

30.01.2023

Adı Soyadı :
 Numara :
 Süre: 75 dakika

I. Öğretim: ☐
 II. Öğretim: ☐

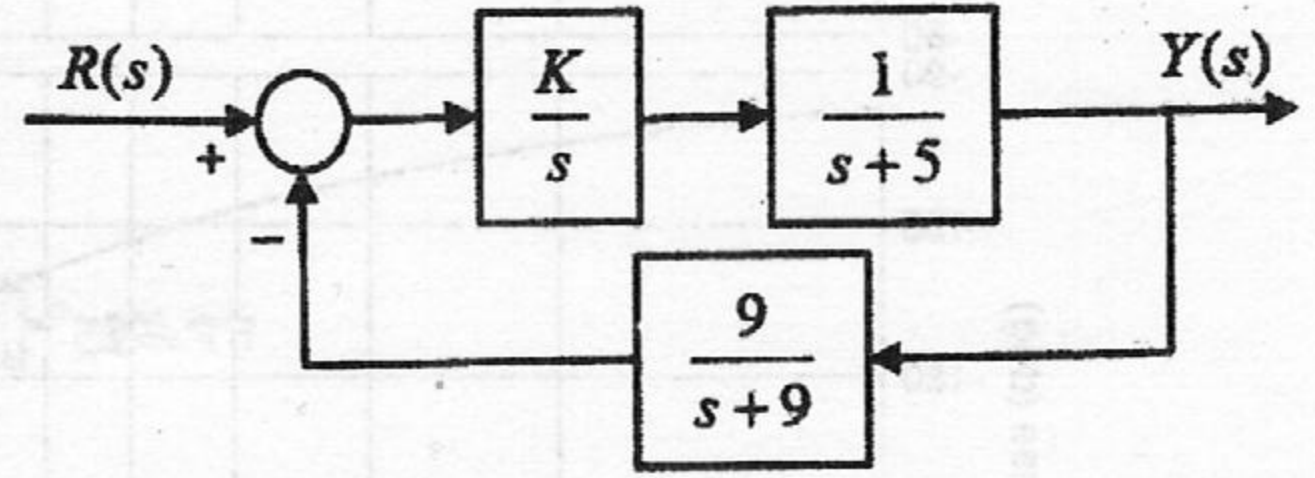
Şubesi:
 İmza:

OTOMATİK KONTROL BÜTÜNLEME SINAVI SORULARI

Soru 1: Transfer fonksiyonu $G(s) = \frac{20}{s+1}$ olan birim geribeslemeli sistem kazancı K olan bir oransal denetleyici ile kontrol edilmektedir. Kapalı-çevrim sistemin zaman sabitini 0,1 saniye yapan K değerini bulunuz. Bu K değerinde birim basamak giriş için kalıcı durum hatası ne olur? (15p)

Soru 2: Şekilde verilen kapalı çevrim sistemin

- Kararlı olarak çalışmasını sağlayan K kazanç aralığını bulunuz. (15p)
- Sistemi kararsızlık sınırında çalıştıran K kazancını ve osilasyon frekansını bulunuz. (5p)



