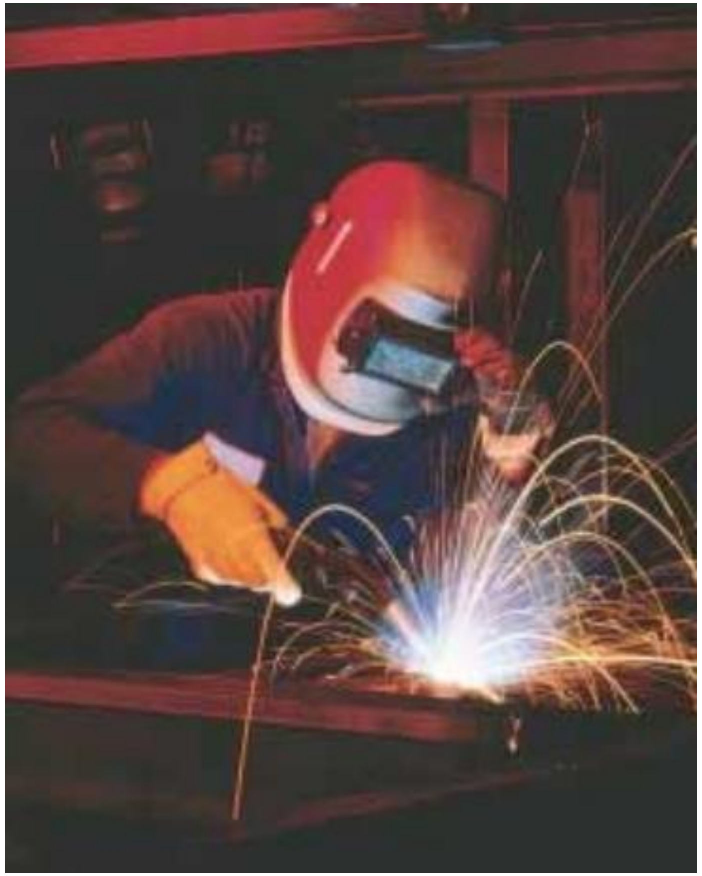


FİZİK I

BÖLÜM 4: İKİ VE ÜÇ BOYUTTA HAREKET

Ders kaynakları:

1. Serway Fizik I, Türkçesi (Farklı Baskılar).

2. Temel Fizik I, Fishbane, Gasiorowicz ve Thornton, Türkçesi., 2013.

3. Mühendisler ve Fen Bilimciler İçin FİZİK, Yusuf Şahin, Muhammed Yıldırım. 2. Baskı, 2019.

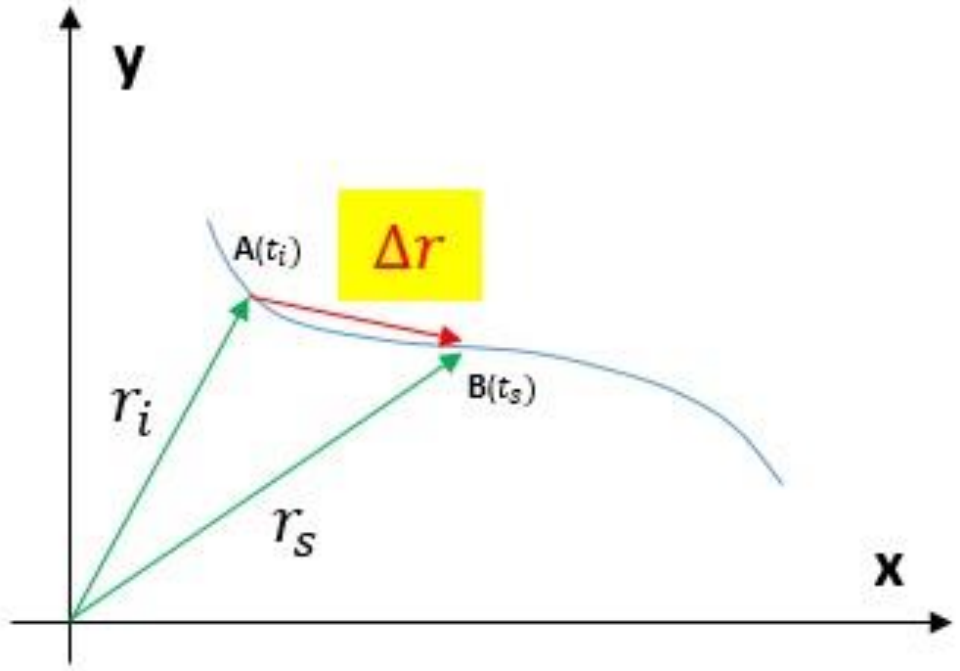
4. Üniversiteler İçin Fizik, Bekir Karaoğlu, 3. Baskı, 2015.

ÖĞRENİM KONULARI

- Yerdeğiştirme, hız ve ivme vektörleri,
- Sabit ivmeli iki boyutlu hareket,
- Eğik atış hareketi,
- Düzgün dairesel hareket, periyot, açısal hız,
- Teğetsel ve radyal ivme,
- Bağıl hareket

4.1. Yerdeğiştirme, Hız ve İvme

Daha önce doğrusal bir yol boyunca hareket eden parçacığın konumunu, zamanın fonksiyonu olarak bilirsek, parçacığın hareketini belirleyebileceğimizi bulmuştuk. Şimdi bu fikri *xy* düzleminde hareket eden parçacığa uygulayalım. İşe herhangi bir A noktasından B noktasına $\Delta t = t_s - t_i$ sürede gelen parçacığı ele alarak başlayalım.



$$\Delta r = r_s - r_i$$

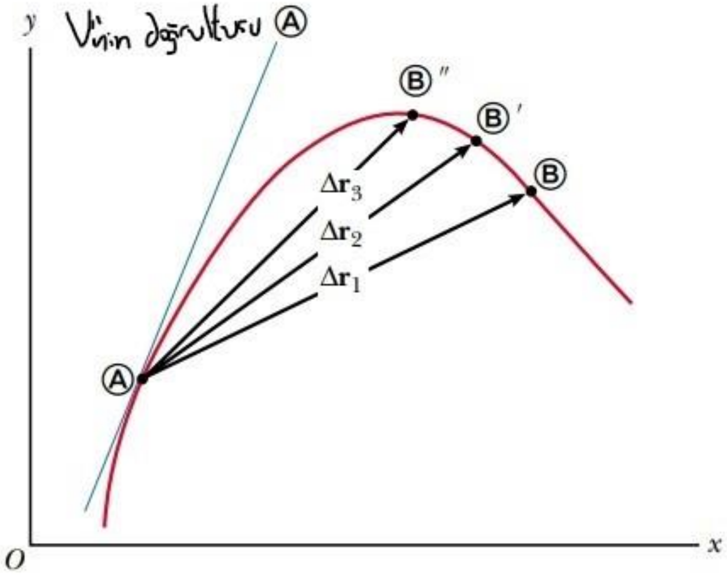
Şekilde görüldüğü gibi parçacık A dan B ye hareket ederken konum vektörü de r_i den r_s ye değişiyor. Yer değiştirme A ve B konumları arasındaki farktır. Yani parçacığın izlediği yoldan (eğriden) bağımsızdır.

4.1. Yerdeğiştirme, Hız ve İvme

Şimdi Δt zaman aralığı boyunca parçacığın **ortalama hızını,** yer değiştirmenin bu zamana oranı olarak tanımlıyoruz. Yani;

$$\overline{V} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{r_s - r_i}{t_s - t_i}$$

Skaler ile vektörün çarpımında, skaler vektörün büyüklüğünü değiştirir (yönünü değiştirmez). Dolayısıyla Δr ile $\overline{V}$ aynı yönlüdürler.



ANİ HIZ

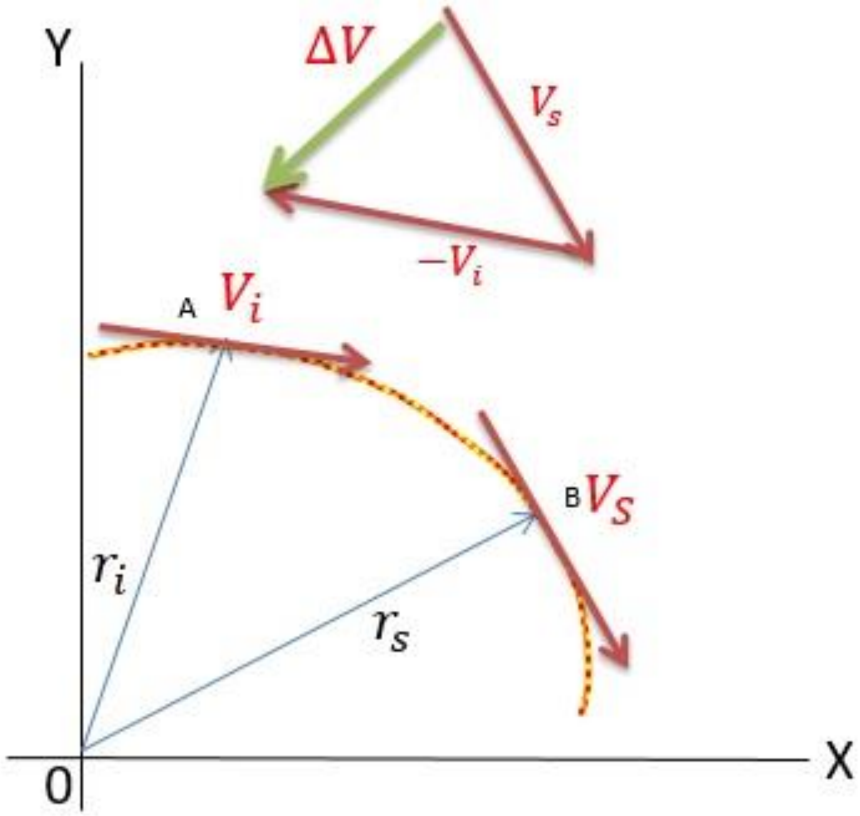
v ani hızı, Δt sıfıra yaklaşırken Δr / Δt oranının limit değerine eşittir.

$$v \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

Matematik gösterimde bu limite, r'in t'ye göre türevi denir .

$$v \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{dr}{dt}$$

İvme



Şekilde görüldüğü gibi parçacık A dan B ye hareket ederken hız vektörü de r_i den r_s ye değişiyor. Ortalama ivmesi; ani hız vektöründeki ΔV değişiminin, değişim sırasında geçen zamana (Δt) oranıdır.

