hline x - 3 & \\ x - 3 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$x^3 - 7x^2 + 13x - 3 = 0$$

$$(x-3)(x^2 - 4x + 1) = 0$$

$$x - 3 = 0 \text{ veya } x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x_1 = 3 \dots (\star)$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow x_2 = 2 + \sqrt{3}, x_3 = 2 - \sqrt{3}$$

Çözüm kümesi : $\mathcal{C} = \{3, 2 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}\}$ olur.

C. KÖKLERİ VERİLEN ÜÇÜNCÜ DERECE DENKLEMİN YAZILMASI

Kökleri x_1, x_2, x_3 olan üçüncü derece denklem aşağıdaki biçimdedir.

$$(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) = 0$$

$$x^3 - (x_1 + x_2 + x_3)x^2 + (x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3)x - x_1x_2x_3 = 0$$

Örnek 64 _____

Kökleri 1, 2, -3 olan üçüncü derece denklemi bulalım.

Çözüm

Kökleri 1, 2, -3 olan üçüncü derece denklem

$$(x-1)(x-2)(x-(-3)) = 0$$

$$(x-1)(x-2)(x+3) = 0$$

$$(x-1)(x^2 + x - 6) = 0$$

$$x^3 + x^2 - 6x - x^2 - x + 6 = 0$$

$$x^3 - 7x + 6 = 0 \text{ dir.}$$

Örnek 65

Kökleri $\frac{1}{2}$ ve $1-\sqrt{2}$ olan üçüncü dereceden rasyonel katsayılı denklemi bulalım.

Çözüm

Rasyonel katsayılı denklemin bir kökü $1-\sqrt{2}$ ise diğer kökü $1+\sqrt{2}$ dir.

Buna göre,

$$x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = 1-\sqrt{2}, x_3 = 1+\sqrt{2} \text{ dir.}$$

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= \frac{1}{2} + 1 - \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} \\ &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3 &= \frac{1}{2} \cdot (1-\sqrt{2}) + \frac{1}{2} \cdot (1+\sqrt{2}) + (1-\sqrt{2}) \cdot (1+\sqrt{2}) \\ &= \frac{1}{2} \cdot (1-\sqrt{2} + 1 + \sqrt{2}) + (1-2) \\ &= 1-1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 &= \frac{1}{2} \cdot (1-\sqrt{2}) \cdot (1+\sqrt{2}) \\ &= \frac{1}{2} \cdot (1-2) \\ &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

olduğuna göre,

$$\begin{aligned} x^3 - (x_1 + x_2 + x_3)x^2 + (x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3)x - x_1 x_2 x_3 &= 0 \\ x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 0 \cdot x - \left(-\frac{1}{2}\right) &= 0 \end{aligned}$$

$$2x^3 - 5x^2 + 1 = 0 \text{ olur.}$$

**D. $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$
DENKLEMİNİN KÖKLERİ İLE
KATSAYILARI ARASINDAKİ
BAĞINTILAR**

$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ in kökleri x_1, x_2 ve x_3 olsun.

$$x^3 + \frac{b}{a}x^2 + \frac{c}{a}x + \frac{d}{a} = 0$$

$x^3 - (x_1 + x_2 + x_3)x^2 + (x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3)x - x_1 x_2 x_3 = 0$ olduğu için,

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{d}{a} \text{ dir.}$$

Örnek 66

$$x^3 - 3x^2 + 5x - 8 = 0$$

denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3 tür.

Buna göre, aşağıdaki ifadelerin eşitlerini bulalım.

A) $x_1 + x_2 + x_3$ B) $x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3$

C) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}$ D) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$

Çözüm

$x^3 - 3x^2 + 5x - 8 = 0$ denkleminde $a = 1, b = -3, c = 5$ ve $d = -8$ dir.

Buna göre,

$$\begin{aligned} \text{A) } x_1 + x_2 + x_3 &= -\frac{b}{a} \\ &= -\frac{-3}{1} \\ &= 3 \text{ tür.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B) } x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 &= \frac{c}{a} \\ &= \frac{5}{1} \\ &= 5 \text{ tir.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{C) } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} &= \frac{x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2}{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3} \\ &= \frac{\frac{c}{a}}{-\frac{d}{a}} \\ &= -\frac{c}{d} \\ &= -\frac{5}{-8} \\ &= \frac{5}{8} \text{ dir.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D) } x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 &= (x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2(x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3) \\ &= \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2 \cdot \frac{c}{a} \\ &= \frac{b^2}{a^2} - \frac{2 \cdot c \cdot a}{a^2} \\ &= \frac{b^2 - 2 \cdot c \cdot a}{a^2} \\ &= \frac{(-3)^2 - 2 \cdot 5 \cdot 1}{1^2} \\ &= \frac{9 - 10}{1} \\ &= \frac{-1}{1} \\ &= -1 \text{ dir.} \end{aligned}$$

KURAL :

$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2, x_3 olsun.

1. Kökler aritmetik dizi oluşturuyorsa,

$$x_1 + x_3 = 2x_2$$

2. Kökler geometrik dizi oluşturuyorsa

$$\sqrt{x_1 \cdot x_3} = x_2$$

3. Kökler hem aritmetik hem de geometrik dizi oluşturuyorsa

$$x_1 = x_2 = x_3 \text{ tür.}$$

Örnek 67

$$x^3 - 9x^2 + 26x - m = 0$$

denkleminin kökleri aritmetik dizi oluşturuyor.

Buna göre, m kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 12 D) 24 E) 36

Çözüm

$x^3 - 9x^2 + 26x - m = 0$ in kökleri x_1, x_2 ve x_3 olsun. Kökler aritmetik dizi oluşturduğuna göre,

$$x_1 + x_3 = 2x_2 \dots (1) \text{ olur.}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a} = -\frac{-9}{1} = 9 \dots (2)$$

$x_1 + x_3$ ün (1) eşitliğindeki değerini (2) eşitliğinde yerine yazalım.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 9$$

$$2x_2 + x_2 = 9$$

$$3x_2 = 9$$

$$x_2 = 3 \dots (\star) \text{ olur.}$$

$x_2 = 3$ denklemin kökü olduğu için, denklemi sağlar.

$$x^3 - 9x^2 + 26x - m = 0$$

$$3^3 - 9 \cdot 3^2 + 26 \cdot 3 - m = 0$$

$$27 - 81 + 78 - m = 0$$

$$24 - m = 0$$

$$m = 24 \text{ tür.}$$

Cevap D

Örnek 68

$$x^3 - (m + 3)x^2 + (4m - 1)x - 27 = 0$$

denkleminin kökleri geometrik dizi oluşturduğuna göre, m kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 10

Çözüm

$x^3 - (m + 3)x^2 + (4m - 1)x - 27 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2, x_3 olsun. Kökler geometrik dizi oluşturduğuna göre,

$$x_2^2 = x_1 \cdot x_3 \dots (1) \text{ olur.}$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{-27}{1} = 27 \dots (2)$$

$x_1 \cdot x_3$ ün (1) deki değerini (2) de yerine yazıp, x_2 yi bulalım.

$$x_1 \cdot x_3 \cdot x_2 = 27$$

$$x_2^2 \cdot x_2 = 27$$

$$x_2^3 = 3^3$$

$$x_2 = 3$$

$x_2 = 3$ verilen denklemin kökü olduğu için, denklemi sağlar.

$$x^3 - (m + 3)x^2 + (4m - 1)x - 27 = 0$$

$$3^3 - (m + 3)3^2 + (4m - 1)3 - 27 = 0$$

$$27 - 9m - 27 + 12m - 3 - 27 = 0$$

$$3m - 30 = 0$$

$$m = 10 \quad \text{Cevap E}$$

Örnek 69

$$x^3 + mx^2 + nx - 8 = 0$$

denkleminin kökleri hem aritmetik hem de geometrik dizi oluşturmaktadır.

Buna göre, $m^2 - n^2$ kaçtır?

- A) -102 B) -108 C) -109 D) -110 E) -112

Çözüm

Verilen denklemin kökleri x_1, x_2, x_3 olsun. Kökler hem aritmetik hem de geometrik dizi oluşturduğuna göre,

$$x_1 = x_2 = x_3 \text{ tür.}$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{d}{a} = -\frac{-8}{1} = 8$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = 8$$

$$x_1 \cdot x_1 \cdot x_1 = 8$$

$$x_1^3 = 2^3$$

$$x_1 = 2 \text{ dir.}$$

O halde kökler $x_1 = 2$, $x_2 = 2$ ve $x_3 = 2$ dir.

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}$$

$$2 + 2 + 2 = -\frac{m}{1}$$

$$m = -6 \dots (\star)$$

$$x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 = \frac{c}{a}$$

$$2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 = \frac{n}{1}$$

$$n = 12 \dots (\star\star)$$

$$m^2 - n^2 = (-6)^2 - 12^2$$

$$= 36 - 144$$

$$= -108$$

Cevap B

Örnek 70

$x^3 - 4x^2 - x + 4 = 0$ denkleminin kökleri 1, b ve c dir.

Buna göre, $b^2 + c^2$ toplamı kaçtır?

- A) 17 B) 16 C) 15 D) 14 E) 13

Çözüm

$$x^3 - 4x^2 - x + 4 = 0$$

$$x^2(x-4) - (x-4) = 0$$

$$(x-4)(x^2-1) = 0 \text{ ise,}$$

$$x-4 = 0 \text{ veya } x^2-1 = 0$$

$$x = 4 \text{ veya } x = 1 \text{ veya } x = -1$$

$$x_1 = 1, x_2 = b = 4 \text{ ve } x_3 = c = -1 \text{ olur.}$$

$$O \text{ halde, } b^2 + c^2 = 4^2 + (-1)^2 = 16 + 1 = 17 \text{ dir.}$$

Cevap A

Örnek 71

$$x^3 + (1-2m)x + 10 = 0$$

denkleminin kökleri x_1 , x_2 ve x_3 tür.

$$x_1 \cdot x_2 = -5$$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{d}{a}$$

$$-5 \cdot x_3 = -10$$

$$x_3 = 2 \text{ dir.}$$

Bu kök denklemde yerine yazılırsa,

$$x^3 + (1-2m)x + 10 = 0$$

$$2^3 + (1-2m) \cdot 2 + 10 = 0$$

$$8 + 2 - 4m + 10 = 0$$

$$m = 5 \text{ olur.}$$

Cevap B

Örnek 72

$$x^3 + mx^2 + 2(1-m)x - 5m + 3 = 0$$

$$x^2 + (m-3)x - m - 1 = 0$$

denklemlerinin ikiye kökü eşittir.

Buna göre, m kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

Çözüm

Üçüncü dereceden denklem için

$$x_1 + x_2 + x_3 = -m \dots (1) \text{ ve}$$

$$\text{ikinci dereceden denklem için } x_1 + x_2 = -(m-3) \dots (2)$$

(1) denkleminde (2) denklemini taraf tarafa çıkarılırsa

$$x_1 + x_2 + x_3 = -m$$

$$- \quad x_1 + x_2 = -m + 3$$

$$x_3 = -3 \text{ bulunur.}$$

Bu kök denklemde yerine yazılırsa,

$$x^3 + mx^2 + 2(1-m)x - 5m + 3 = 0$$

$$(-3)^3 + m(-3)^2 + 2(1-m)(-3) - 5m + 3 = 0$$

$$-27 + 9m - 6 + 6m - 5m + 3 = 0$$

$$10m = 30$$

$$m = 3 \text{ tür.}$$

Cevap A

Örnek 73

$$x^2 + ax + b = 0$$

$$x^3 + ax^2 + cx + d = 0$$

denklemlerinin x_1 ve x_2 kökleri ortak olduğuna göre, d nin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

$x^2 + ax + b = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ise

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{a}{1} = -a \dots (\star) \text{ dir.}$$

$x^3 + ax^2 + cx + d = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ve x_3

ise $x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a} = -\frac{a}{1} = -a$ (★★) dir.

Buna göre,

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= -a \\ x_1 + x_2 &= -a \\ \hline x_3 &= 0 \end{aligned}$$

Üçüncü dereceden denklemde

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{d}{a} = -\frac{d}{1} = -d$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot 0 = -d$$

$$0 = -d$$

$$d = 0$$

Cevap A

KURAL :

n , 1 den büyük pozitif tamsayı olmak üzere,

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$$

denklemin;

$$\text{köklerinin toplamı : } -\frac{a_{n-1}}{a_n}$$

$$\text{köklerinin çarpımı : } (-1)^n \cdot \frac{a_0}{a_n}$$

dir.

Örnek 74

$$x^4 - 3x^3 + 4x^2 + x - 5 = 0$$

denkleminin kökleri x_1, x_2, x_3 ve x_4 olsun.

Buna göre, aşağıdaki ifadelerin değerlerini bulalım.

Çözüm

Verilen dördüncü derece denklemde $a = 1, b = -3, c = 4, d = 1, e = -5$ tir.

Buna göre,

$$\begin{aligned} 1. \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= -\frac{b}{a} \\ &= -\frac{-3}{1} \\ &= 3 \text{ tür.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 &= (-1)^4 \cdot \frac{e}{a} \\ &= \frac{-5}{1} \\ &= -5 \text{ tir.} \end{aligned}$$

E. İKİNCİ DERECEDEKİ İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER VE DENKLEM SİSTEMLERİ

1. İkinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklemler

a, b, c sayılarından en az iki tanesi sıfırdan farklı ve a, b, c, d, e ve f birer reel (gerçek) sayı olmak üzere,

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$$

biçimindeki denklemlere **ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklem** denir. Bu denklemi sağlayan (x, y) ikililerinin kümesine de denklemin **çözüm kümesi** denir.

Örnek 75

$$x^2 + xy + 3 = 0$$

eşitliği x ve y değişkenlerine bağlı ikinci dereceden denklemdir.

Denklemin çözüm kümesi (x, y) gibi ikililerden oluşur. x e verilen değerlere bağlı olarak y bulunur.

$$x = 1 \text{ için, } 1^2 + 1 \cdot y + 3 = 0$$

$$y = -4 \text{ olur.}$$

$(1, -4)$ ikilisi denklemi sağlar.

Denklemin çözüm kümesi :

$$\mathcal{C} = \{(x, y) \mid x^2 + xy + 3 = 0 \text{ ve } x, y \in \mathbb{R}\} \text{ olur.}$$

2. İkinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sistemleri

En az bir tanesi ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklem olan denklem sistemine ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemi denir.

Örnek 76

$$x^2 - y^2 = 0$$

$$x + y + 2 = 0$$

sistemi ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemidir.

Örnek 77

$$x^2 - y^2 = 16$$

$$x + y = 8$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$$x + y = 8 \dots (1)$$

$$x^2 - y^2 = 16$$

$$(x - y) \cdot (x + y) = 16$$

$$(x - y) \cdot 8 = 16$$

$$x - y = 2 \dots (2)$$

(1) ve (2) denklemlerinin ortak çözümünü yapalım.

$$x + y = 8$$

$$+ \quad x - y = 2$$

$$2x = 10$$

$$x = 5 \text{ ve } y = 3 \text{ olur.}$$

$$Ç = \{(5, 3)\} \text{ tür.}$$

(5, 3) ikilisi verilen denklemin ikisini de sağlar.

Örnek 78

$$x - 2y = 8$$

$$(x + y)^2 - 2(x + y) - 3 = 0$$

denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$$(x + y)^2 - 2(x + y) - 3 = 0 \text{ denkleminde}$$

$$x + y = t \text{ olsun.}$$

$$t^2 - 2t - 3 = 0$$

$$(t + 1)(t - 3) = 0 \text{ ise,}$$

$$t = -1 \text{ veya } t = 3 \text{ tür.}$$

$$t = -1 \text{ için, } x + y = -1 \dots (1)$$

$$t = 3 \text{ için, } x + y = 3 \dots (2)$$

$x - 2y = 8$ denklemini ayrı ayrı (1) ve (2) denklemleriyle ortak çözelim.

$$x - 2y = 8$$

$$+ \quad x + y = -1$$

$$y = -3$$

$$x = 2$$

$$x - 2y = 8$$

$$+ \quad x + y = 3$$

$$y = -\frac{5}{3}$$

$$x = \frac{14}{3}$$

$$Ç = \left\{ (2, -3), \left(\frac{14}{3}, -\frac{5}{3} \right) \right\} \text{ olur.}$$

Örnek 79

$$x + y = 2$$

$$x^2 - 1 = xy - y$$

denkleminin sağlayan x in y ye oranı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\frac{1}{4}$

B) $\frac{1}{3}$

C) 2

D) 4

E) 5

Çözüm

$$x + y = 2 \Rightarrow y = 2 - x \dots (\star)$$

y nin bu değerini verilen diğer denklemden yerine yazalım.

$$x^2 - 1 = xy - y$$

$$x^2 - 1 = x(2 - x) - (2 - x)$$

$$x^2 - 1 = 2x - x^2 - 2 + x$$

$$x^2 - 1 = -x^2 + 3x - 2$$

$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$(2x - 1)(x - 1) = 0 \text{ ise,}$$

$$2x - 1 = 0 \text{ veya } x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ veya } x = 1 \text{ dir.}$$

Bulunan bu değerler ($\star$) eşitliğinde yerine yazılırsa

$$x = \frac{1}{2} \text{ için, } y = 2 - x$$

$$y = 2 - \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{3}{2} \text{ dir.}$$

$$x = 1 \text{ için, } y = 2 - x$$

$$y = 2 - 1$$

$$y = 1 \text{ dir.}$$

O halde, verilen denklem sisteminin çözüm kümesi :

$$Ç = \left\{ \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right), (1, 1) \right\} \text{ olur.}$$

Buna göre, verilen denklem sisteminin sağlayan x in y

$$\text{ye oranı } \frac{1}{1} = 1 \text{ ya da } \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3} \text{ olur.}$$

Cevap B

İKİNCİ VE ÜÇÜNCÜ DERECEDE BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

Çözümlü Test

1. $x^2 + 5x - 36 = 0$
denkleminin köklerinin oranı, aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $-\frac{9}{4}$ B) -1 C) $-\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{4}$ E) 1

2. $\frac{a^2 - 3ab + b^2}{b^2} = -1$
eşitliğini sağlayan a değerlerinin toplamının b türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) b B) $2b$ C) $3b$ D) $4b$ E) $5b$

3. $x^2 - mx + 4 = 0$
ikinci derece denklemi tamkaredir.
Buna göre, m nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?
- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 4

4. $x^2 - 4x + 1 = 0$
denklemin kökleri x_1 ve x_2 dir.
 $x_1 > x_2$ olduğuna göre, $\sqrt{x_2} - \sqrt{x_1}$ kaçtır?
- A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{2}$ C) -1 D) $-\sqrt{2}$ E) $-\sqrt{3}$

5. $3x^2 + \frac{12}{5}x + \frac{39}{25} = 0$
denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.
Buna göre, $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ kaçtır?
- A) $-\frac{20}{13}$ B) $-\frac{21}{13}$ C) $\frac{1}{3}$ D) 2 E) 4

6. $(m-2)x^2 - (2m+1)x + m - 1 = 0$
denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$2x_1 - x_2 = \frac{5}{2-m}$$

olduğuna göre, m kaçtır?

A) 18 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23

7. $x^2 - (k+2)x + 2k + 3 = 0$
denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$|x_1 - x_2| = 2$$

olduğuna göre, k nin negatif değeri kaçtır?

A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

8. Kökleri $2 + a$ ve $2 - a$ olan ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $x^2 + 4x - 4 + a^2 = 0$
B) $2x^2 + 4x - a^2 = 0$
C) $x^2 - 4x + 4 - a^2 = 0$
D) $x^2 - 4x - 4 + a^2 = 0$
E) $x^2 + 4x + 4 - a^2 = 0$

9. $x^2 + mx + n = 0$
denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Kökleri $3x_1$ ve $3x_2$ olan ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $x^2 - 3mx + 9n = 0$
B) $x^2 + 3mx + 9n = 0$
C) $x^2 + 3mx + 3n = 0$
D) $x^2 - 3mx + 3n = 0$
E) $x^2 + mx + 9n = 0$

10. $\left(x + \frac{3}{x}\right)^2 - 3x - \frac{9}{x} - 4 = 0$

denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

11. $\frac{3x^2}{x+2} - \frac{x+2}{x^2} - 2 = 0$
denkleminin reel (gerçek) köklerinin çarpımı kaçtır?

A) $-\frac{13}{3}$ B) $-\frac{4}{3}$ C) -1 D) -2 E) -3

12. $\frac{x}{x^2-1} + \frac{1}{1-x^2} + \frac{2}{x+1} = 0$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\emptyset$ B) $\mathbb{R}$ C) $\mathbb{R} - \{1\}$
D) $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$ E) $\mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$

13. $4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$
denkleminin köklerinin çarpımı kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 6

14. $x^5 - 3x^4 - 4x - 7 = 0$
denkleminin köklerinin çarpımı kaçtır?

A) -8 B) -7 C) 1 D) 7 E) 8

15. $\frac{x^2 + (5 - \sqrt{2})x - 5\sqrt{2}}{x^2 - (6 + \sqrt{2})x + 6\sqrt{2}} = 0$
denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

A) $5 - \sqrt{2}$ B) $-5 + \sqrt{2}$ C) $-\sqrt{2}$ D) -5 E) 1

16. $\sqrt{3x-5} = x-5$ denkleminin çözüm kümesi $\mathcal{C}_1$ ve $\sqrt{2x^2-7} = x+3$ denkleminin çözüm kümesi $\mathcal{C}_2$ dir.

Buna göre, $\mathcal{C}_1 \cup \mathcal{C}_2$ kümesi kaç elemanlıdır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

17. $\frac{24}{\sqrt{17-x}} - \sqrt{5x-1} = \sqrt{17-x}$
denkleminin köklerinin farkının mutlak değeri kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

18. $x^2 + |x-3| - 3 = 0$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{0, 1\}$ B) $\{0, -1\}$ C) $\{-1, 2\}$
D) $\{1, -2\}$ E) $\{1, 2\}$

19. $x^3 - 2x^2 + 3x + 1 = 0$
denkleminin kökleri x_1 , x_2 ve x_3 tür.

Buna göre, $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}$ kaçtır?

A) -4 B) -3 C) -2 D) 2 E) 4

20. $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{13}{6}$
 $x + y = 5$
denklemini sağlayan x ve y değerleri için, x^y nin en büyük değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

İKİNCİ VE ÜÇÜNCÜ DERECEDE BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

Çözümler

1. $x^2 + 5x - 36 = 0$

$$(x + 9)(x - 4) = 0 \Rightarrow x + 9 = 0 \text{ veya } x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x = -9 \text{ veya } x = 4$$

$$\text{Köklerin oranı : } \frac{-9}{4} = -\frac{9}{4} \text{ veya } -\frac{4}{9} \text{ dir.}$$

Cevap A

2. (I. Yol)

$$\frac{a^2 - 3ab + b^2}{b^2} = -1$$

$$a^2 - 3ab + b^2 = -b^2$$

$$a^2 - 3ba + 2b^2 = 0$$

$$(a - 2b)(a - b) = 0 \Rightarrow a - 2b = 0 \text{ veya } a - b = 0$$

$$\Rightarrow a = 2b \text{ veya } a = b$$

a'nın alabileceği değerlerin toplamı :

$$2b + b = 3b \text{ dir.}$$

(II. Yol)

$$\frac{a^2 - 3ab + b^2}{b^2} = -1$$

$$a^2 - 3ba + 2b^2 = 0$$

bu ifade a ya bağlı ikinci dereceden bir denklem ve kökleri a_1, a_2 ise,

$$a_1 + a_2 = -\frac{-3b}{1} = 3b \text{ dir.}$$

Cevap C

3. (I. Yol)

$$x^2 - mx + 4 = 0 \text{ denklemini tamkare ise } \Delta = 0 \text{ dir.}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0$$

$$m^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0$$

$$m^2 = 16 \Rightarrow m = 4 \text{ veya } m = -4 \text{ olur.}$$

Buna göre, m'nin alabileceği değerlerin toplamı :

$$4 + (-4) = 0 \text{ dir.}$$

(II. Yol)

$$x^2 - mx + 4 = 0 \text{ tamkare ise,}$$

$$(x \mp 2)^2 = 0$$

$$x^2 \mp 4x + 4 = 0$$

$$m = \mp 4 \text{ tür.}$$

m'nin alabileceği değerlerin toplamı : $-4 + 4 = 0$ dir.

Cevap B

4. $x^2 - 4x + 1 = 0$ denkleminde

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-4}{1} = 4 \dots (\star)$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{1}{1} = 1 \dots (\star\star) \text{ dir.}$$

$$\sqrt{x_2} - \sqrt{x_1} = m \text{ olsun.}$$

$$x_2 - 2\sqrt{x_2} \cdot \sqrt{x_1} + x_1 = m^2$$

$$x_1 + x_2 - 2\sqrt{x_1 x_2} = m^2$$

$$4 - 2\sqrt{1} = m^2$$

$$4 - 2 = m^2$$

$$2 = m^2$$

$$m^2 = 2 \Rightarrow m = \sqrt{2} \text{ veya } m = -\sqrt{2} \text{ dir.}$$

$$x_1 > x_2 \Rightarrow \sqrt{x_1} > \sqrt{x_2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x_2} - \sqrt{x_1} < 0 \dots (\star\star\star)$$

olduğundan,

$$\sqrt{x_2} - \sqrt{x_1} = -\sqrt{2} \text{ dir.}$$

Cevap D

5. $3x^2 + \frac{12}{5}x + \frac{39}{25} = 0$ denkleminde

$$a = 3, b = \frac{12}{5}, c = \frac{39}{25} \text{ tir.}$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = -\frac{b}{c} = -\frac{\frac{12}{5}}{\frac{39}{25}} = -\frac{20}{13} \text{ olur.}$$

Cevap A

6. $(m-2)x^2 - (2m+1)x + m-1 = 0$ denkleminin köklerinin toplamı

$$x_1 + x_2 = -\frac{-(2m+1)}{m-2} = \frac{2m+1}{m-2} \dots (\star) \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 &= \frac{5}{2-m} \\ x_1 + x_2 &= \frac{2m+1}{m-2} \\ + \\ 3x_1 &= \frac{5}{2-m} + \frac{2m+1}{m-2} \\ 3x_1 &= \frac{5-2m-1}{2-m} \\ 3x_1 &= \frac{4-2m}{2-m} \\ 3x_1 &= \frac{2(2-m)}{2-m} \\ 3x_1 &= 2 \\ x_1 &= \frac{2}{3} \dots (\star\star) \end{aligned}$$

x_1 denklemin kökü olduğundan verilen denklemini sağlar.

$$(m-2)x^2 - (2m+1)x + m-1 = 0$$

$$(m-2) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 - (2m+1) \cdot \frac{2}{3} + m-1 = 0$$

$$4m-8-12m-6+9m-9=0$$

$$m=23 \text{ olur.}$$

Cevap E

7. $|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \dots (1)$

$$|x_1 - x_2| = 2 \dots (2)$$

$$x^2 - 2(k+2)x + 2k+3 = 0$$

denkleminde $a = 1$, $b = -2(k+2)$, $c = 2k+3$ ve $\Delta = b^2 - 4ac$

$$\Delta = (-2(k+2))^2 - 4 \cdot 1 \cdot (2k+3) \dots (3)$$

olduğuna göre,

$$2 = \frac{\sqrt{4(k+2)^2 - 4(2k+3)}}{|1|}$$

$$4 = 4(k+2)^2 - 4(2k+3)$$

$$1 = (k+2)^2 - (2k+3)$$

$$1 = k^2 + 4k + 4 - 2k - 3$$

$$0 = k^2 + 2k$$

$$0 = k(k+2) \Rightarrow k = 0 \text{ veya } k = -2 \text{ dir.}$$

Cevap D

8. Kökleri $2+a$ ve $2-a$ olan ikinci derece denklemin

$$\text{Köklerinin toplamı : } (2+a) + (2-a) = 4$$

$$\text{Köklerinin çarpımı : } (2+a) \cdot (2-a) = 4 - a^2$$

olduğuna göre,

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 - a^2 = 0 \text{ olur.}$$

Cevap C

9. $x^2 + mx + n = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ise,

$$x_1 + x_2 = -m \dots (\star)$$

$$x_1 \cdot x_2 = n \dots (\star\star) \text{ olur.}$$

Kökleri $3x_1$ ve $3x_2$ olan ikinci derece denklemin

$$\text{Köklerinin toplamı : } 3x_1 + 3x_2 = 3(x_1 + x_2)$$

$$= 3(-m)$$

$$= -3m \dots (1)$$

$$\text{Köklerinin çarpımı : } 3x_1 \cdot 3x_2 = 9 \cdot x_1 \cdot x_2$$

$$= 9n \dots (2) \text{ olur.}$$

Buna göre, köklerinin toplamı $-3m$ ve çarpımı $9n$ olan ikinci dereceden denklem,

$$x^2 - (-3m)x + 9n = 0$$

$$x^2 + 3mx + 9n = 0 \text{ dir.}$$

Cevap B

- 10.

$$\left(x + \frac{3}{x}\right)^2 - 3x - \frac{9}{x} - 4 = 0$$

$$x^2 + 6 + \frac{9}{x^2} - 3x - \frac{9}{x} - 4 = 0$$

$$x^4 + 6x^2 + 9 - 3x^3 - 9x - 4x^2 = 0$$

$$x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 9x + 9 = 0$$

Bu denklemde, $a = 1$, $b = -3$ tür.

Denklemin köklerinin toplamı :

$$-\frac{b}{a} = -\frac{-3}{1} = 3 \text{ tür.}$$

Cevap B

11. $\frac{x^2}{x+2} = m$ alınırsa,

$$\frac{x+2}{x^2} = \frac{1}{m} \text{ olur.}$$

$$\frac{3x^2}{x+2} - \frac{x+2}{x^2} - 2 = 0$$

$$3 \cdot m - \frac{1}{m} - 2 = 0$$

$$3m^2 - 2m - 1 = 0$$

$$(3m + 1)(m - 1) = 0 \text{ ise,}$$

$$3m + 1 = 0 \text{ veya } m - 1 = 0$$

$$m = -\frac{1}{3} \text{ için, } \frac{x^2}{x+2} = -\frac{1}{3}$$

$$3x^2 + x + 2 = 0$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2$$

$$\Delta = -23$$

$\Delta < 0$ olduğu için reel kök yoktur.

$$m = 1 \text{ için, } \frac{x^2}{x+2} = 1$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x - 2)(x + 1) = 0 \text{ ise,}$$

$$x - 2 = 0 \text{ veya } x + 1 = 0$$

$$x = 2 \text{ veya } x = -1 \text{ olur.}$$

Buna göre, denklemin köklerinin çarpımı :

$$2 \cdot (-1) = -2 \text{ dir.}$$

Cevap D

$$12. \frac{x}{x^2-1} + \frac{1}{1-x^2} + \frac{2}{x+1} = 0$$

$$(1) \quad (-1) \quad (x-1)$$

$$\frac{x-1+2(x-1)}{x^2-1} = 0$$

$$\frac{3x-3}{x^2-1} = 0 \Rightarrow 3x-3=0 \text{ ve } x^2-1 \neq 0$$

$$\Rightarrow x=1 \text{ ve } x \neq -1 \text{ ve } x \neq 1$$

$(x=1 \text{ ve } x \neq 1) \Rightarrow x \notin \mathbb{R} \text{ dir. Yani çözüm kümesi boş kümedir.}$

Cevap A

$$13. 2^x = m \text{ olsun. Buna göre,}$$

$$4^x = (2^2)^x = (2^x)^2 = m^2 \text{ olur.}$$

$$4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$$

$$m^2 - 9m + 8 = 0$$

$$(m-8)(m-1) = 0 \Rightarrow m-8=0 \text{ veya } m-1=0$$

$$\Rightarrow m=8 \text{ veya } m=1$$

$$m=8 \text{ için, } 2^x = 2^3 \Rightarrow x=3 \text{ olur.}$$

$$m=1 \text{ için, } 2^x = 1$$

$$2^x = 2^0 \Rightarrow x=0 \text{ olur.}$$

Verilen denklemin köklerinin çarpımı : $3 \cdot 0 = 0$ dir.

Cevap A

14. n. dereceden bir denklemin sabit terimi m, baş katsayısı a olsun.

n. dereceden denklemin köklerinin çarpımı :

$$(-1)^n \frac{m}{a} \text{ dir.}$$

$x^5 - 3x^4 - 4x - 7 = 0$ denkleminde sabit terim -7, baş katsayı 1 dir.

Buna göre, bu denklemin köklerinin çarpımı :

$$(-1)^5 \frac{-7}{1} = (-1)(-7) = 7 \text{ dir.}$$

Cevap D

$$15. \frac{P(x)}{Q(x)} = 0 \Rightarrow P(x) = 0 \text{ ve } Q(x) \neq 0 \text{ dir.}$$

Buna göre, payın köklerini bulalım :

$$x^2 + (5 - \sqrt{2})x - 5\sqrt{2} = 0\sqrt{2}$$

$$(x+5)(x-\sqrt{2}) = 0 \text{ ise,}$$

$$x+5=0 \text{ veya } x-\sqrt{2}=0$$

$$x=-5 \text{ veya } x=\sqrt{2} \text{ dir.}$$

Verilen denklemin paydasının köklerini bulalım :

$$x^2 - (6 + \sqrt{2})x + 6\sqrt{2} = 0$$

$$(x-6)(x-\sqrt{2}) = 0 \text{ ise,}$$

$$x-6=0 \text{ veya } x-\sqrt{2}=0$$

$$x=6 \text{ veya } x=\sqrt{2} \text{ dir.}$$

$\sqrt{2}$ payı ve paydayı sıfır yaptığından kök olmaz.

Verilen kesri sadece -5 sağlar.

Verilen denklemin köklerinin toplamı : -5 tir.

Cevap D

16.

a. $\sqrt{3x-5} = x-5$

$$3x-5 = (x-5)^2$$

$$3x-5 = x^2-10x+25$$

$$0 = x^2-13x+30$$

$$0 = (x-3)(x-10) \text{ ise,}$$

$$x-3 = 0 \text{ veya } x-10 = 0$$

$$x = 3 \text{ veya } x = 10 \text{ olur.}$$

Bu değerlerden başlangıç denklemini sağlayanlar alınır.

$x = 3$ için,

$$\sqrt{3x-5} = x-5$$

$$\sqrt{3 \cdot 3 - 5} \stackrel{?}{=} 3 - 5$$

$$\sqrt{9-5} \stackrel{?}{=} -2$$

$$\sqrt{4} \stackrel{?}{=} -2$$

$$2 \neq -2$$

$x = 3$, başlangıç denklemini sağlamadığı için alınmaz.

$x = 10$, başlangıç denklemini sağladığı görülebilir.

Buna göre, $\mathcal{C}_1 = \{10\} \dots (\star)$ olur.

b. $\sqrt{2x^2-7} = x+3$

$$2x^2-7 = (x+3)^2$$

$$2x^2-7 = x^2+6x+9$$

$$x^2-6x-16 = 0$$

$$(x-8)(x+2) = 0 \text{ ise,}$$

$$x-8 = 0 \text{ veya } x+2 = 0$$

$$x = 8 \text{ veya } x = -2 \text{ olur.}$$

Bu değerler başlangıç denklemini sağladığı için ikisi de alınır.