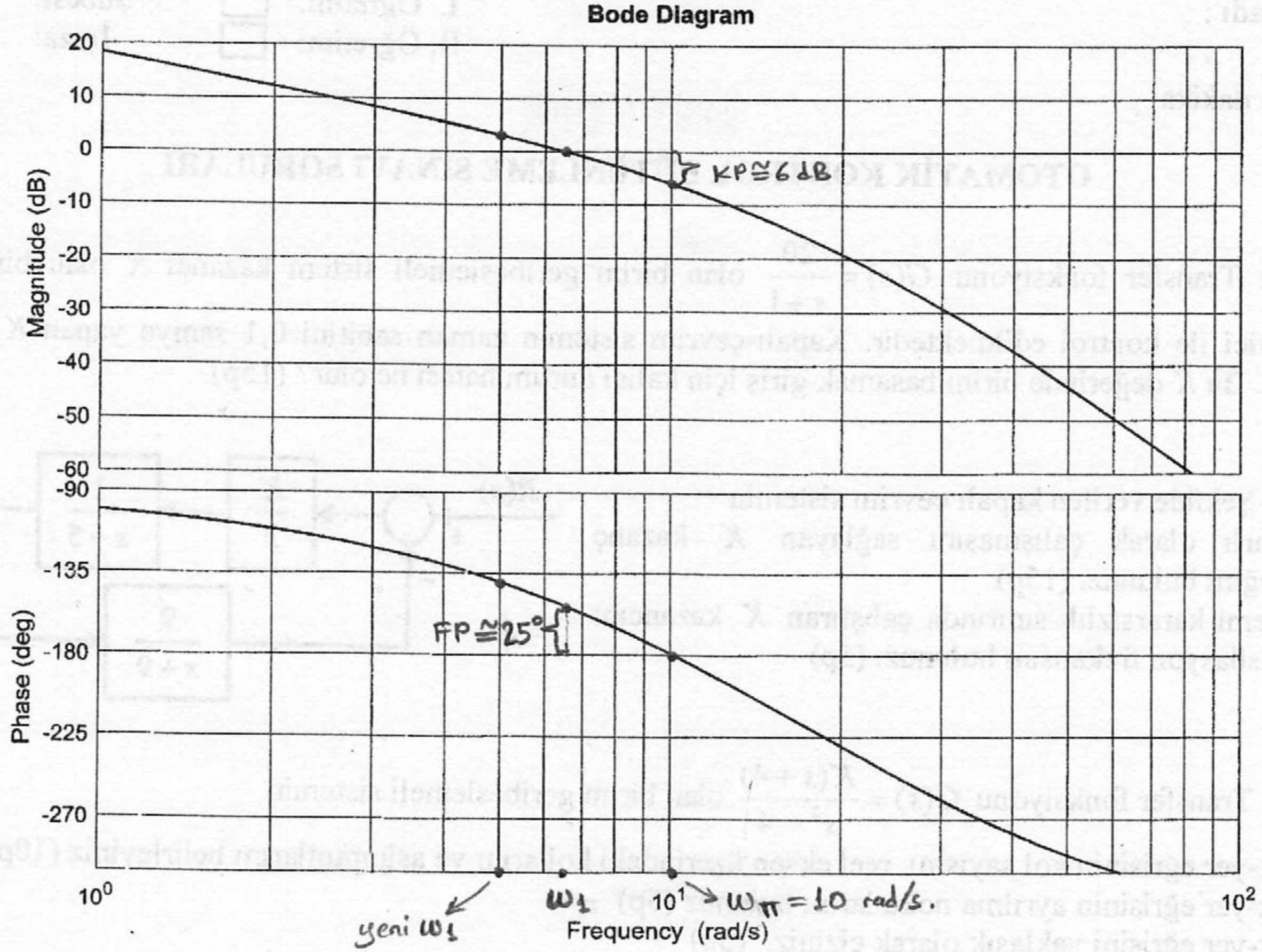
Soru 3: Transfer fonksiyonu $G(s) = \frac{K(s+4)}{s^2-4}$ olan birim geribeslemeli sistemin

- Kök-yer eğrisinin kol sayısını, reel eksen üzerindeki kollarını ve asimptotlarını belirleyiniz (10p)
- Kök-yer eğrisinin ayrılma noktalarını bulunuz (5p)
- Kök-yer eğrisini yaklaşık olarak çiziniz. (5p)

Soru 4: Transfer fonksiyonu $G(s) = \frac{1}{s(s^2+2s+2)}$ olan birim geribeslemeli sistem, kazancı K olan bir oransal denetleyici ile kontrol edilmektedir. Sistemin Nyquist eğrisini çizerek $K = 1$ için kazanç payını bulunuz ve kararlılık durumunu belirleyiniz. (20p)

Not: $\arctan A + \arctan B = \arctan \frac{A+B}{1-AB}$

Soru 5: Aşağıdaki şekilde, birim geribeslemeli bir kontrol sisteminin (çevrim kazancı $K = 1$ için) Bode eğrileri verilmiştir. Aşağıdaki soruları okuyabildiğiniz doğrulukta eğriden okuyarak cevaplayınız.