Ortalama ivme

$$\bar{a} = \frac{v_{son} - v_{ilk}}{t_{son} - t_{ilk}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Ani ivme

$$a \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 r}{dt^2}$$

4.2. İki Boyutta Sabit İvmeli Hareket

İvme sabit olduğunda ortalama ivme ve ani ivme birbirine eşittir ve hız hareketin başından sonuna kadar aynı oranda artar veya azalır. Bu durumdaki parçacık için konum vektörü,

$$\mathrm{r} = x_i + y_j$$

Konum vektörü bilinirse, konumun zamana göre değişimi bize hızı verecektir.

$$\mathrm{v} = v_x i + v_y j$$

İvme sabit, hareketin başlangıcında hız v_i , sonunda v ise ve hareket t süresi kadar devam ediyorsa, ivme tanımından yola çıkarak,

$$v_{xs} = v_{xi} + a_x t \qquad \text{ve} \qquad v_{ys} = v_{yi} + a_y t$$

$$v_s = (v_{xi} + a_x t)i + (v_{yi} + a_y t)j$$

$$v_s = (v_{xi} i + v_{yi} j) + (a_x i + a_y i)t$$

$$v_s = v_i + at$$

Bu son ifade iki boyutta sabit ivme ile hareket eden parçacığın, zamanla hızının nasıl değiştiğini verir.

4.2. İki Boyutta Sabit İvmeli Hareket

Aynı şekilde (bir boyutlu hareketi hatırlayınız) iki boyutta sabit ivme ile hareket eden parçacığın x ve y koordinatları,

$$x_s - x_i = v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \qquad y_s - y_i = v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

Konum içinde benzer düzenlemeleri yapabiliriz, ve ;

$$v_s = v_i + at \qquad v_{xs} = v_{xi} + a_x t$$

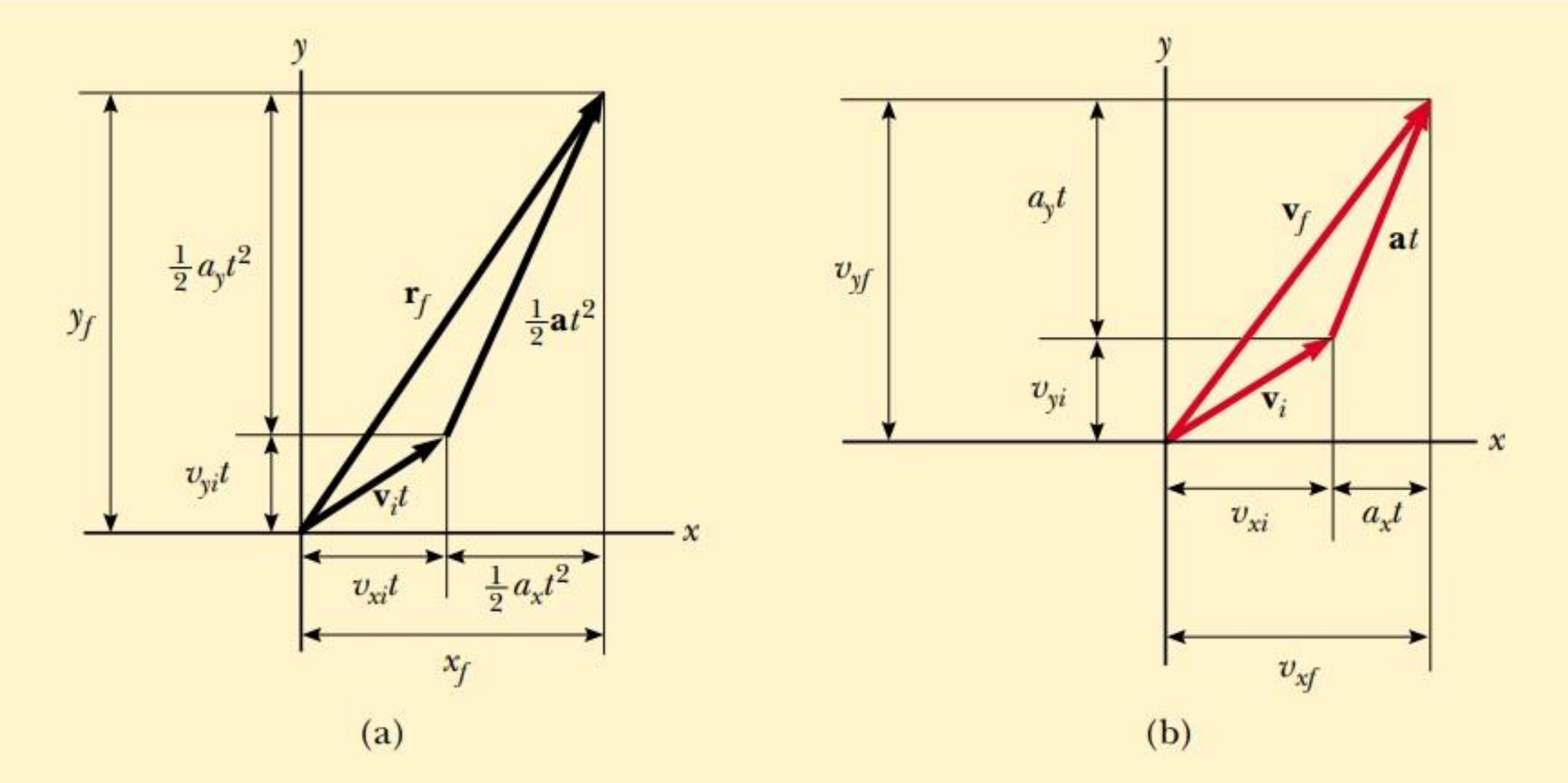
$$v_{ys} = v_{yi} + a_y t$$

$$r_s = r_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2 \qquad x_s - x_i = v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$y_s - y_i = v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

4.2. İki Boyutta Sabit İvmeli Hareket

Düzgün **a** ivmesi ile hareket eden bir hareketlinin a) yerdeğiştirmesinin ve b) hızının vektörel olarak gösterilişi.



ÖRNEK 4.1 Düzlemde Hareket

Bir parçacık 20 m/s 'lik x bileşenli ve −15 m/s 'lik y bileşenli ilk hızla $t = 0$ 'da orijinden harekete geçmektedir. Parçacık sadece, $a_x = 4$ m/s^2 ile verilen ivmenin x bileşeniyle xy düzleminde hareket etmektedir. (a) Zamanın fonksiyonu olarak herhangi bir andaki hızın bileşenlerini ve toplam hız vektörünü bulunuz.

Çözüm Problemi dikkatle okuduktan sonra $v_{xi} = 20$ m/s, $v_{yi} = -15$ m/s, $a_x = 4.0$ m/s^2 ve $a_y = 0$ alınacağı görülür. Bunlar kullanılarak kabaca bir hareket diyagramı taslağı çizilebilir. Hızın x bileşeni 20 m/s ile başlar ve her saniye 4 m/s artar. y bileşeni −15 m/s lik ilk değerini hep korur. Bu bilgilerle Şekil 4.5 de görüldüğü gibi belli sayıda hız vektörü çizilebilir. Ardışık görüntüler arasındaki aralıkların hızın artması nedeniyle zamanla arttığına dikkat ediniz.

Kinematik eşitlikler,

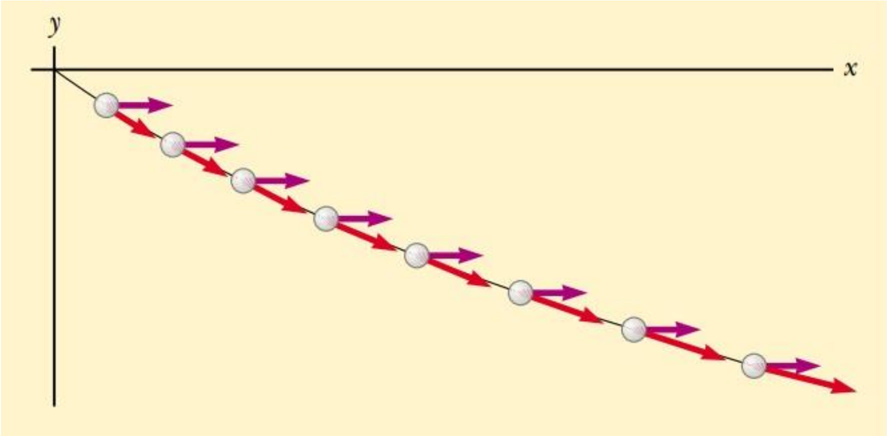
$$v_{xs} = v_{xi} + a_x t = (20 + 4t) \text{ m/s}$$

$$v_{ys} = v_{yi} + a_y t = -15 \text{ m/s} + 0 = -15 \text{ m/s}$$

verir. O nedenle

$$\mathbf{v}_s = v_{xs}\mathbf{i} + v_{ys}\mathbf{j} = [(20 + 4t)\mathbf{i} - 15\mathbf{j}] \text{ m/s}$$

elde ederiz.



