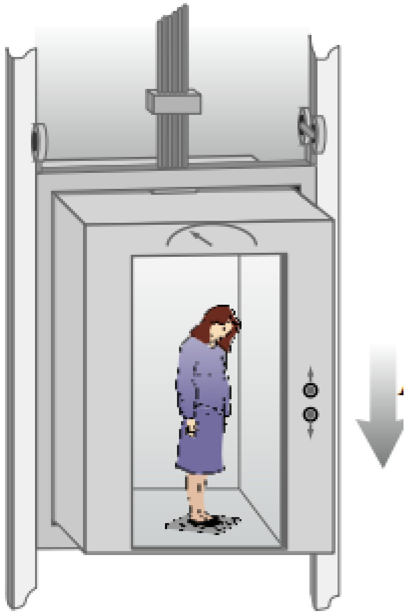
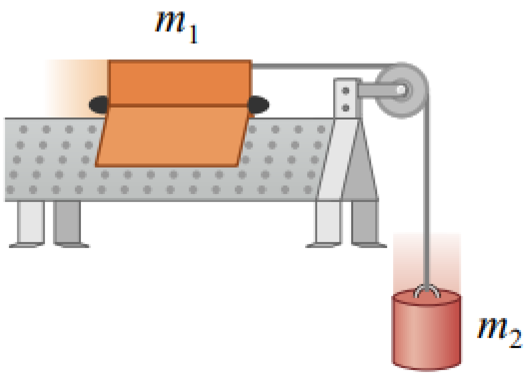
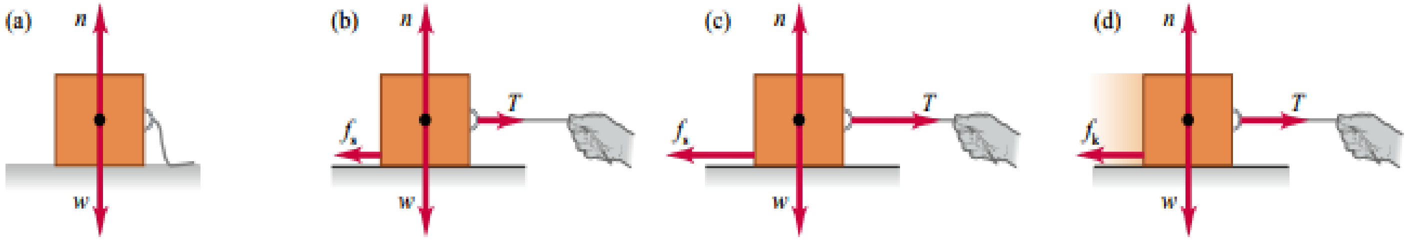






FİZİK-I DERSİ

BÖLÜM 6 : NEWTON YASALARININ UYGULAMALARI

Ders kaynakları:

1. **YOUNG ve FREEDMAN, 12 Baskı, Türkçesi**

2. Serway Fizik I, Türkçesi (Farklı Baskılar)

ÖĞRENİM KONULARI

- Dengedeki bir cismin üzerine etki eden kuvvetlerin yer aldığı problemler Newton' un 1. yasası kullanarak nasıl çözülür.

- İvmelenen bir cismin üzerine etkiyen kuvvetleri içeren problemler Newton' un 1. yasası kullanarak nasıl çözülür.

- Statik sürtünme ve kinetik sürtünme kuvveti gibi çeşitli sürtünme kuvvetlerinin doğası nedir ve bu kuvvetlerin bulunduğu problemler nasıl çözülür.

- Çembersel bir yörünge üzerinde hareket eden bir cisme etki eden kuvvetlerin yer aldığı problemler nasıl çözülür.