- a) Sistemin kazanç geçiş frekansını (ω_1), faz geçiş frekansını (ω_π), kazanç payını ve faz payını bularak kararlık durumunu belirleyiniz. (15p)

kazanc geçiş frekansı: $\omega_1 \approx 6,5$ rad/s. , Faz Payı = 25° derece
faz geçiş frekansı: $\omega_\pi = 10$ rad/s. , Kazanc Payı = 6 dB

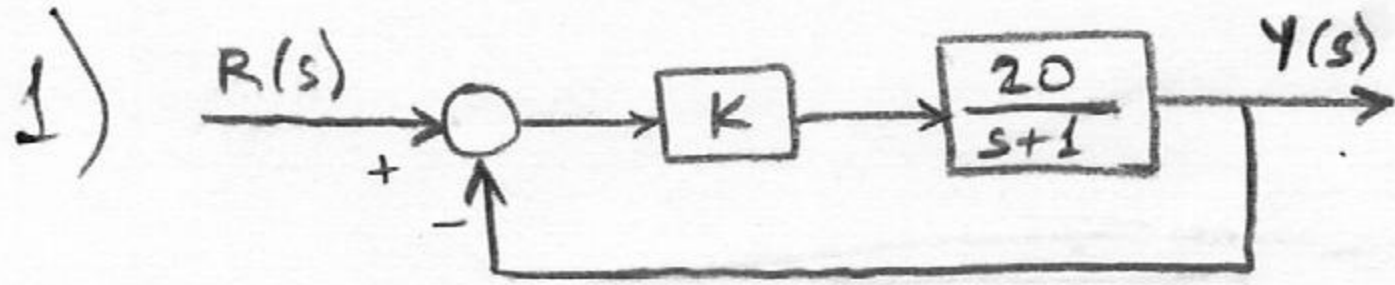
Sistemin kararlılık durumu : KP ve FP pozitif olduğu için sistem kararlıdır.

- b) Sistemin Kazanc Payını 10 dB yapan K kazanç değerini bulunuz. (5p)
c) b şıkkındaki K kazanç değeri için Faz Payı ne olur? (5p)

Gözüm:

b) $\omega_\pi = 10$ rad/s frekansında genlik eğrisinin -10 dB'den geçmesi için sistemin kazancı 4 dB zayıflatılmalıdır. Yani $20 \log_{10} K = -4 \text{ dB} \Rightarrow K = 10^{-4/20} \approx 0,631$ olmalıdır.

c) Genlik eğrisinin 4 dB aşağıya kaydırılması durumunda yeni kazanç geçiş frekansı $\omega_1 = 5$ rad/s olacaktır. Bu frekansta faz eğrisine göre sistemin açısı yaklaşık -140° olacak ve yeni Faz Payı $\gamma = 180^\circ + \phi = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ olacaktır.



$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K \frac{20}{s+1}}{1 + K \frac{20}{s+1}} = \frac{20K}{s+1+20K} = \frac{\frac{20K}{1+20K}}{\frac{s+1+20K}{1+20K}} = \frac{\frac{20K}{1+20K}}{\frac{1}{1+20K} s + 1} = \frac{b}{\tau s + 1}$$

Zaman Sabiti : $\tau = \frac{1}{1+20K} = 0,1$ saniye $\Rightarrow 1+20K=10 \Rightarrow K = \frac{9}{20} = 0,45$ olmalı.

$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s) = \lim_{s \rightarrow 0} K \frac{20}{s+1} = 20K$ (kararlı hata katsayısı)

$e_{kd} = \frac{A}{1+K_p} = \frac{1}{1+20K} = \frac{1}{1+20 \cdot \frac{9}{20}} = \frac{1}{10} = 0,1$ (kalıcı durum hatası)

2) $\Delta(s) = 1 + G(s)H(s) = 1 + \frac{K}{s} \cdot \frac{1}{s+5} \cdot \frac{9}{s+9} = 0$

a) $\Delta(s) = \frac{s(s+5)(s+9) + 9K}{s(s+5)(s+9)} = \frac{s^3 + 14s^2 + 45s + 9K}{s(s+5)(s+9)} = 0$

$\Delta(s) = s^3 + 14s^2 + 45s + 9K = 0 \Rightarrow$ Gerek şartı göre $K > 0$ olmalı

Routh Tablosu:

s^3	1	45
s^2	14	9K
s^1	$\frac{14 \cdot 45 - 9K}{14} > 0$	
s^0	$9K \rightarrow K > 0$	

$14 \cdot 45 > 9K \Rightarrow K < 70$ olmalı.