Buna göre, $\mathcal{C}_2 = \{8, -2\} \dots (\star\star)$ olur.

$$\mathcal{C}_1 \cup \mathcal{C}_2 = \{8, -2, 10\} \text{ olduğundan}$$

$$s(\mathcal{C}_1 \cup \mathcal{C}_2) = 3 \text{ tür.}$$

17. $\frac{24}{\sqrt{17-x}} - \sqrt{5x-1} = \sqrt{17-x}$

$$\frac{24 - \sqrt{5x-1} \cdot \sqrt{17-x}}{\sqrt{17-x}} = \sqrt{17-x}$$

$$24 - \sqrt{5x-1} \cdot \sqrt{17-x} = 17-x$$

$$7+x = \sqrt{5x-1} \sqrt{17-x}$$

$$(7+x)^2 = (5x-1)(17-x)$$

$$49 + 14x + x^2 = -5x^2 + 85x - 17 + x$$

$$6x^2 - 72x + 66 = 0$$

$$x^2 - 12x + 11 = 0$$

$$(x-11)(x-1) = 0 \text{ ise,}$$

$$x-11 = 0 \text{ veya } x-1 = 0$$

$$x = 11 \text{ veya } x = 1 \text{ olur.}$$

Bulunan köklerin ikisi de verilen denklemi sağlar.

$$\mathcal{C} = \{1, 11\} \text{ dir.}$$

Buna göre, köklerin farkının mutlak değeri :

$$|11-1| = |10| = 10 \text{ olur.}$$

Cevap C

18. (I. Yol)

a. $x \geq 3$ için, $|x-3| = x-3$ tür.

$$x^2 + |x-3| - 3 = 0$$

$$x^2 + x - 3 - 3 = 0$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x-2) = 0 \text{ ise,}$$

$$x+3 = 0 \text{ veya } x-2 = 0$$

$$x = -3 \text{ veya } x = 2 \text{ olur.}$$

Bu değerler, $x \geq 3$ koşuluna uymadığı için, alınmaz.

Buna göre, $\mathcal{C}_1 = \emptyset$ dir.

b. $x < 3$ için, $|x-3| = -(x-3) = -x+3$ tür.

$$x^2 + |x-3| - 3 = 0$$

$$x^2 + (-x+3) - 3 = 0$$

$$x^2 - x + 3 - 3 = 0$$

$$x^2 - x = 0$$

$$x = 0 \text{ veya } x = 1 \text{ olur.}$$

Cevap C

Bu değerler $x < 3$ koşuluna uyduğu için alınır.
Buna göre, $\zeta_2 = \{0, 1\}$ dir.

$\zeta = \zeta_1 \cup \zeta_2 = \emptyset \cup \{0, 1\} = \{0, 1\}$ dir.

(II. Yol)

Çözüm kümesinin elemanları denklemi sağlar.

O halde, cevaplardaki değerler denklemde yazılır,
denklemi sağlayan elemanların bulunduğu küme
çözüm kümesidir.

Buna göre,

$$x = 0 \text{ için, } x^2 + |x - 3| - 3 = 0$$

$$0^2 + |0 - 3| - 3 \stackrel{?}{=} 0$$

$$|-3| - 3 \stackrel{?}{=} 0$$

$$3 - 3 \stackrel{?}{=} 0$$

$$0 = 0$$

$$x = 1 \text{ için, } x^2 + |x - 3| - 3 = 0$$

$$1^2 + |1 - 3| - 3 \stackrel{?}{=} 0$$

$$1 + |-2| - 3 \stackrel{?}{=} 0$$

$$1 + 2 - 3 \stackrel{?}{=} 0$$

$$3 - 3 \stackrel{?}{=} 0$$

$$0 = 0$$

olduğuna göre, verilen denklemin çözüm kümesi
 $\{0, 1\}$ dir.

Cevap A

19. $x^3 - 2x^2 + 3x + 1 = 0$ denkleminde,

$a = 1$, $b = -2$, $c = 3$ ve $d = 1$ dir.

Bu denklemin kökleri x_1, x_2, x_3 ise,

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = \frac{x_2x_3 + x_1x_3 + x_1x_2}{x_1x_2x_3}$$

$$= \frac{c}{a}$$

$$= -\frac{d}{a}$$

$$= -\frac{c}{d}$$

$$= -\frac{3}{1}$$

$$= -3 \text{ olur.}$$

Cevap B

20. $x + y = 5 \dots (1)$

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{13}{6}$$

$$\frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{13}{6}$$

$$\frac{(x+y)^2 - 2xy}{xy} = \frac{13}{6}$$

$$\frac{5^2 - 2xy}{xy} = \frac{13}{6}$$

$$\frac{25 - 2xy}{xy} = \frac{13}{6}$$

$$\frac{25}{xy} - \frac{2xy}{xy} = \frac{13}{6}$$

$$\frac{25}{xy} - 2 = \frac{13}{6}$$

$$\frac{25}{xy} = 2 + \frac{13}{6}$$

$$\frac{25}{xy} = \frac{25}{6}$$

$$y = \frac{6}{x} \dots (2)$$

y nin (2) eşitliğindeki değerini (1) eşitliğinde ye-
rine yazalım.

$$x + y = 5$$

$$x + \frac{6}{x} = 5$$

$$x^2 + 6 = 5x$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 3)(x - 2) = 0 \text{ ise,}$$

$$x - 3 = 0 \text{ veya } x - 2 = 0$$

$$x = 3 \text{ veya } x = 2 \dots (\star) \text{ olur.}$$

Bulunan x değerlerini (2) eşitliğinde yerine
yazarak, her birinin eşi olan y değeri bulunur.

$$x = 3 \text{ için, } y = \frac{6}{x}$$

$$y = \frac{6}{3}$$

$$y = 2 \dots (\star\star) \text{ olur.}$$

$$x = 2 \text{ için, } y = \frac{6}{x}$$

$$y = \frac{6}{2}$$

$$y = 3 \dots (\star\star\star) \text{ olur.}$$

Buna göre, $x^y = 3^2 = 9$ veya $x^y = 2^3 = 8$
olur.

Cevap E

İKİNCİ VE ÜÇÜNCÜ DERECEDE BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

Cevaplı Test - I

1. $4x^4 - 3x^2 - 1 = 0$
denkleminin köklerinin çarpımı kaçtır?
A) -1 B) $-\frac{1}{4}$ C) 1 D) $\frac{1}{4}$ E) 2

2. $3x^2 - 2x - 5 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.
Buna göre, $(2x_1 + 1) \cdot (2x_2 + 1)$ işleminin sonucu kaçtır?
A) $-\frac{13}{3}$ B) $-\frac{11}{3}$ C) $-\frac{8}{3}$ D) $\frac{8}{3}$ E) $\frac{13}{3}$

3. $3x^2 + (a - b)x - 6 = 0$
denkleminin köklerinden biri - 2 olduğuna göre, diğer kökü kaçtır?
A) -3 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

4. $2 + \sqrt{3x + 4} = x$
denklemin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) {0,7} B) {1,7} C) {4,7} D) {7} E) {0}

5. $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$
denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?
A) $-\frac{3}{2}$ B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

6. $2x^2 - 3x + m = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$3x_1 - x_2 = \frac{13}{2}$$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

7. $\frac{x^2 + 1}{x + 1} - x^2 = \frac{x^2 + 1}{x + 1} - 1$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {-1, 1} B) {0, 1} C) {-1, 0, 1}
D) {-1} E) {1}

8. $\frac{1}{x} - \frac{1}{b} = \frac{1}{a - x}$

denkleminin köklerinin çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a B) b C) ab D) -a E) -ab

9. $x^2 - mx + m - 1 = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {1, m} B) {1, m - 1} C) {m, m + 1}
D) {1, m + 1} E) {1, 0}

10. $(m + 1)x^2 + 2(m - 1)x + 1 = 0$

denkleminin eşit iki reel kökü vardır.

Buna göre, m nin alabileceği değerlerin kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {0, 1} B) {1, 3} C) {2, 3} D) {2, 5} E) {0, 3}

11. $x^2 + (1 - m)x - m = 0$ denkleminin çözüm kümesi $\{a, b\}$ ve $x^2 + (2m + 1)x + 2m = 0$ denkleminin çözüm kümesi $\{a, c\}$ dir.

Buna göre, aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

- A) $b = c$ B) $b = 2c$ C) $b = -c$
D) $2b = c$ E) $c = -2b$

12. $x^2 + 4x - 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$ kaçtır?

- A) 18 B) 16 C) 12 D) 8 E) 6

13. $(m - 1)x^2 + (1 - m)x - 3m = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = -6$$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

14. $x^2 + x - 5 = 0$ denkleminin çözüm kümesi $\{x_1, x_2\}$ dir.

Buna göre, çözüm kümesi $\{2x_1 + 1, 2x_2 + 1\}$ olan ikinci dereceden denklem aşağıdaki-
lerin hangisidir?

- A) $x^2 + x - 21 = 0$ B) $x^2 + 4x - 21 = 0$
C) $x^2 + 21 = 0$ D) $x^2 - 21 = 0$
E) $x^2 + 4x + 21 = 0$

15. $-x^2 + (m + n)x + 2 = 0$

$$3x^2 - 3x + 4n - m = 0$$

denklemlerinin çözüm kümeleri eşittir.

Buna göre, $m - n$ kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

16. a bir rasyonel sayıdır.

$$ax^2 + x - 1 = 0$$

denkleminin bir kökü $\sqrt{3} - 1$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

17. $2x^2 - 5x + c = 0$

denkleminin reel köklerinin çarpımının en büyük olabilmesi için c kaç olmalıdır?

- A) 4 B) 3 C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{13}{4}$ E) $\frac{25}{8}$

18. $x^2 - (a + 2b)x + a + b = 0$

denkleminin çözüm kümesi $\{-3, 1\}$ dir.

Buna göre, a^{b+1} kaçtır?

- A) 18 B) 16 C) 15 D) 12 E) 8

19. $c \neq 0$ olmak üzere,

$x^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri b ve c dir.

Buna göre, bu denkleminin diskriminantı kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 4 D) 9 E) 16

20. $x^3 + px^2 + x + p = 0$

$$x^2 + (p - 1)x + 2 - p^2 = 0$$

denklemlerinin ikişer kökü eşittir.

Buna göre, p kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

İKİNCİ VE ÜÇÜNCÜ DERECEDEKİ BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

Cevaplı Test - 2

1. $3x^2 + 3x + m - 5 = 0$
 $3x^2 - 2x + m + 5 = 0$
 denklemlerinin birer kökü ortak olduğuna göre, m kaçtır?
 A) -13 B) -12 C) -11 D) 11 E) 13

2. $\frac{1}{(x-1)^2} - \frac{3}{x-1} + 2 = 0$
 denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?
 A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) 5

3. $x_1 > x_2$ olmak üzere,
 $x^2 - 7x + 9 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.
 Buna göre, $\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}$ kaçtır?
 A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) $\sqrt{5}$

4. $(x^2 - 4x)^2 + 8x^2 - 32x + 16 = 0$
 denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?
 A) -8 B) -4 C) 2 D) 4 E) 8

5. $2x^2 - 6x + 3m - 2n = 0$
 denkleminin kökleri m ve n dir.
 Bu denklemin diskriminantı 4 olduğuna göre,
 $m^2 - n^2$ kaçtır?
 A) -3 B) -2 C) 2 D) 3 E) 4

6. $|x^2 + 2| - x = 3$
 denklemin köklerinin çarpımı kaçtır?
 A) -3 B) -1 C) 0 D) 3 E) 9

7. $2xy = 0$
 $x^2 - 3x - 10 = 2y$
 denklem sistemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. $\frac{x-1}{\sqrt{x-1}} + \frac{x-4}{\sqrt{x-2}} = 1$
 denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $\emptyset$ B) $\{1\}$ C) $\{0\}$ D) $\{\sqrt{5}\}$ E) $\{4\}$

9. $ax^2 + 2bx + 4c = 0$ denkleminin kökleri
 $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin köklerinin t katıdır.
 Buna göre, t nin değeri kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. $(m-n)x^2 - 2x + 1 = 0$ denkleminin çakışık iki reel kökü vardır.
 Buna göre, m - n kaçtır?
 A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

11. $x^2 - (m + 1)x + m - 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$|x_1 - x_2| = 2$$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. $x^2 + \frac{1}{x^2} - 2x - \frac{2}{x} - 13 = 0$

denkleminin köklerinin çarpımı kaçtır?

- A) -15 B) -2 C) -1 D) 1 E) 15

13. $(x^2 - 9)^3 = x^2 - 9$

denkleminin reel köklerinin çarpımı kaçtır?

- A) -720 B) -80 C) -9 D) 80 E) 720

14. $x^2 - 3x - 2 + a = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1^3 x_2 + x_1 x_2^3 = -1$$

olduğuna göre, a nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) $\frac{15}{2}$ B) -1 C) 1 D) 2 E) $\frac{17}{2}$

15. $(1 - a)x^2 - (a^2 - 4)x - 5 = 0$

denkleminin simetrik iki reel kökü vardır.

Buna göre, a kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 2 E) 3

16. $\frac{a+7}{2x} + \frac{b-9}{x^2} + \frac{1-a}{2} = 0$

denkleminin köklerinin toplamı 9 ve köklerinin çarpımı 8 dir.

Buna göre, b kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

17. $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2}$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ kaçtır?

- A) 34 B) 30 C) 27 D) 25 E) 23

18. $x^3 + 3x^2 - 2x + m = 0$ denkleminin kökleri x_1 , x_2 ve x_3 tür.

Buna göre, $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ kaçtır?

- A) 5 B) 11 C) 13 D) 15 E) 18

19. $x^3 + (2m + 1)x^2 + 27x - 27 = 0$

denkleminin kökleri hem aritmetik hem de geometrik dizi oluşturduğuna göre m kaçtır?

- A) 10 B) -2 C) 5 D) -3 E) -5

20. $x^3 - (a + 1)x^2 + bx + c = 0$

denkleminin çözüm kümesi $\{1, 2, 3\}$ tür.

Buna göre, $a \cdot b \cdot c$ kaçtır?

- A) -340 B) -330 C) -260 D) -120 E) -114

1. $x_1 > x_2$ olmak üzere,

$x^2 + x - 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $x_1^2 - x_2^2$ kaçtır?

- A) $-2\sqrt{5}$ B) $-\sqrt{5}$ C) $-\sqrt{3}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt{5}$

2. $x^2 - (2a + 1)x + a^2 = 0$

Bu denklemin köklerinin toplamı köklerinin çarpımından 2 eksiktir.

Buna göre, a nın pozitif değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) 3 E) 5

3. $-x^2 + (m - 1)x + m = 0$

denkleminin farklı iki kökü vardır.

Buna göre, m için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $m \neq -1$ B) $m > 1$ C) $m = 1$
D) $-1 < m < 1$ E) $-1 < m < \infty$

4. $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - x - 2} = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {2, 3} B) {-2, -3} C) {3}
D) {-1, 2} E) {-1, 2, 3}

5. Kökleri $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$ ve $\frac{1}{1-\sqrt{2}}$ olan ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $x^2 - 2x + 3 = 0$ B) $x^2 + 2x - 1 = 0$
C) $x^2 - x - 1 = 0$ D) $x^2 + 2x - 2 = 0$
E) $x^2 + 2x - 3 = 0$

6. $5x^2 - 2x + 5x^2 - 2x + 1 = 6$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\emptyset$ B) {2} C) {0} D) {1} E) {0, 2}

7. $\sqrt[4]{x} = \sqrt{x} - 2$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {1, 4} B) {1, 16} C) {16}
D) {4} E) {1, 4, 16}

8. $(m^2 + 2)x^2 - (m^2 - 3m + 2)x = m^2 + 2$

denkleminin simetrik iki kökü vardır.

Buna göre, m nin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {1} B) {-2} C) {1, 2}
D) {-2, 1} E) {1, 2, -2}

9. $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{2}$

denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

10. $x^2 - 4x + 2 = 0$ denkleminin kökleri p ve q dur.

Kökleri $p + \frac{1}{q}$ ve $q + \frac{1}{p}$ olan ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $2x^2 - 12x + 9 = 0$ B) $3x^2 - 2x - 1 = 0$
C) $9x^2 - 6x + 9 = 0$ D) $x^2 - 9x + 5 = 0$
E) $x^2 - 5x - 3 = 0$

11. $\frac{4}{x+\sqrt{x^2+x}} - \frac{1}{x-\sqrt{x^2+x}} = \frac{3}{x}$
denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?
A) $\frac{7}{2}$ B) $-\frac{4}{15}$ C) $\frac{16}{5}$ D) $-\frac{7}{16}$ E) $-\frac{7}{4}$

12. n pozitif tamsayıdır.
 $(n-1)x^2 - 2(n-1)x - n + 5 = 0$
denkleminin reel kökü yoktur.
Buna göre, bu denklem aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?
A) $x^2 + 2x + 2 = 0$ B) $x^2 - 2x + 3 = 0$
C) $2x^2 + 1 = 0$ D) $3x^2 - 2x + 1 = 0$
E) $2x^2 + 2x + 1 = 0$

13. $a \neq b$ olmak üzere,
 $(a+b)x^2 - 2(a-b)x + a-b = 0$
denkleminin eşit iki kökü vardır.
Buna göre, b kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

14. $x^2 - (m+4)x + 6 = 0$
denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.
 $2x_1\left(x_2 - \frac{3}{2}\right) = 3(x_2 - 3)$
olduğuna göre, m kaçtır?
A) -11 B) -9 C) 1 D) 3 E) 6

15. $x^2 - 12x + 9 = 0$
denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.
 $x_1 > x_2$ olduğuna göre, $\frac{\sqrt{x_1}}{\sqrt{x_2}} - \frac{\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1}}$ işleminin sonucu kaçtır?
A) $\frac{4}{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) 4

16. m negatif tamsayıdır.

$$m^2x^2 - 5x - 6 = 0$$

denkleminin bir kökü 2 dir.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{m} = \frac{1}{2}$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

17. $x^2 + 5x - 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Kökleri $\frac{x_1}{x_2}, \frac{x_2}{x_1}$ olan ikinci derece denklem aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $2x^2 - 29x + 1 = 0$ B) $2x^2 - 29x + 2 = 0$
C) $x^2 + 29x + 1 = 0$ D) $2x^2 + 29x + 2 = 0$
E) $2x^2 + 29x - 2 = 0$

18. $mx^2 + (m-1)x + 5 = 0$

denkleminin köklerinin toplamı, köklerinin çarpımına eşittir.

Buna göre, bu denklemin köklerinin 4 katının 3 fazlasını kök kabul eden ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4x^2 + 5x + 5 = 0$ B) $4x^2 + 5x - 5 = 0$
C) $x^2 + x - 26 = 0$ D) $x^2 + 2x + 26 = 0$
E) $x^2 - x - 26 = 0$

19. $(a+b)x^2 - 4abx + a = 0$

ikinci derece denkleminin kökleri a ve b dir.

Buna göre, a . b çarpımı kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

- 20.

$$x^2 + \frac{2}{x^2+x} = 3-x$$

Bu denklemin tamsayı olan köklerinin çarpımı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

1. $x^3 - 2x^2 + mx + m + 6 = 0$ denkleminin farklı iki kökü mutlak değerce eşittir.

Buna göre, bu denklemin köklerinin çarpımı kaçtır?

- A) -8 B) -4 C) -2 D) 2 E) 4

2. $b > 0$, $c > 0$ ve a , b , c reel (gerçel) sayı olmak üzere,

$$(x + a)^2 - 3bx + c^2 - 3ba = 0$$

denkleminin kökleri gerçel değildir.

Buna göre, b ile c arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3b < 2c$ B) $9b < 4c$ C) $9b > 4c$
D) $b < c$ E) $b > c$

3. $x^2 + ax + b = 0$ denkleminin çözüm kümesi $\{1, m\}$

$x^2 + cx + a = 0$ denkleminin çözüm kümesi $\{2, m\}$ dir.

Buna göre, b kaçtır?

- A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) 2

4. $(P - 2)x^2 + 4Px + 3P = 0$

denkleminin eşit iki kökü vardır.

Buna göre, P nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) -5 D) -6 E) -8

5. $x^2 - (m + 2)x + 3m = 0$

denkleminin köklerinin karelerinin toplamı 7 dir.

Buna göre, m nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 2 E) 3

6. $x^2 - 4x + m^2 - 1 = 0$ denkleminin köklerinden biri diğerinin 3 katıdır.

Buna göre, bu denklemin küçük kökü kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

7. $x^2 - 6x + 4m + 1 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1 - \frac{1}{x_2} = x_2 - \frac{1}{x_1}$$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. $a \neq 1$ olmak üzere,

$$\frac{1}{(1-a)x} + a + 1 = \frac{(a+1)x}{a-1}$$

denkleminin köklerinin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a + 1$ B) $a - 1$ C) $-a - 1$
D) $-a + 1$ E) a

9. $x^2 - 2mx + m = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1 x_2 + x_1 + x_2 = 6$$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

10. $x^2 + (n^2 - 1)x + n + 1 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir.

- A) n^2 B) n C) $n - 1$ D) $-n + 1$ E) $n + 1$

11. $x^2 + (k-2)x + 1 - k = 0$ denkleminin çözüm kümesi $\{x_1, x_2\}$ dir.

$x^2 + (k-2)x + 1 - 5k = 0$ denkleminin çözüm kümesi $\{3x_1, 3x_2\}$ dir.

Buna göre, k kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. $n \neq 0$ olmak koşuluyla

$$(m-n)x^2 - 6(m+n)x + 9m = 0$$

denkleminin çakışık iki kökü vardır.

Buna göre, n nin m türünden eşiti aşağıdaki-
kilerden hangisidir?

- A) $-3m$ B) $-\frac{m}{3}$ C) $\frac{m}{3}$ D) m E) $3m$

13. $(a-1)x^2 - (a-2)x + 1 - a = 0$

ikinci derece denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{3}{2}$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -7 B) $-\frac{3}{2}$ C) -1 D) $-\frac{1}{2}$ E) $\frac{7}{5}$

14. $x^2 - ax + b = 0$ denkleminin bir kökü 4 ve diğer kökü $-ax^2 + 8x + b = 0$ denkleminin de bir köküdür.

Buna göre, bu iki denklemleri sağlayan ortak kök kaç olabilir?

- A) -6 B) -4 C) 3 D) 4 E) 6

15. $(m-2)x^2 + (4-m^2)x + 6 - m = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir. ($x_1 > x_2$)

$$\frac{\sqrt{x_1}}{\sqrt[3]{x_2}} + \frac{\sqrt[3]{x_2^2}}{\sqrt{x_1}} = 0$$

olduğuna göre, bu denklemin köklerinin çarpımı kaçtır?

- A) -2 B) $-\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) 2 E) 4

16. $x^2 - 10x + 4 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\sqrt{\frac{x_1}{x_2}} + \sqrt{\frac{x_2}{x_1}}$ kaçtır?

- A) 25 B) 10 C) 8 D) 6 E) 5

17. $(a-b)x^2 - ax + b - a = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1 + x_2 = 4$$

olduğuna göre, $|x_1 - x_2|$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{5}$ B) 2 C) 3 D) $2\sqrt{5}$ E) $3\sqrt{5}$

18. $x_1 > x_2$ olmak üzere,

$x(x-2a-3) + (a^2+3a+2) = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1^2 - x_2^2 = 7$$

olduğuna göre, x_1 kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

Burada, ikinci dereceden fonksiyonların koordinat düzlemindeki görüntüsü olan parabolü ele alacağız. Denklemi verilen parabolün grafiğinin çizilmesini, grafiği verilen parabolün denkleminin yazılmasını, parabol ile doğrunun birbirine göre durumlarını işleyeceğiz.

Son yedi yılın Öğrenci Seçme Sınavı'nda parabol konusuyla ilgili 1 soru soruldu. Gerçi, sorulan soru temel bilgilerle ya da özdeşlikler yardımıyla da çözülebilmektedir.

İKİNCİ DERECEDEDEN FONKSİYONLAR (PARABOL)

B

Ö

L

Ü

M

18

→ A. TANIM

→ B. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$ FONKSİYONUNUN GRAFİĞİ

→ 1. Grafiğin Tepe Noktası

→ 2. Grafiğin Eksenleri Kesiştiği Noktalar

→ 3. a'nın İşareti

→ C. GRAFİĞİ VERİLEN PARABOLÜN DENKLEMİ

→ 1. Parabolün Ox Eksenini Kestiği Noktalar Verilmiş İse;

→ 2. Parabolün Tepe Noktası Olan (r, k) Verilmiş İse;

→ 3. Parabolün Geçtiği Üç Nokta Verilmiş İse;

→ D. PARABOL İLE DOĞRUNUN DÜZLEMDEKİ DURUMU

→ E. EŞİTSİZLİKLERİN GRAFİKLERİ

⇒ ÇÖZÜMLÜ TEST

⇒ CEVAPLI TEST (1, 2, 3)

İKİNCİ DERECEDEN FONKSİYONLAR (PARABOL)

A. TANIM

$a, b, c \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ olmak üzere,

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlanan $f(x) = ax^2 + bx + c$ biçimindeki fonksiyonlara **ikinci dereceden bir değişkenli fonksiyonlar** denir.

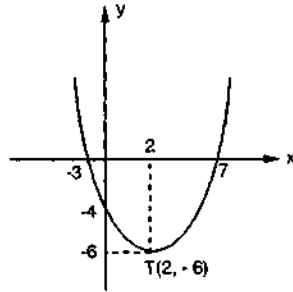
İkinci dereceden fonksiyonun analitik düzlemdeki görüntüsü olan eğriye **parabol** denir.

$y = ax^2 + bx + c$ ye parabolün denklemin denir.



Parabol, yandaki gibi kolları yukarı doğru olan ya da kolları aşağı doğru olan bir eğridir.

Düzgün tel parçasının uçlarından tutularak bükülmesiyle oluşan şekli, parabole benzetebiliriz.



Denkleminin ne olduğu üzerinde durmadan şekildeki parabolü inceleyelim.

1. $T(2, -6)$, parabolün tepe noktasıdır.
2. Parabol, Oy eksenini $C(0, -4)$ noktasında kesmektedir.
3. Parabol, Ox eksenini $A(-3, 0)$ ve $B(7, 0)$ noktalarında kesmektedir.
4. Parabol, $x = 2$ doğrusuna göre simetrik.
5. f nin görüntü kümesindeki en küçük eleman -6 dir.
6. Şekilde grafiği verilen ikinci dereceden fonksiyon

$$f(x) = \frac{4}{21} \cdot (x^2 - 4x - 21) \text{ dir.}$$

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ biçiminde tanımlanan $y = f(x)$ fonksiyonu,

- a) Bire bir değildir. Çünkü, $x = -3$ de, $x = 7$ de aynı y değerine eşlenmektedir.

- b) Öten değildir. Çünkü, f nin değer kümesindeki $y < -6$ koşuluna uygun elemanlar açıkta kalmıştır.

- c) f , içine fonksiyondur.

Burada tanıtmak amacıyla verilen kavramlar ilerleyen kısımlarda ayrıntılı olarak verilecektir.

ÖRNEK 1

$$f(x) = x^{m-3} + 3x + 4$$

fonksiyonu $\mathbb{R}$ den $\mathbb{R}$ ye ikinci dereceden bir fonksiyondur.

Buna göre, m kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm

$f(x)$ in ikinci dereceden olabilmesi için en büyük dereceli terimin üssü 2 olmalıdır.

$$\text{Buna göre, } m - 3 = 2$$

$$m = 5 \text{ tir.}$$

Cevap D

ÖRNEK 2

$$f(x) = (2 - m)x^3 + 4x^{\frac{n}{2}} + x - 5$$

fonksiyonu ikinci dereceden bir fonksiyondur.

Buna göre, $m \cdot n$ kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm

$f(x)$ ikinci dereceden bir fonksiyon olduğuna göre,

$$2 - m = 0 \text{ ve } \frac{n}{2} = 2 \text{ olmalıdır.}$$

Buna göre,

$$2 - m = 0 \Rightarrow m = 2$$

$$\frac{n}{2} = 2 \Rightarrow n = 4 \text{ tür.}$$

$$m = 2 \text{ ve } n = 4 \Rightarrow m \cdot n = 8 \text{ dir.}$$

Cevap E

Örnek 3

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^2 + x + 1$$

fonksiyonu, değer kümesinde bulunan - 5 elemanını tanım kümesindeki hangi elemanla eşler?

Çözüm

f, tanım kümesindeki x elemanını değer kümesindeki - 5 e eşlesin.

$$f(x) = -5$$

$$x^2 + x + 1 = -5$$

$$x^2 + x + 6 = 0 \dots (\star)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6$$

$$\Delta = 1 - 24$$

$$\Delta = -23$$

$\Delta < 0$ olduğundan x in reel değeri yoktur.

Yani, f fonksiyonu tanım kümesindeki hiç bir elemanı değer kümesindeki - 5 ile eşleştirmemiştir. Diğer bir ifadeyle, f nin görüntü kümesinde - 5 elemanı yoktur.

Örnek 4

$$f: [-2, \infty) \rightarrow [-3, \infty)$$

$$f(x) = x^2 + 4x + 1$$

fonksiyonunun tersini bulalım.

Çözüm

$x \in [-2, \infty) \Rightarrow x + 2 \geq 0$ olur. Buna göre,

$$|x + 2| = x + 2 \dots (\star)$$

$$y = x^2 + 4x + 1$$

$$y = x^2 + 4x + 4 - 4 + 1$$

$$y = x^2 + 4x + 4 - 3$$

$$y = (x + 2)^2 - 3$$

$$y + 3 = (x + 2)^2$$

$$\sqrt{y + 3} = \sqrt{(x + 2)^2}$$

$$\sqrt{y + 3} = |x + 2|$$

$$|x + 2| = \sqrt{y + 3}$$

$$x + 2 = \sqrt{y + 3}$$

$$x = -2 + \sqrt{y + 3}$$

$$f^{-1}(x) = -2 + \sqrt{x + 3} \text{ olur.}$$

Örnek 5

$$f: [-2, \infty) \rightarrow [-3, \infty)$$

$$f(x) = x^2 + 4x + 1$$

olduğuna göre, $f^{-1}(13)$ kaçtır?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

Çözüm

(I. Yol)

$$f(x) = x^2 + 4x + 1$$

$$f^{-1}(x) = -2 + \sqrt{x + 3}$$

$$f^{-1}(13) = -2 + \sqrt{13 + 3}$$

$$= -2 + \sqrt{16}$$

$$= -2 + 4$$

$$= 2$$

(II. Yol)

$$f^{-1}(13) = k \Leftrightarrow f(k) = 13 \text{ tür.}$$

$$f(x) = x^2 + 4x + 1$$

$$f(k) = k^2 + 4k + 1$$

$$13 = k^2 + 4k + 1$$

$$k^2 + 4k - 12 = 0$$

$$(k + 6)(k - 2) = 0 \Rightarrow k + 6 = 0 \text{ veya } k - 2 = 0$$

$$\Rightarrow k = -6 \text{ veya } k = 2 \text{ dir.}$$

$k \in [-2, \infty)$ olduğundan $k = 2$ dir.

O halde $f^{-1}(13) = 2$ dir.

Cevap B

UYARI :

İkinci dereceden bir fonksiyon bire bir ve örten ise tersi de bir fonksiyondur. Bundan dolayı yukarıdaki örnekte fonksiyonun tanım kümesi ve değer kümesi $f(x)$ bire bir ve örten olacak biçimde verilmiştir.

**B. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$
FONKSİYONUNUN GRAFİĞİ**

İkinci dereceden bir değişkenli fonksiyonların grafiklerini çizebilmek için aşağıdaki işlemleri yaparız.

- ✓ Parabolün tepe noktasının koordinatları bulunur.
- ✓ Parabolün koordinat eksenlerini kestiği noktaların koordinatları bulunur.
- ✓ x^2 nin katsayısının işareti incelenir.

1. Grafiğin Tepe Noktası

Grafiğin tepe noktası, fonksiyonun (parabolün) en büyük veya en küçük noktasına denir.

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y = a \cdot \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right)$$

$$y = a \cdot \left[x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} \right]$$

$$y = a \cdot \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2} \right]$$

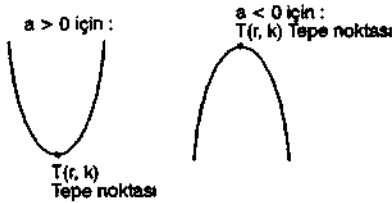
$$y = a \cdot \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2} \right]$$

$$y = a \cdot \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

şeklinde yazılabilir.

$$r = -\frac{b}{2a} \text{ ve } k = \frac{4ac - b^2}{4a} \text{ alınırsa,}$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a(x - r)^2 + k \text{ bulunur.}$$



KURAL :

$f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun tepe noktası $T(r, k)$ olmak üzere,

$$r = -\frac{b}{2a} \text{ ve } k = f(r) = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = \frac{4ac - b^2}{4a} \text{ dir.}$$

UYARI :

Parabol $x = -\frac{b}{2a}$ doğrusuna göre simetridir.

$x = -\frac{b}{2a}$ doğrusuna parabolün simetri eksenini denir.

Örnek 6

Aşağıdaki ikinci dereceden denklemlerin tepe noktalarını bulalım.

1. $f(x) = a(x - r)^2 + k$ ise, tepe noktası (r, k) dir.
2. $f(x) = 2(x - 3)^2 + 1$ ise, tepe noktası $(3, 1)$ dir.
3. $f(x) = 2(x + 3)^2 - 1$ ise, tepe noktası $(-3, -1)$ dir.
4. $f(x) = -2(x + 3)^2 + 2$ ise, tepe noktası $(-3, 2)$ dir.
5. $f(x) = -x^2 + 2x + 1$ ise, tepe noktası

$$\begin{aligned} T(r, k) &= \left(-\frac{b}{2a}, f(r) \right) \\ &= \left(-\frac{2}{2(-1)}, f(1) \right) \\ &= (1, f(1)) \\ &= (1, 2) \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek 7

$$f(x) = -x^2 + 6x - 8$$

fonksiyonunun gösterdiği eğrinin tepe noktasının koordinatlarını bulalım.

Çözüm

$f(x) = -x^2 + 6x - 8$ fonksiyonunda,

$a = -1$, $b = 6$, $c = -8$ olup, tepe noktası $T(r, k)$ olsun.

$$r = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2(-1)} = -\frac{6}{-2} = 3$$

$$k = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$k = \frac{4(-1)(-8) - 6^2}{4(-1)}$$

$$k = \frac{32 - 36}{-4}$$

$$k = \frac{-4}{-4}$$

$$k = 1 \text{ bulunur.}$$

Tepe noktasının ordinatı olan k aşağıdaki gibi de bulunabilir.

$$k = f(r) = f(3) \dots (\star)$$

$$f(x) = -x^2 + 6x - 8$$

$$f(3) = -3^2 + 6 \cdot 3 - 8$$

$$f(3) = 1 \text{ dir.}$$

O halde, tepe noktası T (3, 1) dir.

Örnek 8

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = -x^2 + 4x + 3$$

fonksiyonunun alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

Çözüm

Bir parabolün en büyük değeri (ya da en küçük değeri) tepe noktasının ordinatıdır.

$f(x) = -x^2 + 4x + 3$ fonksiyonunun tepe noktasının ordinatı olan k sayısı $f(x)$ in en büyük değeridir.

$f(x)$ de $a = -1$, $b = 4$, $c = 3$ tür.

$$r = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \cdot (-1)} = 2$$

$$k = f(r) = f(2) = -2^2 + 4 \cdot 2 + 3 = 7 \text{ dir.}$$

Cevap E

Örnek 9

Tepe noktası T(-1, -3) olan parabolün grafiği (-2, 1) noktasından geçmektedir.