(b) $t = 5$ s 'de parçacığın hızının büyüklük, yön ve doğrultusunu hesaplayınız.

Çözüm $t = 5$ s ile, (a) dan çıkan sonuç

$$\mathbf{v}_s = \{[20 + 4(5)]\mathbf{i} - 15\mathbf{j}\} \text{ m/s} = (40\mathbf{i} - 15\mathbf{j}) \text{ m/s}$$

verir. Yani, $t = 5$ s 'de, $v_{xs} = 40$ m/s ve $v_{ys} = -15$ m/s 'dir. Bu iki bileşenin bilinmesiyle, hız vektörünün hem doğrultusunu hem de büyüklüğünü bulabiliriz. $t = 5$s 'de $\mathbf{v}$ 'nin x ekseniyle yaptığı θ açısı, $\tan\theta = v_{ys}/v_{xs}$ veya,

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_{ys}}{v_{xs}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-15 \text{ m/s}}{40 \text{m/s}}\right) = -21^\circ$$

bulunur. Burada eksi işareti x ekseninin altında 21° 'lik bir açıyı gösterir. v 'nin büyüklüğü olarak

$$v_s = |\mathbf{v}_s| = \sqrt{v_{xs}^2 + v_{ys}^2} = \sqrt{(40)^2 + (-15)^2} \text{ m/s} = 43 \text{ m/s}$$

ÖRNEK 4.1 Düzlemde Hareket

Bir parçacık 20 m/s 'lik x bileşenli ve –15 m/s 'lik y bileşenli ilk hızla $t = 0$ 'da orijinden harekete geçmektedir. Parçacık sadece, $a_x = 4\ \mathrm{m/s^2}$ ile verilen ivmenin x bileşeniyle xy düzleminde hareket etmektedir. (a) Zamanın fonksiyonu olarak herhangi bir andaki hızın bileşenlerini ve toplam hız vektörünü bulunuz.

(c) Herhangi bir t anındaki x ve y koordinatlarını ve bu andaki yer değiştirme vektörünü bulunuz.

Çözüm $t = 0$ da, $x_i = y_i = 0$ olduğundan 2.11 Eşitliği

$$x_s = v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 = (20t + 2t^2)\ \mathrm{m}$$

$$y_s = v_{yi}t = (-15t)\ \mathrm{m}$$

verir. O nedenle, herhangi bir t anındaki yerdeğiştirme vektörü

$$\mathbf{r}_s = x_s\mathbf{i} + y_s\mathbf{j} = [(20t + 2t^2)\mathbf{i} - 15t\mathbf{j}]\ \mathrm{m}$$

olur, veya $\mathbf{r}$ 'yi 4.9 Eşitliğinde $\boldsymbol{v}_i = (20\mathbf{i} - 15\mathbf{j})$ m/s ve $\mathbf{a} = 4\mathbf{i}$ m/s^2 ile doğrudan elde edebilirdik. Deneyiniz. Böylece, örneğin, $t = 5$ s de, $x = 150$ m ve $y = -75$ m veya $\mathbf{r}_s = (150\mathbf{i} - 75\mathbf{j})$ m 'dir. Parçacığın $t = 5$ s 'de orijinden bu noktaya uzaklığı veya yerdeğiştirmenin büyüklüğü $\mathbf{r}_s$ 'nin bu esnadaki büyüklüğü olup,

$$r_s = |\mathbf{r}_s| = \sqrt{(150)^2 + (-75)^2}\ \mathrm{m} = 170\ \mathrm{m}$$

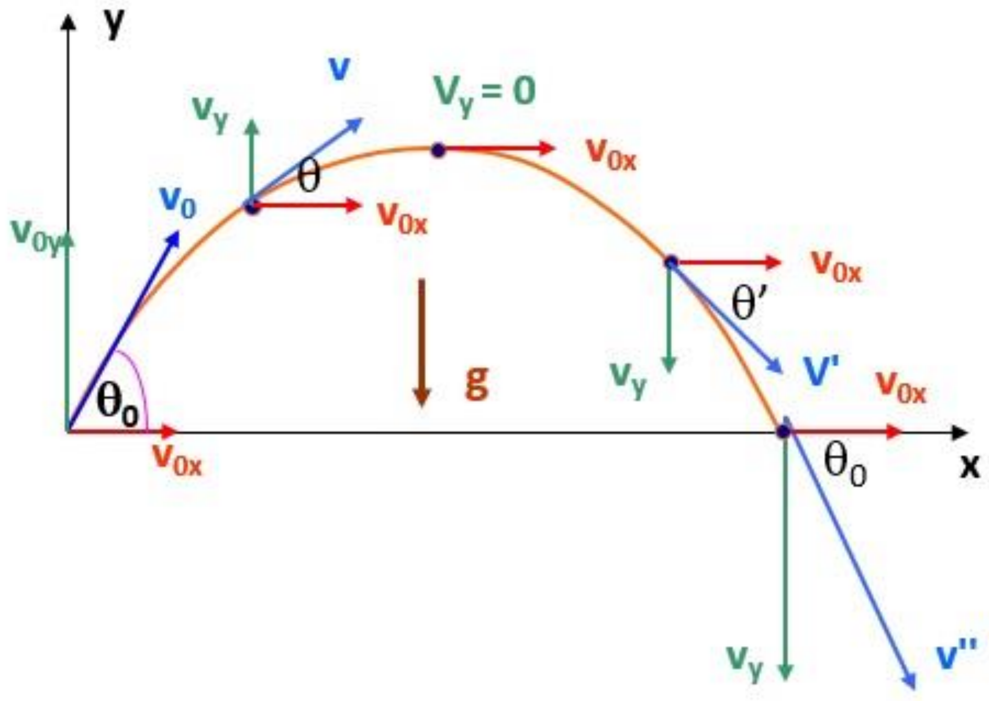
olacaktır. Bunun, parçacığın bu sırada aldığı yol *olmadığına* dikkat ediniz! Eldeki verilerden bu uzaklığı bulabilir misiniz?

4.3. Eğik Atış Hareketi

Rastgele yönlü bir ilk hızla atılan topun yaptığı hareket eğik atış hareketidir. Eğik atış hareketinin matematiksel analizini yapabilmek için şu iki varsayımın kabul edilmesi gerekir.

1 – Hareket süresince g gravitasyon ivmesi sabittir.

2 – Hava direnci ihmal edilmektedir.



Başlangıç noktasından v_0 ilk hızı ile eğik atılan bir cismin parabolik yörüngesidir. Yatay hız bileşeni değişmeden kalırken düşey hız bileşeni gravitasyon ivmesi etkisinde sürekli değişmektedir. Bu nedenle v hız vektörü de her an değer ve yönce değişmektedir.

Referens sistemimizi dikine y doğrultusu pozitif yön olarak seçersek bu yönde ivme, + işaretli, negatif y doğrultusunda - işaretli olacaktır. İvmenin sadece düşey bileşeni vardır, yatay bileşeni yoktur.

Atılma hızı v_0 , bu hızın yatayla yaptığı açı θ ise, v_0 hızının yatay ve düşey bileşenleri için,

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta \qquad v_{0y} = v_0 \sin\theta$$

yazılabilir.

4.3. Eğik Atış Hareketi

Yatay doğrultudaki hız bileşenini etkileyecek ivme bileşeni olmadığı için bu hız hareket süresince sabit kalacaktır.

$$v_x = v_{0x} = v_0 Cos\theta_0 = sabit$$

yatay hız bileşeni

$$v_{0x} = v_0 Cos\theta_0$$

$$v_y = v_{0y} - gt = v_0 Sin\theta_0 - gt$$

düşey hız bileşeni

$$v_{0y} = v_0 Sin\theta_0$$

$$x = v_{0x}.t = v_0 Cos\theta_0 .t$$

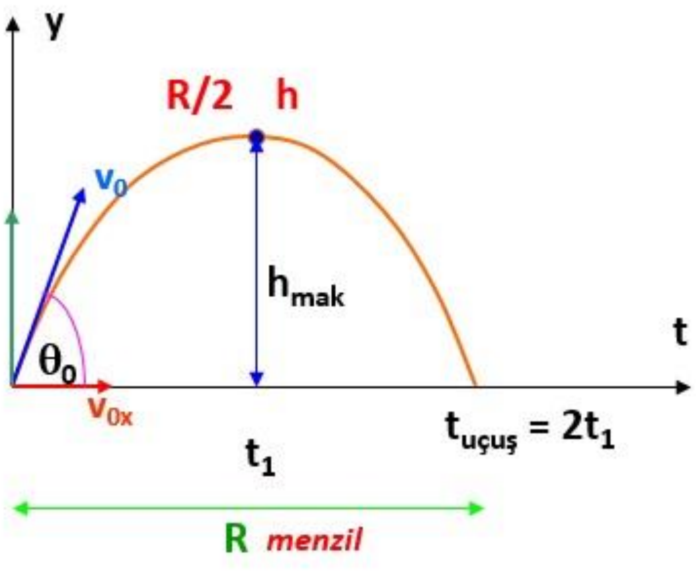
yatay konum bileşeni (menzil)