Sistemin kararlı olması için $0 < K < 70$ olmalı.

b) $K=70$ için s^1 'li satırın bütün elemanları sıfır olur ve üst satırdan yardımcı polinom

$A(s) = 14s^2 + 9K = 14s^2 + 9 \cdot 70 = 0$ olarak yazılır. Bu polinomun kökleri $K=70$ için

sanal eksene yerleşen karakteristik denkleme ait sanal kök çiftini verir. Kökler :

$A(s) = 14s^2 + 9 \cdot 70 = 14(s^2 + 45) = 0 \Rightarrow s_{1,2} = \pm j\sqrt{45} = \pm j6,7082$ olarak bulunur.

$K=70$ için sistem kritik kararlı (kararsızlık sınırında) çalışır ve çıkış isareti

$\omega = \sqrt{45} = 6,7082$ rad/s. frekansında sabit genlikli salınım yapar.

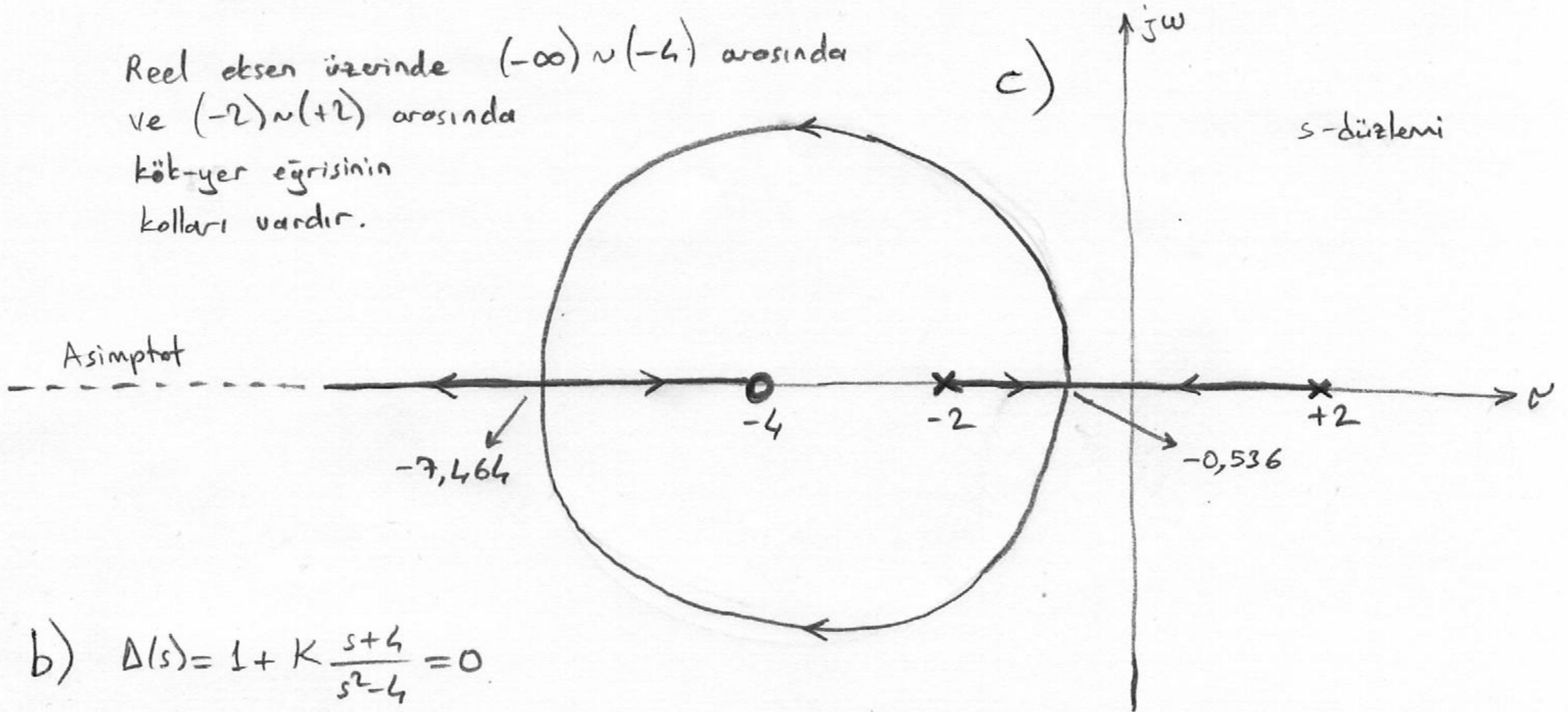
$$3) G(s)H(s) = K \frac{s+4}{s^2-4} = K \frac{s+4}{(s-2)(s+2)} \rightarrow m=1 \text{ sıfırı var} \\ \rightarrow n=2 \text{ kutbu var}$$

