

Adı Soyadı :
Numara :
Süre: 70 dakika

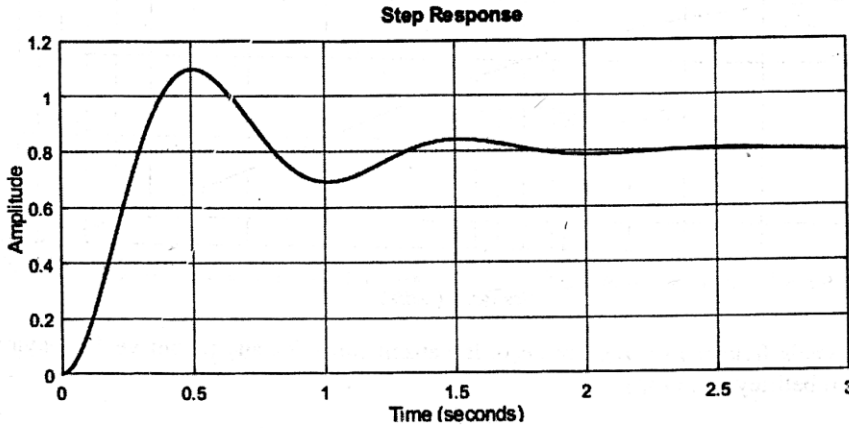
I. Öğretim: ☐
II. Öğretim: ☐

Şubesi:
İmza:

OTOMATİK KONTROL YARIYIL SONU SINAVI SORULARI

Soru 1: PID denetleyici denklemi $u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt}$ olarak yazılabilir. Bu denklemi oluşturan oransal denetleyicinin: $K_P e(t)$, integral denetleyicisinin: $K_I \int_0^t e(\tau) d\tau$ ve türev denetleyicisinin: $K_D \frac{de(t)}{dt}$ her birinin ayrı ayrı hangi amaçla kullanıldığını kısaca açıklayınız. (12p)

Soru 2: Aşağıdaki şekilde bir sistemin birim basamak cevabı görülmektedir. Sistemin dinamik davranış parametrelerine bağlı ikinci derece transfer fonksiyonunu belirleyiniz. (15p)



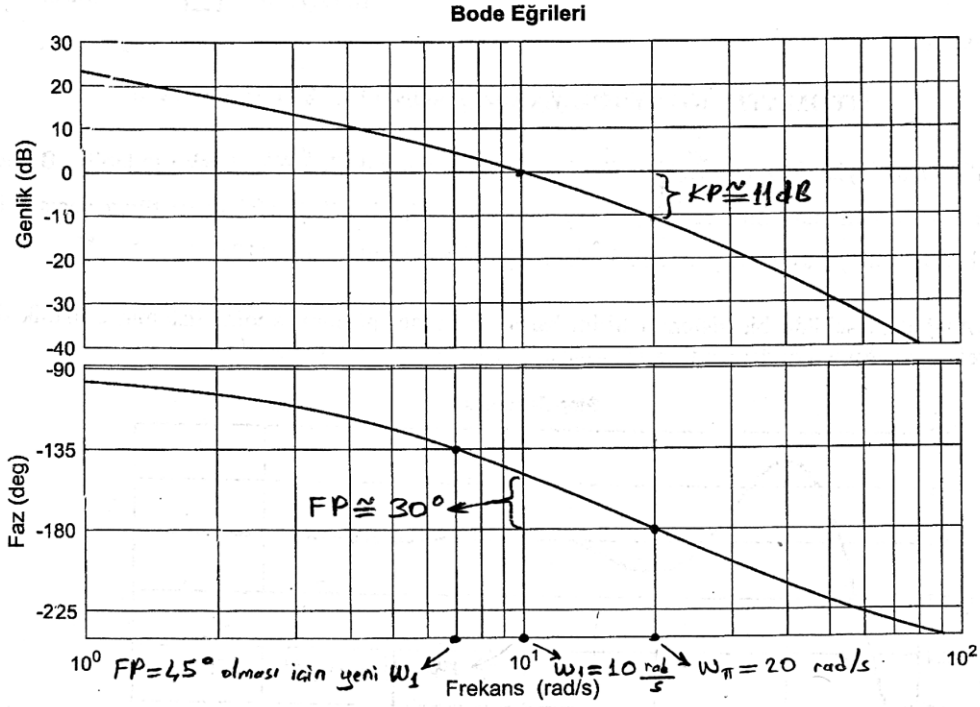
Not: $M_p = e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$, $t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$, $t_r = \frac{\pi - \theta}{\omega_d}$, $t_s = \frac{4}{\xi\omega_n}$, $\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\xi^2}$, $\theta = \arccos(\xi)$