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 .Sin\theta_0 .t - \frac{1}{2}gt^2$$

düşey konum bileşeni

4.3. Eğik Atış Hareketi

EĞİK ATIŞTA MENZİL VE MAKSİMUM YÜKSEKLİK



Tepe noktasında $v_y = 0$ olduğunu hatırlayarak

$$v_y = v_{0y} - gt = v_0 Sin\theta_0 - gt = 0 \longrightarrow t_1 = \frac{v_0 Sin\theta_0}{g}$$

yazılabilir. Bu ifadenin düşey konum denkleminde yerine yazılması ve gerekli düzenlemenin yapılması ile,

$$y = h = v_0 Sin\theta_0 t - \frac{1}{2} gt^2 \longrightarrow h = \frac{v_0^2 Sin^2\theta_0}{2g}$$

elde edilir. R menzili, $2t_1$ süresinde yatay v_{0x} hızı ile alınan yoldur. Yatay konum denkleminde $t = 2t_1$ ve $x = R$ koyup düzenleme yapılırsa,

$$R = \frac{2v_0^2 Sin\theta_0 Cos\theta_0}{g}$$

$$2\theta = 2Sin\theta Cos\theta \qquad \text{ile}$$

$$R = \frac{v_0^2 Sin2\theta_0}{g}$$

bulunur.

R' nin maksimum değerine $2\theta_0 = 90$ olduğunda ulaşır .Bu maksimum değer,

$$R_{mak} = \frac{v_0^2}{g}$$

dir. Buna göre bir eğik atışta maksimum menzile ulaşabilmek için, atış 45° lik açı ile yapılmalıdır.

4.3. Eğik Atış Hareketi

$$x = v_{0x} t = v_0 Cos\theta_0 t$$
$$t = x / v_0 Cos\theta_0$$

$$y = v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 = v_0 Sin\theta_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = v_{0y}\left(\frac{x}{v_0 Cos\theta_0}\right) - \frac{1}{2} g\left(\frac{x}{v_0 Cos\theta_0}\right)^2 = v_0\left(\frac{x}{v_0 Cos\theta_0}\right)Sin\theta_0 - \frac{1}{2} g\left(\frac{x}{v_0 Cos\theta_0}\right)^2$$

$$y = x\tan\theta_0 - \left(\frac{g}{2v_0^{\,2} Cos^2\theta_0}\right)x^2$$

Yörünge hareketi yapan hareketlinin denklemini veren ifadedir. Ve buradan görüldüğü üzere eğik atış hareketi yapan bir cismin hareketi parabole uymaktadır. Yani;

$$y = ax - bx^2$$

ÖRNEK: UZUN ATLAMA

Tek adım uzun atlama yapan bir atlet yatayla 20^0 lik açı yapan doğrultuda, 11 m/s lik hızla atlama çizgisinden fırlamaktadır.

a) Sporcu ne kadar uzağa atlayabilir ?

b) Ulaşılan maksimum yükseklik nedir ?

$$v_y = v_0 Sin\theta_0 - gt = 0 = 11.Sin20 - 9{,}8.t$$

$$t = 0{,}384 s$$

Uçuş süresi bunun 2 katı kadar olduğundan

$$x = v_0.Cos\theta_0.t_{uçuş} = 11.(2.0{,}384).0{,}9396 = 7{,}938m$$

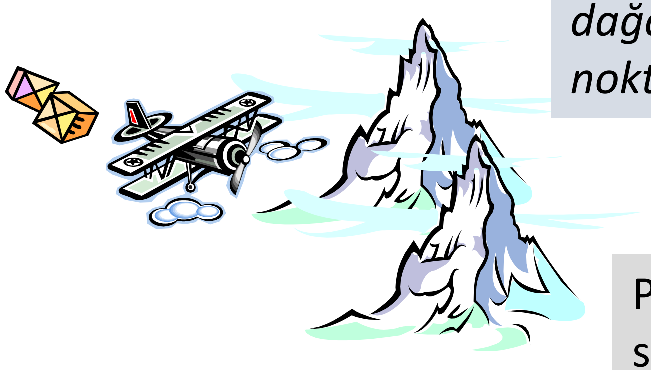
bulunur. Çıkılan maksimum yükseklik, düşey konum denkleminde t yerine 0,384 s konarak hesaplanır

$$y_{mak} = v_0.Sin\theta_0.t - \frac{1}{2}gt^2 = 11.0{,}384.0{,}342 - 0{,}5.9{,}8.0{,}384$$

$$y_{mak} = 0{,}722m$$

ÖRNEK: YARDIM PAKETİ

Tek motorlu bir yardım uçağı yerden 100 m yükseklikte yatay doğrultuda 40 m/s lik hızla uçarken bir grup mahsur kalmış dağcıya malzeme yardımı atmaktadır. Malzeme, atıldığı noktaya göre ne kadar uzakta yere çarpar?



$$x = v_{0x}.t = 40.t$$

Paket uçaktan bırakıldıktan sonra sadece yatay hız bileşenine sahiptir. Düşeyde harekete etkili olan tek faktör gravitasyon ivmesidir.

Bu nedenle paket 100 m lik yükseklikten düşeyde serbest düşme yaparken yatayda v_{ox} sabit hızı ile yol alır. Bu nedenle,

$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

$$100 = 0{,}5.9{,}8.t^2$$

$$t^2 = 20{,}4 \qquad t = 4{,}51s$$

Bu t zamanı kullanılarak, paketin bırakıldığı noktadan

$$x = v_{0x}.t = 40.t = 40.4{,}51 = 180{,}4m$$

ötede yere çarpacağı hesaplanabilir.

ÖRNEK: GÜÇLÜ BİR SERVİS

Bir tenis topu minareden yatayla 30^0 lik açı yapacak şekilde ve 20 m/s lik hızla yukarıya doğru atılmaktadır. Minarenin yüksekliği 45 m ise

Top ne kadar süre havada kalır ?

Topun zemine çarpma hızı nedir ?

Top minareden ne kadar uzakta yere çarpar ?

Topun ilk hızının x ve y bileşenlerinin değerleri,

$$v_{0x} = v_0 Cos\,\theta_0 = 20.0866 = 17{,}32\,m/s$$
$$v_{0y} = v_0 Sin\theta_0 = 20.0{,}5 = 10\,m/s$$

Topun atılış yönü pozitif yön olarak seçilirse,

$$-y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = -45 = 10.t - 0{,}5.9{,}8.t^2$$

yazılabilir. Buradan elde edilecek $4{,}9\,t^2 - 10\,t - 45 = 0$ ikinci derece denkleminin köklerinin bulunması ile $t = 4{,}22$ s değeri elde edilir.

Topun yere çarpma anındaki hızının yatay bileşeni v_{0x} değerindedir. Düşey bileşeni ise $v_y = v_{0y} - gt$ denklemi ile hesaplanabilir.

$$v_y = v_{0y} - gt = 10 - 4{,}22.9{,}8 = -31{,}4\,m/s$$

ÖRNEK: GÜÇLÜ BİR SERVİS

v_x ve v_y , v çarpma hızının dik bileşenleri olduğundan

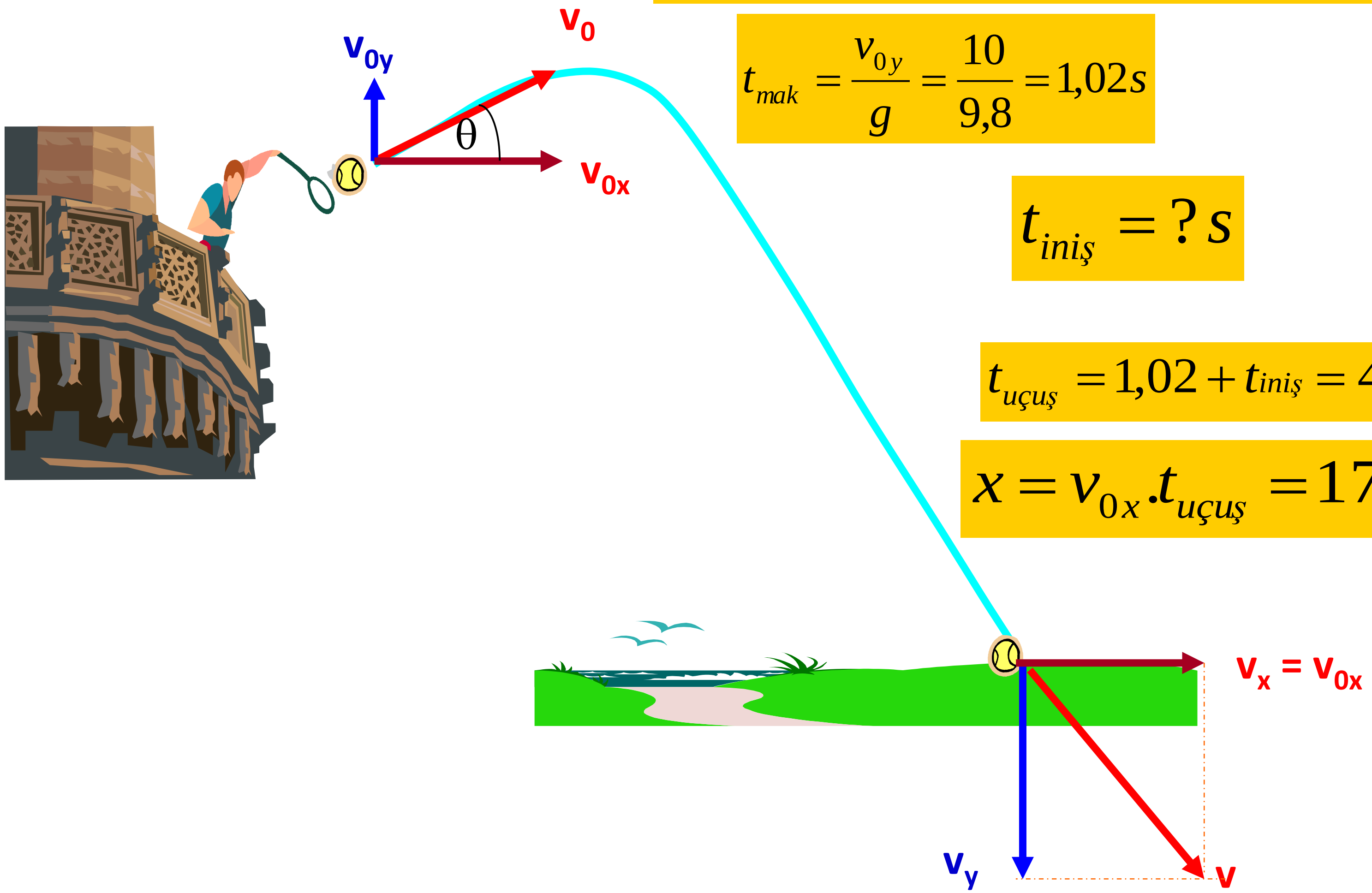
$$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2} = \sqrt{(17{,}3)^2 + (-31{,}4)^2} = 35{,}9\,m/s$$