Newton' un 1. yasasının kullanılması: Dengedeki Parçacıklar

- Bir cisim bir eylemsiz referans düzleminde durağan halde ise veya sabit hızla ilerliyorsa dengededir.
- Cisim dengede ise üzerine etkiyen net kuvvetin (cismin üzerine etkiyen kuvvetlerin vektörel toplamı) sıfır olması gerekir.

$$\Sigma \vec{F} = 0 \quad \text{(dengedeki parçacık, vektör formu)} \qquad (5.1)$$

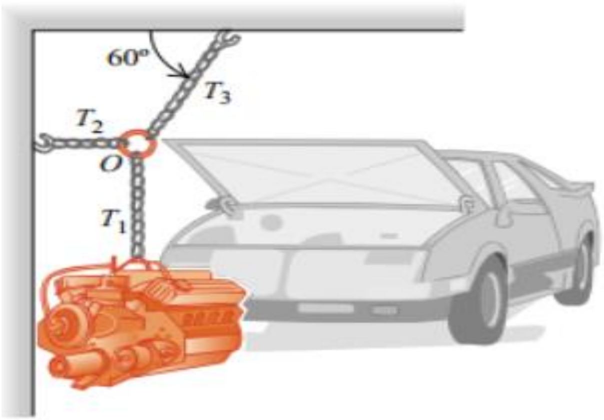
Bu eşitliği genellikle bileşenler formunda kullanırız,

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0 \quad \text{(dengedeki parçacık, bileşen formu)} \qquad (5.2)$$

Örnek 5.3 İki boyutta denge

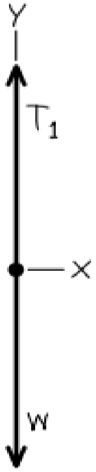
Şekli (5.3a)'da ağırlığı w olan bir araba motoru bir zincirle O noktasındaki bir halkadan sabitlenmiştir. Bu zincir biri tavana bir de duvara sabitlemiş iki diğer zincirle dengede durmaktadır. Her bir zincirdeki gerilmeyi w cinsinden hesaplayınız. Zincirleri ve halkayı kütlesiz varsayabilirsiniz.

5.3 (a) Motor, zincirler ve halka

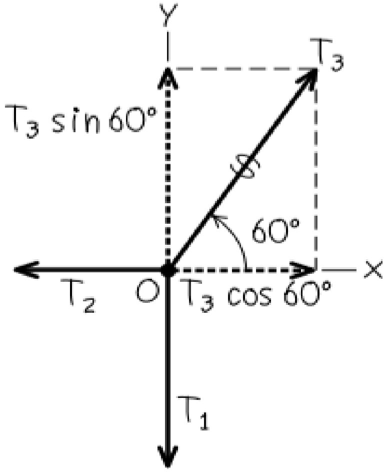


ÇÖZÜM

(b) Motor için serbest cisim diyagramı



(c) Halka için serbest cisim diyagramı



Motor:

$$\sum F_y = T_1 + (-w) = 0 \qquad \text{ve} \quad T_1 = w$$

Halka: $\sum F_x = T_3 \cos 60° + (-T_2) = 0$

Halka: $\sum F_y = T_3 \sin 60° + (-T_1) = 0$

$$T_3 = \frac{T_1}{\sin 60°} = \frac{w}{\sin 60°} = 1.155w$$

$$T_2 = T_3 \cos 60° = w \frac{\cos 60°}{\sin 60°} = 0.577w$$

$T_1 = w$

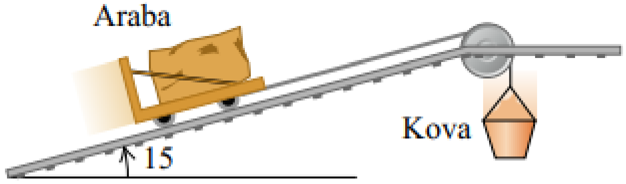
$T_2 = 0.577w$

$T_3 = 1.155w$

Örnek 5.5 Sürtünmesiz bir makarada gerilme

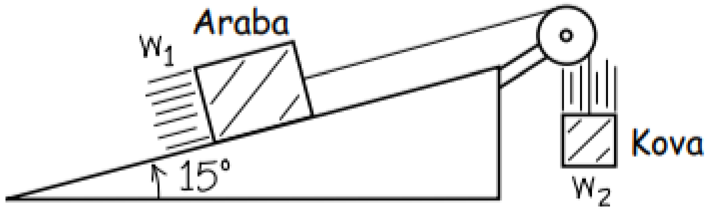
Bir granit blok taş ocağından yukarıya doğru 15º'lik bir eğimle taşınırken, ocakta açılan çukurlar da toprakla doldurulmak isteniyor. İşlemini kolaylaştırabilmek için, toprak dolu bir kova aşağıya inerken ona bağlı olan araba granit bloğu rampada yukarıya doğru çekmektedir (Şekil 5.5a). Granit bloğun ve arabanın tekerlekleri ile birlikte ağırlığı w_1, toprak dolu kovanın toplam ağırlığı da w_2'dir. Sistemin sabit hızla hareket edebilmesi için w_1 ve w_2 ağırlıklarının oranı ne olmalıdır? Sürtünme kuvvetlerini ve bağlanma halatın ağırlığını yok sayınız.

5.5 (a) Toprak dolu kova granit yüklü arabayı çekiyor.

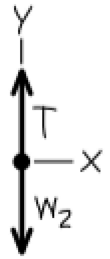


ÇÖZÜM

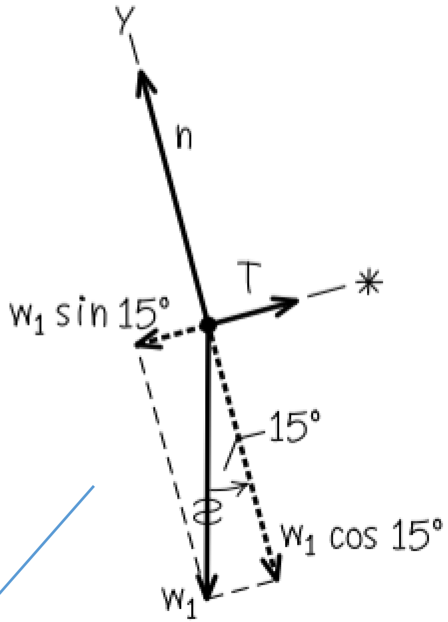
5.5 (b) Sistemin idealize edilmiş modeli



(c) Kovanın serbest cisim diyagramı



(d) Arabanın serbest cisim diyagramı



$$\sum F_y = T + (-w_2) = 0 \quad \text{o halde} \quad T = w_2$$

$$\sum F_x = T + (-w_1 \sin 15^\circ) = 0 \quad \text{o halde} \quad T = w_1 \sin 15^\circ$$

T için bulunan bu iki denklemi eşitlediğimizde;

$$w_2 = w_1 \sin 15^\circ = 0.26 w_1$$

Newton’un 2. yasasının Kullanımı: Parçacıkların Dinamiği

- Burada cisimler dengede değildirler dolayısıyla ivmeleri vardır.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \qquad \text{(Newton’un ikinci yasasının vektör hali)} \qquad (5.3)$$

$$\longrightarrow \quad \Sigma F_x = ma_x \qquad \Sigma F_y = ma_y \qquad \text{(Newton’un ikinci yasasının bileşen hali)} \qquad (5.4)$$

Örnek 5.6 Sabit kuvvet etkisinde düzgün doğrusal hareket

Bir buz yelkenlisi tamamen sürtünmesiz bir yüzeyde hareketsiz halde durmaktadır (Şekil 5.7). Rüzgâr kızakların doğrultusunda esmektedir. Yelkenli serbest bırakıldıktan 4.0 s sonra 6.0 m/s hıza ulaşmıştır (yaklaşık 22 km/sa ya da 13 mi/sa). Rüzgârın yelkenliye etkidiği sabit yatay kuvvet olan F_w nedir? Yelkenlinin toplam ağırlığı 200 kg’dır.