Buna göre, bu parabolün denklemini bulalım.

Çözüm

$f(x) = a(x-r)^2 + k$ parabolünün tepe noktası (-1, -3) olduğuna göre,

$$f(x) = a(x+1)^2 - 3 \text{ olur.}$$

Parabol (-2, 1) noktasından geçtiğine göre, bu nokta parabol denklemini sağlar.

Buna göre,

$$f(x) = a(x+1)^2 - 3$$

$$1 = a(-2+1)^2 - 3$$

$$1 = a - 3$$

$$a = 4 \text{ tür.}$$

O halde, parabolün denklemleri $f(x) = 4(x+1)^2 - 3$ tür.

Örnek 10

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^2 - 6x + 1$$

fonksiyonunun alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) -2 B) -3 C) -5 D) -8 E) -9

Çözüm

(I. Yol)

$f(x) = x^2 - 6x + 1$ de $a = 1$, $b = -6$, $c = 1$ dir.

$f(x)$ in en küçük değeri tepe noktasının ordinatıdır.

$$r = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2 \cdot 1} = 3$$

$$k = f(r) = f(3) \dots (\star)$$

$$f(x) = x^2 - 6x + 1$$

$$f(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 1$$

$$f(3) = -8$$

(II. Yol)

$$f(x) = x^2 - 6x + 1$$

$$= x^2 - 6x + 9 - 9 + 1$$

$$= (x-3)^2 - 8$$

ifadesinde $(x-3)^2$ en küçük değerini alırsa, yani sıfır olursa, $f(x)$ en küçük değeri olan -8 i alır.

Cevap D

Örnek 11

$$f(x) = mx^2 + (2m-1)x + 3$$

parabolünün tepe noktası Oy eksenini ($x = 0$ doğrusu) üzerindedir.

Buna göre, m kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

Çözüm

Oy eksenini üzerindeki noktaların apsileri sıfırdır.

Parabolün tepe noktası olan (r, k), Oy eksenini üzerinde ise,

$$r = 0 \text{ dir.}$$

$$f(x) = mx^2 + (2m-1)x + 3 \text{ de}$$

$$a = m, b = 2m-1, c = 3 \text{ tür.}$$

$$\begin{aligned} r &= 0 \\ -\frac{b}{2a} &= 0 \\ -\frac{2m-1}{2m} &= 0 \\ m &= \frac{1}{2} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Cevap D

ÖRNEK 12

$$f(x) = 2mx^2 - (2m-3)x + 4m$$

parabolünün simetri eksenini $x = -\frac{1}{4}$ doğrusudur.

Buna göre, m kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm

Simetri eksenini $x = -\frac{b}{2a}$ doğrusudur.

$f(x) = 2mx^2 - (2m-3)x + 4m$ parabolünde

$a = 2m$, $b = -(2m-3)$, $c = 4m$ dir.

Buna göre,

$$\begin{aligned} -\frac{b}{2a} &= -\frac{1}{4} \\ -\frac{-(2m-3)}{2 \cdot (2m)} &= -\frac{1}{4} \\ \frac{2m-3}{4m} &= -\frac{1}{4} \\ \frac{2m-3}{m} &= -1 \\ 2m-3 &= -m \\ 3m &= 3 \\ m &= 1 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Cevap C

ÖRNEK 13

$$A = \{ y \mid m, n \in \mathbb{R}, m+n=4, y=m \cdot n \}$$

kümesinin en büyük elemanı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

Verilen kümede $m+n=4$ ise $n=4-m$... (★) dir.

$y=m \cdot n$ ifadesinde n yerine yazılırsa,

$y=m \cdot (4-m) = 4m - m^2$ parabolü elde edilir.

$y = -m^2 + 4m$ parabolünün tepe noktasının ordinatı A kümesinin en büyük elemanıdır.

$$r = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2(-1)} = -\frac{4}{-2} = 2$$

$$k = f(r) = f(2) \dots (\star\star)$$

$$f(m) = -m^2 + 4m$$

$$f(2) = -2^2 + 4 \cdot 2$$

$$f(2) = 4$$

Bu kümenin en büyük elemanı 4 tür.

Cevap D

ÖRNEK 14

a, b gerçel (reel) sayılar ve

$$A = -a^2 + 8a + 1$$

$$B = b^2 + 18b + 5$$

olduğuna göre, A'nın en büyük sayı değeri ile B'nin en küçük sayı değerinin toplamı kaçtır?

- A) -59 B) -50 C) 60 D) 70 E) 80

Çözüm

(I. Yol)

$$A = -a^2 + 8a + 1 = -(a-4)^2 + 17$$

$a = 4$ alınırsa A en büyük değerini alır ve 17 olur.

$$B = b^2 + 18b + 5 = (b+9)^2 - 76$$

$b = -9$ alınırsa B en küçük değerini alır ve -76 olur.

Buna göre, bu değerlerin toplamı : $17 - 76 = -59$ olur.

(II. Yol)

$A = -a^2 + 8a + 1$ parabolünün en büyük değeri :

$$\frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4 \cdot (-1) \cdot 1 - 8^2}{4 \cdot (-1)} = 17 \text{ dir.}$$

$B = b^2 + 18b + 5$ parabolünün en küçük değeri :

$$\frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4 \cdot 1 \cdot 5 - 18^2}{4 \cdot 1} = -76 \text{ dir.}$$

Bu değerlerin toplamı : $17 - 76 = -59$ dur.

Cevap A

ÖRNEK 15

a pozitif bir gerçel (reel) sayı olmak üzere, kenarları a cm ve (8-2a) cm olan dikdörtgenin alanı en çok kaç cm² dir?

- A) 64 B) 32 C) 24 D) 16 E) 8

Çözüm**(I. Yol)**

Dikdörtgenin bir kenarı a ve diğer kenarı $8 - 2a$ olduğuna göre, alan :

$$A = a \cdot (8 - 2a)$$

$$A = -2a^2 + 8a \text{ olur.}$$

$A = -2a^2 + 8a$ ifadesi bir parabol belirttiğine göre, parabolün en büyük elemanı tepe noktasının ordinatıdır.

$$A = -2a^2 + 8a$$

$$A = -2(a - 2)^2 + 8$$

olduğuna göre, tepe noktası : $T(r, k) = T(2, 8)$ olur.

Buna göre, alan en çok 8 cm^2 olur.

(II. Yol)

Kenar uzunlukları a ve $8 - 2a$ olduğuna göre, alanı :

$$A = a(8 - 2a)$$

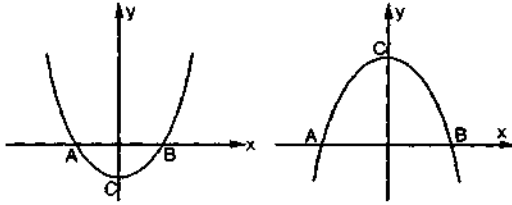
$$= -2a^2 + 8a$$

$$= -2(a - 2)^2 + 8$$

ifadesinde A nın en büyük değerini alması için $a = 2$ olmalıdır. Bu durumda $A = 8$ olur.

Bu soru; sayı özelliklerinden veya türev bilgisinden yararlanarak da çözülebilir.

Cevap E

2. Grafiğin Eksenleri Kestiği Noktalar

A ve B parabolün Ox eksenini kestiği noktalar, C ise Oy eksenini kestiği noktadır.

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

parabolün $x = 0$ için Oy eksenini ($x = 0$ doğrusunu) kestiği nokta, $y = 0$ için Ox eksenini ($y = 0$ doğrusunu) kestiği nokta (varsa) bulunur.

i. $x = 0$ için, $y = f(0) = c$ dir.

Parabol Oy eksenini $(0, c)$ noktasında keser.

ii. $y = 0$ için, $ax^2 + bx + c = 0$

denkleminin reel kökleri (varsa) x_1 ve x_2 dir.

Parabol Ox eksenini $(x_1, 0)$ ve $(x_2, 0)$ noktalarında keser.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

denkleminde;

✓ $\Delta > 0$ ise, parabol Ox eksenini farklı iki noktada keser.

✓ $\Delta < 0$ ise, parabol Ox eksenini kesmez.

✓ $\Delta = 0$ ise, parabol Ox eksenine teğettir.

Örnek 16

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = 2x^2 + 3x + m$$

parabolü Ox eksenini farklı iki noktada kesmektedir.

Buna göre, m için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $m < \frac{9}{8}$

B) $m > \frac{9}{8}$

C) $0 < m < 2$

D) $0 < m < 3$

E) $-2 < m < 2$

Çözüm

Parabol Ox eksenini farklı iki noktada kesiyor ise,

$$2x^2 + 3x + m = 0$$

denkleminin iki farklı reel kökü vardır. Yani $\Delta > 0$ dir.

$$b^2 - 4ac > 0$$

$$3^2 - 4 \cdot 2 \cdot m > 0$$

$$9 > 8m$$

$$\frac{9}{8} > m$$

$$m < \frac{9}{8}$$

Cevap A

Örnek 17

$$f(x) = x^2 + mx + 4$$

parabolü, Ox eksenine eksenin pozitif tarafında teğettir.

Buna göre, m kaçtır?

A) -4

B) -2

C) 0

D) 2

E) 4

Çözüm

$f(x) = x^2 + mx + 4$ parabolü Ox eksenine teğet ise,

$x^2 + mx + 4 = 0$ denkleminin çakışık iki kökü vardır.

Yani,

$$\Delta = 0$$

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$m^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0$$

$$m^2 - 16 = 0 \text{ ise,}$$

$$m = 4 \text{ veya } m = -4 \text{ tür.}$$

Parabol Ox eksenine pozitif tarafta teğet ise, parabolün tepe noktasının apsisi pozitifdir.

$$r > 0$$

$$-\frac{b}{2a} > 0$$

$$-\frac{m}{2 \cdot 1} > 0$$

$$-m > 0$$

$$m < 0 \text{ olmalıdır.}$$

O halde, $m = -4$ tür.

Cevap A

3. a'nın İşareti

$f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunda



i. Eğer $a > 0$ ise yani a'nın işareti pozitifse parabolün kolları yukarı doğru olup, parabolün en küçük (minimum) elemanı vardır. Bu eleman parabolün ordinatı olan k'dir.



ii. Eğer $a < 0$ ise parabolün kolları aşağı doğrudur. Parabolün en büyük (maksimum) elemanı vardır. Bu eleman parabolün ordinatı olan k'dir.

SONUÇ :

$f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun grafiğini çizmek için,

1. Fonksiyonun tepe noktası bulunur.
2. Fonksiyonun eksenleri kestiği noktalar bulunur.
3. a'nın işaretine bakılarak fonksiyonun grafiği çizilir.

ÖRNEK 18

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x - 3$ fonksiyonunun grafiğini çizelim.

Çözüm

$f(x) = x^2 - 2x - 3$ de $a = 1$, $b = -2$, $c = -3$ tür.

1. $f(x)$ in tepe noktası :

$$r = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2 \cdot 1} = 1 \dots (\star)$$

$$k = f(r) = f(1)$$

$$f(x) = x^2 - 2x - 3$$

$$f(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 - 3$$

$$f(1) = -4$$

$$k = f(1) = -4 \dots (\star\star)$$

olduğuna göre,

$$T(r, k) = T(1, -4) \dots (1)$$

2. $f(x)$ in eksenleri kestiği noktalar :

$x = 0$ için,

$$f(x) = x^2 - 2x - 3$$

$$f(0) = 0^2 - 2 \cdot 0 - 3$$

$$f(0) = -3$$

$$x = 0 \text{ ve } y = -3$$

$$(0, -3) \dots (2)$$

$y = 0$ için,

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0 \text{ ise,}$$

$$x = 3 \text{ veya } x = -1$$

$$y = 0 \text{ ve } (x = 3 \text{ veya } x = -1)$$

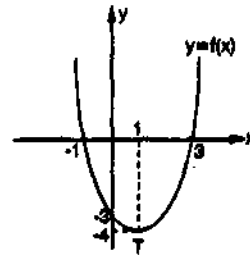
$$(3, 0), (-1, 0) \dots (3)$$

3. $f(x) = x^2 - 2x - 3$ de

$$a = 1 \text{ olup } a > 0 \text{ dir.}$$

Buna göre, parabolün kolları yukarı doğrudur.

Koordinat düzleminde (1) deki tepe noktası ve (2) ile (3) deki kesim noktaları belirlenip, kollar yukarı doğru olacak biçimde parabol aşağıdaki gibi çizilir.



Örnek 19

$$A = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ ve } |x - 1| < 2\}$$

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = -x^2 + 4x - 3$$

olduğuna göre, $y = f(x)$ in grafiğini çizelim.

Çözüm

Önce A (tanım) kümesini inceleyelim.

$$|x - 1| < 2$$

$$-2 < x - 1 < 2$$

$$-1 < x < 3 \text{ tür.}$$

Yani $f : (-1, 3) \rightarrow \mathbb{R}$ ye tanımlanmıştır.

$$f(x) = -x^2 + 4x - 3 \text{ de}$$

$$a = -1, b = 4, c = -3 \text{ tür.}$$

1. $f(x)$ in tepe noktası :

$$r = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \cdot (-1)} = \frac{-4}{-2} = 2$$

$$k = f(r) = f(2) = -2^2 + 4 \cdot 2 - 3 = 1$$

O halde, tepe noktası: $(r, k) = (2, 1)$ dir.

2. $f(x)$ in eksenleri kestiği noktalar :

$$x = 0 \text{ için, } y = -0^2 + 4 \cdot 0 - 3 = -3$$

Yani, Oy ekseninin kesildiği nokta $(0, -3)$ tür.

$$y = 0 \text{ için, } -x^2 + 4x - 3 = 0$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x - 1) \cdot (x - 3) = 0 \text{ ise,}$$

$$x = 1 \text{ veya } x = 3 \text{ olur.}$$

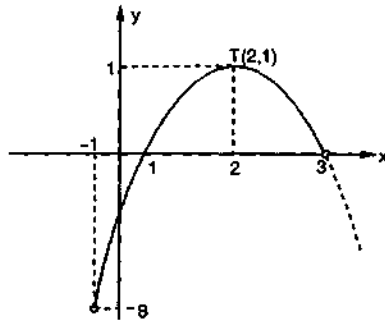
Yani, Ox ekseninin kesildiği noktalar $(1, 0)$, $(3, 0)$ dir.

3. $f(x) = -x^2 + 4x - 3$ de $a = -1$ olup $a < 0$ dir.

Buna göre, parabolün kolları aşağı doğrudur.

$$-1 < x < 3 \text{ ve } f(-1) = -8, f(3) = 0$$

olduğuna göre,



olur.

Örnek 20

$$A = \{-1, 0, 1, 2\} \text{ olmak üzere,}$$

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^2 - x - 2$$

fonksiyonun grafiğini çizelim.

Çözüm

Verilen fonksiyonun tanım kümesi reel sayılar olmayıp, dört tane tamsayıdır.

Bu A (tanım) kümesinin görüntülerini bulalım.

$$f(x) = x^2 - x - 2$$

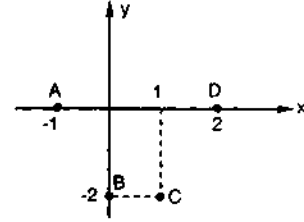
$$f(-1) = (-1)^2 - (-1) - 2 = 0, \quad A(-1, 0)$$

$$f(0) = 0^2 - 0 - 2 = -2, \quad B(0, -2)$$

$$f(1) = 1^2 - 1 - 2 = -2, \quad C(1, -2)$$

$$f(2) = 2^2 - 2 - 2 = 0, \quad D(2, 0)$$

O halde grafik, aşağıdaki gibi 4 noktadan oluşur.

**Örnek 21**

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = -x^2 + x - \frac{1}{4}$$

fonksiyonun grafiğini çizelim.

Çözüm

Verilen fonksiyon,

$$f(x) = -\left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

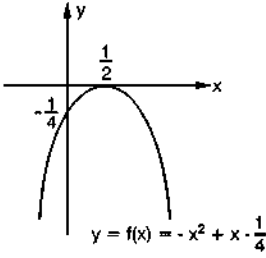
$$f(x) = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 0 \text{ şeklinde olup tepe noktası}$$

$$(r, k) = \left(\frac{1}{2}, 0\right) \text{ dir.}$$

$$x = 0 \text{ için, } y = -\frac{1}{4} \text{ tür. Parabolün Oy eksenini kestiği}$$

nokta $\left(0, -\frac{1}{4}\right)$ olup, a'nın işareti negatif olduğundan grafiğin kolları aşağı doğrudur.

Buna göre, $f(x)$ in grafiği aşağıdaki gibidir.



ÖRNEK 22

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = 2(x+3)^2 + 1$$

fonksiyonunun grafiğini çizelim.

Çözüm

Tepe noktası (r, k) olan ikinci derece denklem

$$y = a(x-r)^2 + k \text{ dir.}$$

O halde $y = 2(x+3)^2 + 1$ parabolünün

1. Tepe noktası : $(-3, 1)$ dir.

2. Parabol Oy eksenini $(0, 19)$ noktasında keser.

Parabolün Ox eksenini kestiği nokta:

$$y = 0$$

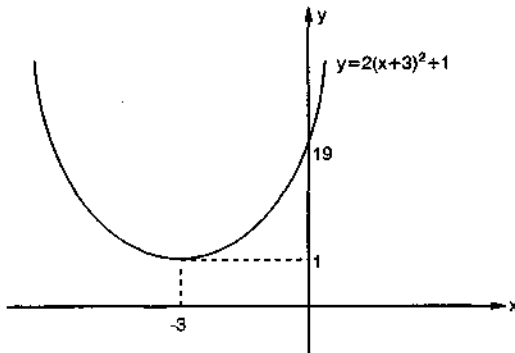
$$2(x+3)^2 + 1 = 0$$

$$2(x+3)^2 = -1$$

x değeri bulunamaz.

O halde parabol Ox eksenini kesmez.

3. $a = 2 > 0$ olduğundan kollar yukarı doğrudur.



ÖRNEK 27

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = -2x^2 + 4|x| + 1$$

fonksiyonun grafiğini çizelim.

Çözüm

1. $x \geq 0$ için, $|x| = x$ ve $y = -2x^2 + 4x + 1$ dir.

$$1. \quad r = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2(-2)} = -\frac{4}{-4} = 1$$

$$k = f(r) = f(1) = -2 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 + 1 = 3$$

Tepe noktası : $(r, k) = (1, 3)$ olur.

2. $x = 0$ için, $y = 1$ olur.

Parabol Oy eksenini $(0, 1)$ noktasında keser.

3. $a < 0$ olduğundan parabolün kolları aşağı doğrudur.

2. $x < 0$ ise $|x| = -x$ ve $y = -2x^2 - 4x + 1$ dir.

$$1. \quad r = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2(-2)} = \frac{4}{-4} = -1$$

$$k = f(r) = f(-1) = -2(-1)^2 - 4(-1) + 1 = 3$$

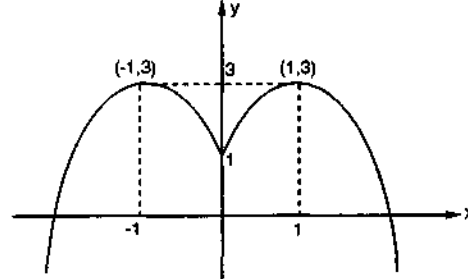
Tepe noktası : $(r, k) = (-1, 3)$ olur.

2. $x = 0$ için, $y = 1$ olur.

Parabol Oy eksenini $(0, 1)$ noktasında keser.

3. $a < 0$ olduğundan parabolün kolları aşağı doğrudur.

Bunlara göre, $f(x)$ in grafiği aşağıdaki gibidir.



$$x < 0 \text{ için, } y = -2x^2 - 4x + 1 \quad x \geq 0 \text{ için, } y = -2x^2 + 4x + 1$$

$$y = -2x^2 + 4|x| + 1 \text{ in grafiği}$$

UYARI :

$x = Ay^2 + By + C$ denkleminin belirttiği eğri de bir paraboldür. Bu parabol daha önce anlatılan

$y = ax^2 + bx + c$ parabolünde (x, y) noktasının (y, x) gibi düşünülmesidir.

Örnek 24

$$x = y^2 - 2y - 3$$

parabolünün grafiğini çizelim.

Çözüm

$f(y) = y^2 - 2y - 3$ de $a = 1$, $b = -2$, $c = -3$ tür.

✓ Tepe noktası : $r = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2} = 1$

$$k = f(r) = 1^2 - 2 \cdot 1 - 3 = -4$$

$T(k, r) = T(-4, 1)$ olur.

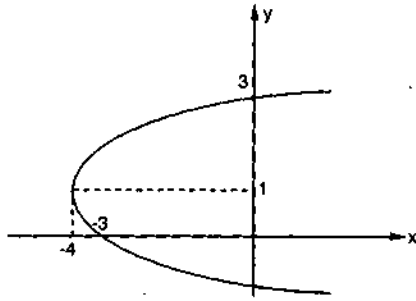
✓ $x = f(y)$ nin eksenleri kestiği noktalar

$$y = 0 \Rightarrow x = -3$$

$$x = 0 \Rightarrow y^2 - 2y - 3 = 0 \Rightarrow y = 3 \text{ veya } y = -1$$

Parabol x eksenini $(-3, 0)$ noktasında ve y eksenini $(0, -1)$ ve $(0, 3)$ noktasında keser.

Buna göre, grafik aşağıdaki gibidir.



Parabolün simetri eksenini $y = 1$ doğrusudur.

UYARI :

Yukarıdaki parabolü belirten bağıntı x i y ye dönüştüren bir fonksiyon değildir.

Örnek 25

$$f : [-4, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = 2 - \sqrt{4+x}$$

fonksiyonun grafiğini çizelim.

Çözüm

Bunun gibi kareköklü bağıntıların grafiklerini çizmek için, eşitliğin her iki tarafının karesi alınır. Ancak, kendileri bağıntıyı sağlamadığı halde kareleri alındığı için sağlayan ikililerde karşımıza çıkar. Bunları grafiği belirlerken ayırmalıyız.

$$1. y = 2 - \sqrt{4+x}$$

$$(y-2) = -\sqrt{4+x} \Rightarrow (y-2)^2 = 4+x$$

$$(y-2)^2 - 4 = x$$

$x = (y-2)^2 - 4$ fonksiyonunun grafiğini çizebiliriz. önceki grafikten farkı x ile y nin yer değiştirmiş olmasıdır. Buna göre, tepe noktasının apsis ve ordinatı da yer değiştirir.

Tepe noktası : $(k, r) = (-4, 2)$ dir.

$$2. x = 0 \text{ için } (y-2)^2 - 4 = 0$$

$$(y-2)^2 = 4 \Rightarrow y-2 = 2 \text{ veya } y-2 = -2$$

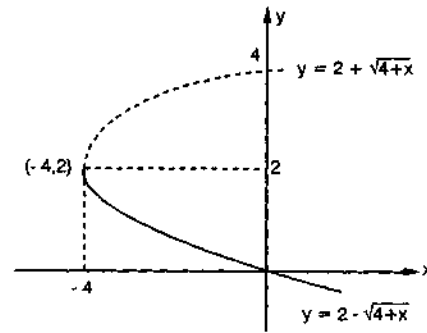
$$y-2 = 2 \Rightarrow y = 4$$

$$y-2 = -2 \Rightarrow y = 0$$

$(0, 0)$ ve $(0, 4)$ olur.

$$y = 0 \text{ için } x = (0-2)^2 - 4 \Rightarrow x = 0 \text{ olur.}$$

Buna göre, verilen fonksiyonun grafiği aşağıdaki gibidir.

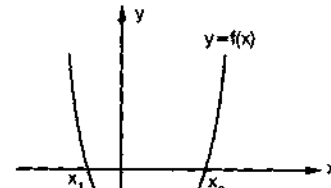


$y-2 = -\sqrt{4+x}$ olduğundan

$y-2 < 0$ olmalı dolayısıyla $y < 2$ dir. Bundan dolayı yukarıdaki grafikte $y < 2$ koşuluna uymayan kısım alınmamıştır.

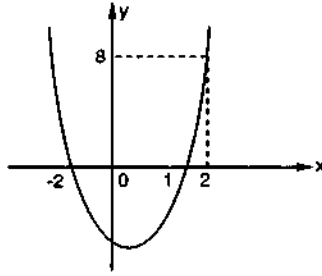
C. GRAFİĞİ VERİLEN PARABOLÜN DENKLEMİ

1. Parabolün Ox Eksenini ($y = 0$ doğrusunu) Kestiği Noktalar Verilmiş İse;



$$y = f(x) = a(x-x_1)(x-x_2) \text{ dir.}$$

Örnek 26



Şekildeki parabolün denklemini bulalım.

Çözüm

Grafikte verilene göre,

$$y = a(x - (-2))(x - 1)$$

$$y = a(x + 2)(x - 1) \text{ olur.}$$

Parabol (2, 8) noktasından geçtiği için, parabol denklemini sağlar.

$$y = a(x + 2)(x - 1)$$

$$8 = a(2 + 2)(2 - 1)$$

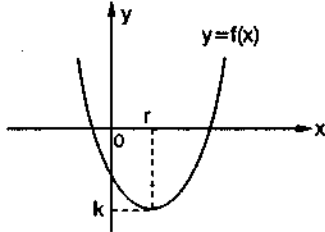
$$8 = a \cdot 4$$

$$a = 2$$

Parabolün denklemini : $y = 2(x + 2)(x - 1)$

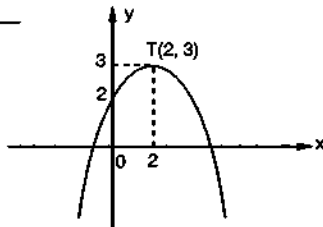
$$y = 2x^2 + 2x - 4 \text{ tür.}$$

2. Parabolün Tepe Noktası Olan (r, k) Verilmiş İse;



$$y = f(x) = a(x - r)^2 + k \text{ dir.}$$

Örnek 27



Şekildeki parabolün denklemini bulalım.

Çözüm

Parabolün tepe noktası (2, 3) ise

$$y = a(x - 2)^2 + 3 \text{ tür.}$$

Parabol (0, 2) noktasından geçtiği için, parabol denklemini sağlar.

$$y = a(x - 2)^2 + 3$$

$$2 = a(0 + 2)^2 + 3$$

$$2 = a \cdot 4 + 3$$

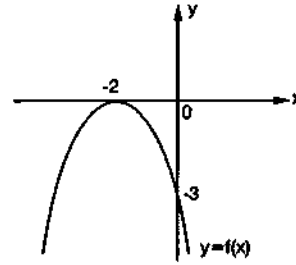
$$a = -\frac{1}{4}$$

Parabolün denklemini :

$$y = -\frac{1}{4}(x - 2)^2 + 3$$

$$y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 2 \text{ dir.}$$

Örnek 28



Şekildeki parabolün denklemini bulalım.

Çözüm

Şekildeki parabolün tepe noktası : (-2, 0) dir.

$$y = a(x - (-2))^2 + 0$$

$$y = a(x + 2)^2$$

Parabol (0, -3) noktasından geçtiğine göre, bu nokta parabolün denklemini sağlar.

$$y = a(x + 2)^2$$

$$-3 = a(0 + 2)^2$$

$$-3 = a \cdot 4$$

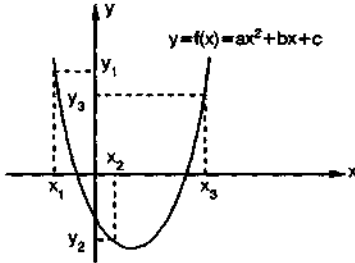
$$a = -\frac{3}{4}$$

Parabolün denklemini :

$$y = -\frac{3}{4}(x + 2)^2$$

$$y = -\frac{3}{4}x^2 - 3x - 3 \text{ tür.}$$

3. Parabolün Geçtiği Üç Nokta Verilmiş İse;



$$y_1 = f(x_1) = ax_1^2 + bx_1 + c$$

$$y_2 = f(x_2) = ax_2^2 + bx_2 + c$$

$$y_3 = f(x_3) = ax_3^2 + bx_3 + c$$

denklem sisteminin ortak çözümünden a, b, c sayıları bulunur.

Örnek 29

(-1, 7), (0, 1) ve (3, 7) noktalarından geçen parabolün denklemini bulalım.

Çözüm

Parabol; (-1, 7), (0, 1) ve (3, 7) noktalarından geçtiğine göre, bu noktalar $y = ax^2 + bx + c$ denklemini sağlar.

$$(-1, 7) \text{ için; } 7 = a - b + c \dots (1)$$

$$(0, 1) \text{ için; } 1 = c \dots (2)$$

$$(3, 7) \text{ için; } 7 = 9a + 3b + c \dots (3)$$

(2) deki c değeri (1) ve (3) de yazalım.

$$a - b + 1 = 7 \text{ ise, } a - b = 6 \dots (\star)$$

$$9a + 3b + 1 = 7 \text{ ise, } 9a + 3b = 6 \dots (\star\star)$$

$$+ \quad 3a + b = 2 \dots (\star\star)$$

$$a + 3a = 6 + 2$$

$$4a = 8$$

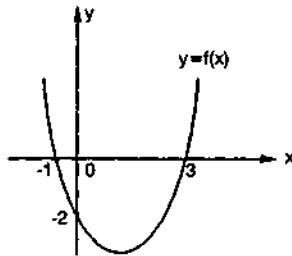
$$a = 2 \text{ ve } b = -4$$

Buna göre, parabolün denklemini :

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y = 2x^2 - 4x + 1 \text{ dir.}$$

Örnek 30



Şekilde verilen $f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünün tepe noktasının apsisi kaçtır?

- A) $\frac{3}{4}$ B) 1 C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 2

Çözüm

Grafiği verilen fonksiyonun denklemini bularak istenen cevaba ulaşılabilir. Ancak

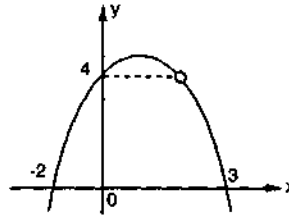
$$x_1 = -1 \text{ ve } x_2 = 3$$

Ox eksenlerinin kesiştiği noktaların apsisi olmak üzere tepe noktasının apsisi :

$$\begin{aligned} r &= -\frac{b}{2a} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{b}{a}\right) \\ &= \frac{1}{2} \cdot (x_1 + x_2) \\ &= \frac{1}{2} \cdot (-1 + 3) \\ &= \frac{1}{2} \cdot 2 \\ &= 1 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Cevap B

Örnek 31



Şekilde $y = f(x)$ in grafiği verilmiştir.

$$f[f(m+1)] = 4$$

eşitliğini sağlayan m değerlerin toplamı kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm

Grafiği verilen fonksiyona göre,

$$f(0) = 4, f(-2) = 0 \text{ ve } f(3) = 0 \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$f[f(m+1)] = 4 \Rightarrow f(m+1) = 0 \text{ dir.}$$

$$f(m+1) = 0 \Rightarrow m+1 = -2 \text{ veya } m+1 = 3$$

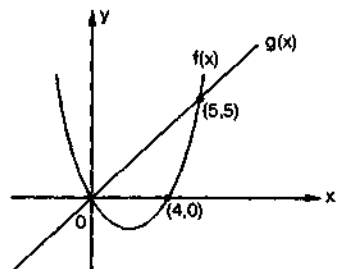
$$\Rightarrow m = -3 \text{ veya } m = 2 \text{ dir.}$$

Buna göre, m nin alabileceği değerlerinin toplamı :

$$-3 + 2 = -1 \text{ dir.}$$

Cevap A

Örnek 32



Şekilde $f(x)$ parabolü ile $g(x)$ doğrusunun ortak noktaları (5, 5) ve (0, 0) dir.

Buna göre,

$$\frac{(fog)(8)}{(fof)(2)} \text{ kaçtır?}$$

- A) 1 B) 2 C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

Çözüm

Parabol Ox eksenini (0,0) ve (4,0) noktalarında kesip, (5, 5) noktasından geçmektedir.

Buna göre,

$$y = a(x - 0)(x - 4)$$

$$5 = a(5 - 0)(5 - 4)$$

$$1 = a \text{ dır.}$$

parabolün denklemi :

$$y = f(x) = x(x - 4) \dots (\star)$$

Doğrunun denklemi

$$y = g(x) = x \dots (\star\star)$$

olarak bulunur.

$$g(x) = x$$

$$g(8) = 8 \dots (1)$$

$$f(x) = x(x - 4)$$

$$f(8) = 8(8 - 4) = 32 \dots (2)$$

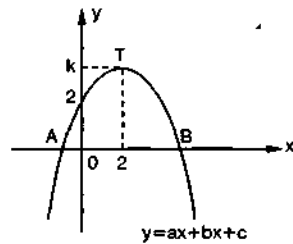
$$f(2) = 2(2 - 4) = -4 \dots (3)$$

$$f(-4) = -4(-4 - 4) = 32 \dots (4)$$

$$\frac{(fog)(8)}{(f \circ f)(2)} = \frac{f(g(8))}{f(f(2))} = \frac{f(8)}{f(-4)} = \frac{32}{32} = 1$$

Cevap A

Örnek 33



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

A ve B noktaları arasındaki uzaklık 6 birim olduğuna göre, T (tepe) noktasının ordinatı olan k'nın değeri kaçtır?

- A) $\frac{12}{5}$ B) $\frac{14}{5}$ C) 3 D) $\frac{18}{5}$ E) 4

Çözüm

$|AB| = 6$ ve $r = 2$ noktası parabolün simetri eksenine olduğuna göre, A(-1, 0) ve B(5, 0) olur.

A ve B noktaları bulunduğu göre, $y = f(x)$ fonksiyonu $y = a(x + 1)(x - 5)$ şeklinde yazılabilir. (0, 2) noktası parabol üzerinde olduğuna göre,

$$y = a(x + 1)(x - 5)$$

$$2 = a(0 + 1)(0 - 5)$$

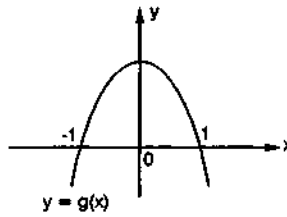
$$-\frac{2}{5} = a \text{ dır.}$$

$y = -\frac{2}{5}(x + 1)(x - 5)$ denklemi bulunur ve $x = 2$ değeri yazılarak da k sayısı bulunur.

$$k = -\frac{2}{5}(2 + 1)(2 - 5) = -\frac{2}{5} \cdot 3 \cdot (-3) = \frac{18}{5} \text{ tir.}$$

Cevap D

Örnek 34



Şekilde tepe noktası Oy ekseninde bulunan $y = g(x)$ parabolünün grafiği verilmiştir.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & g(x) \geq 0 \\ 2 - x, & g(x) < 0 \end{cases}$$

olduğuna göre, (f o f)(2) kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm

$$x = 2 \text{ için, } g(2) < 0 \Rightarrow f(x) = 2 - x \Rightarrow f(2) = 2 - 2 = 0$$

$$x = 0 \text{ için, } g(0) > 0 \Rightarrow f(x) = x^2 - 2 \Rightarrow f(0) = 0^2 - 2 = -2$$

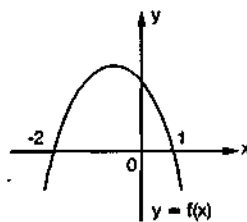
$$x = -2 \text{ için, } g(-2) < 0 \Rightarrow f(x) = 2 - x \Rightarrow f(-2) = 2 - (-2) = 4$$

Bunlara göre,

$$\begin{aligned} (f \circ f)(2) &= (f \circ f)(f(2)) \\ &= (f \circ f)(0) \\ &= f(f(0)) \\ &= f(-2) \\ &= 4 \text{ tür.} \end{aligned}$$

Cevap C

Örnek 35



Şekilde;

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $a + b + c$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm

$x = 1$ de Ox eksenine kesildiğine göre,

$$f(1) = 0 \dots (\star) \text{ olur.}$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f(1) = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c$$

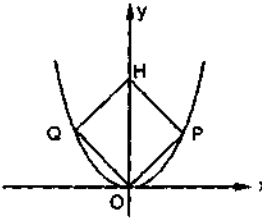
$$f(1) = a + b + c \dots (\star\star) \text{ olur.}$$

$f(1)$ in $(\star)$ eşitliğindeki değeri $(\star\star)$ eşitliğinde yerine yazılırsa,

$$a + b + c = 0 \text{ bulunur.}$$

Cevap C

Örnek 36

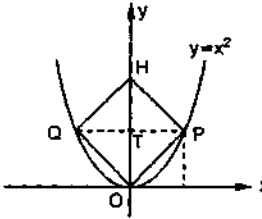


Şekildeki parabolün denklemleri $y = x^2$ dir.