$$t_{mak} = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{10}{9{,}8} = 1{,}02\,s$$

$$t_{iniş} = ?\,s$$

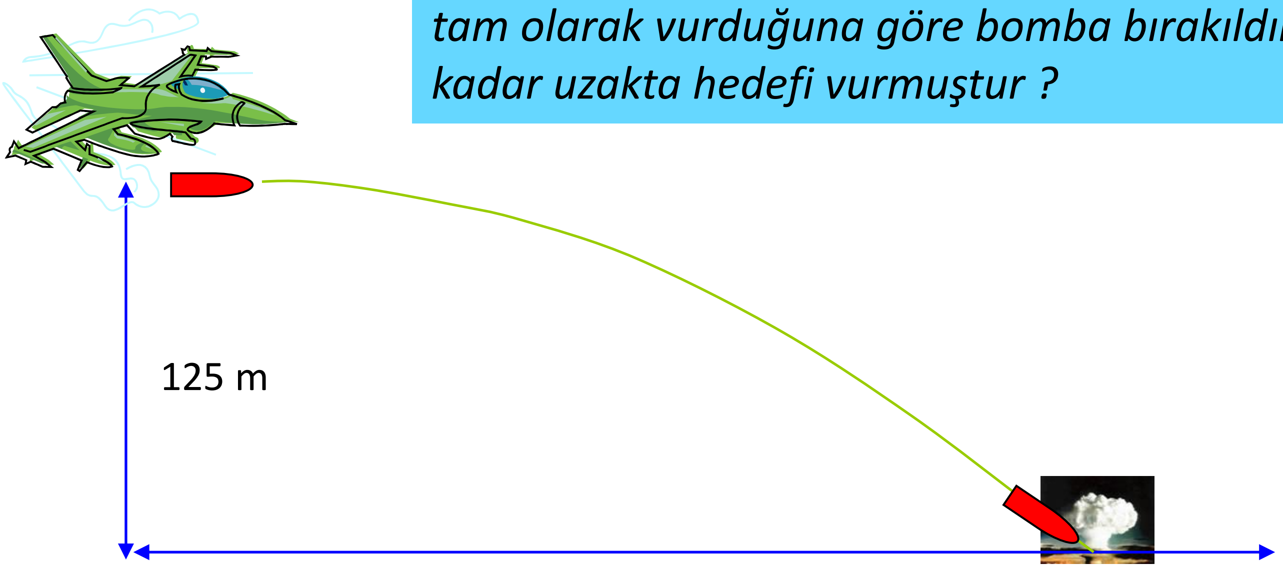
$$t_{uçuş} = 1{,}02 + t_{iniş} = 4{,}22\,s$$

$$x = v_{0x} . t_{uçuş} = 17{,}3 . 4{,}22 = 73\,m$$



ÖRNEK: HEDEFE ATIŞ

Saatte 765 km hızla ve yerden 125 m yüksekte yatay konumda uçmakta olan bir bombardıman uçağından bırakılan bomba hedefi tam olarak vurduğuna göre bomba bırakıldıktan kaç s sonra ve ne kadar uzakta hedefi vurmuştur ?



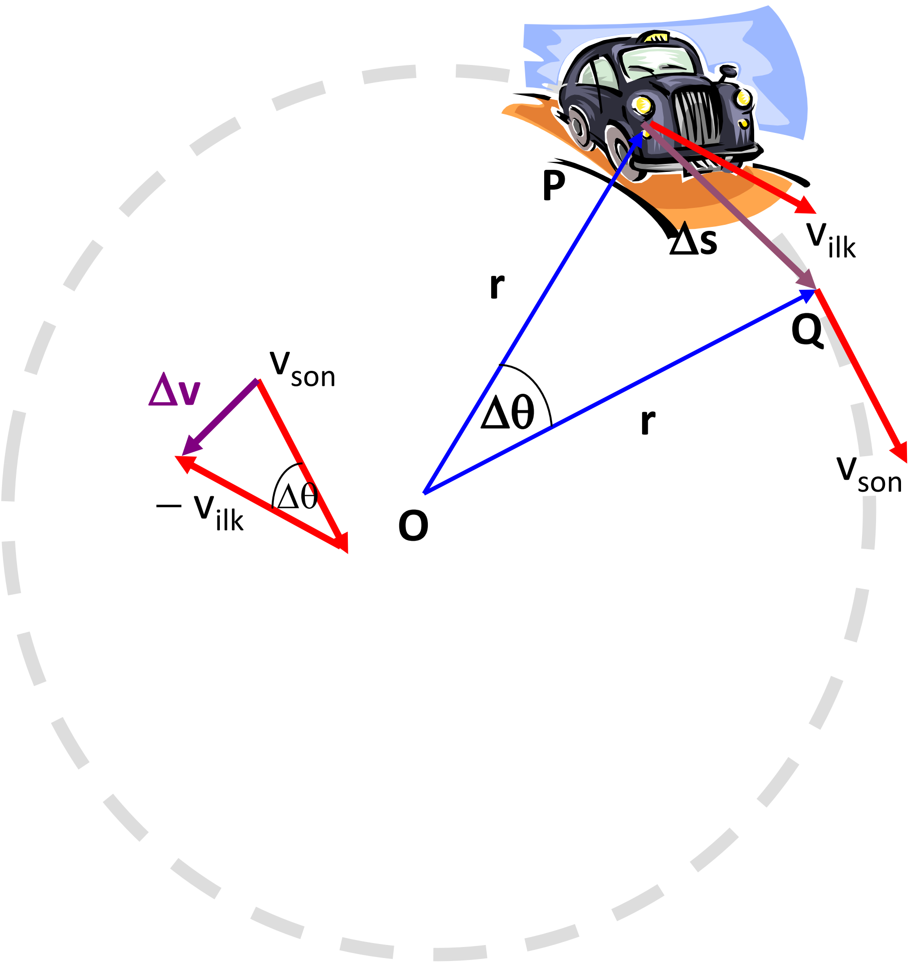
$$y = \frac{1}{2} g t^2 = 125 = 0{,}5 . 9{,}8 . t^2$$

$$t^2 = 25{,}51 \qquad t = 5{,}05 \ s$$

Bu t, aynı zamanda bombanın uçuş süresidir. Dolayısıyla bombanın yere çarpıncaya kadar alacağı yol,

$$x = v_x . t = 765 \frac{1000}{3600} 5{,}05 = 1073 m$$

4.4. Düzgün Dairesel Hareket



Sabit v hızı ile dairesel yolda hareket eden bir arabayı düşünelim. Araba sabit hızla hareket etmesine rağmen bir ivmeye sahip olması ilginçtir. Bir cismin ivmesinin olabilmesi için hızının veya hız vektörünün değişmesinin gerektiği açıktır.

Hız vektöründeki değişme hızın büyüklüğünde veya doğrultusunda olabilir. Cisim dairesel yörüngede kaldığına göre hız vektörü daima bu yörüngeye teğet durumdadır. Hızın bu şekilde doğrultusunun değişebilmesi için hıza dik doğrultuda bir ivmenin etkili olması gerekir. Bu ivmeye **merkezcil ivme** denir. Bu ivme

$$\bar{a} = \frac{v_{son} - v_{ilk}}{t_{son} - t_{ilk}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Şeklinde tanımlanır. Bu eşitliğe göre v_{son} hız vektöründen v_{ilk} vektörünün vektörel olarak çıkarılması gerekmektedir. Şekilde bu vektörel işlem gösterilmiştir. Δt çok küçük olduğu sürece Δs ile $\Delta\theta$ da çok küçük kalacaktır. Bu durumda v_{son} ve v_{ilk} hemen hemen birbirine paralel hale gelir, Δv vektörü ise merkeze doğru yönelerek onlara dik duruma ulaşır.