5.7 (a) Buz yelkenlisi ve sürücüsü sürtünmesiz buz üzerinde

ÇÖZÜM

$$\Sigma F_x = F_w = ma_x \qquad v_x = v_{0x} + a_x t$$

$$\Sigma F_y = n + (-mg) = 0$$

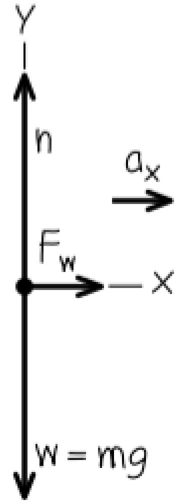
$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t} = \frac{6.0\ \text{m/s} - 0\ \text{m/s}}{4.0\ \text{s}} = 1.5\ \text{m/s}^2 \quad , \quad F_w = ma_x = (200\ \text{kg})\,(1.5\ \text{m/s}^2) = 300\ \text{kg.m/s}^2$$

$1\ \text{kg}\ .\ \text{m/s}^2 = 1$ Newton (N) olduğundan cevabımız; $F_w = 300$ N

F_w büyüklüğünü hesaplamak için ΣF_y denklemine ihtiyacımızın olmadığını fark etmişsinizdir. Bu denkleme dikey kuvveti (n) hesaplamak istediğimizde ihtiyacımız olacaktır;:

$$n - mg = 0 \longrightarrow n = mg = (200\ \text{kg})\,(9.8\ \text{m/s}^2) = 2.0 \times 10^3\ \text{N}$$

5.7 (b) Buz yelkenlisi ve sürüsü için serbest cisim diyagramı



Örnek 5.7 Sürtünmeli düzgün doğrusal hareket

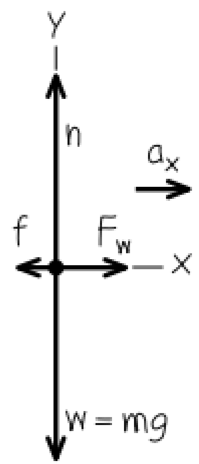
Örnek 5.6'da verilen buz-yelkenlisine 100 N büyüklüğünde sabit ve hareketin ters yönünde bir sürtünme kuvvetinin etkimekte olduğunu düşününüz. Bu durumda yelkenlinin aynı ivmeye ($a_x = 1.5$ m/s^2) sahip olabilmesi için rüzgârın etkimesi gereken sabit kuvvet F_W ne olmalıdır?

ÇÖZÜM

İŞLEM: Bu durumda iki kuvvetin x-bileşeni var; sürtünme kuvveti ve rüzgâr kuvveti. Newton'un ikinci yasasının x-bileşeni şunu verir;

$$\Sigma F_x = F_w + (-f) = ma_x$$

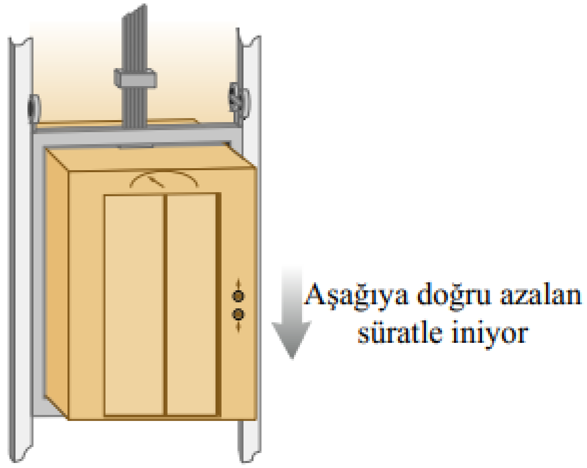
$$F_w = ma_x + f = (200 \text{ kg})(1.5 \text{ m/s}^2) + (100 \text{ N}) = 400 \text{ N}$$



Örnek 5.8 Asansör halatındaki gerilme

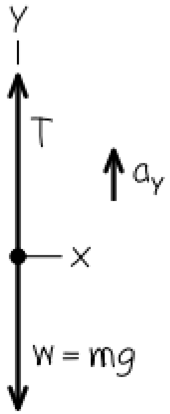
Bir asansörün kütlesi yüküyle birlikte 800 kg'dır (Şekil 5.9a). Asansör başlangıçta aşağıya doğru 10.0 m/s sabit hızla inmektedir ancak 25.0 m'lik bir mesafede sabit bir ivmeyle yavaşlayıp durmaktadır. Asansör durana kadar asansörü tutan halatta oluşan gerilmeyi hesaplayınız.