Bir köşesi $O(0, 0)$ da, P ve Q köşeleri de parabol üzerinde olan OPHQ karesinin alanı kaç birim karedir?

- A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{2}$ D) 3 E) 2

Çözüm



Karenin köşegenleri birbirini dik olarak ortalamaya-
cağı için köşegenlerin
kesim noktası T ise
 $|OT| = |PT|$ dir.

Yani $P_{\text{apsis}} = P_{\text{ordinat}}$ dir.
Buna göre, P noktasının
apsisi a ise ordinatı da a
dir.

$P(a, a)$ noktası parabolün üzerinde olduğu için
parabolün denklemini sağlar.

Yani $y = x^2$ ise $a = a^2$ dir.

Buradan $0 = a^2 - a$ ise $a = 0$ veya $a = 1$ dir.

O halde $a = 1$ olmalıdır. $|PT| = |OT| = 1$ ise
 $|OP| = \sqrt{2}$ dir.

Buna göre,

$$A(OPHQ) = |OP|^2 = (\sqrt{2})^2 = 2 \text{ dir.}$$

Cevap E

Örnek 37

$[-1, 3]$ kapalı aralığında tanımlı

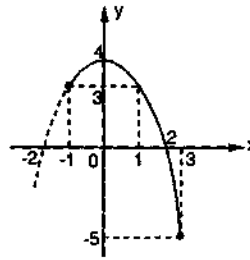
$$f(x) = 4 - x^2$$

fonksiyonunun en küçük değeri kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) 2 E) 3

Çözüm

(I. Yol)



$$f(x) = 4 - x^2$$

parabolünün $[-1, 3]$ aralığındaki görüntüsü şekilde gösterilmiştir. Görüleceği gibi $[-1, 3]$ kapalı aralığında fonksiyonun aldığı en küçük değer -5 tir.

(II. Yol)

$f(x) = 4 - x^2$ parabolünde $a = -1 < 0$ olduğu için kol-
lar aşağı doğrudur. Bu durumda en küçük değer
uç noktaların apsisi olan $x = -1$ veya $x = 3$ için
bulunan değerlerden biridir.

Buna göre,

$$f(x) = 4 - x^2$$

$$f(1) = 4 - 1^2 = 3$$

$$f(3) = 4 - 3^2 = -5 \text{ tir.}$$

En küçük değer -5 tir.

Cevap B

Örnek 38

$$f: (-3, 5) \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^2 - 5x + 4$$

olduğuna göre, $f(x)$ in alabileceği en küçük tam-
sayı değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 28

Çözüm

(I. Yol)

Tanımlı olduğu aralıkta $f(x)$ in grafiğini çizelim :

$$1. \quad f(x) = x^2 - 5x + 4 \text{ de } a = 1, b = -5, c = 4$$

$$r = -\frac{b}{2a} = -\frac{-5}{2 \cdot 1} = \frac{5}{2}$$

$$k = f(r) = f\left(\frac{5}{2}\right) = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 5 \cdot \frac{5}{2} + 4 = -\frac{9}{4}$$

olduğuna göre, $f(x)$ in tepe noktası

$$T(r, k) = T\left(\frac{5}{2}, -\frac{9}{4}\right) \text{ olur.}$$

$$2. \quad x = 0 \Rightarrow y = x^2 - 5x + 4$$

$$\Rightarrow y = 0^2 - 5 \cdot 0 + 4$$

$$\Rightarrow y = 4$$

$(0, 4)$, Oy ekseninin kesildiği noktadır.

$$y = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$$

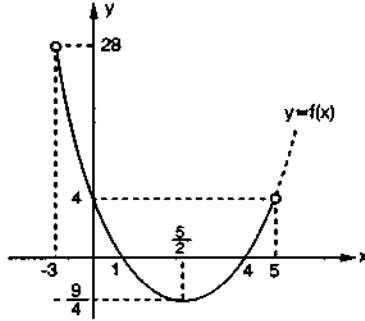
$$\Rightarrow (x - 1)(x - 4) = 0$$

$$\Rightarrow x = 1 \text{ veya } x = 4$$

(1, 0) ve (4, 0), Ox ekseninin kesildiği noktadır.

3. $a = 1 > 0$ olduğu için $f(x)$ in kolları yukarı doğru dur.

Yukarıdaki bilgilere göre, $f(x)$ in grafiği aşağıdaki gibidir.



Şekilden görüldüğü gibi $f(x)$ in görüntü kümesi

(aralığı) $\left(-\frac{9}{4}, 28\right)$ dir. Bu aralıktaki en küçük tamsayı değeri -2 dir.

(II. Yol)

$f(x) = x^2 - 5x + 4$ de $a = 1 > 0$ olduğundan $f(x)$ in en küçük değeri tepe noktasının ordinatı olan

k dir. Fonksiyonun tepe noktası $T\left(\frac{5}{2}, -\frac{9}{4}\right)$

olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonu $-\frac{9}{4}$ ten daha

küçük değer alamaz. $-\frac{9}{4}$ ten küçük olmayan

en küçük tamsayı -2 dir. Burada tepe noktasının apsisi olan $\frac{5}{2}$ nin $f(x)$ in tanım kümesi

olan $(-3, 5)$ açık aralığında olduğuna dikkat ediniz.

Cevap B

D. PARABOL İLE DOĞRUNUN DÜZLEMDEKİ DURUMU

$y = f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolü ile

$y = g(x) = mx + n$ doğrusunu ortak çözelim.

$$f(x) = g(x)$$

$$ax^2 + bx + c = mx + n$$

$$ax^2 + (b - m)x + c - n = 0 \dots (\star)$$

denkleminin kökleri (varsa) doğru ile parabolün kesiştiği noktaların apsiseridir.

($\star$) daki denklemde

1. $\Delta > 0$ ise, parabol doğruyu farklı iki noktada keser.

2. $\Delta < 0$ ise, doğru ile parabol kesişmez

3. $\Delta = 0$ ise, doğru parabole teğettir.

ÖRNEK 39

$$y = f(x) = x^2 - 2x + 2$$

$$y = g(x) = x + 6$$

eğrilerini inceleyelim.

ÇÖZÜM

$$f(x) = g(x)$$

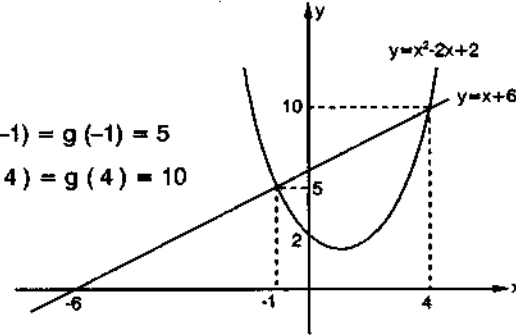
$$x^2 - 2x + 2 = x + 6$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$(x - 4)(x + 1) = 0 \text{ ise,}$$

$$x = 4 \text{ veya } x = -1 \text{ olur.}$$

Bu değerler, doğru ile parabolün kesim noktalarının apsiseridir. Bu noktaların ordinatlarını parabol veya doğru denkleminde buluruz.



$f(x)$ parabolü ile $g(x)$ doğrusu $(-1, 5)$ ve $(4, 10)$ noktalarında kesişmektedir.

ÖRNEK 40

$$y = f(x) = x^2 - 4x + 1$$

$$y = g(x) = 2x - 8$$

eğrilerini inceleyelim.

ÇÖZÜM

$$f(x) = g(x)$$

$$x^2 - 4x + 1 = 2x - 8$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

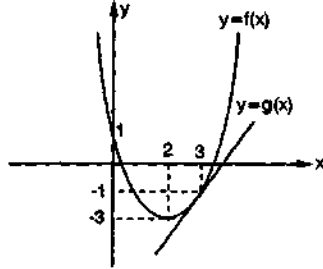
$$(x-3)^2 = 0$$

$$x = 3$$

Parabol ile doğrunun ortak çözülmesiyle oluşan denklemin iki katlı bir kökü $x = 3$ olduğuna göre, apsisi $x = 3$ olan noktada doğru parabole teğettir.

$$f(3) = g(3) = 2 \cdot 3 - 8 = -2$$

olduğuna göre, doğru parabole $(3, -2)$ noktasında teğettir.



Örnek 41

$y = x + n$ doğrusu ile $y = x^2 - 2x + 1$ parabolünün ortak noktası yoktur.

Buna göre, n nin alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

Çözüm

Verilenlere göre, parabol ile doğrunun denklemlerinin ortak çözümü ile boş küme elde edilmelidir.

$$x^2 - 2x + 1 = x + n$$

$$x^2 - 3x + 1 - n = 0 \quad \dots (*)$$

0 halde, (*) denkleminde $\Delta < 0$ olmalıdır.

$$b^2 - 4ac < 0$$

$$(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (1 - n) < 0$$

$$9 - 4(1 - n) < 0$$

$$9 - 4 + 4n < 0$$

$$n < -\frac{5}{4}$$

olduğuna göre, n nin alabileceği en büyük tamsayı değeri -2 dir.

Cevap C

Örnek 42

$f(x) = x^2 - 3x - 1$ parabolü ile $y - 2x = 3$ doğrusunun kesim noktalarının apsileri toplamı kaçtır?

- A) $\frac{5}{2}$ B) 3 C) $\frac{7}{2}$ D) 4 E) 5

Çözüm

Parabol ile doğruyu ortak çözelim.

$$x^2 - 3x - 1 = 2x + 3$$

$$x^2 - 5x - 4 = 0$$

Bu denklemin kökleri, eğri ile doğrunun kesim noktasının apsileridir.

Bu denklemin kökleri x_1 ve x_2 ise, apsilerin toplamı bu denklemin köklerinin toplamıdır. Buna göre,

$$x_1 + x_2 = -\frac{-5}{1} = 5 \text{ tir.}$$

Cevap E

Örnek 43

$f(x) = mx^2 + 2mx + m + 4$ parabolü $y = p$ doğrusuna teğettir.

Buna göre, p kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

Çözüm

(I. Yol)

Doğru ile parabolün ortak çözümünü yapalım.

$$mx^2 + 2mx + m + 4 = p$$

$$mx^2 + 2mx + m + 4 - p = 0 \quad \dots (*)$$

Doğru parabole teğet olduğuna göre, (*) denkleminde

$$\Delta = 0 \text{ dir.}$$

Buna göre, $\Delta = b^2 - 4ac$

$$\Delta = (2m)^2 - 4 \cdot m \cdot (m + 4 - p)$$

$$0 = 4m^2 - 4m^2 - 16m + 4mp$$

$$0 = -16m + 4mp$$

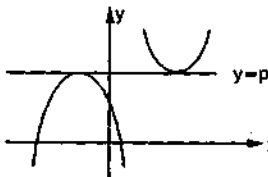
$$16m = 4mp \text{ ise,}$$

$$m = 0 \text{ veya } p = 4 \text{ tür.}$$

f fonksiyonu parabol belirttiğine göre, $m \neq 0$ dir.

$$m \neq 0 \Rightarrow p = 4 \text{ tür.}$$

(II. Yol)



Şekilde görüldüğü gibi $y = p$ doğrusu $y = f(x)$ parabolüne teğetse parabolün tepe noktasının ordinatı p dir.

Buna göre,

$y = mx^2 + 2mx + m + 4$ parabolünün tepe noktasının

apsisi $r = -\frac{2m}{2m} = -1$ ve ordinatı $k = f(-1) = p$ dir.

$$f(x) = mx^2 + 2mx + m + 4$$

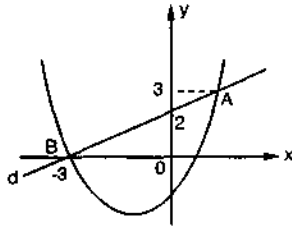
$$f(-1) = m(-1)^2 + 2m(-1) + m + 4$$

$$p = m - 2m + m + 4$$

$$p = 4 \text{ tür.}$$

Cevap C

ÖRNEK 44



Şekilde,

$f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolü ve d doğrusu verilmiştir.

Şekilde verilenlere göre, $3b + c$ nin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm

d doğrusunun denklemi,

$$\frac{x}{-3} + \frac{y}{3} = 1 \Rightarrow -2x + 3y = 6 \text{ dir.}$$

A ve B noktaları $f(x)$ ile d doğrusunun ortak noktasıdır. A noktasında $y = 3$ için,

$$-2 \cdot x + 3 \cdot 3 = 6 \text{ ise, } x = \frac{3}{2} \text{ bulunur.}$$

$A\left(\frac{3}{2}, 3\right)$ noktası $f(x)$ in üzerinde olduğundan

$f(x) = ax^2 + bx + c$ de yerine yazalım.

$$3 = a \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 + b \cdot \frac{3}{2} + c \text{ buradan,}$$

$$9a + 6b + 4c = 12 \dots (1) \text{ olur.}$$

$B(-3, 0)$ noktası parabolün üzerinde olduğu için denklemi sağlar.

$$a(-3)^2 + b(-3) + c = 0$$

$$9a - 3b + c = 0 \dots (2)$$

(1) ve (2) denklemi ortak çözümlerse

$$9a + 6b + 4c = 12$$

$$-9a - 3b + c = 0$$

$$9b + 3c = 12$$

$$3b + c = 4 \text{ olur.}$$

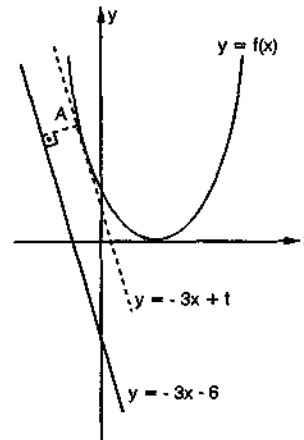
Cevap B

ÖRNEK 45

$f(x) = x^2 - 2x + 1$ parabolünün $3x + y + 6 = 0$ doğrusuna en yakın noktasının koordinatlarının çarpımı kaçtır?

- A) $-\frac{9}{8}$ B) $-\frac{5}{4}$ C) $-\frac{11}{8}$ D) $-\frac{3}{2}$ E) $-\frac{13}{8}$

Çözüm



Parabolün

$$y = -3x - 6$$

doğrusuna en yakın noktası A ise bu noktadaki teğet, verilen doğruya paraleldir.

$y = -3x + t$ doğrusu verilen doğruya paralel ve A noktasında $f(x)$ parabolüne teğettir. O halde ortak çözüm yapalım.

$$x^2 - 2x + 1 = -3x + t$$

$$x^2 + x + 1 - t = 0$$

$y = -3x + t$ doğrusu ile parabol teğet olduğuna göre, $\Delta = 0$ olmalıdır.

$$x^2 + x + 1 - t = 0 \text{ denkleminde,}$$

$$a = 1, b = 1, c = 1 - t \text{ dir.}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (1 - t)$$

$$\Delta = 1 - 4(1 - t)$$

$$0 = 1 - 4 + 4t$$

$$3 = 4t$$

$$t = \frac{3}{4} \dots (\star)$$

$$x^2 + x + 1 - t = 0$$

$$x^2 + x + 1 - \frac{3}{4} = 0$$

$$x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \dots (\star\star)$$

A noktasının apsisi $-\frac{1}{2}$ dir. Bu değer parabolün denkleminde yazılarak A'nın ordinatı bulunur.

$$\begin{aligned}
 f(x) &= x^2 - 2x + 1 \\
 &= (x-1)^2 \\
 f\left(-\frac{1}{2}\right) &= \left(-\frac{1}{2}-1\right)^2 \\
 &= \left(-\frac{3}{2}\right)^2 \\
 &= \frac{9}{4} \dots (★★★)
 \end{aligned}$$

Buna göre, A noktası $\left(-\frac{1}{2}, \frac{9}{4}\right)$ olur.

Parabole en yakın noktanın koordinatlarının çarpımı :

$$\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{9}{4} = -\frac{9}{8} = -\frac{9}{8} \text{ dir.}$$

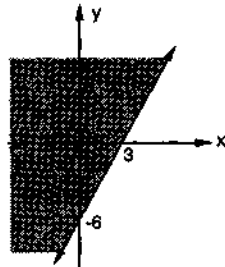
Cevap A

E. EŞİTSİZLİKLERİN GRAFİKLERİ

Örnek 46

$2x - y - 6 \leq 0$ eşitsizliğini gerçekleyen noktaların kümesini analitik düzlemde gösterelim.
(İstenen bölgeyi tarayalım)

Çözüm



Bunun için, önce $2x - y - 6 = 0$ denkleminin belirttiği doğru çizilir. İstenen noktaların kümesi, bu doğrunun düzlemde ayırdığı iki bölgeden biridir.

Orijinin bulunduğu bölge mi, yoksa diğer bölge mi istenmektedir? Bunu anlamak için $O(0, 0)$ noktası verilen eşitsizlikte denenir. Eşitsizliği

sağlarsa, istenen orijinin bulunduğu bölgedir; sağlamıyorsa istenen bölge değildir.

$$2x - y - 6 \leq 0$$

$$2 \cdot 0 - 0 - 6 \leq 0$$

$$-6 \leq 0$$

Bu önerme doğrudur. Yani istenen, orijinin bulunduğu bölgedir.

Bu bölge taranır.

Örnek 47

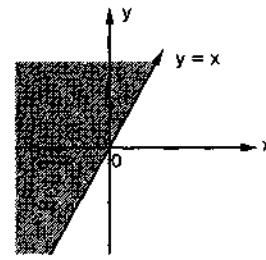
$$y - x \geq 0$$

$$4 - x^2 - y < 0$$

eşitsizlik sisteminin gerçekleyen noktaları analitik düzlemde gösterelim.

Çözüm

1. Adım :



$$y - x \geq 0$$

eşitsizliğini gerçekleyen kümeyi belirleyelim :

Bunun için önce $y - x = 0$ doğrusunun denklemini çizilir.

Bu doğru düzlemi iki bölgeye ayırır. Bu iki bölgenin herhangi birinden

rastgele bir nokta alalım :

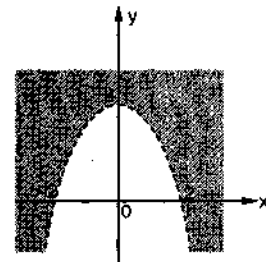
Bu nokta $(1, 0)$ olsun. $(1, 0)$ için, $y - x \geq 0$

$$0 - 1 \geq 0$$

$$-1 \geq 0$$

Bu önerme yanlıştır. Yani istenen bölge $(1, 0)$ noktasının bulunduğu taraf değildir. Diğer bölgeyi taramalıyız.

2. Adım :



$$4 - x^2 - y < 0$$

eşitsizliğini gerçekleyen kümeyi belirleyelim :

Önce, $4 - x^2 - y = 0$ denkleminin belirttiği parabolü kesik çizgilerle gösterelim.

Parabolün içini mi yoksa dışını mı tarayacağımızı tespit etmek için $O(0, 0)$

noktasını deneyelim :

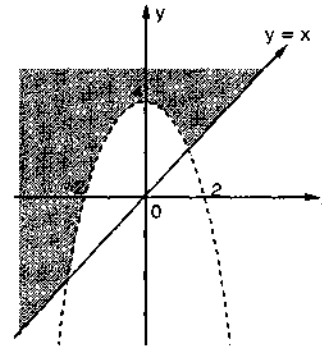
$$4 - x^2 - y < 0$$

$$4 - 0^2 - 0 < 0$$

$$4 < 0$$

Bu önerme yanlıştır. Yani, parabolün dışını taramalıyız.

3. Adım :



1. adımda belirlenen grafik ile 2. adımda belirlenen grafiği birlikte düşünelim.

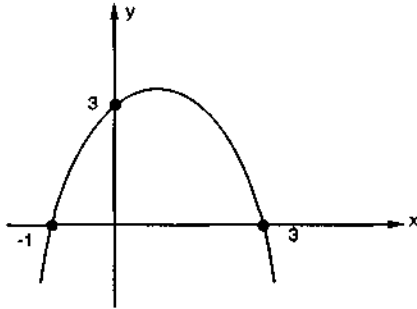
Eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi bu iki grafikte belirtilen bölgelerin kesişim kümesidir.

Ortak bölge taranır.

İKİNCİ DERECE DEN FONKSİYONLAR (PARABOL)

Çözümlü Test

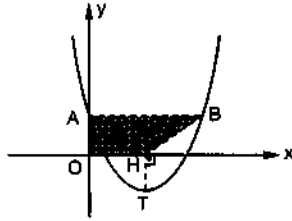
1.



Şekilde grafiği verilen parabolün tepe noktası aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (1, 4) B) (1, 5) C) (2, 4)
D) $(1, \frac{9}{2})$ E) $(2, \frac{9}{2})$

2.



Şekilde, tepe noktası T olan $y = f(x) = x^2 - ax + b$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, ABHO yamuğunun alanının a ve b türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) ab B) $\frac{a}{b}$ C) $\frac{2(a+b)}{3}$ D) $\frac{ab}{2}$ E) $\frac{3ab}{4}$

3.

$$f(x) = 2x^2 - 4x + 9$$

parabolünün $x = 0$ doğrusuna göre simetriğinin denklemi

$$g(x) = a(x + r)^2 + 7$$

olduğuna göre, $a + r$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4.

$$y = 3x - 5 \text{ doğrusu ile}$$

$$y = 3x^2 - 15x + 8k \text{ parabolünün}$$

kesim noktaları A ve B dir.

Buna göre, [AB] nin orta noktasının orijine uzaklığı kaç birimdir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5.

$$f: [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^2 - 2x + 3$$

$$g: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$g(x) = x^2 - 4x + 5$$

olmak üzere, f ve g nin en küçük değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 8 D) 12 E) 21

6.

$$y = x^2 - 1$$

$$y = 2x^2 - 2$$

parabollerinin kesim noktalarından geçen ve Oy eksenini (0, 3) noktasında kesen ikinci dereceden fonksiyonun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = 3x^2 - 3$ B) $y = 3x^2 + 3$
C) $y = \frac{3}{8}(x^2 - 1)$ D) $y = \frac{3}{4}(x^2 - 1)$
E) $y = -3x^2 + 3$

7.

a, b birer reel (gerçek) sayıdır.

$$A = -a^2 + 2a + 3$$

$$B = b^2 + 8b + 9$$

olduğuna göre, A nın en büyük değeri ile, B nin en küçük değerinin çarpımı kaçtır?

- A) -28 B) -27 C) 0 D) 9 E) 27

8. $y = x^2 - (3m + 4)x + m - 3$
parabolünün simetri eksenini $x = 5$ doğrusudur.

Buna göre, parabolün Oy eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?

- A) -4 B) $-\frac{10}{3}$ C) $-\frac{8}{3}$ D) -2 E) -1

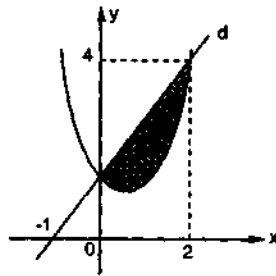
9. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = x^2 - 2x + 3$
 $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $g(x) = x - m$

olmak üzere, $(g \circ f)(x)$ fonksiyonu Ox eksenine ($y = 0$ doğrusuna) teğettir.

Buna göre, m kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

10.

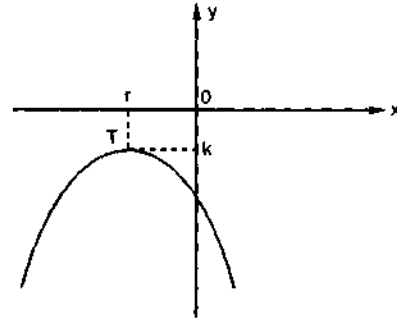


Şekilde tepe noktası (1,3) olan parabol ile d doğrusu verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgeyi aşağıdaki eşitsizlik sistemlerinden hangisi belirtir?

- A) $y \geq x^2 - 2x + 4$ B) $y \leq x^2 - 2x + 4$
 $3y \leq 4x + 4$ $3y \leq 4x + 4$
C) $y \geq x^2 - 2x + 4$ D) $y \geq x^2 - 2x + 3$
 $3y \geq 4x + 4$ $3y \leq 4x + 4$
E) $y \geq x^2 - 2x + 3$
 $3y \geq 4x + 4$

11.

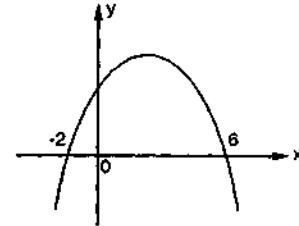


Şekilde tepe noktası $T(r, k)$ olan $y = -x^2 + 2bx - b - 6$ parabolünün denklemi verilmiştir.

Buna göre, b için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $b < 0$ B) $b < -2$ C) $-2 < b < 0$
D) $-3 < b < 0$ E) $b > 0$

12.



Şekilde, $y = -x^2 + bx + c$ parabolünün grafiği verilmiştir.

Buna göre, $b \cdot c$ kaçtır?

- A) -48 B) -24 C) -6 D) 24 E) 48

13.

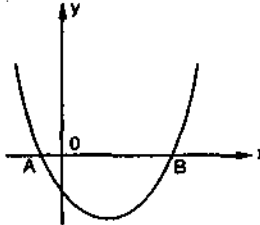
$$x = y^2 - By - C$$

parabolü $y = -2$ de Oy eksenine ($x = 0$ doğrusuna) teğettir.

Buna göre, $\frac{B}{C}$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

14.



Şekilde,

$y = 2x^2 - 4x + m + 1$
parabolü Ox eksenini
A ve B noktalarında
kesmektedir.

$|AB| = 4$ birim

olduğuna göre, m kaçtır?

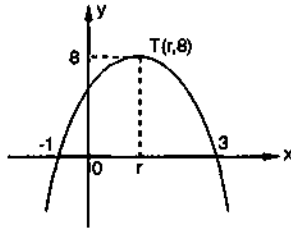
- A) -6 B) -7 C) -8 D) -9 E) -10

15. $y = x + n$ doğrusu, $y = x^2 - 3x + c$ parabolüne
teğettir.

Teğetin değme noktasının apsisini bulmak
için aşağıdaki bilgilerden hangisi gereklidir?

- A) Başka bilgiye gerek yoktur.
B) n nin verilmesi gereklidir.
C) c + n nin verilmesi gereklidir.
D) c nin verilmesi gereklidir.
E) c - n nin verilmesi gereklidir.

16.



Şekilde, tepe noktası $T(r, 8)$ olan parabolün grafiği verilmiştir.

Buna göre, parabolün denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = -2x^2 + 2x + 6$
B) $y = -2x^2 + 4x + 6$
C) $y = -x^2 + 2x + 6$
D) $y = -x^2 + 4x + 6$
E) $y = -4x^2 + 16x + 6$

17.

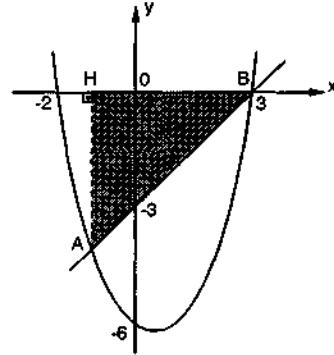
$$y = x^2 + bx + 3$$

parabolüne orijinden çizilen teğet doğrularının
değme noktaları A ve B olsun.

Buna göre, $|AB|$ kaç birimdir?

- A) $\sqrt{12}$ B) 3 C) $2\sqrt{2}$ D) 2 E) $\sqrt{3}$

18.



Şekilde, parabol ile doğrunun grafikleri verilmıştır.

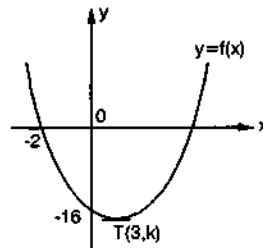
Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 8 E) 12

19. $y = x^2 + 3$ parabolünün $y = 2x$ doğrusuna en
yakın noktası aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (1, 4) B) (1, 5) C) $\left(\frac{3}{2}, 4\right)$
D) $\left(\frac{3}{2}, 5\right)$ E) (2, 5)

20.



Şekilde, tepe noktası $T(3, k)$ olan
 $y = f(x)$
parabolünün grafiği verilmiştir.

$$g^{-1}\left(\frac{x+1}{x-2}\right) = 2x + 4$$

olduğuna göre, $(g \circ f)(1)$ kaçtır?

- A) $\frac{23}{29}$ B) $\frac{21}{29}$ C) 1 D) $\frac{18}{19}$ E) $\frac{15}{19}$

İKİNCİ DERECEDE FONKSİYONLAR (PARABOL)

Çözümler

1. Parabolün denklemi $y = ax^2 + bx + c$ olsun

Grafikte verilenlere göre,

$x = 3$ için, $y = 0$ dir. Buna göre,

$$9a + 3b + c = 0 \dots (1)$$

$x = -1$ için, $y = 0$ olduğuna göre,

$$a - b + c = 0 \dots (2)$$

$x = 0$ ise $y = 3$ tür. Buna göre,

$$c = 3 \dots (3) \text{ olur.}$$

(1), (2) ve (3) denklemleri ortak çözülürse,

$$a = -1, b = 2 \text{ ve } c = 3 \text{ bulunur.}$$

$$r = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \cdot (-1)} = 1$$

$$k = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4 \cdot (-1) \cdot 3 - 2^2}{4 \cdot (-1)} = 4$$

Tepe noktası : (1, 4) olur.

Cevap A

2. 1. $f(0) = b$ olduğu için, A noktası (0, b) dir.

2. H noktasının apsisi T (tepe) noktasının apsisine eşittir. Tepe noktasının apsisi :

$$r = -\frac{-a}{2 \cdot 1} = \frac{a}{2} \text{ dir.}$$

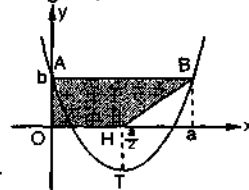
3. B noktasının ordinatı A noktasının ordinatına eşit, yani b dir. Buna göre,

$$b = x^2 - ax + b$$

$$0 = x(x - a)$$

$$x = a$$

B noktasının apsisi a dir.



$$A(ABHO) = \frac{|AO| \cdot (|AB| + |OH|)}{2}$$

$$= \frac{b \left(a + \frac{a}{2} \right)}{2}$$

$$= \frac{b \left(\frac{3a}{2} \right)}{2}$$

$$= \frac{3ab}{4}$$

Cevap E

3. (x_1, y_1) noktasının $x = 0$ doğrusuna göre simetriği : $(-x_1, y_1)$ dir.

Buna göre,

$y = 2x^2 - 4x + 9$ parabolünün $x = 0$ doğrusuna göre simetriği :

$$y = 2(-x)^2 - 4(-x) + 9$$

$$y = 2x^2 + 4x + 9$$

$$y = 2 \left(x^2 + 2x + \frac{9}{2} \right)$$

$$y = 2 \left((x+1)^2 - 1 + \frac{9}{2} \right)$$

$$y = 2 \left((x+1)^2 + \frac{7}{2} \right)$$

$$y = 2(x+1)^2 + 7 \dots (\star) \text{ olur.}$$

$g(x) = a(x+r)^2 + 7$ olduğuna göre,

$$r = 1, a = 2 \text{ ve } a + r = 3 \text{ olur.}$$

Cevap C

4. Parabol ile doğrunun denkleminin ortak çözümünü yapalım.

$$3x^2 - 15x + 8k = 3x - 5$$

$$3x^2 - 18x + 8k + 5 = 0$$

denkleminin kökleri $(x_1 \text{ ve } x_2)$ A ve B nin apsisleridir.

A ile B nin orta noktasının apsisi :

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-\frac{b}{a}}{2} = \frac{-\frac{-18}{3}}{2} = 3$$

A ile B nin orta noktası $y = 3x - 5$ doğrusu üzerinde olduğu için, orta noktanın ordinatı :

$$y = 3x - 5$$

$$y = 3 \cdot 3 - 5$$

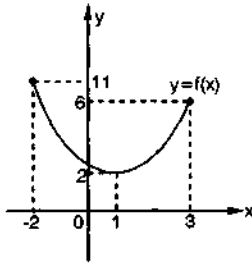
$$y = 4 \text{ olur.}$$

O halde [AB] nin orta noktası (3, 4) olduğuna göre, orta noktanın orijine uzaklığı :

$$\sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ tir.}$$

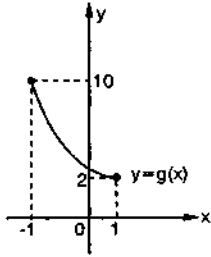
Cevap D

5.



$f(x)$ in tepe noktasının apsisi $[-2, 3]$ aralığında olduğundan $f(x)$ in en küçük değeri tepe noktasının ordinatıdır.

Bu değer : $f(1) = 2$ dir.



$g(x)$ in tepe noktasının apsisi $[-1, 1]$ aralığında olmadığından $g(x)$ in en küçük değeri $g(-1)$ ile $g(1)$ den küçük olanıdır.

$g(-1) = 10$ ve $g(1) = 2$ olduğuna göre, $g(x)$ in en küçük değeri 2 dir.

Buna göre, f ile g nin en küçük elemanlarının toplamı : $2 + 2 = 4$ tür.

Cevap B

6. $y = x^2 - 1$ parabolü ile $y = 2x^2 - 2$ parabolünü ortak çözelim.

$$x^2 - 1 = 2x^2 - 2$$

$$x^2 = 1$$

$$x = 1 \text{ veya } x = -1$$

olduğuna göre, verilen parabollerin kesim noktalarının apsisi 1 veya -1 dir.

Bu değerler $y = x^2 - 1$ veya $y = 2x^2 - 2$ de yazılırsa $y = 0$ bulunur.

Buna göre bu iki parabol $(1, 0)$ ve $(-1, 0)$ noktalarında kesişirler.

O halde, $(1, 0)$, $(-1, 0)$ noktalarından geçen parabol :

$$y = a(x - 1)(x + 1)$$

biçimindedir. Parabol $(0, 3)$ noktasından geçtiğine göre,

$$3 = a(0 - 1)(0 + 1)$$

$$3 = a(-1)(1)$$

$$a = -3 \dots (\star)$$

$$y = -3(x - 1)(x + 1)$$

$$y = -3(x^2 - 1)$$

$$y = -3x^2 + 3 \text{ tür.}$$

Cevap E

7. (I. Yol)

$$A = -a^2 + 2a + 3$$

$$= -(a^2 - 2a - 3)$$

$$= -[(a - 1)^2 - 1 - 3]$$

$$= -(a - 1)^2 + 4$$

A'nın en büyük olabilmesi için $(a - 1)^2$ en küçük olmalıdır. $(a - 1)^2$ ifadesinin en küçük değeri sıfır olabilir.