4.4. Düzgün Dairesel Hareket

Kenarları r, r ve Δs olan üçgen ile kenarları v (= v_{son} = v_{ilk}) ve Δv olan üçgenler benzer üçgenler olduğundan

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta s}{r}$$

yazılabilir.

$$\Delta v = \frac{v}{r}\Delta s$$

Bu eşitlikte her iki tarafın zamana göre türevi alınırsa;

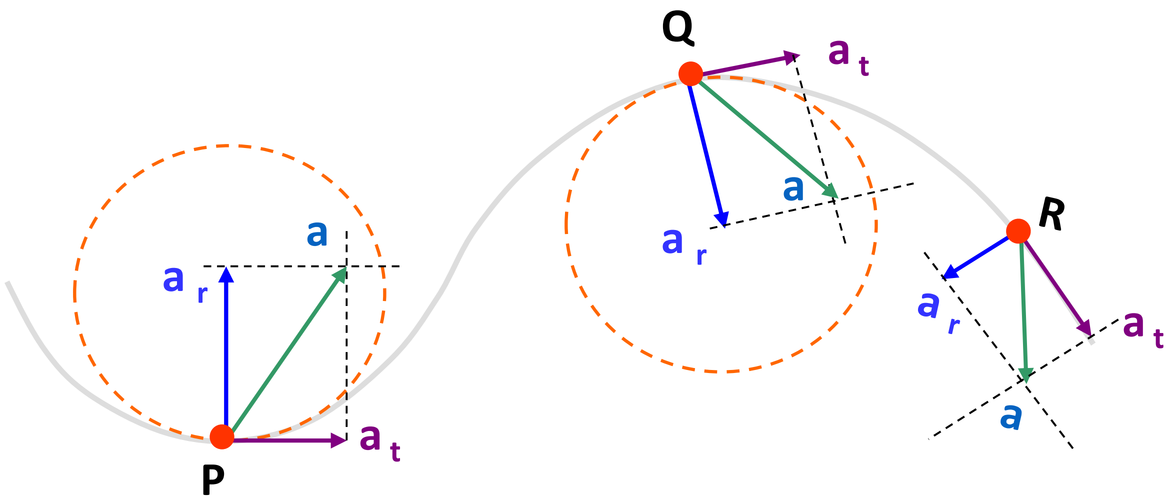
$$\bar{a} = \frac{v}{r}\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Şekildeki P noktası ile Q noktası birbirine yaklaşırsa Δt sıfıra yaklaşır ve Δs / Δt oranı da v hızına yaklaşır. Buna göre,

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

elde edilir. O halde düzgün dairesel harekette ivme dairenin merkezine doğru yönelmiştir ve v^2 / r büyüklüğündedir. Bu ivmenin boyutu da m / s^2 dir.

4.4. Düzgün Dairesel Hareket



Şekilde gösterildiği gibi bir parçaçığın hızının ve doğrultusunun değiştiği bir eğrisel yörünge boyunca yapılan hareketi inceleyelim. Parçaçığın hızı daima yola teğettir. Buna karşılık **a** ivme vektörü yol ile herhangi bir açı yapar.

Bu nedenle **a** bileşke ivme vektörünün doğrultusu noktadan noktaya değişmektedir. Bu vektör iki tane bileşenine ayrılabilir. Bu bileşenlerden biri yola teğet olan $\mathbf{a}_t$ bileşeni, diğeri ise $\mathbf{a}_r$ radyal bileşendir. Başka sözlerle **a** toplam ivme vektörü bu bileşenlerin vektörel toplamı olarak

$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t$$

Teğetsel ivme, parçaçığın hızının büyüklüğündeki değişmeden kaynaklanır ve mutlak değeri,

$$a_t = \frac{d|v|}{dt}$$

İle tanımlanır.

4.4. Düzgün Dairesel Hareket

Radyal ivmeninin nedeni hız vektörünün doğrultusunun zamanla değişimidir ve

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

İle tanımlanan mutlak değere sahiptir. Burada r ivmenin sorulduğu noktada yolun eğrilik yarıçapıdır. a_r ve a_t a‘nın dik bileşenleri olduğundan

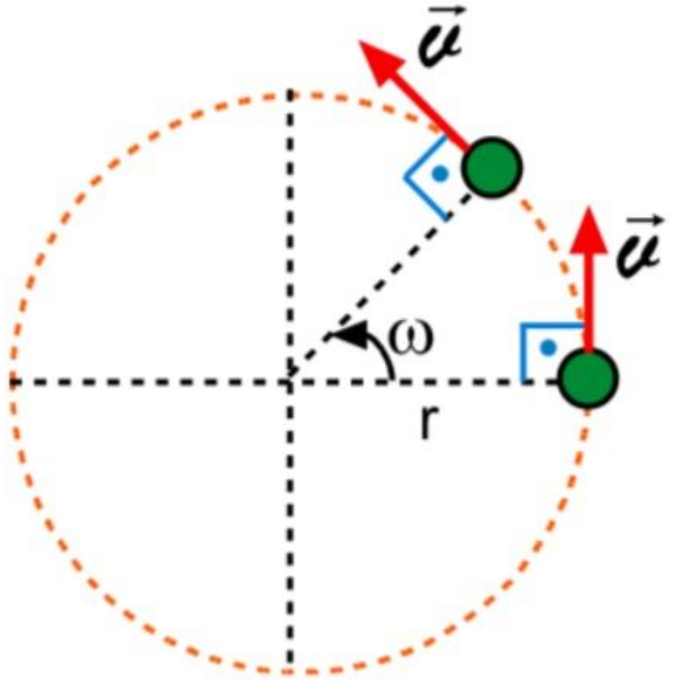
$$a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}$$

yazılabilir. a_r , daima eğrinin merkezine doğru yönelmiştir. Eğrilik yarı çapı küçük olduğunda a_r büyük ; eğrilik yarı çapı büyük olduğunda a_r küçüktür. a_t ‘nin yönü v artıyorsa v ile aynı yönlü veya v azalıyorsa ters yönlüdür.

4.4. Düzgün Dairesel Hareket

Temel Kavramlar

- Düzgün dairesel hareket yapan bir cismin, bir tam tur dönmesi için geçen zamana **periyot (T)** denir (birimi saniyedir).
- Düzgün dairesel hareket yapan bir cismin, birim zamandaki tur sayısına **frekans (f)** denir (birimi s^{-1} yada Hertz'dir).
- Periyot ile frekans arasında, **f.T = 1** bağıntısı vardır.
- Düzgün dairesel hareket yapan bir cismin dairesel yörünge üzerinde birim zamanda aldığı yola **çizgisel hız (*v*)** denir (birimi m/s'dir). Dairesel yörüngeye teğet olup, yarıçap ***r*** vektörüne diktir.
- Düzgün dairesel hareket yapan bir cismin, yarıçap vektörünün birim zamanda dairesel yörünge düzleminde taradığı açıya **açısal hız (ω)** deni. (birimi rad/s'dir).



