

SORU 1 (30p): a) x ve y sayılarındaki hatalar sırası ile e_1 ve e_2 ise $(3x^2\sqrt{y})$ işleminin mutlak ve bağıl hataları ne olur?

b) Bir lineer denklem sistemine ait $a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2$

denkleminde x_2 'yi SOR yöntemine göre hesaplayabileceğimiz bir iterasyon ifadesi yazınız. *Edilasyon*

c) Newton-Raphson yöntemini Taylor serisini kullanarak elde ediniz, oluşan kesme hatası ve hata mertebesini belirtiniz.

SORU 2 (40p): $y = 2x^3 - 3 \sin(2x) + 4 \cos(3x)$ fonksiyonu veriliyor. Fonksiyonun x 'e bağlı olarak aldığı bazı değerler tabloda sunulmuştur.

x	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
y	-4.688	-2.157	2.522	8.717	15.530	22.111

- a) Fonksiyonun $x=1.4$ noktasındaki birinci ve ikinci türevlerini çok noktalı türev formülleriyle hesaplayınız. Birinci türevin mutlak hatasını, ikinci türevin hata mertebesini belirtiniz.
- b) Uygun bir formülle $\int_{x=1}^2 \frac{y}{x} dx$ integralini sayısal olarak alınız, hata mertebesini belirtiniz.
- c) $\int_{x=0}^3 y dx$ integralini açık integrasyon formüllerini kullanarak sayısal olarak alınız.
- d) Verilen denklemden, $y=5.25$ için x değerini Newton-Raphson yöntemi ile bulunuz. TD=0.05

SORU 3 (30p): $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = 3x^2y - 4x + 2xy^3$ diferansiyel denklemi verilmektedir.

Başlangıç şartı olarak $x_0=3$, $y_0=2$, $y'_0=1$ ve artış miktarını $h=0.75$ alınız.

- a) y_1 değerini $O(h^4)$ hata mertebesi olacak şekilde Taylor serisi ile hesaplayınız.
- b) Diferansiyel denklemi iki adet birinci mertebe diferansiyel denklem haline getiriniz.
- c) Bu denklemleri, a şıkında bulduğunuz değerleri başlangıç şartı olarak, düzeltilmiş Euler yöntemi ile çözerek y_2 değerini hesaplayınız.

Not: Sınav süresi : 100 dak

Başarılar
Prof. Dr. I. Karagöz
Yrd. Doç. Dr. E. Karpaz

Newton-Gregory ilerleme pol.:

$$= y_0 + s \Delta y_0 + \frac{s(s-1)}{2!} \Delta^2 y_0 + \dots + \frac{s(s-1)(s-2) \dots [s-(n-1)]}{n!} \Delta^n y_0$$

$$\text{Hata: } e_p = \left(\frac{s}{n+1} \right) h^{n+1} y_{(n+1)}$$

Lagrange pol.

$$= \frac{(x-x_2)(x-x_3) \dots (x-x_n)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3) \dots (x_1-x_n)} y_1 + \frac{(x-x_1)(x-x_3) \dots (x-x_n)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3) \dots (x_2-x_n)} y_2 + \dots + \frac{(x-x_1)(x-x_2) \dots (x-x_{n-1})}{(x_n-x_1)(x_n-x_2) \dots (x_n-x_{n-1})} y_n$$

Düzeltilmiş Euler Yöntemi

$$y_{n+1/2} \cong y_n + h \left(\frac{y'_n + y'_{n+1}}{2} \right) + O(h^3)$$