Buna göre, A'nın en büyük değeri ;

$$-0 + 4 = 4 \dots (\star) \text{ olur.}$$

$$B = b^2 + 8b + 9$$

$$= b^2 + 8b + 16 - 16 + 9$$

$$= (b + 4)^2 - 7$$

B'nin en küçük olabilmesi için $(b + 4)^2$ en küçük olmalıdır. $(b + 4)^2$ ifadesinin en küçük değeri sıfırdır. Buna göre, B'nin en küçük değeri ;

$$0 - 7 = -7 \dots (\star\star) \text{ olur.}$$

Buna göre, A'nın en büyük değeri ile, B'nin en küçük değerinin çarpımı : $4(-7) = -28$ olur.

(II. Yol)

Parabolün en büyük değeri (ya da en küçük değeri) tepe noktasının ordinatıdır. Buna göre,

$$A = -a^2 + 2a + 3$$

$$\text{En büyük A değeri} = \frac{4 \cdot (-1) \cdot 3 - 2^2}{4 \cdot (-1)}$$

$$= \frac{-12 - 4}{-4}$$

$$= 4 \dots (\star) \text{ olur.}$$

$$B = b^2 + 8b + 9$$

$$\text{En küçük B değeri} = \frac{4 \cdot 1 \cdot 9 - 8^2}{4 \cdot 1}$$

$$= \frac{36 - 64}{4}$$

$$= -7 \text{ dir.}$$

Buna göre, A'nın en büyük değeri ile, B'nin en küçük değerinin çarpımı : $4 \cdot (-7) = -28$ olur.

Cevap A

8. $y = x^2 - (3m + 4)x + m - 3$ de
 $a = 1$, $b = -(3m + 4)$ ve $c = m - 3$ tür.
 Parabolün simetri eksenini; $x = -\frac{b}{2a}$ olduğuna göre,

$$5 = -\frac{b}{2a}$$

$$5 = -\frac{-(3m+4)}{2 \cdot 1}$$

$$10 = 3m + 4$$

$$m = 2 \text{ olur.}$$

O halde parabol $y = x^2 - (3m + 4)x + m - 3$
 $y = x^2 - 10x + 2 - 3$
 $y = x^2 - 10x - 1$ olur.
 Parabolün Oy eksenini ($x = 0$ doğrusunu) kestiği nokta

$$x = 0 \text{ için,}$$

$$y = x^2 - 10x - 1$$

$$y = 0^2 - 10 \cdot 0 - 1$$

$$= -1 \text{ olur.} \quad \text{Cevap E}$$

9. $(g \circ f)(x) = g(f(x))$
 $= g(x^2 - 2x + 3)$
 $= (x^2 - 2x + 3) - m$
 $= x^2 - 2x + 3 - m$
 Bu denklemin belirttiği parabol Ox eksenine teğet olduğuna göre, $(g \circ f)(x) = 0$ in diskriminantı sıfır olmalıdır.

$$\Delta = 0$$

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (3 - m) = 0$$

$$4 - 12 + 4m = 0$$

$$m = 2 \quad \text{Cevap C}$$

10. 1. Önce parabolün denklemini bulalım.
 Tepe noktası (1, 3) olan parabolün denklemi:
 $y = a(x - 1)^2 + 3$ olur.
 Bu parabol (2, 4) den geçtiğine göre,
 $4 = a(2 - 1)^2 + 3$
 $4 = a + 3$
 $1 = a$ olur.
 Parabolün denklemi:

$$y = (x - 1)^2 + 3$$

$$y = x^2 - 2x + 4 \text{ tür.}$$

Taranan kısım parabolün içindedir. (0, 5) noktası parabolün içindedir. Yani eşitsizliği sağlar.

Denklemden yazılırsa

$$5 \geq 0^2 - 2 \cdot 0 + 4$$

$$5 \geq 4$$

? yerine $>$ yazılırsa önerme doğru olur. Ayrıca kesik çizgilerle gösterilmeyerek parabol de grafiğe dahil edildiğine göre,

$$y \geq x^2 - 2x + 4 \dots (\star) \text{ olur.}$$

2. (-1, 0) ve (2, 4) noktalarından geçen doğrunun denklemi:

$$\frac{y - y_1}{y_1 - y_2} = \frac{x - x_1}{x_1 - x_2}$$

$$\frac{y - 0}{0 - 4} = \frac{x - (-1)}{-1 - 2}$$

$$\frac{y}{-4} = \frac{x + 1}{-3}$$

$$3y = 4x + 4 \text{ olur.}$$

Taralı bölge doğrunun altındadır. (0, 0) noktası doğrunun altında olduğuna göre, eşitsizliği sağlar.

$$3 \cdot 0 \geq 4 \cdot 0 + 4$$

$$0 \geq 4$$

Önermenin doğru olması için ? yerine $<$ yazılmalıdır.

Ayrıca doğru da grafiğe dahil olduğuna göre,

$$3y \leq 4x + 4 \dots (\star\star) \text{ olur.}$$

Buna göre, taralı bölge

$$y \geq x^2 - 2x + 4$$

$$3y \leq 4x + 4$$

sistemini sağlayan noktaların kümesidir.

Cevap A

11. Şekilde parabolün tepe noktasının apsisinin ve ordinatının negatif olduğu verilmiştir.

$$y = -x^2 + 2bx - b - 6 \text{ parabolünde,}$$

$$r = -\frac{2b}{2(-1)} < 0$$

$$-\frac{2b}{-2} < 0$$

$$b < 0 \dots (\star) \text{ olur.}$$

$$k = \frac{4(-1)(-b-6) - (2b)^2}{4(-1)} < 0 \text{ olmalıdır.}$$

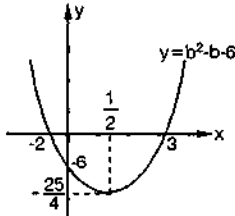
$$\frac{-4(-b-6) - 4b^2}{-4} < 0$$

$$\frac{-4(-b-6+b^2)}{-4} < 0$$

$$b^2 - b - 6 < 0$$

$y = b^2 - b - 6$ ifadesi b ye bağlı bir paraboldür.

Bu parabolün grafiğinden görüleceği gibi
 $b^2 - b - 6 < 0 \Rightarrow -2 < b < 3 \dots (\star\star)$ olur.



(Bir sonraki ünite de
 $b^2 - b - 6 < 0$ in çö-
 züm kümesini farklı
 bir yöntemle bula-
 cağız.)

($\star$) ve ($\star\star$) dan

($b < 0$ ve $-2 < b < 3$) $\Rightarrow -2 < b < 0$ dir.

Cevap C

12. $-x^2 + bx + c = 0$ in kökleri olan x_1 ve x_2 sayıları
 parabolün Ox eksenini kestiği noktaların apsisi-
 leridir.

Şekilde verilenlere göre, $x_1 = -2$ ve $x_2 = 6$ dir.

$$x_1 + x_2 = -2 + 6$$

$$-\frac{b}{-1} = 4$$

$$b = 4 \dots (\star)$$

$$x_1 \cdot x_2 = (-2)(6)$$

$$\frac{c}{-1} = -12$$

$$c = 12 \dots (\star\star)$$

$$b \cdot c = 48 \text{ dir.}$$

Cevap E

13. $x = f(y)$ parabolün Oy eksenine teğet olabilmesi
 için, parabolün tepe noktasının Oy ekseninde
 olması gerekir.

$y = -2$ de parabol Oy eksenine teğet olduğuna
 göre, tepe noktası T (0, -2) dir.

Fonksiyon $x = f(y)$ biçiminde olduğundan tepe
 noktası T(r, k) değil T(k, r) dir.

$$r = -\frac{-B}{2 \cdot 1}$$

$$-2 = \frac{B}{2}$$

$$B = -4 \dots (\star)$$

$$\frac{4 \cdot 1 \cdot (-C) - (-B)^2}{4 \cdot 1} = 0$$

$$-4C - B^2 = 0$$

$$-4C - (-4)^2 = 0$$

$$-4C - 16 = 0$$

$$C = -4 \dots (\star\star)$$

$$\frac{B}{C} = \frac{-4}{-4} = 1 \text{ dir.}$$

Cevap D

14.

(I. Yol)

$2x^2 - 4x + m + 1 = 0$ in kökleri olan x_1 ve x_2
 sayıları, verilen A ve B noktalarının apsiseridir.

$$|AB| = 4$$

$$|x_1 - x_2| = 4$$

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 4$$

$$\frac{\sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (m+1)}}{|2|} = 4$$

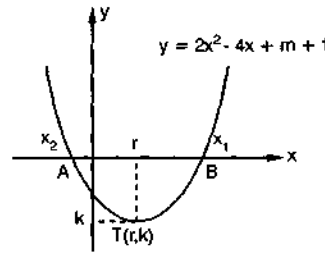
$$\frac{\sqrt{16 - 4 \cdot 2 \cdot (m+1)}}{2} = 4$$

$$\sqrt{16 - 8m - 8} = 8$$

$$8 - 8m = 64$$

$$m = -7$$

(II. Yol)



$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-4}{2} = 2 \dots (\star)$$

$$|AB| = 4 \Rightarrow x_1 - x_2 = 4 \dots (\star\star)$$

($\star$) ve ($\star\star$) dan

$$x_1 + x_2 = 2$$

$$+ x_1 - x_2 = 4$$

$$x_1 = 3 \text{ ve } x_2 = -1 \text{ dir.}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{m+1}{2}$$

$$3 \cdot (-1) = \frac{m+1}{2}$$

$$-3 = \frac{m+1}{2}$$

$$-6 = m+1$$

$$-7 = m$$

$$m = -7 \text{ dir.}$$

Cevap B

15. Verilen, doğru ile parabolü ortak çözelim.

$$x^2 - 3x + c = x + n$$

$$x^2 - 4x + c - n = 0$$

Doğrunun parabole teğet olabilmesi için bu denklemde $\Delta = 0$ olmalıdır. Bu denklemin kökü teğetin değme noktasının apsisi. Bu kök :

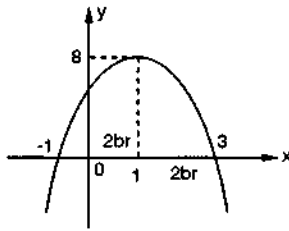
$$\begin{aligned} x_1 = x_2 &= \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{-(-4) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1} \\ &= 2 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Doğrunun parabole teğet olduğu noktanın apsisi 2 dir.

Şu halde, başka bilgiye gerek yoktur.

Cevap A

16.



$x = r$ doğrusu parabolün simetri eksenini olduğundan verilen şekil yandaki gibi düzenlenebilir.

Buna göre, $r = 1$ olur.

Parabolün denklemini bulmak için iki yol vardır.

(I. Yol)

Parabolün Ox eksenini kestiği noktalar biliniyor.

$$y = a(x + 1)(x - 3)$$

$$(1, 8) \text{ için, } 8 = a(1 + 1)(1 - 3)$$

$$8 = a \cdot 2 \cdot (-2)$$

$$a = -2$$

olduğundan

$$y = -2(x + 1)(x - 3)$$

$$= -2(x^2 - 2x - 3)$$

$$= -2x^2 + 4x + 6 \text{ dir.}$$

(II. Yol)

Parabolün tepe noktası olan (1, 8) biliniyor.

$$y = a(x - 1)^2 + 8$$

$$(3, 0) \text{ için, } 0 = a(3 - 1)^2 + 8$$

$$0 = a \cdot 4 + 8$$

$$a = -2$$

$$y = -2(x - 1)^2 + 8$$

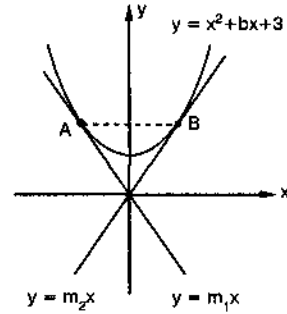
$$= -2(x^2 - 2x + 1) + 8$$

$$= -2x^2 + 4x - 2 + 8$$

$$= -2x^2 + 4x + 6 \text{ olur.}$$

Cevap B

17.



Parabole orijinden geçecek şekilde çizilen teğetin denklemi $y = mx$ olsun.

Parabol denklemiyle teğet denkleminin ortak çözümünü yapalım.

$$x^2 + bx + 3 = mx$$

$$x^2 + (b - m)x + 3 = 0$$

Bu denklemde $\Delta = 0$ olmalıdır. Bu denklemin kökleri değme noktalarının (A ile B nin) apsisi.

Buna göre,

$$\Delta = 0$$

$$(b - m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 0$$

$$(b - m)^2 = 12 \text{ ise,}$$

$$b - m = \sqrt{12} \text{ veya } b - m = -\sqrt{12} \text{ dir.}$$

A noktasının apsisi,

$$x_1 = \frac{-(b - m) + \sqrt{0}}{2} = \frac{-(-\sqrt{12})}{2} = \frac{\sqrt{12}}{2} \text{ olur.}$$

B noktasının apsisi,

$$x_2 = \frac{-(b - m) + \sqrt{0}}{2} = \frac{-(-\sqrt{12})}{2} = \frac{\sqrt{12}}{2}$$

$$|AB| = \left| -\frac{\sqrt{12}}{2} + \frac{\sqrt{12}}{2} \right|$$

$$= \frac{\sqrt{12}}{2} + \frac{\sqrt{12}}{2}$$

$$= \sqrt{12} \text{ dir.}$$

Cevap A

18. Şekildeki doğrunun denklemi

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{-3} = 1$$

$$y = x - 3 \dots (\star)$$

Şekildeki parabol Ox eksenini $x = -2$ ve $x = 3$ te kestiği için,

$$y = a(x + 2)(x - 3) \text{ olur.}$$

Parabol $(0, -6)$ dan geçtiğine göre,

$$-6 = a(0 + 2)(0 - 3)$$

$$-6 = a \cdot 2 \cdot (-3)$$

$$a = 1 \text{ dir.}$$

Buna göre, parabolün denklemleri :

$$y = (x + 2)(x - 3)$$

$$y = x^2 - x - 6 \dots (\star\star) \text{ dir.}$$

A noktasını bulmak için, doğru ile parabolü ortak çözelim.

$$x^2 - x - 6 = x - 3$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0 \text{ ise,}$$

$$x = 3 \text{ veya } x = -1 \text{ olur.}$$

A noktasının apsisi -1 dir.

A noktası $y = x - 3$ doğrusu üzerindedir.

$$x = -1 \text{ için, } y = -1 - 3 = -4 \text{ olur.}$$

Buna göre, $A(-1, -4)$ olur.

$$O \text{ halde, } |BH| = 3 + (-(-1)) = 4 \text{ ve}$$

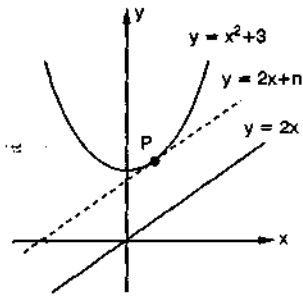
$$|HA| = -(-4) = 4 \text{ tür.}$$

Taralı bölgenin alanı :

$$\frac{|BH| \cdot |HA|}{2} = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8 \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

Cevap D

19.



Parabol üzerindeki $P(x, y)$ noktası $y = 2x$ doğrusuna en yakın nokta olsun. Parabolün P noktasındaki teğeti $y = 2x$ doğrusuna paraleldir. (Yani eğimleri eşittir.) Bu sebeple teğetin denklemleri $y = 2x + n$ şeklindedir.

$y = x^2 + 3$ ve $y = 2x + n$ denklemleri birlikte çözümlürse,

$$x^2 + 3 = 2x + n$$

$$x^2 - 2x + 3 - n = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$0 = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (3 - n)$$

$n = 2$ olmalıdır. Buna göre,

$x^2 - 2x + 3 - 2 = 0$ ise $x^2 - 2x + 1 = 0$ denkleminin kökü olan $x = 1$ değeri parabolün $y = 2x$ doğrusuna en yakın olan noktasının apsisi.

Bu noktanın ordinatı parabolde $x = 1$ yazılarak bulunur.

$$y = x^2 + 3$$

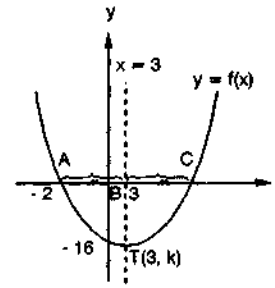
$$y = 1^2 + 3$$

$$= 4 \text{ tür.}$$

Demek ki, aradığımız nokta $P(1, 4)$ tür.

Cevap A

20.



Tepe noktası $(3, k)$ ise $x = 3$ simetri eksenidir.

Buna göre,

$$|AB| = |BC| \text{ dir.}$$

O halde C noktası $(8, 0)$ dir.

Parabolün denklemleri : $y = a(x + 2)(x - 8)$ dir.

Parabol $(0, -16)$ noktasından geçtiğine göre,

$$y = a(x + 2)(x - 8)$$

$$-16 = a(0 + 2)(0 - 8)$$

$$-16 = a(-16)$$

$$a = 1 \text{ olur.}$$

Buna göre,

$$f(x) = (x + 2)(x - 8)$$

$$f(1) = (1 + 2)(1 - 8)$$

$$f(1) = -21 \dots (\star) \text{ olur.}$$

$$g^{-1}\left(\frac{x+1}{x-2}\right) = 2x + 4$$

$$g(2x + 4) = \frac{x+1}{x-2}$$

$$g\left(2 \cdot \left(-\frac{25}{2}\right) + 4\right) = \frac{-\frac{25}{2} + 1}{-\frac{25}{2} - 2}$$

$$g(-21) = \frac{23}{29} \dots (\star\star) \text{ olur.}$$

Buna göre,

$$(g \circ f)(1) = g(f(1))$$

$$= g(-21)$$

$$= \frac{23}{29} \text{ bulunur.}$$

Cevap A

İKİNCİ DERECE DEN FONKSİYONLAR (PARABOL)

Cevaplı Test - 1

1. Aşağıdaki fonksiyonların hangisinin tepe noktası Oy eksenı üzerındedir?

A) $y = x^2 - 3x$ B) $y = (x - 2)^2$
C) $y = -(x - 1)^2 + 3$ D) $y = x^2 - 3$
E) $y = 2x^2 - 3x + 4$

2. $y = 4x^2 + (m - 1)x + 2$ parabolünün tepe noktası $4x - 3 = 0$ doğrusu üzerındedir.

Buna göre, m kaçtır?

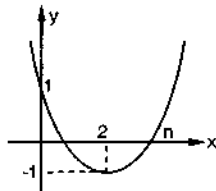
A) -20 B) -12 C) -9 D) -7 E) -5

3. $x + y = n$ doğrusu, $y = x^2$ parabolüne A(a, b) noktasında teğettir.

Buna göre, a kaçtır?

A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

- 4.



Şekilde tepe noktası (2, -1) olan parabolün x eksenini kestiği noktalardan biri A(n, 0) dır.

Buna göre, n kaçtır?

A) 3 B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{2} + 1$
D) $\sqrt{6} - 1$ E) $\sqrt{2} + 2$

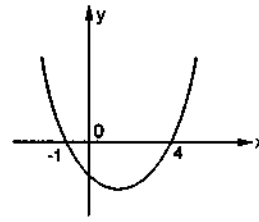
- 5.

$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$

fonksiyonunun tepe noktası aşağıdakilerden hangisidir?

A) (2, -2) B) (-1, 2) C) (-2, 1)
D) (2, -1) E) (1, -1)

- 6.



Şekilde;

$f(x) = ax^2 + bx + c$ denkleminin grafiği verilmiştir.

Buna göre, $3a + b$ kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

- 7.

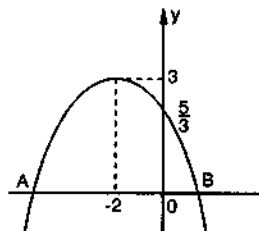
$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = 3x^2 - 6x + 2m - 5$$

parabolünün bir teğeti $y = -2$ doğrusu olduğuna göre, m kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -2

- 8.



Şekilde, tepe noktası (-2, 3) olan $y = f(x)$ parabolünün grafiği verilmiştir.

Buna göre, |AB| kaç birimdir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

- 9.

$$y = x^2 + mx + 3$$

$$y = nx^2 + 4x + 2$$

parabollerinin tepe noktaları eşittir.

Buna göre, m . n kaçtır?

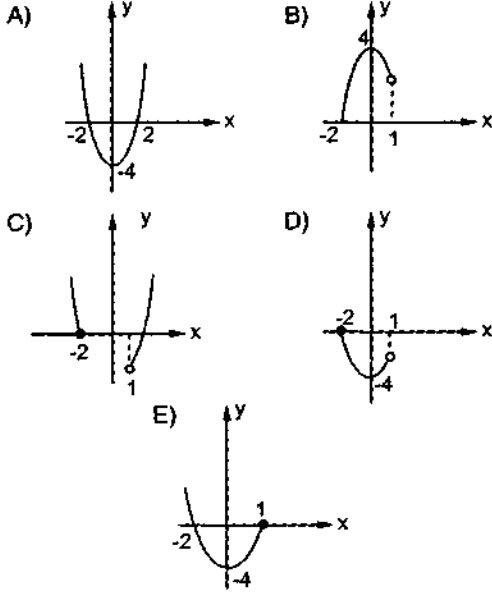
A) -8 B) -4 C) 0 D) 4 E) 8

10. $A = \{x \mid x \in \mathbb{R}, -2 \leq x < 1\}$ olmak üzere

$$f: A \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^2 - 4$$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



11. $f(x) = 4 - x^2$ parabolünün tepe noktası ile $g(x) = (x + 3)^2$ parabolünün tepe noktası arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

12. m pozitif gerçel (reel) sayıdır.

$$f(x) = x^2 - 2x + m$$

parabolünün tepe noktasının orijine olan uzaklığı $\sqrt{10}$ birim olduğuna göre, m kaçtır?

A) 11 B) 10 C) 8 D) 7 E) 4

13. Tepe noktası üçüncü bölgede olan $y = 3x^2 - 2ax + 5$ parabolünün en küçük değeri -7 dir.

Buna göre, bu parabolün tepe noktasının apsisi kaçtır?

A) -6 B) -4 C) -2 D) $-\frac{1}{3}$ E) $-\frac{1}{2}$

14. $(2, 0)$, $(6, 0)$ ve $(0, 5)$ noktalarından geçen parabolün denklemleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = -\frac{5}{12}x^2 - \frac{10}{3}x + 5$ B) $y = \frac{5}{12}x^2 - \frac{5}{3}x + 5$

C) $y = x^2 - 8x + 12$ D) $y = x^2 - 8x + 5$

E) $y = x^2 - 8x - 5$

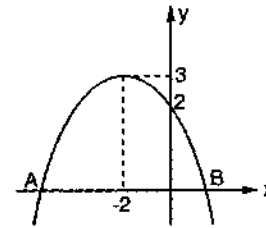
15. $f(x) = x^2 - 2x + m$

fonksiyonunun grafiğinin tepe noktası Ox ekseninde yer almaktadır.

Buna göre, parabolün Oy eksenini kestiği nokta aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-1, 4)$ B) $(0, 1)$ C) $(0, \frac{3}{2})$ D) $(0, 2)$ E) $(0, 3)$

- 16.

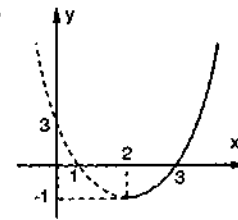


Şekilde, tepe noktası $(-2, 3)$ olan parabol Ox eksenini A ve B noktalarında kesiyor.

Buna göre, $|AB|$ kaç br dir?

A) 4 B) $4\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{2}$ E) 3

- 17.



Şekilde, tanımlı olduğu aralıkta

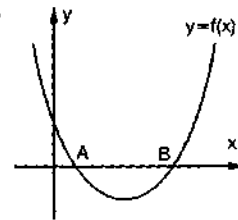
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f^{-1}(8)$ kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) -2 E) -1

- 18.



$f(x) = x^2 - mx + 2m$ parabolü Ox eksenini A ve B noktalarında kesiyor.

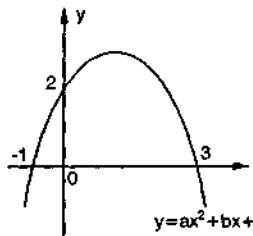
$$|AB| = 3 \text{ br}$$

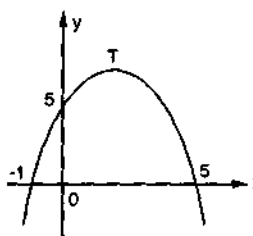
olduğuna göre, m kaçtır?

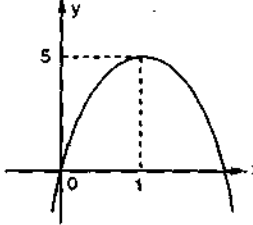
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

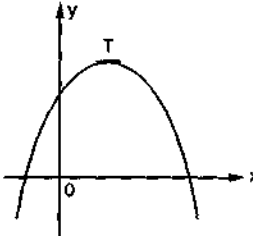
İKİNCİ DERECE DEN FONKSİYONLAR (PARABOL)

Cevaplı Test - 2

1.  Şekildeki parabolün tepe noktası T dir. T noktasının Ox eksenindeki dik izdüşümü T' noktasıdır. Buna göre, |TT'| kaç birimdir?
- A) 2 B) 3 C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{8}{3}$

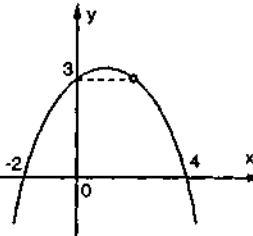
2.  Şekildeki parabolün tepe noktasının ordinatı kaçtır?
- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 16

3.  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünün grafiği yandaki şekilde verilmiştir. Buna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?
- A) -1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4.  $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonun grafiği yandaki şekilde verilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?
- A) $a + b + c = 0$ B) $a \cdot b \cdot c > 0$
C) $a + c > 0$ D) $b + c < 0$
E) $a \cdot c < 0$

5. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = mx^2 + (2m - 1)x + 3$
parabolünün tepe noktası Oy ekseninde-
dir. Buna göre, m kaçtır?
- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{3}$

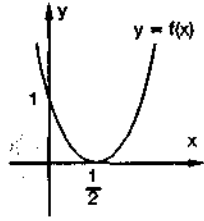
6. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 3x^2 - 12x + a$
parabolünün tepe noktası Ox ekseninde-
rindedir. Buna göre, a kaçtır?
- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

7.  Şekilde, $f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünün grafiği verilmiştir. $f[f(m - 1)] = 3$ eşitliğini sağlayan m değerlerinin toplamı kaçtır?
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

8. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$
olduğuna göre, f'nin görüntü kümesinin en küçük elemanı kaçtır?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = -2x^2 + ax$
f'nin görüntü kümesinin en büyük elemanı 4 olduğuna göre, a'nın alabileceği değerlerden biri aşağıdakilerden hangisidir?
- A) -4 B) -3 C) $-2\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{2}$

10.



Yanda grafiği verilen İkinci dereceden $y = f(x)$ fonksiyonunun denklemleri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ B) $y = 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$
 C) $y = \frac{1}{2}(x - 1)^2$ D) $y = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$
 E) $y = \frac{1}{2}(x + 1)^2$

11. m pozitif reel (gerçek) sayıdır.

$$y = x^2 - mx + 2$$

$$y = 2x^2 + 2x + 6$$

parabollerini birbirine teğettir.

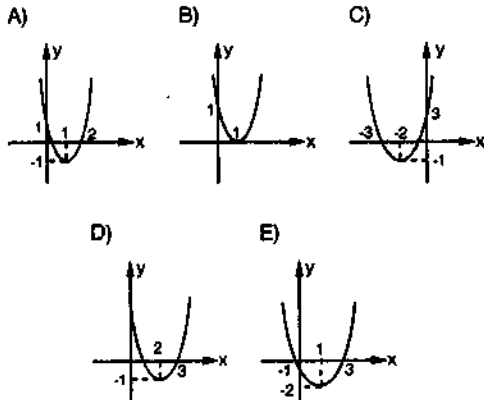
Buna göre m kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

12. f ve g , $\mathbb{R}$ den $\mathbb{R}$ ye tanımlanan birer fonksiyondur.

$$f(x) = x + 2$$

$$g(x) = x^2 - 1$$

olduğuna göre, $(g \circ f)(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?13. $A = \{x \mid -2 \leq x < 5, x \in \mathbb{R}\}$ olmak üzere,

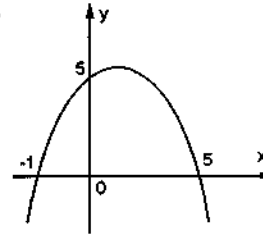
$$f: A \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^2 - 4x$$

olduğuna göre, $f(A)$ görüntü kümesi aşağıdaki aralıklardan hangisidir?

- A) $[2, 5)$ B) $(5, 12]$ C) $[-4, 12]$
 D) $[-4, 5)$ E) $(-4, 5]$

14.

Şekilde, $y = f(x)$ parabolünün grafiği verilmiştir.

Buna göre, bu parabolün tepe noktasının ordinatı kaçtır?

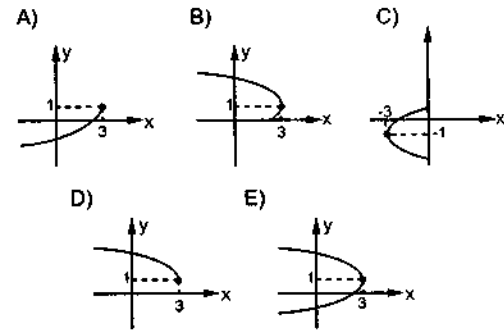
- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

15.

$$f: (-\infty, 3] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow f(x) = 1 - \sqrt{3 - x}$$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

16. $y = x^2 - mx + 2$ parabolü, $y = mx - 2$ doğrusunu iki farklı noktada kesiyor.Buna göre, m aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

İKİNCİ DERECE DEN FONKSİYONLAR (PARABOL)

Cevaplı Test - 3

1. $f(x) = x^2 + 3x - 1$ parabolü ile $g(x) = x + 2$ doğrusu A ve B noktalarında kesişiyorlar.

[AB] doğru parçasının orta noktası aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (-1, 1) B) (1, 3) C) (-3, 1)
D) (-1, 2) E) (2, 2)

2. $f(x) = x^2 + 2x + 3$ parabolü, $y = x + 3$ doğrusunu M ve N noktalarında kestiğine göre, [MN] doğru parçasının uzunluğu kaç birimdir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{10}$

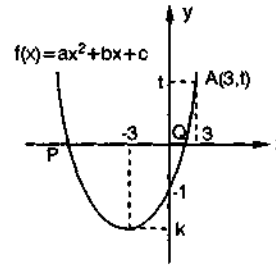
3. Yandaki şekilde T noktası $f(x) = ax^2 + 4x + c$ parabolünün tepe noktası olduğuna göre, ABC dik üçgeninin alanı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{a}{4}$ C) $\frac{a^2}{4}$ D) $\frac{4}{a^2}$ E) $\frac{8}{a^2}$

4. Şekildeki parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = -(x-2)^2 + 4$ B) $y = (x+2)^2 - 4$
C) $y = -\frac{1}{4}(x-2)^2 + 4$ D) $y = -(x-2)^2 - 4$
E) $y = -\frac{3}{4}(x+2)^2 - 4$

5. Tepe noktası $(-3, k)$ olan $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği yandaki şekilde verilmiştir.



Parabol Ox eksenini P ve Q noktalarında kesmektedir.

$$|PQ| = 8 \text{ br}$$

olduğuna göre, t nin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{15}{4}$ E) $\frac{20}{7}$

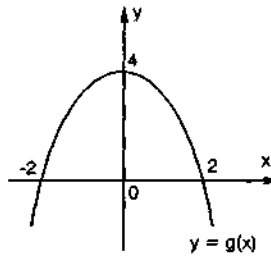
6. a nın hangi pozitif değeri için, $(0, -2)$ noktasından $y = x^2 + ax + 7$ parabolüne çizilen teğetler birbirine dik olur?

- A) $\sqrt{19}$ B) $\sqrt{29}$ C) $\sqrt{33}$ D) $\sqrt{35}$ E) $\sqrt{37}$

7. Şekilde, tepe noktası $T(r, k)$ olan $y = f(x)$ parabolünün grafiği ve $y = 12$ doğrusu verilmiştir. Buna göre, AHB dik üçgeninin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{127}{2}$ B) $\frac{128}{3}$ C) 24 D) 12 E) 6

8. Şekilde, $y = g(x)$ parabolünün grafiği verilmiştir.

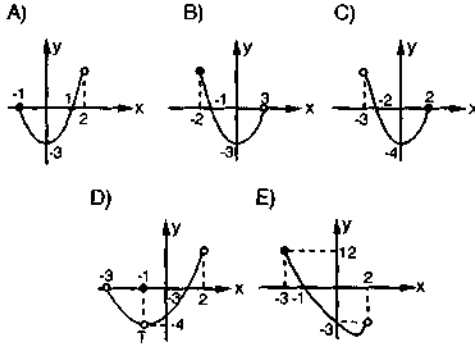


$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & g(x) \geq 0 \\ 2 - x, & g(x) < 0 \end{cases}$$

olduğuna göre, (f o f) (3) kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) 0 D) -1 E) -2

9. $A = \{(x + 1, x^2 - 4) : -3 \leq x < 2, x \in \mathbb{R}\}$ kümesinin analitik düzlemdeki gösterimi aşağıdakilerden hangisi olabilir?



10. $y = 2x$ doğrusu, $f(x) = x^2 + mx + n$ parabolüne, $(2, k)$ noktasında teğettir.

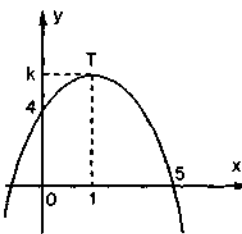
Buna göre, (m, n) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(2, -4)$ B) $(-2, 3)$ C) $(-2, 4)$
D) $(4, -8)$ E) $(-2, -4)$

11. $y = x + 2$ doğrusu ile $y = x^2 - 2x + 3$ parabolünün kesişim noktalarını birleştiren doğru parçasının uzunluğu kaç birimdir?

- A) $3\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $\sqrt{10}$ D) 3 E) 5

- 12.



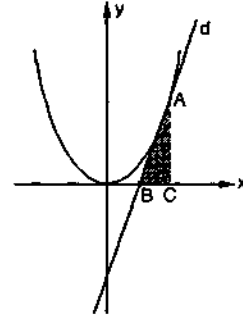
Şekilde, tepe noktası $T(1, k)$ olan

$y = ax^2 + bx + c$ parabolünün grafiği verilmiştir.

Buna göre, $a + b + c$ kaçtır?

- A) $\frac{64}{15}$ B) $\frac{16}{3}$ C) $\frac{8}{3}$ D) 3 E) 2

- 13.



Şekilde, denklemini

$y = 6x - 2$ olan d doğrusu $f(x) = ax^2$ parabolüne A noktasında teğettir.

Buna göre, ABC dik üçgeninin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

14. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

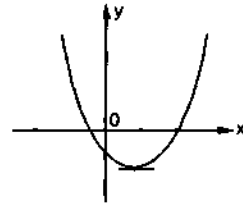
$$f(x) = (m + 2)x^2 + (2m + 1)x - 4$$

fonksiyonu $x = \frac{1}{2}$ için en küçük değerini alıyor.