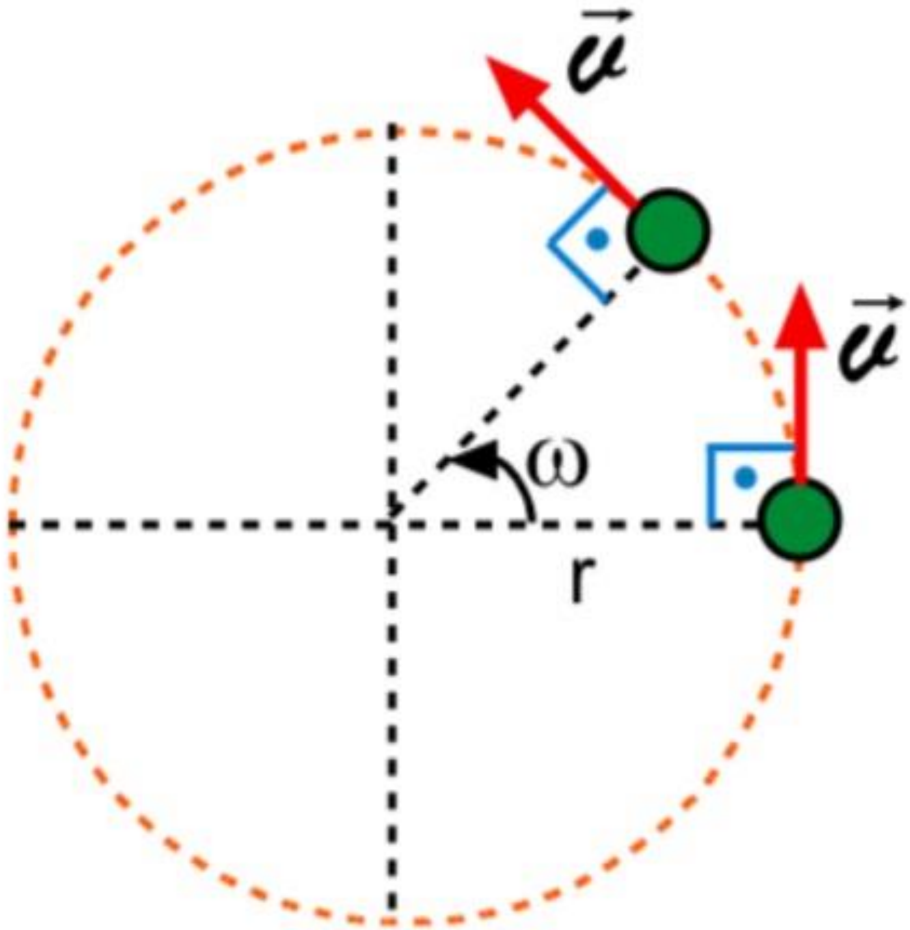
4.4. Düzgün Dairesel Hareket

Temel Kavramlar

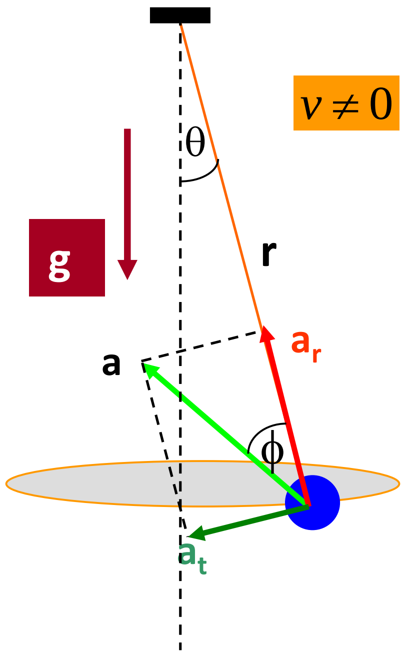
$$|\vec{v}| = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f$$

$$|\vec{\omega}| = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$\vec{v} = \vec{\omega} x \vec{r}$$



ÖRNEK: SALINAN TOP



0,5 m uzunluğunda bir sicimin ucuna top bağlanarak , şekilde gösterildiği gibi düşey bir daire çevresinde, gravitasyon ivmesi etkisinde salınması sağlanmaktadır. Sicim düşeyle 20^0 lik açı yaptığında top 1,5 m/s lik hıza sahip olmaktadır.

İvmenin bu andaki radyal bileşenini bulunuz.

Toplam ivmenin büyüklüğünü ve doğrultusunu bulunuz.

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(1{,}5)^2}{0{,}5} = 4{,}5 \quad m/s^2$$

Toplam ivmenin a_t teğet bileşeni, $a_t = g.\mathrm{Sin}\ \theta$ büyüklüğündedir. Dolayısıyla a_t 'nin büyüklüğü $a_t = 9{,}8.\mathrm{Sin}\ 20 = 3{,}36\ m/s^2$ dir. Buna göre a toplam ivmenin büyüklüğü ise,

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2} = \sqrt{(4{,}5)^2 + (3{,}36)^2} = 5{,}62 \frac{m}{s^2}$$

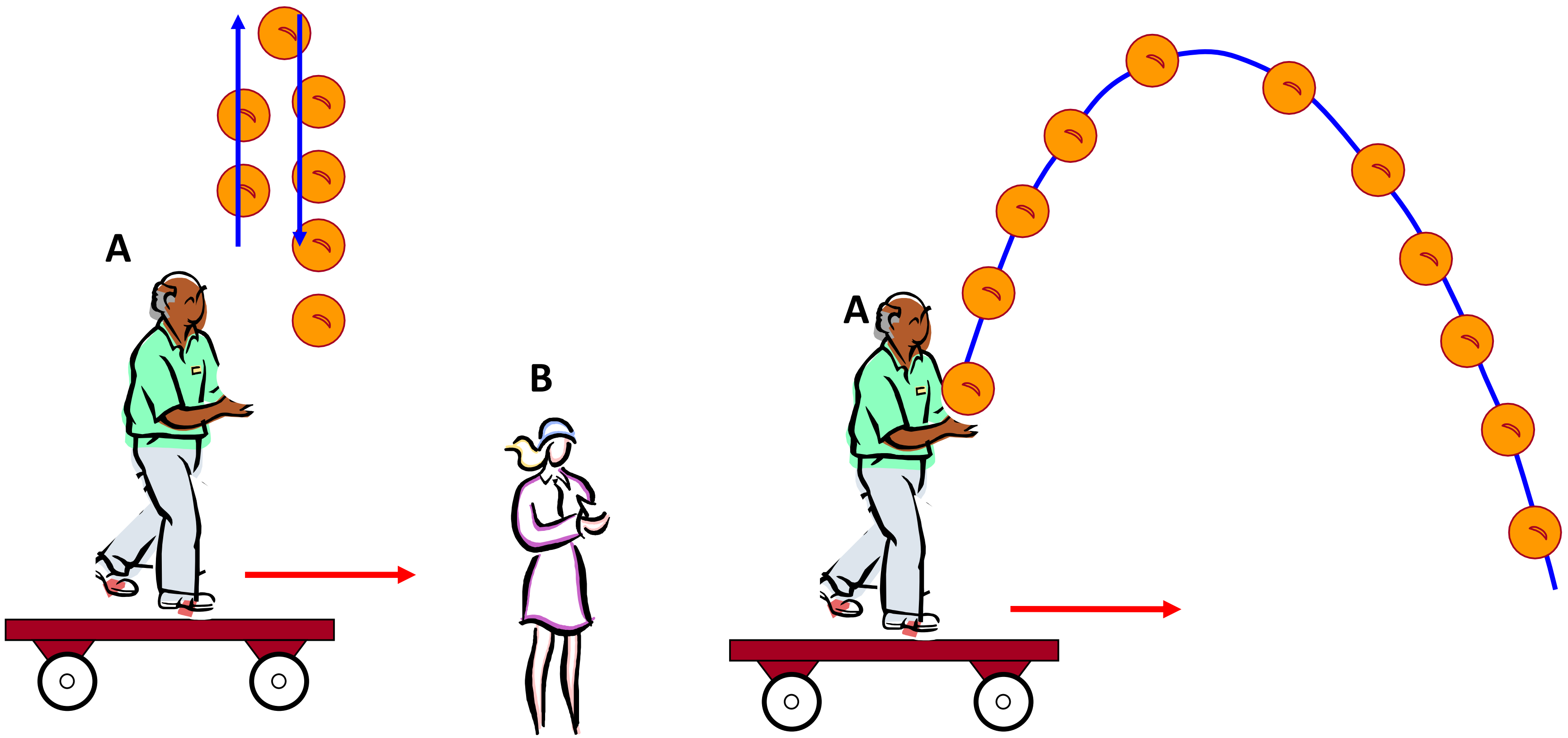
değerindedir. **a** ile sicim arasındaki açı ϕ ise, bu ϕ açısının tanjantını yazarak hesaplanabilir.

$$tg\phi = \frac{a_t}{a_r} = \frac{3{,}36}{4{,}5} = 0{,}746$$

$$\phi = 36{,}72^0$$

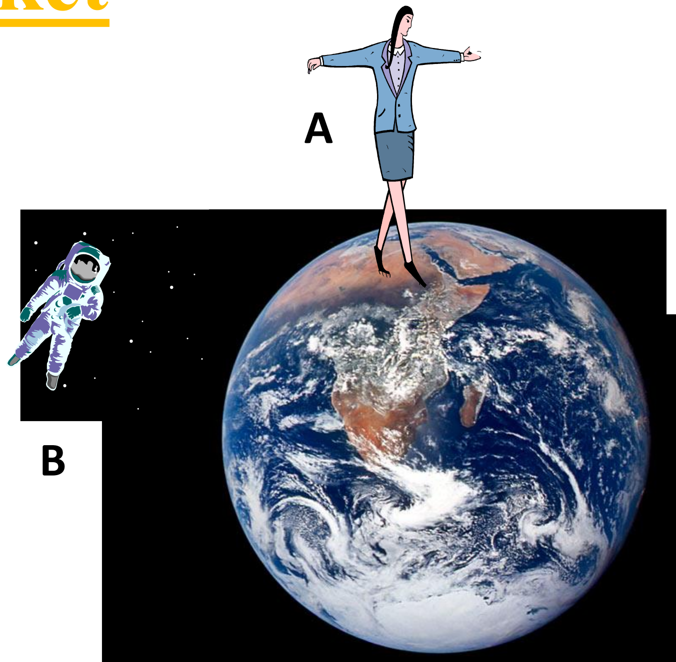
4.5. Bağıl Hareket

Farklı referans sistemlerindeki gözlemciler aynı olayı farklı gözlemleyebileceklerdir. Örneğin bir araç üzerinde giden A referans sistemi kendi referans sistemine göre havaya düşey olarak bir top fırlatsın. A gözlemcisine göre top, düşey bir yolda hareket edecektir. Duran B gözlemcisi ise topun yörüngesini bir parabol olarak gözlemleyecektir.