5.9 (a) Aşağıya inen asansör



ÇÖZÜM

(b) Asansörün serbest cisim diyagramı



$$\Sigma F_y = T + (-w) = ma_y$$

$$T = w + ma_y = mg + ma_y = m(g + a_y)$$

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a_y(y - y_0)$$

$$a_y = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{2(y - y_0)} = \frac{(0)^2 - (-10.0 \text{ m/s})^2}{2(-25.0 \text{ m})} = +2.00 \text{ m/s}^2$$

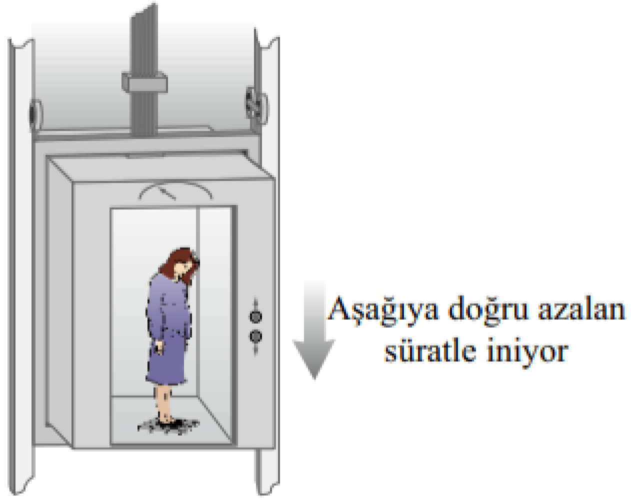
$$T = m(g + a_y) = (800 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2 + 2.00 \text{ m/s}^2)$$

$$= 9\,440 \text{ N}$$

Örnek 5.9 İvmeli hareket eden bir asansörde hissedilen ağırlık

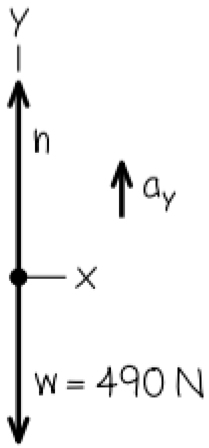
Örnek 5.8'deki asansörün içinde ağırlığı 50 kg olan bir kadın bir tartı üzerinde durmaktadır. Tartının gösterdiği ağırlık nedir?

5.10 (a) Aşağıya inen asansör içerisindeki kadın



ÇÖZÜM

(b) Kadın için serbest cisim diyagramı



$$w = mg = (50.0\text{ kg}) \times (9.8\text{ km/s}^2) = 490\text{ N}$$

$a_y = +2.00\text{ m/s}^2$'dir.

$$\Sigma F_y = n + (-mg) = ma_y$$

$$n = mg + ma_y = m\,(g + a_y)$$

$$= (50.0\text{ kg})\,(9.80\text{ m/s}^2 + 2.00\text{ m/s}^2) = 590\text{ N}$$

Görünen Ağırlık ve Görünen Ağırlıksızlık

Örnek 5.9'da bulunan sonucu genelleştirelim. Asansörün içerisindeki bir tartının üzerinde duran m kütleli bir yolcu asansör y-ivmesi a_y ile hareket ettiğinde tartının üzerinde şu *görünen değeri* okur;

$$n = m\,(g + a_y)$$

Asansör yukarıya doğru hızlandığında a_y ivmesi pozitif değerlidir ve normal kuvvet n yolcunun ağırlığından ($w = mg$) daha fazladır. Asansör aşağıya doğru hızlandığında ise a_y ivmesi negatif değerlidir ve normal kuvvet n yolcunun ağırlığından ($w = mg$) daha azdır. Yolcu asansörün ivmelendiğinden habersizse ağırlığının değişiyormuş gibi olduğunu hissedebilir; tartı bu gerçeği göstermektedir.