Buna göre, m kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

- 15.



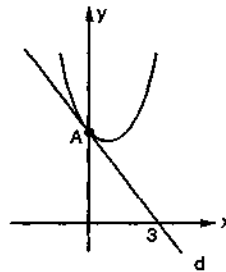
$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun grafiği yandaki şekilde verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $b^2 - 4ac < 0$ B) $a < 0$ C) $\frac{c}{a} > 0$
D) $b \cdot c < 0$ E) $\frac{b}{a} < 0$

- 16.



$y = x^2 + ax + 2$ parabolü Oy eksenini A noktasında kesiyor.

Bu parabolün A noktasındaki teğeti $(3, 0)$ noktasından geçtiğine göre, a kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $-\frac{3}{2}$ E) $-\frac{2}{3}$

Bu konunun iyi anlaşılması için, "2. Dereceden Denklemler", "Parabol" ve "Doğrunun grafiği" konularının iyi bilinmesi gerekir.

Son yedi yılın Öğrenci Seçme Sınavı'nda eşitsizliklerle ilgili soru sorulmadı.

EŞİTSİZLİKLER

B

Ö

L

Ü

M

19

⇒ I. BİRİNCİ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ EŞİTSİZLİKLER

⇒ II. İKİNCİ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ EŞİTSİZLİKLER

→ A. FONKSİYONUN İŞARETİNİN İNCELENMESİ

↘ 1. $\Delta > 0$ Durumu

↘ 2. $\Delta = 0$ Durumu

↘ 3. $\Delta < 0$ Durumu

→ B. ÇARPIM VEYA BÖLÜM BİÇİMİNDEKİ EŞİTSİZLİKLER

→ C. EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ

→ D. İKİNCİ DERECE DENKLEMİN KÖKLERİNİN İŞARETLERİNİN İNCELENMESİ

→ E. İKİNCİ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLERİN KÖKLERİNİN BİR REEL SAYI İLE KARŞILAŞTIRILMASI

→ F. MUTLAK DEĞERLİ EŞİTSİZLİKLER

⇒ ÇÖZÜMLÜ TEST

⇒ CEVAPLI TEST (1, 2, 3)

E Ş İ T S İ Z L İ K L E R

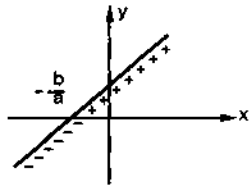
I. BİRİNCİ DERECEDEKİ BİR BİLİNMEYENLİ EŞİTSİZLİKLER

$a, b \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ olmak üzere $f(x) = ax + b$ ifadesine birinci dereceden bir değişkenli polinom (iki terimli) denir. f , $\mathbb{R}$ den $\mathbb{R}$ ye tanımlı bire bir ve örten fonksiyondur.

$y = f(x)$ koşulunu sağlayan noktalar analitik düzlemde bir doğru belirtir.

$f(x)$ fonksiyonu x in bazı değerleri için negatif, bazı değerleri için pozitif, bazı değerleri için de sıfır olur. Hangi x ler için pozitif, hangi x ler için negatif ve hangi x için sıfır olduğunu bulma işlemine $f(x)$ in işaretinin incelenmesi denir.

$a > 0$ için $y = f(x)$ in grafiği



$f(x) = ax + b$ fonksiyonu düzlemde bir doğru belirtir. Bu doğrunun Ox eksenini kestiği nokta $ax + b = 0$ denkleminin kökü olan

$$x_1 = -\frac{b}{a} \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$f(x) = ax + b = a \left(x + \frac{b}{a} \right) = a \left[x - \left(-\frac{b}{a} \right) \right]$$

$$f(x) = ax + b = a(x - x_1) \text{ şeklinde yazılabilir.}$$

Buna göre,

i. $x < x_1$ ise $x - x_1 < 0$ olduğundan

$f(x)$ in işareti a nın işaretinin tersidir.

Yani;

$$a > 0 \text{ ise } f(x) = a(x - x_1) < 0$$

$$a < 0 \text{ ise } f(x) = a(x - x_1) > 0 \text{ dir.}$$

ii. $x > x_1$ ise $x - x_1 > 0$ olduğundan

$f(x)$ in işareti a nın işaretinin aynısıdır.

Yani;

$$a > 0 \text{ ise } f(x) = a(x - x_1) > 0$$

$$a < 0 \text{ ise } f(x) = a(x - x_1) < 0 \text{ dir.}$$

Buna göre, $f(x) = ax + b$ nin işaret tablosu aşağıdaki gibi olur.

	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$f(x) = ax + b$	a nın işaretinin tersi	0	a nın işaretinin aynısı

Örnek 1

$f(x) = 2x - 3$ fonksiyonun işaretini inceleyelim.

Çözüm

$$f(x) = ax + b = 2x - 3 \Rightarrow a = 2 > 0 \text{ dir.}$$

$$f(x) = 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f(x) = 2x - 3$	-	0	+

$$\frac{3}{2} < x \text{ için, } f(x) = 2x - 3 > 0$$

$$x < \frac{3}{2} \text{ için, } f(x) = 2x - 3 < 0 \text{ dir.}$$

Bulunan aralıklardaki bazı değerleri fonksiyonda yerine yazarak inceleyelim.

$$f(x) = 2x - 3$$

$$f(2) = 2 \cdot 2 - 3 = 1 > 0$$

$$f(7) = 2 \cdot 7 - 3 = 11 > 0$$

$$f(0) = 2 \cdot 0 - 3 = -3 < 0$$

$$f(-5) = 2 \cdot (-5) - 3 = -13 < 0$$

Örnek 2

$5x + 3 < 3x + 7$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

Önce verilen ifadeyi sıfırdan büyük ya da küçük durumuna getirerek düzenleyelim.

$$5x + 3 < 3x + 7$$

$$5x - 3x + 3 - 7 < 0$$

$$2x - 4 < 0$$

$$x - 2 < 0$$

eşitsizliği elde edilir.

$$x - 2 = 0 \text{ ise } x = 2 \text{ dir.}$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x) = x - 2$	-	0	+
çözüm			

$$Ç = (-\infty, 2) \text{ dir.}$$

UYARI :

Bazı kitaplarda istenen kısım, bazı kitaplarda istenmeyen kısım taranmaktadır. Biz istenmeyen kısmı tarayacağız.

II. İKİNCİ DERECEDE BİR BİLİNMEYENLİ EŞİTSİZLİKLER

A. FONKSİYONUN İŞARETİNİN İNCELENMESİ

İkinci dereceden fonksiyonun işaretinin incelenmesi $f(x) = ax^2 + bx + c$ nin görüntü kümesinin incelenmesi anlamına gelmektedir. Bunu da x^2 nin katsayısı olan a ya ve Δ ya (diskriminant) bağlı olarak yapabiliriz.

1. $\Delta > 0$ durumu

$f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ ise $f(x)$ in x_1 ve x_2 gibi farklı iki reel kökü vardır.

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a(x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

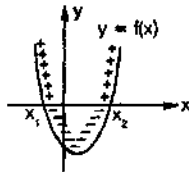
şeklinde yazılabilir. Buna göre,

- $x < x_1 < x_2$ ise $x - x_1 < 0$ ve $x - x_2 < 0$ olur.
Buradan $(x - x_1)(x - x_2) > 0$ olur.
 $a > 0$ ise $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2) > 0$
 $a < 0$ ise $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2) < 0$
olur. Yani $f(x)$, x^2 nin katsayısı olan a ile aynı işareti alır.
- $x_1 < x_2 < x$ ise $x - x_1 > 0$ ve $x - x_2 > 0$ olur.
Buradan $(x - x_1)(x - x_2) > 0$ olur.
Bu durumda $f(x)$, a ile aynı işareti alır.
- $x_1 < x < x_2$ ise $x - x_1 > 0$ ve $x - x_2 < 0$ olup
 $(x - x_1)(x - x_2) < 0$ dir. Buradan,
 $a > 0$ ise $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2) < 0$
 $a < 0$ ise $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2) > 0$
olur. Yani $f(x)$, a ile ters işareti alır. Bunu bir tablo ile aşağıdaki biçimde gösterebiliriz.

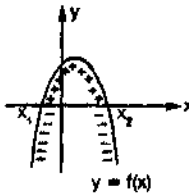
x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$f(x) = ax^2+bx+c$	$a>0$	$+$	$-$	$+$
	$a<0$	$-$	$+$	$-$
		a ile aynı işareti	a ile ters işareti	a ile aynı işareti

$f(x)$ parabol belirttiğine göre, işaret incelemesini analitik düzlemde gösterelim.

$a > 0$ için,



$a < 0$ için,



Örnek 3

$$f(x) = x^2 - 3x + 2$$

üç terimlisinin işaretini inceleyelim.

Çözüm

Önce verilen ifadenin köklerini bulalım.

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x - 1) \cdot (x - 2) = 0 \text{ ise,}$$

$$x = 1 \text{ veya } x = 2 \text{ dir.}$$

Buna göre, tablo aşağıdaki gibi oluşur.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$f(x) = x^2 - 3x + 2$	+	0	-	0	+

$$x < 1 \Rightarrow f(x) \text{ pozitifdir.}$$

$$x > 2 \Rightarrow f(x) \text{ pozitifdir.}$$

$$1 < x < 2 \Rightarrow f(x) \text{ negatiftir.}$$

$$x = 1 \text{ veya } x = 2 \text{ için, } f(x) \text{ sıfırdır.}$$

Örnek 4

$$x^2 - 5x + 4 < 0$$

eşitsizliğin çözümü kümesini bulalım.

Çözüm

Önce verilen ifadeyi sıfıra eşitleyip, köklerini bulalım.

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(x - 1)(x - 4) = 0 \text{ ise,}$$

$$x = 1 \text{ veya } x = 4$$

Bu kökleri tabloya yerleştirelim.

x	$-\infty$	1	4	$+\infty$	
$x^2-5x+4<0$	+	0	-	0	+
	gözüm				

$$1 < x < 4$$

$$\mathcal{C} = \{x \mid 1 < x < 4, x \in \mathbb{R}\}$$

2. $\Delta = 0$ durumu

$f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun sıfıra eşitlenmesiyle oluşan denklemde $\Delta = 0$ ise $f(x)$ tamkaredir. Yani

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a(x - r)^2 \text{ şeklindedir.}$$

$$a(x - r)^2 = 0 \text{ ın kökleri}$$

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} \text{ dir.}$$

O halde $f(x) = a(x - x_1)$ dir.

i. $x \neq x_1$ ise $(x - x_1)^2 > 0$ olup,

$f(x) = a(x - x_1)^2$ nin işareti a nın işareti ile aynıdır.

ii. $x = x_1$ ise $f(x) = (x - x_1)^2 = 0$ olduğu açıktır. Sıfır işaretsizdir, negatif veya pozitif aralıklara dahil edilmez.

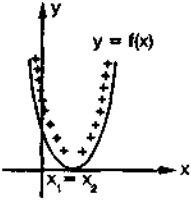
x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
$f(x) = ax^2 - bx + c$	$a > 0$	+	+
$\Delta = 0$	$a < 0$	-	-
		a ile aynı işareti	a ile aynı işareti

Bu durumu analitik düzlemde gösterelim :

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$\Delta = 0$$

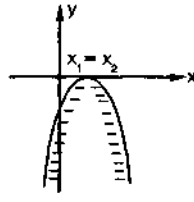
$$a > 0$$



$$y = ax^2 + bx + c$$

$$\Delta = 0$$

$$a < 0$$



Örnek 5

$$f(x) = 4x^2 - 4x + 1$$

İfadesinin işaretini inceleyelim.

Çözüm

$a = 4 > 0$ ve $f(x) = 4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2$ dir.

$f(x) \geq 0 \Rightarrow x_1 = x_2 = \frac{1}{2}$ dir. Buna göre,

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x) = 4x^2 - 4x + 1$		+	+

$x > \frac{1}{2}$ ise, $f(x)$ pozitifdir.

$x < \frac{1}{2}$ ise, $f(x)$ pozitifdir.

$x = \frac{1}{2}$ ise, $f(x) = 0$ dir.

Örnek 6

$$x^2 - x + \frac{1}{4} < 0$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$$x^2 - x + \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 0 \text{ ise}$$

$$x_1 = x_2 = \frac{1}{2} \text{ bulunur.}$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 < 0$		+	+

Eşitsizlik negatif sonuçların çıktığı aralıklarda sağlanır. Bunun için, çözüm kümesi : $\emptyset$ dir.

Yukarıdaki tablodan yararlanarak aşağıdaki ifadeleri yazabiliriz.

$$1) x^2 - x + \frac{1}{4} \leq 0 \Rightarrow \mathcal{C} = \left\{\frac{1}{2}\right\}$$

$$2) x^2 - x + \frac{1}{4} > 0 \Rightarrow \mathcal{C} = \left(-\infty, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, +\infty\right) \\ = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$$

$$3) x^2 - x + \frac{1}{4} \geq 0 \Rightarrow \mathcal{C} = \mathbb{R} \text{ dir.}$$

3. $\Delta < 0$ durumu

$f(x) = ax^2 + bx + c$ üç terimisinde $\Delta < 0$ ise denklemin gerçel kökü yoktur.

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a \cdot \left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right]$$

$$f(x) = a \cdot \left[x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}\right]$$

$$f(x) = a \cdot \left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2}\right] \dots (*)$$

şeklinde yazılır.

$\Delta = b^2 - 4ac < 0$ ifadesinin her iki tarafını -1 ile çarparsak, $4ac - b^2 > 0$ olur. Buradan

$$\frac{4ac - b^2}{4a^2} > 0 \text{ olduğunu söyleyebiliriz. O halde,}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 \geq 0 \text{ ve } \frac{4ac - b^2}{4a^2} > 0$$

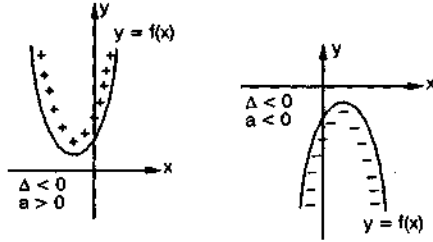
$$\text{olduğundan } \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2} > 0 \text{ dir.}$$

Buna göre, $f(x)$ in işareti a nın işaretinin aynısıdır.

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x) = ax^2 + bx + c$		
$\Delta < 0$	$a > 0$	$+$ $+$ $+$
	$a < 0$	$-$ $-$ $-$

a nın işaretinin aynısı

Bu durumu analitik düzlemde gösterelim :



SONUÇ :

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonu daima pozitif ise, $a > 0$ ve $\Delta < 0$ dir.
- $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonu daima negatif ise, $a < 0$ ve $\Delta < 0$ dir.

Örnek 7

$f(x) = 2x^2 + 3x + n$ üç terimlisinin daima 10 dan büyük olabilmesi için, n hangi aralıkta olmalıdır?

Çözüm

$\forall x \in \mathbb{R}$ için, $f(x) > 10$ ise,

$$2x^2 + 3x + n > 10$$

$$2x^2 + 3x + n - 10 > 0$$

eşitsizliğin daima sağlanması gerekir.

Bunun için, $a > 0$ ve $\Delta < 0$ olmalıdır.

$a = 2 > 0$ olduğundan $\Delta < 0$ olmalıdır.

$$\Delta = b^2 - 4ac < 0$$

$$3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (n - 10) < 0$$

$$9 - 8n + 80 < 0$$

$$89 < 8n$$

$$\frac{89}{8} < n \text{ olur.}$$

B. ÇARPIM VEYA BÖLÜM BİÇİMİNDEKİ EŞİTSİZLİKLER

Bu eşitsizlikler, birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler ile ikinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler yardımıyla çözülür. Herhangi bir eşitsizliğin işaretinin incelenmesinde aşağıdaki 5 adım izlenerek çözüm yapılır. Bu, bütün eşitsizliklerde uygulanabilen pratik bir çözüm yoludur.

- Verilen ifadedeki her çarpan ayrı ayrı sıfıra eşitlenerek kökleri bulunur.
- Bulunan bu kökler tabloda sıralanır.
- Sistemin işareti belirlenir.

Sistemin işareti her çarpandaki en büyük dereceli x değişkeninin katsayısının işaretleri çarpılarak bulunur.

- Bulunan bu işaret tablonun en sağındaki kutuya yazılır.
- Tablodaki diğer kutular sırayla sola doğru doldurulur.

Tek katlı kökün soluna sağındaki işaretin tersi, çift katlı kökün soluna sağındaki işaretin aynısı yazılır.

Örnek 8

$$f(x) = \frac{x^2 - 8x + 7}{(x+2)^2} < 0$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

- $x^2 - 8x + 7 = 0 \Rightarrow x_1 = 1$ veya $x_2 = 7$ olur.
 $(x+2)^2 = 0 \Rightarrow x_3 = x_4 = -2$ olur.
- $f(x)$ in payındaki çok terimlinin en büyük dereceli terimi x^2 dir. Katsayısı $+1$ dir. Paydanın açılımı yapılırsa en büyük dereceli terimi x^2 olur. Katsayısı $+1$ dir. Buna göre, $f(x)$ i temsil eden işaret $\frac{+1}{+1} = +1$ olduğu için $+$ dir.
- Buna göre, tablonun en sağındaki kutuya $+$ işareti yazılır.
- 7 tek katlı kök olduğu için soluna $-$ yazılır.
1 tek katlı kök olduğu için soluna $+$ yazılır.
 -2 çift katlı kök olduğu için soluna sağındaki işaretin aynısı yani $+$ yazılır.

x	$-\infty$	-2	1	7	$+\infty$
f(x) < 0		+	+	-	+

Buna göre, çözüm kümesi

$$Ç = \{x : 1 < x < 7, x \in \mathbb{R}\} \text{ dir.}$$

Örnek 9

$$x^3 + 1 \leq 2x^2 + 1$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

Verilen eşitsizliğin her iki tarafına - 1 ilave edilirse,

$$x^3 + 1 - 1 \leq 2x^2 + 1 - 1$$

$$x^3 \leq 2x^2$$

$$x^3 - 2x^2 \leq 0$$

$$x^2 \cdot (x - 2) \leq 0 \text{ bulunur.}$$

$$x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ çift katlı kök}$$

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

Şimdi işaretini bulalım.

x^2 nin katsayısı +1 ve $x - 2$ nin başkatsayısı +1 olduğu için, $x^2(x - 2)$ nin başkatsayısının işareti $(+1) \cdot (+1) = +1$ olduğu için, + dır.

Temsilci işaret + olduğu için tablonun en sağındaki kutuya + yazılır.

2 tek katlı kök olduğu için soluna - yazılır.

0 çift katlı kök olduğu için soluna - yazılır.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$x^3 + 1 \leq 2x^2 + 1$		-	-	+

$$Ç = \{x \mid x \leq 2 \text{ ve } x \in \mathbb{R}\}$$

$$Ç = (-\infty, 2] \text{ dir.}$$

Örnek 10

$$f(x) = \frac{(x^2 - 2x + 4)(2 - x)}{(x + 1)(2 + x)} \leq 0$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$$1. \quad x^2 - 2x + 4 = 0 \text{ denkleminde}$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = -12 < 0 \text{ olduğu için, reel kök yoktur.}$$

$$2 - x = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$2 + x = 0 \Rightarrow x = -2$$

2. Bu bulduğumuz kökleri değişim tablosuna küçükten büyüğe doğru yerleştirelim.

$$x^2 - 2x + 4 \text{ ün en büyük dereceli teriminin katsayısı } +1$$

$$2 - x \text{ in en büyük dereceli teriminin katsayısı } -1$$

$$x + 1 \text{ in en büyük dereceli teriminin katsayısı } +1$$

$$2 + x \text{ in en büyük dereceli teriminin katsayısı } +1$$

$$\text{ve } \frac{(+1) \cdot (-1)}{(+1) \cdot (+1)} = -1$$

olduğu için, f(x) i temsil eden işaret - dir.

Tablonun en sağındaki kutuya - yazılır.

Diğer kutular yukarıdaki örneklerde verilen yaklaşımla doldurulur.

x	$-\infty$	-2	-1	2	$+\infty$
f(x) ≤ 0		+	-	+	-

Buna göre,

$$Ç = \{x : -2 < x < -1, 2 \leq x, x \in \mathbb{R}\}$$

$$= (-2, -1) \cup [2, \infty) \text{ olur.}$$

UYARI :

Paydayı sıfır yapan x değerleri ifadeyi tanımsız yapacağı için, çözüm kümesine alınmaz.

UYARI :

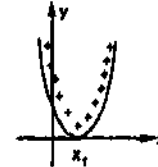
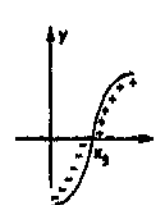
Tek katlı kök, fonksiyonun Ox eksenini kestiği noktadır. Fonksiyonun eksen kesmesi eğrinin bölge değiştirmesi, dolayısıyla da işaretinin değişmesi demektir.

UYARI :

Çift katlı köklerde grafik Ox eksenine teğet olduğundan eğri, bölge değiştirmez dolayısıyla işaret de değiştirmez.

x_5 tek katlı kök

x_1 çift katlı kök



$$(x - 1)^{100} \Rightarrow x = 1 \text{ çift katlı kök}$$

$$(x - 1)^{99} \Rightarrow x = 1 \text{ tek katlı köktür.}$$

Örnek 11

$$f(x) = x^2 - x - 2 \leq 0$$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane tamsayı vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm

$f(x) = x^2 - x - 2 = 0$ ifadesinin kökleri $x = -1$ veya $x = 2$ dir.

Yukarıdaki örneklerde verilen yaklaşımla tabloyu oluşturup, çözüm kümesini belirleyelim.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f(x) \leq 0$	+	0	-	0	+
	çözüm				

$$\mathcal{C} = \{x : -1 \leq x \leq 2, x \in \mathbb{R}\}$$

$$\mathcal{C} = [-1, 2] \text{ dir.}$$

Bu kümedeki tamsayılar : -1, 0, 1, 2 dir.

Buna göre, eşitsizliği sağlayan tamsayılar 4 tanedir.

Cevap C

Örnek 12

$$f(x) = x^2 + x + 2 > 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$f(x) = x^2 + x + 2 = 0$ denkleminde

$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -7 < 0$ olduğundan reel kök yoktur. Dolayısıyla tabloya $f(x)$ in başkatsayısının işareti yazılır.

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x) = x^2 + x + 2$	+	+

O halde, $\mathcal{C} = \mathbb{R}$ olur. Yani $f(x)$ daima pozitifdir.

Örnek 13

$$\frac{3x^2 - x^3}{x+4} > 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$$3x^2 - x^3 = 0$$

$$x^2(3-x) = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \text{ ise } x_1 = 0 \text{ çift katlı köktür.}$$

$$\Rightarrow 3-x = 0 \Rightarrow x_2 = 3$$

$$x+4 = 0 \Rightarrow x_3 = -4$$

Bu kökleri tabloya yerleştirelim.

Sistemin işareti : $\frac{-1}{+1} = -1$ olduğu için - dir.

x	$-\infty$	-4	0	3	$+\infty$
$\frac{3x^2 - x^3}{x+4} > 0$	-	+	0	+	-
		çözüm	çözüm		

$$\mathcal{C} = \{x : -4 < x < 3, x \in \mathbb{R}\} - \{0\}$$

$$= (-4, 3) - \{0\}$$

$$= (-4, 0) \cup (0, 3) \text{ olur.}$$

Örnek 14

$$\frac{(x+2)(1-x)}{-x^2+2x+8} \leq 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

Her çarpanını sıfıra eşitleyip köklerini bulalım.

$$x+2 = 0 \Rightarrow x_1 = -2$$

$$1-x = 0 \Rightarrow x_2 = 1$$

$$-x^2+2x+8 = 0 \Rightarrow x_3 = -2, x_4 = 4 \text{ bulunur.}$$

-2 iki kez tekrarladığı için çift katlı köktür.

Bulunan bu kökleri değişim tablosuna yerleştirelim.

$$\frac{(+1) \cdot (-1)}{-1} = +1 \text{ olduğu için temsilci işaret + dir.}$$

x	$-\infty$	-2	1	4	$+\infty$
$\frac{(x+2)(1-x)}{-x^2+2x+8} \leq 0$	+	+	0	-	+
			çözüm		

Tabloda görüldüğü gibi eşitsizliğin çözüm kümesi,

$$\mathcal{C} = \{x \mid 1 \leq x < 4, x \in \mathbb{R}\} \text{ olur.}$$

$x = 4$ ve $x = -2$ değeri paydayı sıfır yaptığından çözüm kümesine alınmadı.

Örnek 15

$$f(x) = \frac{(3-x)^2 \cdot (x^2+6x+5)}{(1-x)(-x^2+x-10)} \leq 0$$

eşitsizliği sağlayan kaç tane doğal sayı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

$$(3 - x)^2 = 0 \Rightarrow x_1 = 3 \text{ çift katlı kök}$$

$$x^2 + 6x + 5 = 0 \Rightarrow (x + 1)(x + 5) = 0$$

$$\Rightarrow x_2 = -1 \text{ veya } x_3 = -5$$

$$1 - x = 0 \Rightarrow x_4 = 1$$

$-x^2 + x - 10 = 0$ denkleminde

$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-10) = -39 < 0 \text{ olduğundan reel kök yoktur.}$$

O halde kökler : $-5, -1, 1$ ve 3 tür.

Bulunan bu kökleri değişim tablosuna yerleştirelim.

$$\frac{(-1)^2 \cdot (+1)}{(-1) \cdot (-1)} = +1 \text{ olduğu için, temsilci işaret } + \text{ dır.}$$

x	$-\infty$	-5	-1	1	3	$+\infty$
$f(x) \leq 0$	-	0	+	0	-	+
		çözüm		çözüm		

$$\mathcal{C} = \{x \mid -\infty < x \leq -5, -1 \leq x < 1, x = 3, x \in \mathbb{R}\}$$

$$= (-\infty, -5] \cup [-1, 1) \cup \{3\}$$

olduğuna göre, eşitsizliği sağlayan 2 tane doğal sayı vardır. Onlar da 0 (sıfır) ile 3 tür.

Cevap B

Örnek 16

$$\frac{(x+2)^{2002} \cdot (x-3)^{2001}}{(x^2+3) \cdot (x^2+6x+9)} \leq 0$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

Verilen eşitsizlikte

$$x \neq -2 \text{ iken } (x+2)^{2002} > 0$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \text{ için, } x^2 + 3 > 0$$

$$x \neq -3 \text{ iken } x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2 > 0$$

olduğu için ve tek kuvvetler işareti değiştirmedikleri için verilen eşitsizlik yerine $x - 3 \leq 0$ eşitsizliğini çözerek sonuca gidebiliriz.

$$x - 3 \leq 0 \Rightarrow x \leq 3 \Rightarrow \mathcal{C} = (-\infty, 3] \text{ olur.}$$

Ancak, kolayca sonuca ulaşmak için atılan terimlerin kökleri uygunsa çözüm kümesine dahil edilir; uygun değilse çıkarılır. Paydanın kökü olan $x = -3$ ifadeyi tanımsız yapacağı için, çözüm kümesinden çıkarılır.

Buna göre, verilen eşitsizliğin çözüm kümesi :

$$\mathcal{C} = (-\infty, 3] - \{-3\}$$

olur.

UYARI :

$P(x)$ ve $Q(x)$ polinom olmak üzere,

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} \text{ fonksiyonun işareti } Q(x) = 0 \text{ hali dışında}$$

$$g(x) = P(x) \cdot Q(x) \text{ fonksiyonunun işaretinin aynıdır.}$$

Örnek 17

$$\frac{1}{x} < 1$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$$\frac{1}{x} < 1$$

$$\frac{1}{x} - 1 < 0$$

$$\frac{1-x}{x} < 0$$

$$\frac{x-1}{x} > 0$$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$\frac{x-1}{x} > 0$	+	-	+	+
		çözüm		çözüm

$$\mathcal{C} = \{x : x < 0 \text{ veya } x > 1, x \in \mathbb{R}\}$$

$$= (-\infty, 0) \cup (1, \infty)$$

$$= \mathbb{R} - [0, 1]$$

Örnek 18

$$\frac{x}{x+2} \leq \frac{1}{x}$$

eşitsizliğin sağlayan tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

E) 4

Çözüm

$$\frac{x}{x+2} \leq \frac{1}{x}$$

$$\frac{x}{x+2} - \frac{1}{x} \leq 0$$

$$\frac{x^2 - x - 2}{x(x+2)} \leq 0$$

$$\frac{(x-2)(x+1)}{x(x+2)} \leq 0$$

ifadesindeki her çarpanı sıfıra eşitleyerek köklerini bulalım.

$$x - 2 = 0 \text{ ise } x_1 = 2$$

$$x + 1 = 0 \text{ ise } x_2 = -1$$

$$x = 0 \text{ ise } x_3 = 0$$

$$x + 2 = 0 \text{ ise } x_4 = -2$$

O halde kökler : $-2, -1, 0$ ve 2 dir.

x	$-\infty$	-2	-1	0	2	$+\infty$
$\frac{(x-2)(x+1)}{x(x+2)} \leq 0$		+	-	+	-	+
			çözüm		çözüm	

$$\mathcal{C} = (-2, -1] \cup (0, 2]$$

olduğu için, eşitsizliği sağlayan tamsayı değerlerinin toplamı : $(-1) + 1 + 2 = 2$ dir.

Cevap C

C. EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ

İki ya da daha fazla eşitsizliğin oluşturduğu sisteme eşitsizlik sistemi denir.

Bir eşitsizlik sistemindeki eşitsizlikleri birlikte sağlayan x değerlerinin oluşturduğu kümeye eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi denir.

Eşitsizlik sistemlerinde her eşitsizliğin çözüm aralığı ayrı ayrı bulunur. Bu aralıkların kesişim kümesi sistemin çözüm kümesi olarak alınır.

Örnek 19

$$1 \leq \frac{x-2}{4} < 3$$

$$-3 < 2x - 3 < 15$$

eşitsizlik sisteminin sağlayan kaç tane tamsayı vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm

$$1 \leq \frac{x-2}{4} < 3 \Rightarrow 4 \leq x-2 < 12$$

$$\Rightarrow 6 \leq x < 14$$

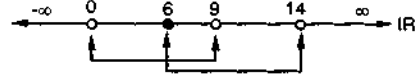
$$\Rightarrow \mathcal{C}_1 = [6, 14)$$

$$-3 < 2x - 3 < 15 \Rightarrow 0 < 2x < 18$$

$$\Rightarrow 0 < x < 9$$

$$\Rightarrow \mathcal{C}_2 = (0, 9)$$

Bu iki eşitsizliği birlikte sağlayan noktaların kümesi



$$\mathcal{C} = \mathcal{C}_1 \cap \mathcal{C}_2$$

$$= [6, 14) \cap (0, 9)$$

$$= [6, 9) \text{ olur.}$$

Bu kümedeki tamsayılar : 6, 7, 8 dir. Buna göre, eşitsizlik sisteminin sağlayan tamsayılar 3 tanedir.

Cevap B

Örnek 20

$$x^2 - 3x - 10 < 0$$

$$x^2 - 5x + 6 \geq 0$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$$x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-5) = 0$$

$$\Rightarrow x = -2 \text{ veya } x = 5$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-3) = 0$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ veya } x = 3$$

Bu eşitsizlikleri aynı değişim tablosuna yerleştirelim.

x	$-\infty$	-2	2	3	5	$+\infty$
$x^2 - 3x - 10 < 0$		+	-	-	-	+
$x^2 - 5x + 6 \geq 0$		+	+	-	+	+
Kesişim			çözüm	çözüm		

Çözüm kümesi, birinci ifadenin negatif ikinci ifadenin pozitif veya sıfır olduğu aralıkların kesişim kümesidir. Buna göre,

$$\mathcal{C} = \{x \mid -2 < x \leq 2 \text{ veya } 3 \leq x < 5, x \in \mathbb{R}\}$$

$$= (-2, 2] \cup [3, 5) \text{ olur.}$$

Örnek 21

$$\frac{x+1}{x-1} > 0$$

$$\frac{1}{x-1} < 0$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

İki ifadeyi de aynı değişim tablosuna yerleştirelim.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$\frac{x+1}{x-1} > 0$	+	0	+	+
$\frac{1}{x-1} < 0$	-	-	-	-
Kesişim		çözüm		

Buna göre,

$$\begin{aligned} \mathcal{C} &= \{x \mid -\infty < x < -1, x \in \mathbb{R}\} \\ &= (-\infty, -1) \text{ olur.} \end{aligned}$$

Örnek 22

$$-1 < x^2 - 2x - 4 < 11$$

eşitsizliklerinin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$$-1 < x^2 - 2x - 4 < 11 \text{ ise,}$$

$$-1 < x^2 - 2x - 4 \text{ ve } x^2 - 2x - 4 < 11$$

$$0 < x^2 - 2x - 3 \text{ ve } x^2 - 2x - 15 < 0 \text{ olur.}$$

Bu iki eşitsizlikten oluşan eşitsizlik sistemini çözelim :

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 3 &= 0 \Rightarrow (x+1)(x-3) = 0 \\ &\Rightarrow x = -1 \text{ veya } x = 3 \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 15 &= 0 \Rightarrow (x+3)(x-5) = 0 \\ &\Rightarrow x = -3 \text{ veya } x = 5 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Buna göre,

x	$-\infty$	-3	-1	3	5	$+\infty$
$x^2 - 2x - 3 > 0$	+	+	0	+	+	+
$x^2 - 2x - 15 < 0$	-	-	-	-	0	+
Kesişim		çözüm		çözüm		

$$\begin{aligned} \mathcal{C} &= \{x \mid -3 < x < -1 \text{ veya } 3 < x < 5, x \in \mathbb{R}\} \\ &= (-3, -1) \cup (3, 5) \text{ olur.} \end{aligned}$$

D. İKİNCİ DERECEDE DENKLEMİN KÖKLERİNİN İŞARETLERİNİN İNCELENMESİ

- a. $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin reel (gerçek) köklerinin varlığı, eşit ya da farklı oluşu denklemin diskriminantına, yani Δ ya bağlıdır.

Köklerin işareti ise denklemin köklerinin çarpımına ($x_1 \cdot x_2$) ve köklerinin toplamına ($x_1 + x_2$) bağlıdır.

UYARI :

$x_1 \cdot x_2 < 0$ ise $\Delta > 0$ dir.

Çünkü, $x_1 \cdot x_2 < 0$

$$\frac{c}{a} < 0 \Rightarrow a \cdot c < 0 \dots (\star) \text{ dir.}$$

$$\Rightarrow -4ac > 0$$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac > 0$$

$$\Rightarrow \Delta > 0 \text{ dir.}$$

1. $x_1 \cdot x_2 < 0$ ise, kökler zıt işaretlidir.

$$x_1 < 0 < x_2 \text{ olsun.}$$

$$\text{i. } x_1 + x_2 > 0 \Rightarrow |x_2| > |x_1|$$

$$\Rightarrow x_2 > |x_1|$$

Mutlak değerce büyük olan kök pozitiftir.

$$\text{ii. } x_1 + x_2 < 0 \Rightarrow |x_1| > |x_2|$$

$$\Rightarrow |x_1| > x_2$$

Mutlak değerce büyük olan kök negatiftir.

$$\text{iii. } x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow |x_1| = |x_2|$$

$$\Rightarrow |x_1| = x_2$$

Mutlak değerce eşit iki kök vardır.