Soru 3: Transfer fonksiyonu $G(s) = \frac{K(s+6)}{s(s^2 + 4s + 8)}$ olan birim geribeslemeli sistemin

- Kök-yer eğrisinin kol sayısını ve reel eksen üzerindeki kollarını belirleyiniz (5p)
- Asimptot açılarını ve asimptotların reel eksen üzerindeki kesişme noktasını bulunuz (5p)
- Kök-yer eğrisinin karmaşık kutuplardan ayrılma açılarını bulunuz (5p)
- Kök-yer eğrisinin sanal eksenini kesişme noktalarını bularak K kazancının sistemin kararlılığına etkisini belirleyiniz. (8p)
- Kök-yer eğrisini yaklaşık olarak çiziniz. (5p)

Soru 4: Transfer fonksiyonu $G(s) = \frac{10}{(s+3)^3}$ olan birim geribeslemeli sistem, kazancı K olan bir oransal denetleyici ile kontrol edilmektedir. Sistemin Nyquist eğrisini çizerek $K = 1$ için kazanç payını bulunuz ve kararlılık durumunu belirleyiniz. (25p)

Soru 5: Aşağıdaki şekilde, birim geribeslemeli bir kontrol sisteminin (çevrim kazancı $K = 1$ için) Bode eğrileri verilmiştir. Aşağıdaki soruları okuyabildiğiniz doğrulukta eğriden okuyarak cevaplayınız.



- a) Sistemin kazanç geçiş frekansını (ω_1), faz geçiş frekansını (ω_π), kazanç payını ve faz payını bularak kararlık durumunu belirleyiniz. (15p)

kazanç geçiş frekansı: $\omega_1 = 10 \text{ rad/s}$, Faz Payı = 30 derece
faz geçiş frekansı: $\omega_\pi = 20 \text{ rad/s}$, Kazanç Payı = 11 dB

Sistemin kararlılık durumu : $KP > 0$ ve $FP > 0$ olduğu için sistem kararlıdır.

- b) Sistemin Faz Payını 45° yapan K kazanç değerini bulunuz. (5p)

$FP = 45^\circ$ olması için sistemin açısının -135° olduğu 7 rad/s frekansı yeni ω_1 frekansı olmalıdır. Yani $\omega_1 = 7 \text{ rad/s}$ frekansında genlik eğrisi 0 dB'den geçmelidir. Bunun için genlik eğrisi 5 dB aşağıdan geçmelidir. Yani sistemin K kazancı 5 dB zayıflatılmalıdır. Bu durumda

yeni K değeri $20 \log_{10} K = -5 \text{ dB}$ eşitliğinden $K = 10^{-5/20} = 0,5623$ olur.

- 1) Oransal denetleyici sistemin cevap hızını arttırmak (yükselme zamanını azaltmak) için, integral denetleyici sistemin kalıcı durum hatasını ortadan kaldırmak (veya azaltmak) için, Türev denetleyicisi sistemin aşım miktarını (ve yerleşme zamanını) azaltmak için kullanılır.