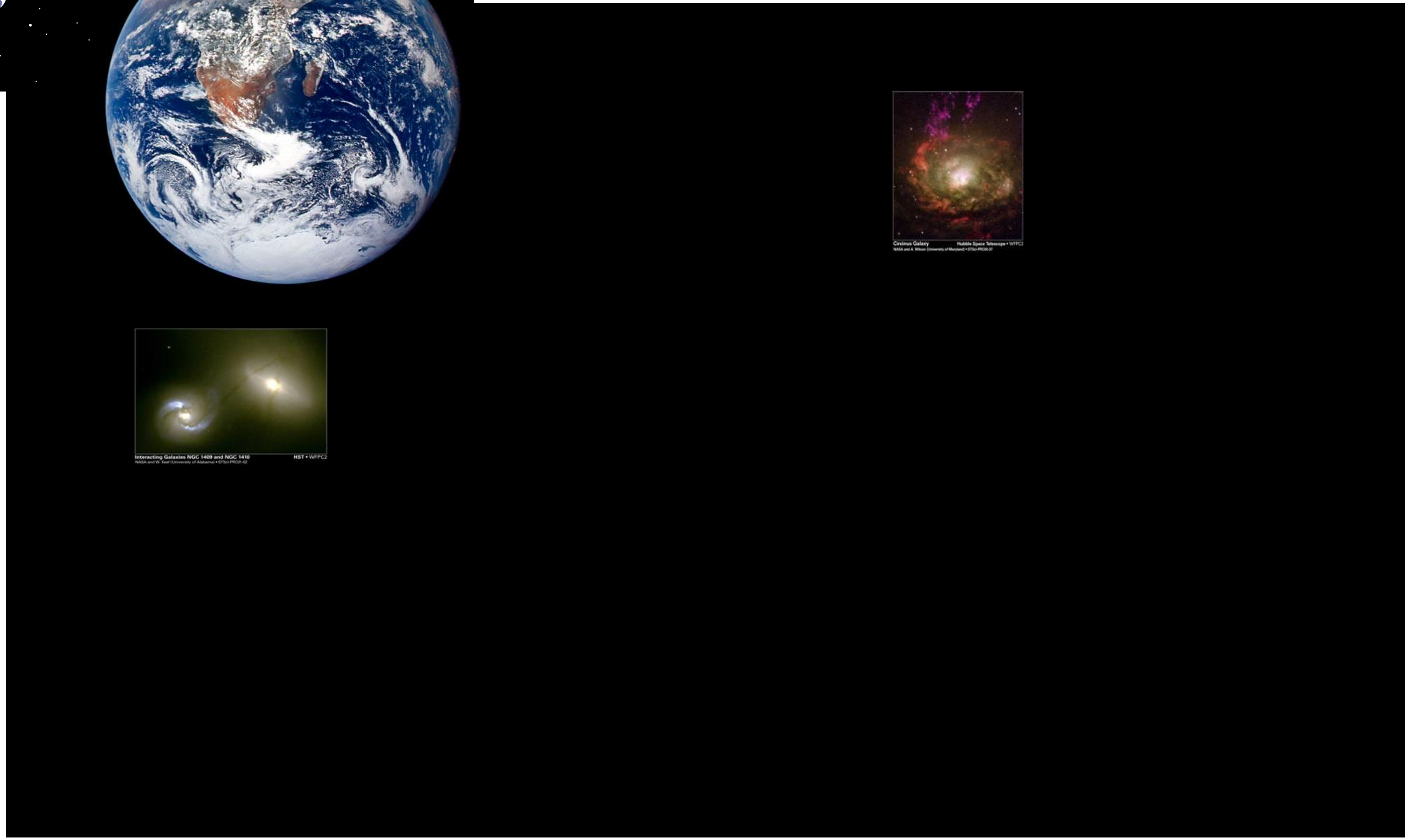


Hareket halindeki araç üzerinde yukarıya doğru top atan A gözlemcisi topun yörüngesini doğrusal olarak görecektir. Oysa aynı olayı gözlemleyen B gözlemcisi topun yörüngesini parabol olarak algılayacaktır.

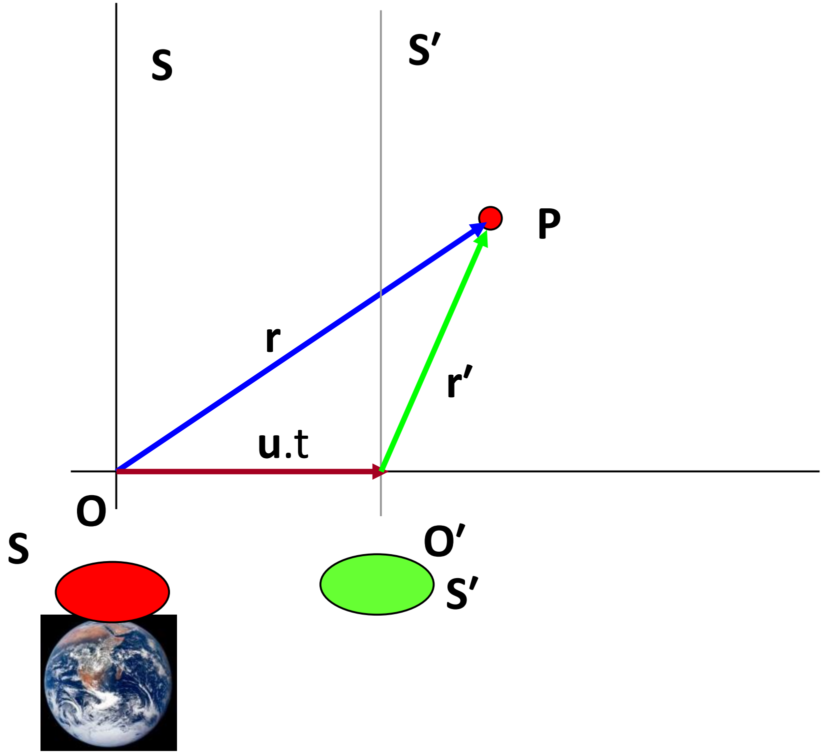
4.5. Bağıl Hareket



Dünya üzerindeki A gözlemcisine göre dünya hareket etmiyor gibidir. Oysa B gözlemcisine göre Dünya hem kendi etrafında dairesel hareket yapıyor, hem de güneş etrafında eliptik yörüngede hareket ediyor.



4.5. Bağıl Hareket



P parçacığının hareketini biri yere göre sabit S sistemindeki; diğeri sabit bir u hızı ile S ye göre sağa doğru hareket eden S' sistemindeki iki gözlemciye göre irdeleyelim. S' deki gözlemciye göre S sistemi bir – u hızı ile sola doğru hareket etmektedir. Gözlemcinin kendi referens sistemi içindeki yerinin bu tartışmada anlamı yoktur. Ancak yerin belli olması açısından orijine yerleştirilebilir.

Parçacığın S sistemine göre konumunu **r** vektörü, belli bir t zamanı sonra S' sistemine göre konumunu **r'** vektörü tanımlar. İki referens sisteminin orijini t = 0 da çakışırsa **r** ve **r'** vektörleri arasında

$$\mathbf{r} = \mathbf{r'} + \mathbf{u}.t$$

veya

$$\mathbf{r'} = \mathbf{r} - \mathbf{u}.t$$

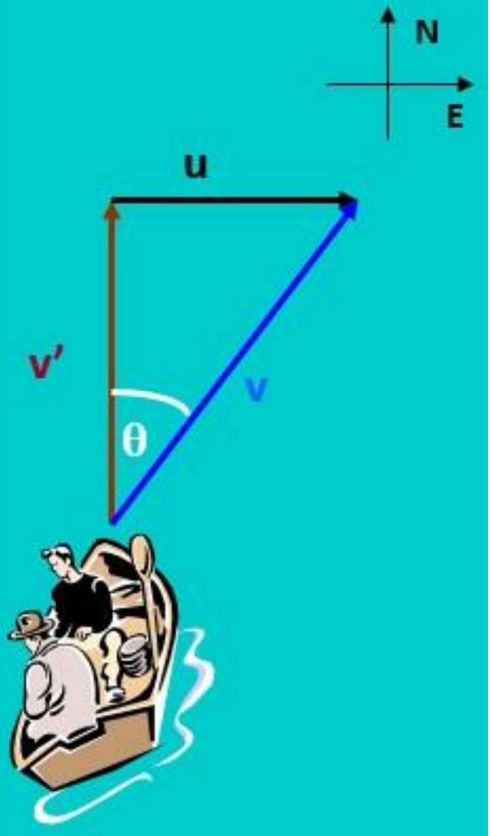
bağıntıları yazılabilir. Eşitliğin zamana göre türevini alır ve u hızının sabit olduğunu göz önüne alırsak,

$$\frac{dr'}{dt} = \frac{dr}{dt} - u$$

$$v' = v - u$$

bulunur. Burada **v'** , S' sisteminde gözlenen hızdır. **r'** ve **v'** vektörlerini belirleyen yukarıdaki iki denklem ***Galilei Dönüşüm Denklemleri*** olarak bilinir.

ÖRNEK: NEHİRDE KARŞIDAN KARŞIYA GEÇEN SANDAL



Kuzeye yönelen bir tekne nehri suya göre 10 km/saat lik hızla geçmektedir. Nehir doğuya doğru 5 km/saat lik hızla akmaktadır. Teknenin kıyıda duran bir gözlemciye göre hızını bulunuz, kayığın düşeyle yaptığı açıyı hesaplayınız.

v kayığın yere göre hızı, **u** akıntı hızı ve **v'** teknenin suya göre hızı olan üç vektör bir dik üçgen oluşturduğundan,

$$v = \sqrt{(v')^2 + u^2} = \sqrt{(10)^2 + (5)^2} = 11{,}2 \quad km/saat$$

değerindedir. v'nin yönü ise,

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{u}{v'}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5}{10}\right) = 26{,}6^0$$

DİNLEDİĞİNİZ İÇİN TEŞEKKÜRLER

ve

TEKRAR ETMEYİ UNUTMAYINIZ