2. $\Delta > 0$ ve $x_1 \cdot x_2 > 0$ ise, kökler aynı işaretlidir.

Köklerin negatif mi yoksa pozitif mi olduğunu görmek için köklerin toplamına bakılır.

$$\text{i. } x_1 + x_2 > 0 \Rightarrow 0 < x_1 < x_2$$

Köklerin ikisi de pozitiftir.

$$\text{ii. } x_1 + x_2 < 0 \Rightarrow x_1 < x_2 < 0$$

Köklerin ikisi de negatiftir.

3. $\Delta > 0$ ve $x_1 \cdot x_2 = 0$ ise, köklerinden biri sıfırdır.

$$\text{i. } x_1 + x_2 > 0 \Rightarrow 0 = x_1 < x_2$$

$$\text{ii. } x_1 + x_2 < 0 \Rightarrow x_1 < 0 = x_2$$

- b. $\Delta = 0$ ise eşit iki reel (gerçek) kök vardır. Bu durumda köklerin çarpımı pozitif veya sıfıra eşittir. Köklerin işaretini belirlemek için köklerin toplamına bakılır.

$$\text{i. } x_1 + x_2 > 0 \text{ ise, } x_1 = x_2 > 0$$

$$\text{ii. } x_1 + x_2 < 0 \text{ ise, } x_1 = x_2 < 0 \text{ dir.}$$

- c. $\Delta < 0$ ise reel (gerçek) kök yoktur.

Verilen bilgileri aşağıdaki tablo ile özetleyelim.

$\Delta < 0$ Denklemin reel (gerçek) kökü yoktur.		
$\Delta = 0$	$x_1 \cdot x_2 > 0$	$x_1 + x_2 > 0 \Rightarrow 0 < x_1 = x_2$
		$x_1 + x_2 < 0 \Rightarrow x_1 = x_2 < 0$
$\Delta > 0$	$x_1 \cdot x_2 > 0$	$x_1 + x_2 > 0 \Rightarrow 0 < x_1 < x_2$
		$x_1 + x_2 < 0 \Rightarrow x_1 < x_2 < 0$
	$x_1 \cdot x_2 = 0$	$x_1 + x_2 > 0 \Rightarrow 0 = x_1 < x_2$
		$x_1 + x_2 < 0 \Rightarrow x_1 < x_2 = 0$
	$x_1 \cdot x_2 < 0$	$x_1 < 0 < x_2$
		$x_1 + x_2 > 0 \Rightarrow x_2 > x_1 $
		$x_1 + x_2 < 0 \Rightarrow x_1 > x_2$
		$x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = x_2$

Örnek 23

$m < 0$ olmak üzere,

$$x^2 - (m-1)x - \frac{m}{2} = 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $x_1 < 0 < x_2$ B) $x_1 < x_2 < 0$ C) $0 < x_1 < x_2$
D) $x_1 = x_2 < 0$ E) $0 < x_1 = x_2$

Çözüm

$$i. \quad \Delta = b^2 - 4ac = (-(m-1))^2 - 4 \cdot 1 \cdot \left(-\frac{m}{2}\right)$$

$$= m^2 - 2m + 1 + 2m$$

$$= m^2 + 1$$

$\forall m \in \mathbb{R}$ için, $m^2 + 1 > 0$ ise, $\Delta > 0$

olduğundan denklemin reel iki farklı kökü vardır.

ii. $m < 0$ olduğuna göre, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-m}{2} > 0$ olduğundan, kökler aynı işaretlidir.

iii. $m < 0$ olduğuna göre,

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -(-(m-1)) = m-1 < 0$$

olduğundan köklerin ikisi de negatiftir.

Yani; $x_1 < x_2 < 0$ dir.

Cevap B

Örnek 24

$$x^2 - 6x + 7 = 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $0 < x_1 < x_2$ B) $x_1 < x_2 < 0$ C) $x_1 < 0 < x_2$
D) $x_1 = x_2 < 0$ E) $0 < x_1 = x_2$

Çözüm

$x^2 - 6x + 7 = 0$ denkleminde, $a = 1$, $b = -6$, $c = 7$ dir.

$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 8 > 0$ olduğundan farklı iki reel kök vardır.

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{7}{1} > 0$$

olduğundan kökler aynı işaretlidir.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-6}{1} = 6 > 0$$

olduğundan köklerin ikisi de pozitiftir.

Yani; $0 < x_1 < x_2$ dir.

Cevap A

Örnek 25

$$mx^2 - 2x + 2m - 1 = 0$$

denkleminin kökleri zıt işaretlidir.

Buna göre, m için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $m < 0$ B) $m > 2$ C) $m < -\frac{1}{2}$
D) $0 < m < \frac{1}{2}$ E) $m > \frac{1}{2}$

Çözüm

$mx^2 - 2x + 2m - 1 = 0$ denkleminde,

$a = m$, $b = -2$, $c = 2m - 1$ olup köklerin zıt işaretli

olabilmesi için $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} < 0$ olmalıdır.

Buna göre;

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2m-1}{m} < 0$$

$$2m - 1 = 0 \Rightarrow m_1 = \frac{1}{2}$$

$m = 0 \Rightarrow m_2 = 0$ olduğuna göre,

Çözüm

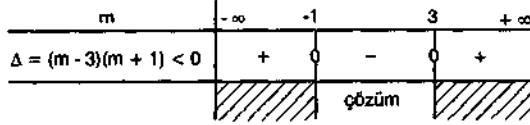
$x^2 - (m+1)x + m+1 = 0$ denkleminin reel kökünün olmaması için, $\Delta < 0$ olmalıdır.

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= [-(m+1)]^2 - 4 \cdot (m+1)$$

$$= m^2 - 2m - 3$$

$$= (m-3)(m+1)$$



$m \in (-1, 3)$ tür.

Cevap C

Örnek 29

$$(m-1)x^2 + 2x - m + 2 = 0$$

denkleminin zıt işaretli iki kökünün olabilmesi için, m hangi aralıkta olmalıdır?

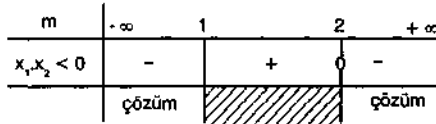
Çözüm

$(m-1)x^2 + 2x - m + 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

Bu köklerin zıt işaretli olması için, $x_1 \cdot x_2 < 0$ olmalıdır.

Buna göre,

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-m+2}{m-1} < 0$$



Buna göre, $-\infty < m < 1$ veya $2 < m < \infty$ olmalıdır.

Bu aralığın çözüm kümesi biçiminde ifadesi

$$\mathcal{C} = (-\infty, 1) \cup (2, \infty)$$

$$= \mathbb{R} - [1, 2] \text{ olur.}$$

Örnek 30

$$x^2 + (m+1)x + m+1 = 0$$

denkleminin köklerinin işaretini inceleyelim.

Çözüm

$x^2 + (m+1)x + m+1 = 0$ denkleminde

$a = 1$, $b = m+1$, $c = m+1$ dir.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (m+1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m+1)$$

$$= m^2 - 2m - 3$$

$$= (m-3)(m+1) \dots (\star)$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{m+1}{1} = m+1 \dots (\star\star)$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{m+1}{1} = -m-1 \dots (\star\star\star)$$

m	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$\Delta = b^2 - 4ac$	+	0	-	+
$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$	-	0	+	+
$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$	+	0	-	-
Kesişim		reel kök yok		

Buna göre verilen denklemin kökleri için aşağıdakiler söylenebilir.

1. $m > 3$ ise,

$\Delta > 0$, $x_1 \cdot x_2 > 0$ ve $x_1 + x_2 < 0$ olduğundan,

farklı iki negatif kök vardır.

$x_1 < x_2 < 0$ dir.

2. $m < -1$ ise,

$\Delta > 0$, $x_1 \cdot x_2 < 0$ ve $x_1 + x_2 > 0$ olduğundan,

mutlak değerce büyük olanı pozitif olmak üzere, zıt işaretli iki kök vardır.

$|x_1| < x_2$ ve $x_1 < 0 < x_2$ dir.

3.

a. $m = -1$ ise,

$\Delta = 0$, $x_1 \cdot x_2 = 0$ ve $x_1 + x_2 = 0$ olduğundan,

köklerinin ikisi de sıfıra eşittir.

$x_1 = x_2 = 0$ dir.

b. $m = 3$ ise,

$\Delta = 0$ ve $x_1 + x_2 < 0$ olduğundan,

eşit iki negatif kök vardır.

$x_1 = x_2 < 0$ dir.

4. $-1 < m < 3$ ise,

$\Delta < 0$ olduğundan,

reel (gerçek) kök yoktur.

E. İKİNCİ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLERİN KÖKLERİNİN BİR REEL SAYI İLE KARŞILAŞTIRILMASI

$f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin reel kökleri $x_1 < x_2$ olmak üzere, x_1 ve x_2 olsun. k reel (gerçek) sayısı ile bu kökleri karşılaştıralım.

$a \cdot f(k) < 0$ ise,	$x_1 < k < x_2$ dir.
$a \cdot f(k) = 0$ ise,	k sayısı x_1 veya x_2 ye eşittir.
$\Delta > 0$	$a \cdot f(k) > 0$
$-\frac{b}{2a} > k$	$k < x_1 < x_2$ dir.
$-\frac{b}{2a} < k$	$x_1 < x_2 < k$ dir.

Örnek 31

$f(x) = (m-2)x^2 - m^2 + 8 = 0$
denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1 < 1 < x_2$$

olduğuna göre, m nin alabileceği değerlerin kümesi (aralığı) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-3, 2) \cup (3, \infty)$ B) $(-2, 2) \cup (3, \infty)$
C) $(2, \infty)$ D) $(1, \infty)$
E) $(-2, 2) \cup (0, \infty)$

Çözüm

$a \cdot f(k) < 0$ olmalıdır. Verilenlere göre,
 $a = m - 2$ ve $k = 1$ dir. Buna göre,

$$a \cdot f(1) < 0$$

$$(m-2) \cdot [(m-2) \cdot 1^2 - m^2 + 8] < 0$$

$$(m-2) \cdot (-m^2 + m + 6) < 0$$

$$-(m-2)(m+2)(m-3) < 0$$

m	$-\infty$	-2	2	3	$+\infty$	
a. $f(x) < 0$	+	0	-	0	+	-
			çözüm			çözüm

m nin alabileceği değerlerin kümesi,

$$Q = \{m : -2 < m < 2 \text{ veya } m > 3, m \in \mathbb{R}\}$$

$$= (-2, 2) \cup (3, \infty) \text{ olur.}$$

Cevap B

Örnek 32

$$f(x) = x^2 - mx - m^2 - 4 = 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1 < -2 < x_2$$

olduğuna göre, m nin alabileceği değerlerin kümesini bulalım.

Çözüm

$a \cdot f(k) < 0$ olmalıdır. Verilenlere göre,

$a = 1$ ve $k = -2$ dir.

Buna göre,

$$a \cdot f(-2) < 0$$

$$1 \cdot [(-2)^2 - m \cdot (-2) - m^2 - 4] < 0$$

$$-m^2 + 2m < 0$$

$$-m(m-2) < 0$$

m	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
a . f(k) < 0	-	0	+	0	-
		çözüm		çözüm	

m nin alabileceği değerlerin kümesi,

$$Q = (-\infty, 0) \cup (2, \infty) \text{ olur.}$$

Örnek 33

$$f(x) = x^2 + (m+4)x + 2m = 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$2 < x_1 < x_2$$

olduğuna göre, m nin alabileceği değerlerin kümesini bulalım.

Çözüm

$$\Delta > 0, a \cdot f(k) > 0 \text{ ve } -\frac{b}{2a} - k > 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$i. \quad \Delta > 0$$

$$(m+4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2m > 0$$

$$m^2 + 16 > 0$$

$$ii. \quad a \cdot f(k) > 0$$

$$1 \cdot f(2) > 0$$

$$1 \cdot (2^2 + (m+4) \cdot 2 + 2m) > 0$$

$$4m + 12 > 0$$

$$4(m+3) > 0$$

$$iii. \quad -\frac{b}{2a} - k > 0$$

$$-\frac{m+4}{2 \cdot 1} - 2 > 0$$

$$\frac{-m-8}{2} > 0$$

m	$-\infty$	-8	-3	$+\infty$
$\Delta > 0$	+	+	+	+
$a \cdot f(k) > 0$	+	+	+	+
$-\frac{b}{2a} - k > 0$	+	+	+	+
Kesişim				

Üç eşitsizliğin birlikte sağlandığı bir reel (gerçek) sayı aralığı yoktur. Buna göre,

$$\emptyset = \emptyset \text{ dir.}$$

Örnek 34

$$f(x) = (m+1)x^2 + mx - 1 = 0$$

denkleminin 5 ten küçük reel iki kökü vardır.

Buna göre, m nin alabileceği değerlerin kümesini bulalım.

Çözüm

$$x_1 \leq x_2 < 5 \Rightarrow \Delta \geq 0, \quad a \cdot f(5) > 0 \text{ ve } -\frac{b}{2a} - 5 < 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$\text{I.} \quad \Delta = b^2 - 4ac \geq 0$$

$$m^2 - 4(m+1) \cdot (-1) \geq 0$$

$$m^2 + 4m + 4 \geq 0$$

$$(m+2)^2 \geq 0$$

$$\text{II.} \quad a \cdot f(k) > 0$$

$$(m+1) \cdot f(5) > 0$$

$$(m+1) \cdot [(m+1) \cdot 5^2 + m \cdot 5 - 1] > 0$$

$$(m+1) \cdot (30m+24) > 0$$

$$\text{III.} \quad -\frac{b}{2a} - k < 0$$

$$-\frac{m}{2(m+1)} - 5 < 0$$

$$\frac{-11m-10}{2(m+1)} < 0$$

m	$-\infty$	-2	-1	$-\frac{10}{11}$	$-\frac{4}{5}$	$+\infty$
$\Delta \geq 0$	+	+	+	+	+	+
$a \cdot f(5) > 0$	+	+	+	+	+	+
$-\frac{b}{2a} - 5 < 0$	-	-	-	-	-	-
çözüm						

Buna göre, m nin alabileceği değerlerin kümesi,

$$\emptyset = (-\infty, -1) \cup \left(-\frac{4}{5}, +\infty\right) \text{ olur.}$$

Örnek 35

$x^2 - (m+1)x + m = 0$ denkleminin $0 < x_1 < 2 < x_2$ koşulunu sağlayan iki kökünün olması için m hangi aralıkta olmalıdır?

$$\text{A) } -\infty < m < -1$$

$$\text{B) } -1 < m < 0$$

$$\text{C) } 0 < m < 1$$

$$\text{D) } 1 < m < 2$$

$$\text{E) } 2 < m < \infty$$

Çözüm

$$f(x) = x^2 - (m+1)x + m = 0 \text{ denkleminde}$$

$x_1 < 2 < x_2$ olabilmesi için $a \cdot f(k) < 0$ olmalıdır.

Buna göre;

$$a \cdot f(k) = 1 \cdot f(2) = 2^2 - (m+1)2 + m = -m + 2$$

m	$-\infty$	2	$+\infty$
$a \cdot f(2) < 0$	+	-	-
			$m > 2$ olmalıdır.

$x_2 > 2$ ve $x_1 \cdot x_2 = m$ olduğu için $m > 2$ iken

$x_1 \cdot x_2 > 0$ olur. Yani köklerin ikisinde pozitifdir.

O halde $2 < m < +\infty$ olmalıdır.

Cevap E

E. MUTLAK DEĞERLİ EŞİTSİZLİKLER

1. $|f(x)| \leq a \Leftrightarrow -a \leq f(x) \leq a$ dir. ($a \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$)

2. $|f(x)| \geq a$ ise $f(x) \geq a$ veya $f(x) \leq -a$

Örnek 36

$|2x - 3| < 2$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$$|2x - 3| < 2 \Leftrightarrow -2 < 2x - 3 < 2$$

$$\Leftrightarrow -2 + 3 < 2x < 2 + 3$$

$$\Leftrightarrow 1 < 2x < 5$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < \frac{5}{2}$$

olduğuna göre, $\emptyset = \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$ olur.

Örnek 37

$4 < (x-2)^2 < 9$ eşitsizliklerinin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

Verilen eşitsizliğin her üç tarafının karekökünü alalım.

$$\sqrt{4} < \sqrt{(x-2)^2} < \sqrt{9}$$

$$2 < |x-2| < 3 \text{ olur.}$$

i. $x \geq 2$ ise, $2 < |x-2| < 3$

$$2 < x-2 < 3$$

$$4 < x < 5$$

ii. $x < 2$ ise, $2 < |x-2| < 3$

$$2 < -(x-2) < 3$$

$$-2 > x-2 > -3$$

$$0 > x > -1$$

$$-1 < x < 0$$

i ve ii birlikte düşünülürse,

$4 < x < 5$ veya $-1 < x < 0$ olur. Buna göre,

$$\mathcal{C} = (4, 5) \cup (-1, 0) \text{ olur.}$$

Örnek 38

$|x^2 - 4x| < 5$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$$|x^2 - 4x| < 5 \Leftrightarrow -5 < x^2 - 4x < 5$$

$$-5 < x^2 - 4x \text{ ve } x^2 - 4x < 5$$

$$x^2 - 4x > -5 \Rightarrow x^2 - 4x + 5 > 0 \dots (\star)$$

$$x^2 - 4x < 5 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 < 0 \dots (\star\star)$$

x	$-\infty$	-1	5	$+\infty$
$x^2 - 4x + 5 > 0$	+	+	+	+
$x^2 - 4x - 5 < 0$	-	+	-	+
		çözüm		

Buna göre, $\mathcal{C} = \{x : -1 < x < 5, x \in \mathbb{R}\}$
 $= (-1, 5) \text{ olur.}$

Örnek 39

$|x^2 - 3x| + x - 3 < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm**(I. Yol)**

Önce mutlak değer içindeki $x^2 - 3x$ ifadesinin işaret tablosunu yapalım.

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
$x^2 - 3x$	+	0	-	+

$$x \leq 0 \text{ veya } x \geq 3 \Rightarrow |x^2 - 3x| = x^2 - 3x \text{ olur.}$$

$$0 < x < 3 \Rightarrow |x^2 - 3x| = -(x^2 - 3x) \text{ olur.}$$

I. $x \leq 0$ veya $x \geq 3$ ise, $|x^2 - 3x| = x^2 - 3x \dots (\star)$

$$|x^2 - 3x| + x - 3 < 0$$

$$x^2 - 3x + x - 3 < 0$$

$$x^2 - 2x - 3 < 0$$

$$(x+1)(x-3) < 0$$

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$x^2 - 2x - 3 < 0$	-	+	-	+
		çözüm		

$$(x \leq 0 \text{ veya } x \geq 3) \text{ ve } -1 < x < 3 \Rightarrow -1 < x \leq 0 \text{ dir.}$$

$$\text{Buna göre, } \mathcal{C}_1 = (-1, 0] \text{ olur.}$$

II. $0 < x < 3$ ise $|x^2 - 3x| = -(x^2 - 3x) \dots (\star)$

$$|x^2 - 3x| + x - 3 < 0$$

$$-(x^2 - 3x) + x - 3 < 0$$

$$-x^2 + 3x + x - 3 < 0$$

$$x^2 - 4x + 3 > 0$$

$$(x-1)(x-3) > 0$$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$x^2 - 4x + 3 > 0$	+	-	+	+
		çözüm		çözüm

$$0 < x < 3 \text{ ve } (x < 1 \text{ veya } x > 3) \Rightarrow 0 < x < 1 \text{ dir.}$$

$$\text{Buna göre, } \mathcal{C}_2 = (0, 1) \text{ olur.}$$

$$\text{O halde } \mathcal{C} = \mathcal{C}_1 \cup \mathcal{C}_2 = (-1, 0] \cup (0, 1)$$

$$= (-1, 1) \text{ dir.}$$

(II. Yol)

$$|x^2 - 3x| + x - 3 < 0$$

$$|x^2 - 3x| < 3 - x$$

$$3 - x > 0 \text{ olmak şartıyla } \dots (\star)$$

$$-(3-x) < x^2 - 3x < 3-x$$

$$-3+x < x^2 - 3x < 3-x \text{ ise,}$$

$$-3+x < x^2 - 3x \Rightarrow x^2 - 4x + 3 > 0 \dots (\star\star)$$

$$x^2 - 3x < 3-x \Rightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \dots (\star\star\star)$$

m	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
$3-x > 0$	+	+	+	0	-
$x^2 - 4x + 3 > 0$	+	+	-	+	+
$x^2 - 2x - 3 < 0$	-	+	-	+	+
Kesişim		çözüm			

$$\mathcal{C} = \{x : -1 < x < 1, x \in \mathbb{R}\}$$

$$= (-1, 1) \text{ olur.}$$

1. $x - 3 < 2x - 5 < x + 8$
eşitsizliklerini sağlayan **en büyük** tamsayı kaçtır?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

2. $x^3 + 1 \leq x^2 + 1$
eşitsizliğinin **en geniş çözüm kümesi** (aralığı) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 0]$ B) $[1, 2)$ C) $[-3, -1]$
D) $(-\infty, 1]$ E) $[1, \infty)$

3. $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-3x+4} \geq 2^{-14}$
eşitsizliğini sağlayan **x tamsayı değerlerinin toplamı** kaçtır?

A) 10 B) 12 C) 13 D) 16 E) 20

4. $(m-1)x^2 + x + m + 2 = 0$
denkleminin **zıt işaretli iki reel kökü** vardır.
Buna göre, m için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $m < -2$ B) $-2 < m < 1$ C) $m > 1$
D) $m < -2$ veya $m > 1$ E) $-2 < m < 2$

5. $mx^2 + (m-3)x + 1 = 0$ denkleminin **negatif iki farklı kökü** vardır.
Buna göre, m için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $m < -1$ veya $m > 9$ B) $m < 0$ veya $m > 9$
C) $1 < m < 9$ D) $m < 9$
E) $m > 9$

6. $f(x) = mx^2 - x + 8 - m = 0$
denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1 > 2 > x_2$$

olduğuna göre, m için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $m < -2$ B) $m > 0$ C) $-2 < m < 1$
D) $-2 < m < 0$ E) $-1 < m < 1$

7. $\frac{x-1}{x+3} \geq 2$

eşitsizliğini sağlayan x tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) -23 B) -22 C) -20 D) -18 E) -15

8. $mx^2 - 2x + m > 0$

eşitsizliği her x reel (gerçek) sayısı için doğrudur.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $m > -1$ B) $m > 1$ C) $m < 0$
D) $m > 0$ E) $0 < m < 1$

9. $\frac{mx^2 + 2x + m}{-x^2 + x - 1} > 0$

eşitsizliğinin **çözüm kümesi** $\mathbb{R}$ dir.

Buna göre, m için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $m < -1$ B) $m > 1$ C) $m > -1$
D) $0 < m < 1$ E) $-1 < m < 0$

10. $f(x) = x^2 - (m+1)x + m = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$-1 < x_1 < 2 < x_2$$

olduğuna göre, m için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $m > -1$ B) $m < -1$ C) $m > 0$
D) $m > 2$ E) $m < 0$

11.

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{|x| + 7} \leq 0$$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\emptyset$ B) $[2, 3]$ C) $[3, \infty)$
D) $[3, \infty) \cup \{2\}$ E) $(-\infty, 2] \cup \{3\}$

12.

$$\sqrt{x-3} < 2$$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[3, 7)$ B) $(1, \infty)$ C) $(2, \infty)$
D) $(-\infty, 7)$ E) $(7, \infty)$

13.

$$\frac{(x-1)^{200} \cdot (x+1)^{400}}{(-x-2)^{197} \cdot (x-5)^{199}} \geq 0$$

eşitsizliği sağlayan kaç tane tamsayı vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

14. m ve n pozitif reel (gerçek) sayıdır.

$$f(x) = (x-m)(n-x) + m + n = 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$m < n$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $m < x_1 < n < x_2$ B) $m < n < x_1 < x_2$
C) $x_1 < m < n < x_2$ D) $x_1 < x_2 < m < n$
E) $m < x_1 < x_2 < n$

15.

$$\frac{(x-1)^3}{x^3-1} \geq 0$$

$$\frac{x^2(-x-5)^6}{(-x-1)^3} \geq 0$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 0]$ B) $(-\infty, 1)$
C) $(-1, \infty)$ D) $\mathbb{R} - \{1, -1\}$
E) $(-\infty, -1) \cup \{0\}$

16.

$$\frac{3^x \cdot (-x^2 + x - 1)}{(x^2 - 3x) \cdot 5^{2x}} \geq 0$$

eşitsizliğini sağlayan x tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

17.

$$f(x) = x^2 - (m-9)x + m - 8 = 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1 < 0 < x_2$$

$$x_2 < |x_1|$$

olduğuna göre, m için aşağıdakilerden hangisi đaina doğrudur?

- A) $-\infty < m < 1$ B) $-\infty < m < 9$
C) $-\infty < m < 8$ D) $8 < m < 9$
E) $-\infty < m < -1$

18.

$$\frac{x}{x-1} > \frac{x-1}{x}$$

eşitsizliğin çözüm aralıklarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ B) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ C) $\left(0, \frac{1}{2}\right)$
D) $(0, 1)$ E) $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$

19.

$$\frac{|x-2|(x+5)}{x+8} \leq 0$$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tamsayısı vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

1. $x - 3 < 2x - 5 < x + 8$

$$x - 3 - x < 2x - 5 - x < x + 8 - x$$

$$-3 < x - 5 < 8$$

$$-3 + 5 < x - 5 + 5 < 8 + 5$$

$$2 < x < 13$$

Buna göre, eşitsizliği sağlayan en büyük tam sayı 12 dir.

Cevap D

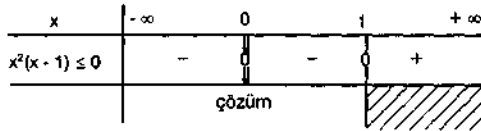
2. $x^3 + 1 \leq x^2 + 1$

$$x^3 - x^2 \leq 0$$

$$x^2(x - 1) \leq 0 \dots (\star)$$

$$x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ çift katlı kök}$$

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$



Buna göre, $\mathcal{C} = (-\infty, 1]$ dir.

Cevap D

3. $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2 - 3x + 4} \geq 2^{-14}$

$$\left(2^{-1}\right)^{x^2 - 3x + 4} \geq 2^{-14} \text{ ise,}$$

$$2^{-x^2 + 3x - 4} \geq 2^{-14}$$

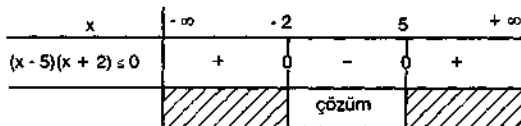
$$-x^2 + 3x - 4 \geq -14$$

$$-x^2 + 3x - 4 + 14 \geq 0$$

$$-x^2 + 3x + 10 \geq 0$$

$$x^2 - 3x - 10 \leq 0$$

$$(x - 5)(x + 2) \leq 0$$



$-2 \leq x \leq 5$ olduğuna göre,

eşitsizliği sağlayan tamsayı değerlerinin toplamı :

$$(-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 12 \text{ dir.}$$

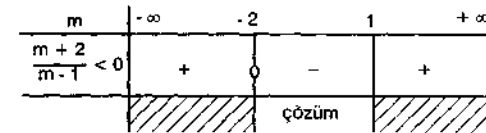
Cevap B

4. $(m - 1)x^2 + x + (m + 2) = 0$ denkleminin kökleri olan x_1 ve x_2 zıt işaretli ise,

$$x_1 \cdot x_2 < 0$$

$$\frac{c}{a} < 0$$

$$\frac{m+2}{m-1} < 0 \text{ dir.}$$



Buna göre, $-2 < m < 1$ dir.

Cevap B

5. $mx^2 + (m - 3)x + 1 = 0$ denkleminin negatif iki farklı kökünün olabilmesi için,

$$\Delta > 0, x_1 \cdot x_2 > 0 \text{ ve } x_1 + x_2 < 0 \text{ olmalıdır.}$$

Buna göre,

1. $\Delta > 0$

$$b^2 - 4ac > 0$$

$$(m - 3)^2 - 4 \cdot m \cdot 1 > 0$$

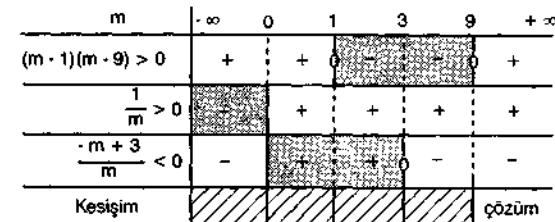
$$m^2 - 6m + 9 - 4m > 0$$

$$m^2 - 10m + 9 > 0$$

$$(m - 1)(m - 9) > 0$$

2. $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{1}{m} > 0$

3. $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{m-3}{m} = \frac{-m+3}{m} < 0$



Buna göre, $m > 9$ dur.

Cevap E

6. $f(x) = mx^2 - x + 8 - m = 0$ denkleminin x_1 ve x_2 kökleri için, $x_1 > 2 > x_2$ koşulunun sağlanabilmesi $m \cdot f(2) < 0$ ile olur.

Buna göre,

$$m \cdot f(2) < 0$$

$$m \cdot (m \cdot 2^2 - 2 + 8 - m) < 0$$

$$m \cdot (3m + 6) < 0$$

m	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$m \cdot f(2) < 0$	+	0	-	+
			çözüm	

$$-2 < m < 0 \text{ olur.}$$

Cevap D

7.

$$\frac{x-1}{x+3} \geq 2$$

$$\frac{x-1}{x+3} - 2 \geq 0$$

$$\frac{x-1-2x-6}{x+3} \geq 0$$

$$\frac{-x-7}{x+3} \geq 0$$

x	$-\infty$	-7	-3	$+\infty$
$\frac{-x-7}{x+3} \geq 0$	-	0	+	-
			çözüm	

Buna göre, $-7 \leq x < -3$ olmalıdır.

Eşitsizliği sağlayan tamsayı değerlerinin toplamı:

$$(-7) + (-6) + (-5) + (-4) = -22 \text{ dir.}$$

Cevap B

8. $ax^2 + bx + c > 0$ ifadesinin çözüm kümesi $\mathbb{R}$ ise, $a > 0$ ve $\Delta < 0$ dir.

$$mx^2 - 2x + m > 0 \text{ eşitsizliği daima doğru ise,}$$

$$m > 0 \text{ ve } \Delta < 0 \text{ dir.}$$

$$m > 0 \dots (\star)$$

$$\Delta < 0$$

$$(-2)^2 - 4 \cdot m \cdot m < 0$$

$$4 - 4m^2 < 0$$

$$1 - m^2 < 0 \dots (\star\star)$$

m	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$m > 0$		-	0	+	
$1 - m^2 < 0$	-	0	+	0	-
Kesişim			çözüm		

O halde, $m > 1$ dir.

Cevap B

9. $\frac{mx^2 + 2x + m}{-x^2 + x - 1} > 0$ eşitsizliğindeki $-x^2 + x - 1$

ifadesinde x^2 nin baş katsayısının işareti (-) ve $\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1) = 1 - 4 = -3$ negatif olduğundan verilen eşitsizliğin paydası daima negatiftir.

Buna göre, verilen eşitsizliğin çözüm kümesinin $\mathbb{R}$ olabilmesi için $mx^2 + 2x + m$ ifadesinin daima negatif olması gerekir.

O halde,

$$m < 0 \dots (\star)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac < 0$$

$$2^2 - 4 \cdot m \cdot m < 0$$

$$4 - 4m^2 < 0$$

$$1 - m^2 < 0 \dots (\star\star)$$

m	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$m < 0$	-	-	0	+	+
$1 - m^2 < 0$	-	0	+	+	0
Kesişim		çözüm			

$$m < -1 \text{ dir.}$$

Cevap A

10. $f(x) = x^2 - (m+1)x + m = 0$ denkleminin kökleri için, $-1 < x_1 < 2 < x_2$ olabilmesi için, $a \cdot f(2) < 0$ ve $a \cdot f(-1) > 0$ koşullarının sağlanması gerekir.

Buna göre,

$$a \cdot f(2) < 0$$

$$1 \cdot (2^2 - (m+1) \cdot 2 + m) < 0$$

$$4 - 2m - 2 + m < 0$$

$$-m + 2 < 0 \dots (\star)$$

$$a \cdot f(-1) > 0$$

$$1 \cdot ((-1)^2 - (m+1)(-1) + m) > 0$$

$$1 + m + 1 + m > 0$$

$$2m + 2 > 0$$

$$m + 1 > 0 \dots (\star\star)$$

m	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$-m + 2 < 0$		+	0	-
$m + 1 > 0$	-	0	+	+
Kesişim		çözüm		

$$m > 2 \text{ dir.}$$

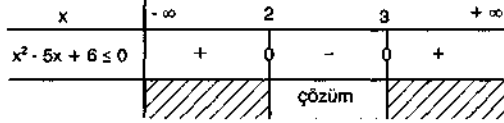
Cevap D

11. $\forall x \in \mathbb{R}$ için $|x| + 7 > 0$ dir.

Buna göre,

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{|x| + 7} \leq 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 \leq 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x-2) \leq 0 \text{ dir.}$$



$$2 \leq x \leq 3 \Rightarrow x \in [2, 3] \text{ olur.}$$

Cevap B

12. $\sqrt{x-3} < 2$ eşitsizliğinde

$x-3 \geq 0 \dots$ (★) olmak üzere,

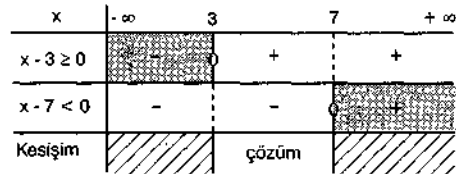
$$\sqrt{x-3} < 2$$

$$(\sqrt{x-3})^2 < 2^2$$

$$x-3 < 4$$

$$x-3-4 < 0$$

$$x-7 < 0 \dots$$
 (★★) olmalıdır.



$$x \in [3, 7) \text{ olur.}$$

Cevap A

13. $(x-1)^{200} = 0 \Rightarrow x = 1$ çift katlı kök

$$(x+1)^{400} = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ çift katlı kök}$$

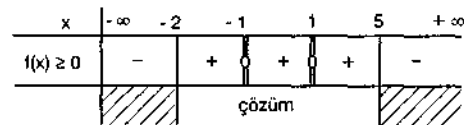
$$(-x-2)^{197} = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ tek katlı kök}$$

$$(x-5)^{199} = 0 \Rightarrow x = 5 \text{ tek katlı kök}$$

İfadelerin işareti :

$$\frac{(+1)^{200} \cdot (+1)^{400}}{(-1)^{197} \cdot (+1)^{199}} = \frac{(+1) \cdot (+1)}{(-1) \cdot (+1)} = -1$$

olduğu için - dir.



$$x \in (-2, 5) \text{ dir.}$$

Eşitsizliği sağlayan tamsayılar -1, 0, 1, 2, 3, 4 tür.

Buna göre, verilen eşitsizliği 6 tane tamsayı sağlar.

Cevap D

14. $f(x) = (x-m)(n-x) + m + n = 0$ ikinci derece denkleminin kökleri olan x_1 ve x_2 ile m, n gerçel sayılarını sıralayabilmemiz için a . $f(m)$ ve a . $f(n)$ ifadelerinin işaretlerini bulmalıyız.

$f(x)$ fonksiyonu düzenlenirse x^2 nin katsayısı -1 olduğu görülür.