2) $M_p = \frac{y(t_p) - y(\infty)}{y(\infty)} = \frac{1,1 - 0,8}{0,8} = \frac{3}{8} = 0,375$ (% 37,5)

$M_p = e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}} \Rightarrow \xi = \sqrt{\frac{(\ln M_p)^2}{\pi^2 + (\ln M_p)^2}} = \sqrt{\frac{(\ln 0,375)^2}{\pi^2 + (\ln 0,375)^2}} = 0,298$

$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} = 0,5 \text{ s} \Rightarrow \omega_n = \frac{\pi}{0,5 \sqrt{1-(0,298)^2}} = 6,5822 \text{ rad/s}$

$K_s = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{y(t)}{u(t)} = \frac{0,8}{1} = 0,8$ (grafikten görülüyor)

$G(s) = \frac{K_s \omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{0,8 (6,5822)^2}{s^2 + 2(0,298)(6,5822)s + (6,5822)^2}$

$G(s) = \frac{34,66}{s^2 + 3,923s + 43,325}$

3) a) $G(s) = \frac{K(s+6)}{s(s+2+2j)(s+2-2j)} \rightarrow m=1$ sıfırı var $\left. \begin{array}{l} \rightarrow n=3 \text{ kutbu var} \\ n-m=2 \text{ asimptot var.} \end{array} \right\}$

$n=3 \Rightarrow$ kök-yer eğrisinin 3 kolu var.

Reel eksen üzerinde $(-6) \sim (0)$ arasında kök-yer eğrisinin kolu vardır.

b) $n-m=2$ asimptot var.

Asimptot açıları:

$\alpha = \frac{180^\circ}{n-m} (2k+1)$

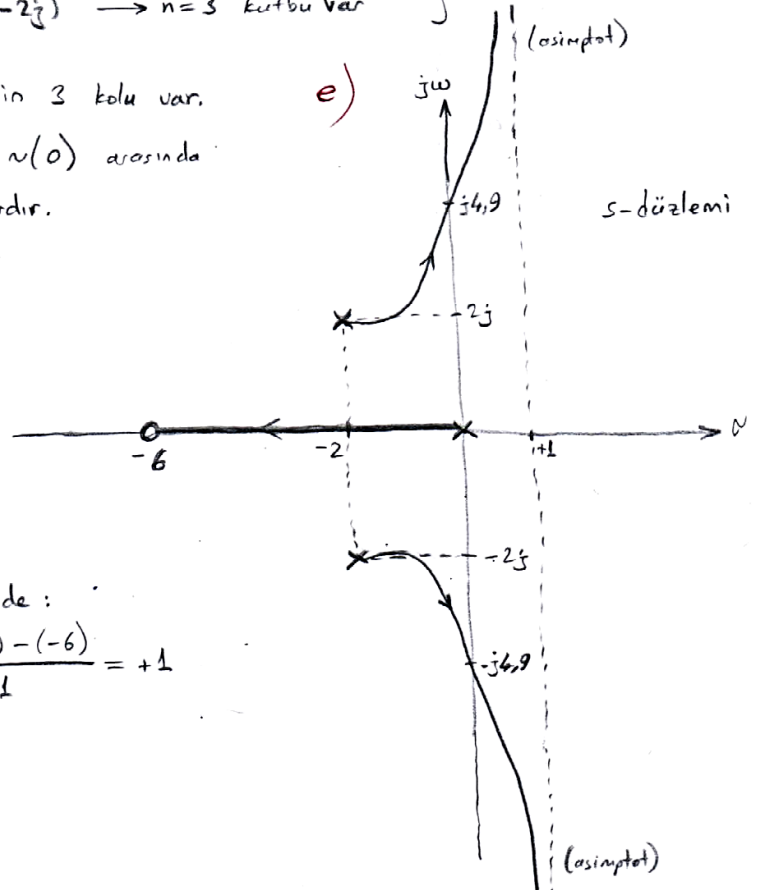
$k=0$ için $\alpha_1 = 90^\circ$

$k=-1$ için $\alpha_2 = -90^\circ$

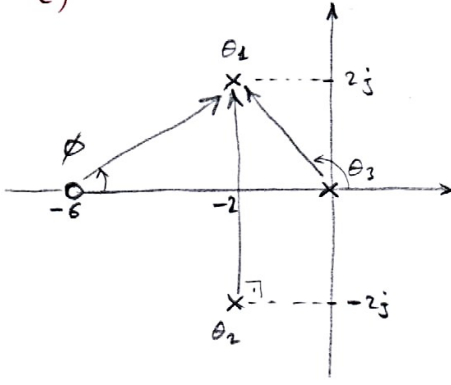
Asimptotlar reel eksen üzerinde:

$\sigma_a = \frac{\sum P - \sum z}{n-m} = \frac{(-2-2-0) - (-6)}{3-1} = +1$

noktasında kesişir.



c)



$$\sum \angle s+z - \sum \angle s+p = 180^\circ (2k+1)$$

$$\phi - (\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) = 180^\circ \rightarrow \theta_1 = ?$$

$$\theta_2 = 90^\circ, \quad \theta_3 = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$$

$$\phi = \arctan \frac{2}{4} = 26,565^\circ \quad (0,4636 \text{ rad})$$

$$26,565^\circ - (\theta_1 + 90^\circ + 135^\circ) = 180^\circ$$

$$-\theta_1 - 198,435^\circ = 180^\circ \Rightarrow \theta_1 = -18,435^\circ$$

$$\Rightarrow \theta_2 = +18,435^\circ$$

d) $\Delta(s) = 1 + KG(s)H(s) = 0$

$$= 1 + K \frac{s+6}{s(s^2+4s+8)} = \frac{s(s^2+4s+8) + K(s+6)}{s(s^2+4s+8)} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta(s) = s^3 + 4s^2 + (K+8)s + 6K = 0$$

Gerek şartı göre: $K > -8$ ve $K > 0$

Routh tablosu:

s^3	1	$K+8$	
s^2	4	$6K$	
s^1	$\frac{4(K+8)-6K}{4}$	0	$\rightarrow \frac{32-2K}{4} > 0 \Rightarrow K < 16$
s^0	$6K$		$\rightarrow K > 0$

Yeter şartı göre sistem $0 < K < 16$ için karardır.

$K=16$ için s^1 'li satırın bütün elementleri sıfır olur.

Üst satırdan yardımcı polinom: $A(s) = 4s^2 + 6K = 0$ olur.

$K=16$ için yardımcı polinomun kökleri sanal eksen üzerindeki $\Delta(s)$ köklerini verir.

$$A(s) = 4s^2 + 6 \cdot 16 = 4s^2 + 96 = 0 \Rightarrow s_{1,2} = \sqrt{-24} \approx \pm j4,9$$

Kök-yer eğrisinin kolları sanal eksen $\pm j4,9$ değerinden keserek asimptotlara gider.

$$4) \quad GH(s) = \frac{10}{(s+3)^3} \quad \rightarrow \quad GH(j\omega) = \frac{10}{(j\omega+3)^3}$$

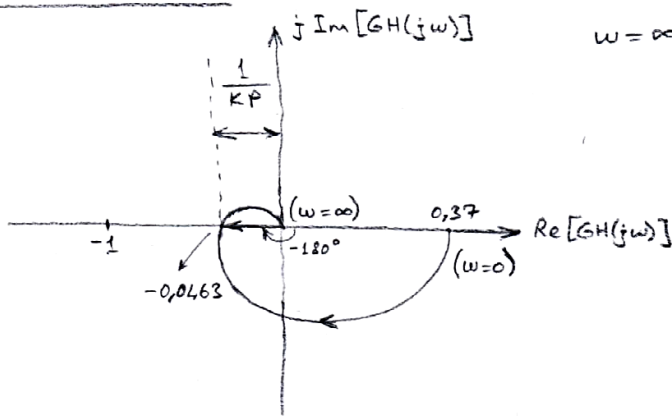
$$|GH(j\omega)| = \frac{10}{(\sqrt{\omega^2+9})^3} \quad ; \quad \angle GH(j\omega) = -3 \operatorname{Arctan} \frac{\omega}{3}$$