a) $n=2 \rightarrow$ kök-yer eğrisinin 2 kolu var.

$n-m=1 \Rightarrow$ kök-yer eğrisinin 1 asimptotu var

$$\alpha = \frac{180^\circ}{n-m} (2k+1) \Rightarrow \alpha = 180^\circ \quad (k=0 \text{ için asimptot açısı})$$

Reel eksen üzerinde $(-\infty) \sim (-4)$ arasında
ve $(-2) \sim (+2)$ arasında
kök-yer eğrisinin
kolları vardır.



$$b) \Delta(s) = 1 + K \frac{s+4}{s^2-4} = 0$$

$$\Rightarrow K = -\frac{s^2-4}{s+4} \rightarrow \frac{dK}{ds} = -\frac{2s(s+4) - (s^2-4)}{(s+4)^2} = 0$$

$$\Rightarrow s^2 + 8s + 4 = 0 \rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{8^2 - 4 \cdot 4} = \sqrt{48} = 6,928$$

$$\Rightarrow s_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{\Delta}}{2} \rightarrow \left. \begin{array}{l} s_1 = -7,464 \\ s_2 = -0,536 \end{array} \right\} \text{ Her iki nokta da} \\ \text{eğri üzerindedir} \\ \text{ve ayrılma} \\ \text{noktasıdır.}$$

$$4) GH(s) = \frac{K}{s(s^2+2s+2)} = \frac{K}{s(s+1+j)(s+1-j)}$$

$$GH(j\omega) = \frac{K}{j\omega[1+(j\omega+1)j][1+(j\omega-1)j]} \Rightarrow |GH(j\omega)| = \frac{K}{\omega \sqrt{1+(j\omega+1)^2} \sqrt{1+(j\omega-1)^2}}$$

$$\Rightarrow \angle GH(j\omega) = -90^\circ - \text{Arctan}(\omega+1) - \text{Arctan}(\omega-1)$$

$$-90^\circ - \text{Arctan} \frac{2\omega}{2-\omega^2} = -180^\circ \Rightarrow \frac{2}{2-\omega^2} = \tan 90^\circ = \infty \text{ olması için } 2-\omega^2=0 \text{ olmalı ise} \\ \Rightarrow \omega = \omega_\pi = \sqrt{2} \text{ rad/s.}$$

$$\Rightarrow |GH(j\omega_\pi)| = \frac{K}{\sqrt{2} \sqrt{1+(\sqrt{2}+1)^2} \sqrt{1+(\sqrt{2}-1)^2}} = \frac{K}{4} \text{ bulunur. Ayrıca: } \omega=0 \text{ için } GH(j\omega) = \infty \angle -90^\circ \\ \omega=\infty \text{ için } GH(j\omega) = 0 \angle -270^\circ$$

$$K=1 \text{ için } |GH(j\omega_\pi)| = \frac{1}{4} < 1 \text{ olduğu için, yani}$$

$$KP = \frac{1}{|GH(j\omega_\pi)|} = 4 > 1 \text{ olduğu için sistem karardır.}$$