Buna göre,

$$\begin{aligned} a . f(m) &= (-1) \cdot [(m-m)(n-m) + m + n] \\ &= (-1) \cdot [0 \cdot (n-m) + m + n] \\ &= (-1) \cdot [m + n] \\ &= -(m + n) \end{aligned}$$

m ve n pozitif olduğuna göre,

$$a . f(m) = -(m + n) < 0 \dots$$
 (★) dir.

Buna göre, m kökler arasındadır. ... (1)

$$\begin{aligned} a . f(n) &= (-1) \cdot [(n-m)(n-n) + m + n] \\ &= (-1) \cdot [(n-m) \cdot 0 + m + n] \\ &= (-1) \cdot [0 + m + n] \\ &= (-1) \cdot [m + n] \\ &= -(m + n) \end{aligned}$$

m ve n pozitif olduğuna göre,

$$a . f(n) = -(m + n) < 0 \dots$$
 (★★) dir.

Buna göre, n kökler arasındadır. ... (2)

O halde, $x_1 < m < n < x_2$ dir.

Cevap C

15. $(x-1)^3 = 0 \Rightarrow x_1 = 1$
 $x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x_2 = 1 \}$ $\Rightarrow x = 1$ çift katlı kök

$$x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \text{ çift katlı kök}$$

$$(-x-5)^6 = 0 \Rightarrow x_2 = -5 \text{ çift katlı kök}$$

$$(-x-1)^3 = 0 \Rightarrow x_3 = -1$$

$$\frac{(x-1)^3}{x^3-1} \geq 0 \text{ sisteminin işareti :}$$

$$\frac{(+1)^3}{+1} = +1 \text{ olduğu için + dir.}$$

$$\frac{x^2(-x-5)^6}{(-x-1)^3} \geq 0 \text{ sisteminin işareti :}$$

$$\frac{+1 \cdot (-1)^6}{(-1)^3} = \frac{+1}{-1} = -1 \text{ olduğu için - dir.}$$

x	-∞	-5	-1	0	1	+∞
$\frac{(x-1)^2}{x^3-1} \geq 0$	+	+	+	+	+	+
$\frac{x^2(-x-5)^6}{(-x-1)^3} \geq 0$	+	0	+	+	+	+
Kesişim		çözüm				

$$C_1 = (-\infty, 1) \cup (1, \infty) = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$C_2 = (-\infty, -1) \cup \{0\}$$

$$C = C_1 \cap C_2 = (-\infty, -1) \cup \{0\}$$

Cevap E

16. $\forall x \in \mathbb{R}$ için, 3^x ve 5^{2x} pozitiftir.

Buna göre,

$$\frac{3^x \cdot (-x^2 + x - 1)}{(x^2 - 3x) \cdot 5^{2x}} \geq 0 \text{ ise,}$$

$$\frac{-x^2 + x - 1}{x^2 - 3x} \geq 0 \text{ olur.}$$

 $-x^2 + x - 1 = 0$ in reel kökü yoktur.

$$x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \text{ veya } x_2 = 3$$

x	-∞	0	3	+∞
$\frac{-x^2 + x - 1}{x^2 - 3x} \geq 0$	-	+	-	-
		çözüm		

Buna göre, $0 < x < 3$ olur. x in alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı : $1 + 2 = 3$ tür.

Cevap B

17. $f(x) = x^2 - (m-9)x + m-8 = 0$

$$x_1 < 0 < x_2$$

$$x_2 < |x_1| \Rightarrow x_2 < -x_1$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 < 0$$

$$\Rightarrow -\frac{b}{a} < 0$$

$$\Rightarrow -\frac{-(m-9)}{1} < 0$$

$$\Rightarrow m-9 < 0$$

$$\Rightarrow m < 9 \dots (\star)$$

$$x_1 < 0 < x_2 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 < 0$$

$$\Rightarrow \frac{c}{a} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{m-8}{1} < 0$$

$$\Rightarrow m-8 < 0$$

$$\Rightarrow m < 8 \dots (\star\star) \text{ dir.}$$

 $(\star)$ ve $(\star\star)$ dan $m < 8$ dir.

Cevap C

18.

$$\frac{x}{x-1} > \frac{x-1}{x}$$

$$\frac{x}{x-1} - \frac{x-1}{x} > 0$$

$$\frac{x^2 - (x^2 - 2x + 1)}{x(x-1)} > 0$$

$$\frac{2x-1}{x(x-1)} > 0$$

x	-∞	0	$\frac{1}{2}$	1	+∞
$\frac{x}{x-1} > \frac{x-1}{x}$	-	+	0	-	+
		çözüm			çözüm

$$C = \left(0, \frac{1}{2}\right) \cup (1, \infty)$$

Cevap C

19. $\forall x \in \mathbb{R}$ için $|x-2|$ ifadesi sıfır veya pozitiftir. Buna göre,

$$\frac{|x-2|(x+5)}{x+8} \leq 0 \Rightarrow \frac{x+5}{x+8} \leq 0 \text{ veya } |x-2|=0 \text{ dir.}$$

O halde,

x	-∞	-8	-5	+∞
$\frac{x+5}{x+8} \leq 0$	+	-	0	+
		çözüm		

$$\frac{x+5}{x+8} \leq 0 \Rightarrow -8 < x \leq -5 \dots (\star)$$

$$|x-2|=0 \Rightarrow x=2 \dots (\star\star)$$

 $C_1 = (-8, -5]$ veya $C_2 = \{2\}$ olduğuna göre,

$$C = C_1 \cup C_2$$

$$= (-8, -5] \cup \{2\} \text{ olur.}$$

Bu kümedeki tamsayılar,

$$-7, -6, -5, 2 \text{ dir.}$$

Buna göre, eşitsizliği sağlayan 4 tane tamsayı vardır.

Cevap C

1. $3x - 4 < 2 \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right)$

eşitsizliğin çözüm kümesi (aralığı) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x > 3$ B) $x < 3$ C) $x < 4$
D) $x > 4$ E) $x < 5$

2. $2x - 1 < 3x + 4 < 2x + 7$

eşitsizliklerini sağlayan tamsayıların toplamı kaçtır?

- A) -7 B) -6 C) -5 D) -4 E) -3

3. $x^2 \leq 2x + 35$

eşitsizliğini sağlayan doğal sayıların toplamı kaçtır?

- A) 13 B) 23 C) 24 D) 26 E) 28

4. $4 < x^2 \leq 25$

eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-5, -2)$ B) $(2, 5]$ C) $[-5, 5]$
D) $[-5, -2) \cup (2, 5]$ E) $[-5, 5] - \{0\}$

5. $15 \leq x^2 - 2x < 80$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane tamsayı vardır?

- A) 4 B) 5 C) 8 D) 10 E) 12

6. $-x(x-3)(x^2+4) \geq 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesi (aralığı) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 0]$ B) $(-\infty, 3]$ C) $[0, 3]$
D) $[3, +\infty)$ E) $[0, +\infty)$

7. $(x-4)^2(x+3)^3 < 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesi (aralığı) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -3)$ B) $(-3, 4)$ C) $(-\infty, -1)$
D) $(-\infty, -2)$ E) $(4, \infty)$

8. $\frac{(x-1)(x+3)}{x-5} < 0$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane doğal sayı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. $\frac{(x-3)^5(9-x^2)^3}{x} \geq 0$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane tamsayı vardır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

10. $\frac{x^2-4}{x^2-5x} \geq 0$

eşitsizliğini sağlamayan tamsayıların toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 10 C) 11 D) 12 E) 14

11. $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-4} < \left(\frac{1}{4}\right)^8$
eşitsizliğini sağlayan en büyük negatif tam sayı kaçtır?
A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

12. $\frac{4}{x-1} < 1$
eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\mathbb{R} - [1, 5]$ B) $(5, +\infty)$ C) $(5, 15)$
D) $(1, +\infty)$ E) $\mathbb{R} - (-1, 5)$

13. $\frac{1}{x} > 2$
eşitsizliğinin çözüm kümesi (aralığı) aşağıdakilerden hangisidir?
A) $(0, 1)$ B) $(0, 2)$ C) $\left(0, \frac{1}{2}\right)$
D) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ E) $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$

14. $\frac{1}{x-2} > \frac{1}{x^2-4}$
eşitsizliğinin çözüm aralıklarından birisi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $(-1, +\infty)$ B) $(-2, -1)$ C) $(-2, +\infty)$
D) $(-\infty, -1)$ E) $(-\infty, -2)$

15. m pozitif tamsayıdır.

$$\frac{x-m}{2m-x} > 0$$

eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesi $(3, n)$ dir.

Buna göre, m . n kaçtır?

- A) 0 B) 3 C) 6 D) 9 E) 18

16. $(-x^2 + 3x - 5)(x^2 - 2x + 3) \geq 0$
eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\emptyset$ B) $\mathbb{R}$ C) $\mathbb{R} - \{0\}$
D) $\mathbb{R} - \{-1, 3, 3\}$ E) $\mathbb{R}^+$

17. $x^2 - 2x + m^2 + 4m = 5$
ifadesi x e bağlı ikinci dereceden bir bilinmeyenli bir denklemdir.
Bu denklemin zıt işaretli iki kökü olduğuna göre, m aşağıdakilerden hangisi olamaz?
A) -6 B) -4 C) -2 D) -1 E) 0

18. $\frac{x-2}{x-5} > 0$
 $\frac{x-8}{25-x^2} \leq 0$
eşitsizlik sistemini sağlayan negatif tam sayıların toplamı kaçtır?
A) -13 B) -12 C) -11 D) -10 E) -9

19. $\frac{2}{x-5} \leq 0$
 $(x-3)^2(5-x)^3 < 0$
eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $(-\infty, 3)$ B) $(5, +\infty)$ C) $\emptyset$
D) $(-\infty, 5)$ E) $(3, +\infty)$

20. $\frac{1}{x-3} > 2$
 $\frac{1}{x-5} < 3$
eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $3 < x < \frac{7}{2}$ B) $-\infty < x < 3$ C) $-\infty < x < \frac{7}{2}$
D) $-\infty < x < 5$ E) $\frac{7}{2} < x < 4$

1.

$$x < x^3 < x^2$$

eşitsizliklerinin çözüm aralığı (kümesi) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\infty < x < -1$ B) $-1 < x < 0$ C) $0 < x < 1$
D) $-1 \leq x \leq 0$ E) $-2 < x < 0$

2.

$$(2x + 3)^2 \cdot (x - 6)^3 < 0$$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane pozitif tamsayı vardır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

3.

$$\frac{(x^2 - 1) \cdot (-x^2 - 4)}{x^2 - 6x + 9} \geq 0$$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane tamsayı vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4.

$$\frac{x^2 - 8x + 7}{x^2 + 3} < 0$$

eşitsizliğini sağlayan tamsayıların toplamı kaçtır?

- A) 13 B) 17 C) 20 D) 24 E) 29

5.

$$\frac{(1-x)^2(x+2)}{3-x} \geq 0$$

eşitsizliğini sağlayan tamsayıların toplamı kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

6.

$$\frac{2x^2 - x^3}{x + 4} > 0$$

eşitsizliğini sağlayan tamsayıların toplamı kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) 0 E) 2

7.

$$\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + 1} \leq 1$$

eşitsizliğini sağlayan en küçük tamsayı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

8.

$$\frac{x}{x-3} \leq \frac{1}{x}$$

eşitsizliğini sağlayan tamsayıların toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

9.

$$\frac{x^2 - 5x}{|x| + 7} < 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesi (aralığı) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x < 2$ B) $x < 3$ C) $0 < x < 5$
D) $0 < x < 6$ E) $-1 < x < 5$

10.

$$0 < \frac{3x-1}{2x+5} < 1$$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x > \frac{1}{3}$ B) $x < -\frac{5}{2}$ C) $\frac{1}{3} < x < 6$
D) $-\frac{5}{2} < x < \frac{1}{3}$ E) $0 < x < \frac{1}{3}$

11. $f(x) = \sqrt{\frac{x+3}{5-x}}$
fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $x < -3$ B) $x > 5$ C) $x > -3$
D) $-3 \leq x < 5$ E) $0 < x < 5$

12. $\frac{-2}{x+3} \leq 0$
eşitsizliğini sağlayan negatif tamsayıların toplamı kaçtır?
A) -2 B) -3 C) -4 D) -5 E) -6

13. $f(x) = (m+1)x^2 + 2mx + m - 1 = 0$
denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.
 $x_1 < 0 < x_2$
olduğuna göre, m nin alabileceği tamsayı değeri kaçtır?
A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

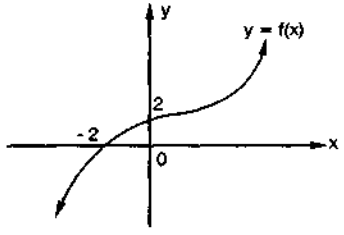
14. $\frac{1}{x} < \frac{1}{x^3}$
eşitsizliğinin çözüm aralığı (kümesi) aşağıdakilerden hangisidir?
A) $(-1, 0)$ B) $(-1, 1)$ C) $(-1, 1) - \{0\}$
D) $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$ E) $(-1, 1) \cup (2, \infty)$

15. $\frac{1}{x+1} > \frac{1}{x^2-1}$
eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı (kümesi) aşağıdakilerden hangisidir?
A) $(-1, 0)$ B) $(-1, 1) \cup (2, \infty)$ C) $(2, \infty)$
D) $(-1, 0) \cup (2, \infty)$ E) $(-2, 1)$

16. $f(x) = nx^2 + 2x + n$
fonksiyonu x in bütün reel (gerçek) sayı değerleri için negatiftir.
Buna göre, n için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
A) $n < 0$ B) $n < -1$ C) $-1 < n < 1$
D) $n > 1$ E) $n > -1$

17. $\frac{-|x-4|}{x^2-3x-4} \geq 0$
eşitsizliğini sağlayan tamsayıların toplamı kaçtır?
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

18. $\frac{(2-x)(x^2+6x+5)}{(1-x)(x^2+5)} \leq 0$
eşitsizliğini sağlayan tamsayıların toplamı kaçtır?
A) -13 B) -9 C) -5 D) -3 E) -2

19. 
Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

- $\frac{2^x \cdot (x+5) \cdot f(x)}{(x-1)^{2002}} \leq 0$
olduğuna göre, x in alabileceği tamsayı değerinin toplamı kaçtır?
A) -16 B) -15 C) -14 D) -13 E) -12

1. $(3-x)^5 + (2-x)^4 \cdot (x-4)^3 + (x-3)^5 \leq 0$

eşitsizliğin çözüm aralığı (kümesi) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x \leq -2$ veya $x \geq 1$ B) $x \leq 0$ veya $x \geq 4$
 C) $x \leq 4$ D) $x \leq 1$
 E) $x \leq -2$ veya $1 \leq x \leq 3$

2. $x^2 - 3x + a > 2 - x$

eşitsizliği her x reel (gerçek) sayısı için doğrudur.

Buna göre, a için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $3 < a$ B) $a < -2$ C) $a \leq -4$
 D) $-4 < a < -2$ E) $-4 < a < -3$

3. $2^x \geq 4^{x+2}$

eşitsizliğin çözüm kümesi (aralığı) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x \leq -1$ B) $x \leq -2$ C) $x \leq -4$
 D) $-4 \leq x < -3$ E) $-4 < x < -3$

4. $\frac{x^2}{x+3} < x-3$

eşitsizliğin çözüm kümesi (aralığı) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -3)$ B) $(-3, 3)$ C) $(0, 3)$
 D) $\emptyset$ E) $\mathbb{R}$

5. $f(x) = x^2 + mx - 2m = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1 < x_2 < 3$$

olduğuna göre, m için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $m > 0$ B) $-6 < m < \frac{9}{5}$ C) $-6 < m < \frac{9}{5}$
 D) $m < 9$ E) $m > -6$

6. $\frac{2}{x-1} < \frac{3}{x}$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x < 3$ B) $x > 1$ C) $x > 3$ veya $0 < x < 1$
 D) $1 < x < 3$ E) $x > 0$

7. $x^2 + mx + n = 0$

denkleminin zıt işaretli iki kökü vardır.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $m > n$ B) $m^2 < n$ C) $m > 0$
 D) $m < n$ E) $n < 0$

8. $|x^2 + x - 2| = 6 - x$

denkleminin reel kökleri toplamı kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

9. $\frac{(x^2 - 6x + 9)(x + 4)^2}{(x - 2)^3} \leq 0$

eşitsizliğini sağlayan en büyük tamsayı,

$x^2 + 2x + m = 0$ denkleminin de bir köküdür.

Buna göre, m kaçtır?

- A) -15 B) -9 C) -3 D) 6 E) 10

10. $\frac{|2x-1|-5}{3+|x-2|} < 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi (aralığı) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2 < x < 3$ B) $-1 < x < 5$ C) $x > 5$
 D) $-2 < x < 5$ E) $\frac{1}{2} < x < 4$

11. $x^2 + mx + m - 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1 < 1 < x_2$$

olduğuna göre, m için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $m < 2$ B) $m < \frac{1}{2}$ C) $m > 1$
D) $-1 < m < 3$ E) $1 < m < \frac{4}{3}$

12.
$$\frac{x^2 \cdot (x^2 - 4)^2}{(x^2 + 3)(x - 3)} \leq 0$$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane x doğal sayısı vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

13. $|x + 1| + 2|x - 2| < 6$

eşitsizliğinin çözüm kümesi (aralığı) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-1 < x < 2$ B) $x > 2$ C) $x < -1$
D) $x < 2$ E) $-1 < x < 3$

14. m pozitif tamsayıdır.

$$(m + 2)^2 x^2 + 2mx > m$$

eşitsizliği her x reel (gerçek) değeri için doğrudur.

Buna göre, m nin alabileceği değerlerin kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\emptyset$ B) $\{1, 2\}$ C) $\{1, 3\}$
D) $\{4\}$ E) $\{1, 4\}$

15.
$$\frac{|x - 3| - 4}{x^2 + |x| + 2} < 0$$

eşitsizliğini sağlayan tamsayıların toplamı kaçtır?

- A) 25 B) 21 C) 19 D) 17 E) 16

16. $2|x|^2 - 5|x| < 0$

eşitsizliğini sağlayan tamsayıların toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 0 D) -2 E) -3

17. $x^2 - ax + a - 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$-2 < x_1 < x_2$$

olduğuna göre, a için aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $-4 < a$ B) $a > -1$ C) $a < -2$
D) $-2 < a < -3$ E) $a > -1$ ve $a \neq 2$

18. $x^2 + 2(m + 1)x - m - 6 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1 < x_2 < 1$$

olduğuna göre, m nin alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 3 D) 4 E) 5

19. $|x + 3| + 9 \geq -2x$

eşitsizliğinin çözüm kümesi (aralığı) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-6, \infty)$ B) $[6, \infty)$ C) $[2, \infty)$
D) $[-3, \infty)$ E) $[-6, -3)$

20.
$$\frac{x^2 + 6x - 7}{(x + 3)^2} \leq 0$$

eşitsizliğini sağlayan tamsayıların toplamı kaçtır?

- A) -24 B) -25 C) -16 D) -27 E) -28

BÖLÜM – 1 ... TEMEL KAVRAMLAR ve SAYI SİSTEMLERİ

TEST – 1		TEST – 2		TEST – 3		TEST – 4		
1. A	11. B	1. D	11. E	1. C	11. D	1. B	11. E	21. E
2. B	12. A	2. C	12. D	2. C	12. C	2. E	12. C	22. C
3. D	13. E	3. A	13. C	3. B	13. A	3. E	13. A	23. C
4. D	14. A	4. A	14. E	4. B	14. C	4. E	14. A	24. D
5. E	15. B	5. E	15. E	5. D	15. D	5. B	15. D	25. D
6. C	16. A	6. C	16. E	6. E	16. D	6. E	16. D	26. E
7. A	17. C	7. C	17. A	7. A	17. E	7. C	17. B	27. C
8. D	18. D	8. B	18. B	8. B	18. E	8. A	18. D	28. C
9. E	19. A	9. C	19. B	9. A	19. C	9. E	19. D	29. B
10. C	20. E	10. A	20. C	10. E	20. B	10. C	20. B	30. C

BÖLÜM – 2 ... BÖLÜNEBİLME ve OBEB – OK EK

TEST – 1		TEST – 2		TEST – 3		TEST – 4		
1. E	11. A	1. E	11. D	1. A	11. E	1. A	11. B	21. D
2. C	12. D	2. D	12. A	2. E	12. B	2. A	12. A	22. E
3. E	13. C	3. E	13. C	3. C	13. E	3. D	13. E	23. B
4. E	14. B	4. C	14. A	4. D	14. E	4. B	14. E	24. A
5. D	15. B	5. D	15. E	5. B	15. D	5. C	15. A	25. D
6. A	16. E	6. B	16. C	6. B	16. D	6. D	16. E	26. B
7. E	17. A	7. D	17. D	7. E	17. C	7. E	17. A	27. C
8. C	18. D	8. D	18. C	8. E	18. E	8. E	18. D	28. A
9. C	19. A	9. E	19. B	9. D	19. A	9. D	19. C	29. E
10. B	20. B	10. D	20. D	10. C	20. C	10. C	20. D	30. D

BÖLÜM – 3 ... RASYONEL SAYILAR

TEST – 1		TEST – 2		TEST – 3	
1. C	11. D	1. B	11. C	1. B	11. C
2. E	12. C	2. B	12. E	2. B	12. D
3. C	13. B	3. A	13. B	3. C	13. D
4. B	14. D	4. E	14. C	4. C	14. D
5. A	15. A	5. C	15. B	5. B	15. C
6. E	16. A	6. D	16. C	6. B	16. E
7. B	17. B	7. D	17. A	7. C	17. C
8. C	18. A	8. D	18. A	8. B	18. C
9. A	19. A	9. C	19. C	9. E	19. E
10. D	20. C	10. D	20. D	10. E	20. E

BÖLÜM – 4 ... SIRALAMA

TEST – 1		TEST – 2		TEST – 3	
1. B	11. E	1. C	11. D	1. C	11. B
2. A	12. B	2. B	12. B	2. C	12. C
3. C	13. C	3. E	13. B	3. D	13. C
4. D	14. B	4. A	14. D	4. B	14. E
5. E	15. B	5. E	15. B	5. D	15. B
6. B	16. D	6. E	16. C	6. C	16. E
7. C	17. B	7. B	17. E	7. A	17. A
8. D	18. C	8. D	18. A	8. A	18. E
9. C	19. D	9. D	19. E	9. B	19. A
10. D	20. D	10. E	20. D	10. D	20. B

BÖLÜM – 5 ... MUTLAK DEĞER**TEST – 1**

1. B	11. C
2. E	12. C
3. C	13. E
4. A	14. C
5. B	15. B
6. B	16. E
7. A	17. A
8. C	18. D
9. D	19. D
10. C	20. D

TEST – 2

1. A	11. B
2. B	12. E
3. E	13. D
4. E	14. C
5. B	15. C
6. B	16. E
7. A	17. B
8. C	18. B
9. E	19. E
10. B	20. E

BÖLÜM – 6 ... ÜSLÜ İFADELER**TEST – 1**

1. E	11. C
2. B	12. D
3. D	13. A
4. C	14. E
5. C	15. A
6. B	16. A
7. A	17. B
8. D	18. A
9. D	19. C
10. E	20. D

TEST – 2

1. A	11. A
2. B	12. E
3. A	13. C
4. B	14. B
5. C	15. D
6. D	16. A
7. C	17. C
8. D	18. D
9. D	19. D
10. A	20. E

TEST – 3

1. B	11. A
2. C	12. B
3. C	13. C
4. E	14. B
5. C	15. D
6. C	16. D
7. D	17. C
8. B	18. B
9. D	19. B
10. E	20. E

TEST – 4

1. E	11. A
2. D	12. B
3. D	13. D
4. A	14. E
5. D	15. E
6. E	16. B
7. D	17. B
8. A	18. A
9. E	19. E
10. C	20. D

TEST – 5

1. D	11. D	21. A
2. A	12. C	22. B
3. B	13. B	23. A
4. A	14. D	24. E
5. D	15. E	25. B
6. A	16. D	26. A
7. E	17. E	27. D
8. B	18. B	28. A
9. C	19. E	29. D
10. A	20. C	30. B

BÖLÜM – 7 ... KÖKLÜ İFADELER**TEST – 1**

1. D	11. C
2. C	12. A
3. A	13. B
4. D	14. A
5. D	15. A
6. E	16. B
7. E	17. C
8. C	18. E
9. C	19. B
10. A	20. D

TEST – 2

1. D	11. B
2. C	12. C
3. D	13. D
4. A	14. A
5. A	15. B
6. C	16. E
7. C	17. C
8. E	18. D
9. D	19. E
10. D	20. B

TEST – 3

1. E	11. A
2. D	12. E
3. D	13. C
4. B	14. B
5. D	15. C
6. C	16. A
7. D	17. B
8. B	18. C
9. B	19. C
10. E	20. C

TEST – 4

1. A	11. A
2. C	12. B
3. C	13. E
4. E	14. B
5. E	15. E
6. A	16. D
7. C	17. A
8. D	18. E
9. E	19. B
10. D	20. E

TEST – 5

1. C	11. C	21. C
2. B	12. D	22. A
3. C	13. A	23. D
4. C	14. D	24. B
5. D	15. D	25. E
6. E	16. A	26. C
7. B	17. A	27. D
8. D	18. C	28. D
9. C	19. E	29. A
10. E	20. C	30. C

BÖLÜM – 8 ... ÇARPANLARA AYIRMA ve RASYONEL KESİRLERİN SADELEŞTİRİLMESİ**TEST – 1**

1. D	11. C
2. B	12. B
3. E	13. A
4. A	14. C
5. C	15. B
6. C	16. B
7. A	17. D
8. D	18. A
9. B	19. A
10. C	20. E

TEST – 2

1. E	11. C
2. B	12. A
3. E	13. D
4. C	14. E
5. B	15. D
6. D	16. E
7. A	17. C
8. D	18. C
9. E	19. B
10. B	20. B

TEST – 3

1. A	11. B
2. C	12. C
3. C	13. A
4. B	14. D
5. D	15. E
6. A	16. B
7. D	17. E
8. C	18. C
9. E	19. D
10. B	20. B

TEST – 4

1. B	11. C
2. D	12. B
3. E	13. C
4. C	14. D
5. B	15. D
6. D	16. E
7. E	17. C
8. B	18. A
9. A	19. E
10. E	20. D

BÖLÜM - 9 ... ORAN - ORANTI

TEST - 1		TEST - 2		TEST - 3		TEST - 4	
1. E	11. B	1. C	11. E	1. A	11. A	1. D	11. A
2. A	12. C	2. E	12. C	2. E	12. B	2. D	12. D
3. C	13. C	3. E	13. D	3. D	13. E	3. A	13. E
4. B	14. D	4. C	14. E	4. B	14. D	4. C	14. D
5. E	15. B	5. D	15. B	5. C	15. C	5. A	15. B
6. A	16. E	6. C	16. C	6. D	16. C	6. C	16. D
7. B	17. E	7. B	17. E	7. B	17. E	7. E	17. B
8. B	18. B	8. E	18. A	8. E	18. A	8. D	18. C
9. A	19. E	9. C	19. D	9. C	19. B	9. D	19. A
10. C	20. B	10. E	20. D	10. B	20. D	10. C	20. B

BÖLÜM - 10 ... DENKLEM ÇÖZME

TEST - 1		TEST - 2		TEST - 3	
1. D	11. A	1. E	11. B	1. D	11. D
2. A	12. A	2. D	12. A	2. E	12. A
3. C	13. B	3. C	13. B	3. E	13. B
4. B	14. C	4. E	14. C	4. D	14. A
5. C	15. B	5. A	15. D	5. C	15. A
6. E	16. C	6. D	16. C	6. D	16. C
7. A	17. E	7. D	17. D	7. A	17. D
8. B	18. D	8. E	18. E	8. A	18. D
9. E	19. B	9. B	19. E	9. A	19. C
10. E	20. E	10. C	20. B	10. E	20. B

BÖLÜM - 11 ... DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

TEST - 1		TEST - 2		TEST - 3		TEST - 4		TEST - 5	
1. C	11. D	1. D	11. D	1. E	11. D	1. B	11. B	1. D	11. B
2. B	12. D	2. D	12. B	2. C	12. E	2. E	12. C	2. B	12. C
3. D	13. B	3. B	13. C	3. C	13. E	3. C	13. C	3. E	13. D
4. A	14. D	4. D	14. A	4. B	14. C	4. B	14. A	4. B	14. B
5. C	15. A	5. A	15. E	5. D	15. A	5. B	15. B	5. E	15. D
6. D	16. C	6. C	16. E	6. D	16. E	6. B	16. B	6. B	16. B
7. E	17. B	7. D	17. D	7. B	17. E	7. E	17. E	7. A	17. B
8. C	18. D	8. C	18. C	8. A	18. A	8. C	18. D	8. E	18. A
9. C	19. D	9. C	19. B	9. C	19. E	9. D		9. A	19. B
10. A	20. E	10. D	20. E	10. B	20. D	10. A		10. C	

BÖLÜM - 12 ... KÜMELER

TEST - 1		TEST - 2		TEST - 3	
1. B	11. D	1. B	11. B	1. C	11. C
2. C	12. C	2. B	12. C	2. E	12. D
3. D	13. E	3. A	13. A	3. C	13. A
4. B	14. A	4. C	14. D	4. C	14. B
5. C	15. B	5. D	15. B	5. D	15. D
6. D	16. C	6. B	16. C	6. E	16. E
7. A	17. D	7. C	17. A	7. D	17. A
8. A	18. B	8. D	18. A	8. A	18. B
9. C	19. C	9. C	19. C	9. E	19. B
10. B	20. D	10. A	20. A	10. C	20. B

BÖLÜM – 13 ... BAĞINTI – FONKSİYON**TEST – 1**

1. B	11. D
2. C	12. E
3. A	13. B
4. B	14. A
5. A	15. A
6. D	16. A
7. A	17. E
8. C	18. E
9. A	19. C
10. B	

TEST – 2

1. B	11. D
2. D	12. D
3. D	13. A
4. C	14. E
5. A	15. D
6. B	16. D
7. B	
8. D	
9. E	
10. C	

TEST – 3

1. B	11. C
2. C	12. B
3. D	13. A
4. A	14. A
5. C	15. D
6. C	16. B
7. D	17. A
8. C	18. C
9. A	19. D
10. E	20. D

TEST – 4

1. C	11. E
2. D	12. A
3. A	13. D
4. E	14. E
5. C	15. C
6. E	16. A
7. D	17. E
8. B	18. A
9. A	19. C
10. D	

BÖLÜM – 14 ... İŞLEM**TEST – 1**

1. D	11. A
2. A	12. B
3. C	13. A
4. A	14. E
5. E	15. E
6. E	16. A
7. C	17. D
8. C	18. A
9. D	
10. B	

TEST – 2

1. B	11. D
2. B	12. C
3. B	13. A
4. A	14. B
5. B	15. D
6. B	16. D
7. E	17. C
8. A	18. D
9. C	
10. A	

TEST – 3

1. C	11. B	21. E
2. D	12. E	22. A
3. D	13. D	23. A
4. C	14. B	24. E
5. B	15. C	25. A
6. E	16. A	26. E
7. D	17. D	27. A
8. B	18. A	
9. D	19. A	
10. E	20. C	

BÖLÜM – 15 ... MODÜLER ARİTMETİK**TEST – 1**

1. E	11. D
2. D	12. C
3. E	13. D
4. A	14. B
5. B	15. E
6. E	16. E
7. A	17. B
8. C	18. A
9. E	19. B
10. A	20. E

TEST – 2

1. D	11. B
2. A	12. C
3. D	13. B
4. E	14. D
5. B	15. C
6. E	16. D
7. A	17. C
8. D	18. B
9. C	19. D
10. E	20. D

TEST – 3

1. C	11. E
2. A	12. B
3. D	13. E
4. D	14. A
5. C	15. C
6. B	16. B
7. C	17. B
8. E	18. D
9. D	19. C
10. B	20. E

BÖLÜM – 16 ... POLİNOMLAR**TEST – 1**

1. C	11. C
2. E	12. D
3. D	13. B
4. C	14. E
5. B	15. A
6. C	16. C
7. A	17. C
8. D	18. B
9. B	19. B
10. A	20. D

TEST – 2

1. D	11. C
2. A	12. B
3. D	13. A
4. A	14. C
5. A	15. E
6. A	16. A
7. D	17. E
8. B	18. C
9. E	19. C
10. A	20. A

TEST – 3

1. D	11. D
2. D	12. C
3. D	13. E
4. A	14. D
5. D	15. C
6. D	16. B
7. A	17. C
8. C	18. D
9. E	19. C
10. B	20. E

TEST – 4

1. C	11. E
2. C	12. E
3. B	13. B
4. E	14. D
5. A	15. E
6. E	16. C
7. A	17. B
8. E	18. B
9. B	19. A
10. C	20. E

TEST – 5

1. A	11. A	21. A
2. C	12. A	22. E
3. E	13. C	23. B
4. D	14. C	24. B
5. D	15. E	25. D
6. B	16. E	26. C
7. C	17. E	27. E
8. B	18. A	28. C
9. D	19. D	29. B
10. C	20. E	30. C

BÖLÜM – 17 ... İKİNCİ VE ÜÇÜNCÜ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

TEST – 1		TEST – 2		TEST – 3		TEST – 4	
1. B	11. E	1. A	11. A	1. B	11. D	1. B	11. B
2. A	12. A	2. D	12. D	2. D	12. B	2. A	12. A
3. C	13. A	3. A	13. A	3. A	13. C	3. A	13. C
4. D	14. D	4. E	14. E	4. C	14. D	4. D	14. A
5. D	15. C	5. D	15. A	5. B	15. B	5. D	15. A
6. B	16. C	6. B	16. D	6. E	16. E	6. D	16. E
7. E	17. E	7. C	17. A	7. C	17. D	7. B	17. D
8. C	18. B	8. A	18. C	8. C	18. E	8. B	18. C
9. B	19. D	9. B	19. E	9. D	19. E	9. E	
10. E	20. A	10. C	20. B	10. A	20. A	10. D	

BÖLÜM – 18 ... İKİNCİ DERECEDEN FONKSİYONLAR (PARABOL)

TEST – 1		TEST – 2		TEST – 3	
1. D	11. C	1. E	11. B	1. A	11. C
2. E	12. E	2. D	12. C	2. D	12. A
3. B	13. C	3. E	13. C	3. D	13. B
4. E	14. A	4. E	14. B	4. C	14. B
5. D	15. B	5. C	15. A	5. E	15. E
6. B	16. B	6. E	16. A	6. D	16. E
7. A	17. A	7. B		7. C	
8. D	18. E	8. C		8. D	
9. D		9. D		9. B	
10. D		10. B		10. C	

BÖLÜM – 19 ... EŞİTSİZLİKLER

TEST – 1		TEST – 2		TEST – 3	
1. B	11. B	1. B	11. D	1. C	11. B
2. A	12. A	2. E	12. B	2. A	12. B
3. E	13. C	3. A	13. E	3. C	13. E
4. D	14. B	4. C	14. D	4. A	14. A
5. D	15. E	5. B	15. B	5. A	15. B
6. C	16. A	6. B	16. B	6. C	16. C
7. A	17. A	7. B	17. A	7. E	17. E
8. C	18. D	8. A	18. A	8. B	18. D
9. B	19. C	9. C	19. C	9. A	19. A
10. C	20. A	10. C		10. A	20. A