$$-3 \operatorname{Arctan} \frac{\omega}{3} = -180^\circ \quad \Rightarrow \quad \frac{\omega}{3} = \tan 60^\circ = 1,732 \quad \Rightarrow \quad \omega_\pi = 5,196 \text{ rad/s}$$

$$|GH(j\omega_\pi)| = \frac{10}{(\sqrt{(\omega_\pi)^2+9})^3} = 0,0463 < 1 \text{ olduğu için veya}$$

$$KP = \frac{1}{|GH(j\omega_\pi)|} = \frac{1}{0,0463} \cong 21,598 > 1 \text{ olduğu için sistem kararlıdır.}$$

Nyquist Eğrisi :



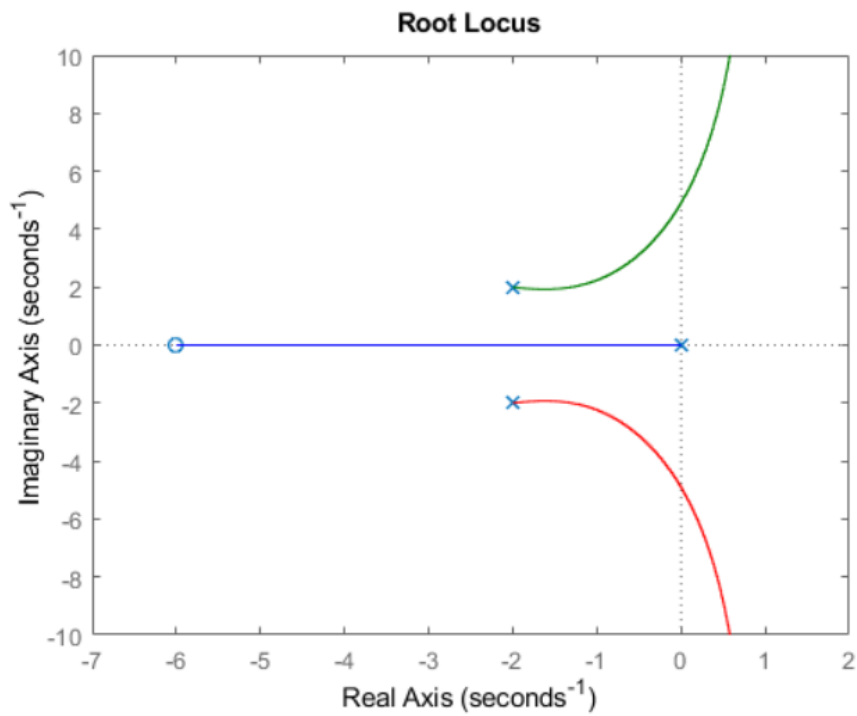
$$\omega=0 \text{ için } GH(j\omega) = 0,37 \angle 0^\circ$$

$$\omega=\infty \text{ için } GH(j\omega) = 0 \angle -270^\circ$$

Sınav sorularındaki Kök-Yer Eğrisi ve Nyquist Eğrisi bilgisayar grafikleri

Root-Locus Plot:

```
G1=zpk([-6],[0 -2-2i -2+2i],1)
figure, rlocus(G1)
axis([-7 2 -10 10])
```



Nyquist Plot:

```
G2=zpk([],[-3 -3 -3],10)
figure, nyquist(G2)
axis([-0.2 0.4 -0.3 0.3])
```