En uç durum ise asansörün ivmesi aşağıya doğru $a_y = -g$ olduğunda, yani asansör serbest düşme yaptığında ortaya çıkar. Bu durumda $n = 0$ olacağından yolcu kendisini ağırlıksızmış gibi hissedecektir. Benzer şekilde uzay boşluğunda dünyanın çevresinde dönmekte olan bir uzay aracındaki astronot da *"görünen ağırlıksızlık"* durumu yaşayacaktır (Şekil 5.11). Her iki olayda da gerçekte kişiler ağırlıksız değillerdir ve ikisine de yerçekimi yine etki etmektedir. Ancak serbest düşme halinde olan asansördeki kişi kendisini tıpkı uzay boşluğunda yerçekimsiz bir ortamda bulunuyormuş gibi ağırlıksız hisseder. Anlatılan iki durumda da kişi ve taşıt (asansör ve uzay aracı) birlikte aynı g ivmesi ile düşmektedirler, yani kişiyi uzay aracın duvarlarına ya d asansörün tabanına doğru iten bir kuvvet yoktur.

5.11 Yörüngedeki astronotlar kendilerini "ağırlıksız" hissederler, bunun nedeni astronot ve aracın aynı ivmeye sahip olmasıdır; sanıldığının aksine bu yerçekimi kuvvetinin ortadan kalkmasından dolayı değildir. (Eğer astronota ve uzay aracına yerçekimi etki etmiyor olsaydı ikisi de uzay boşluğuna doğru uçarak kaybolurlardı.)

Örnek 5.10 Bir tepeden aşağıya ivme

Bir kar kızağı tatil yapan öğrencilerle doludur ve kar kaplı bir tepeden aşağıya kaymaktadır. Kızağın ve öğrencilerin toplam ağırlığı w olarak verilmiştir. Tepe yamacı yatayla sabit bir α açısı yapmaktadır ve kızak iyice cilalandığından yüzeyle arasındaki sürtünme yok denecek kadar azdır. Kızağın ivmesini bulunuz.

ÇÖZÜM

İvmelenme sadece artı x-yönündedir; o halde $a_y = 0$.

$$\Sigma F_x = w \sin \alpha = ma_x$$

$$\Sigma F_y = n - w \cos \alpha = ma_y = 0$$

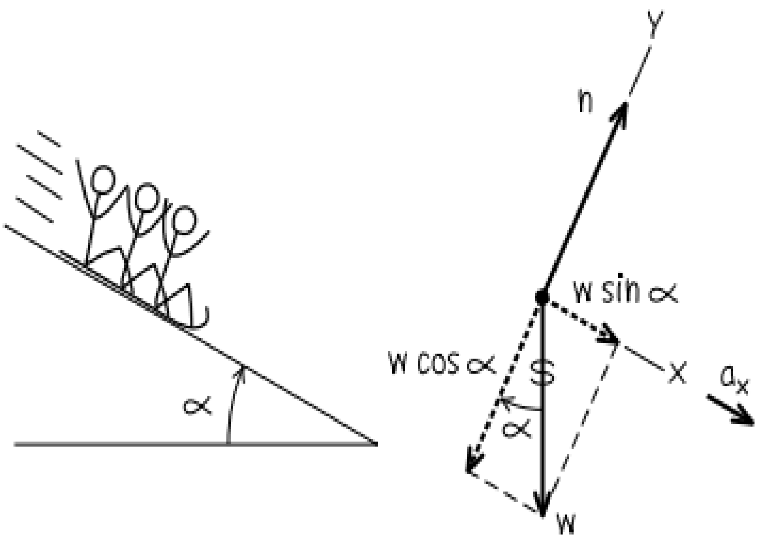
$w = mg$ x-bileşeni $mg \sin \alpha = ma_x$

$$\boxed{a_x = g \sin \alpha}$$

y-bileşeni bize yamacın kızağa uyguladığı normal kuvvetin büyüklüğünü vermektedir.:

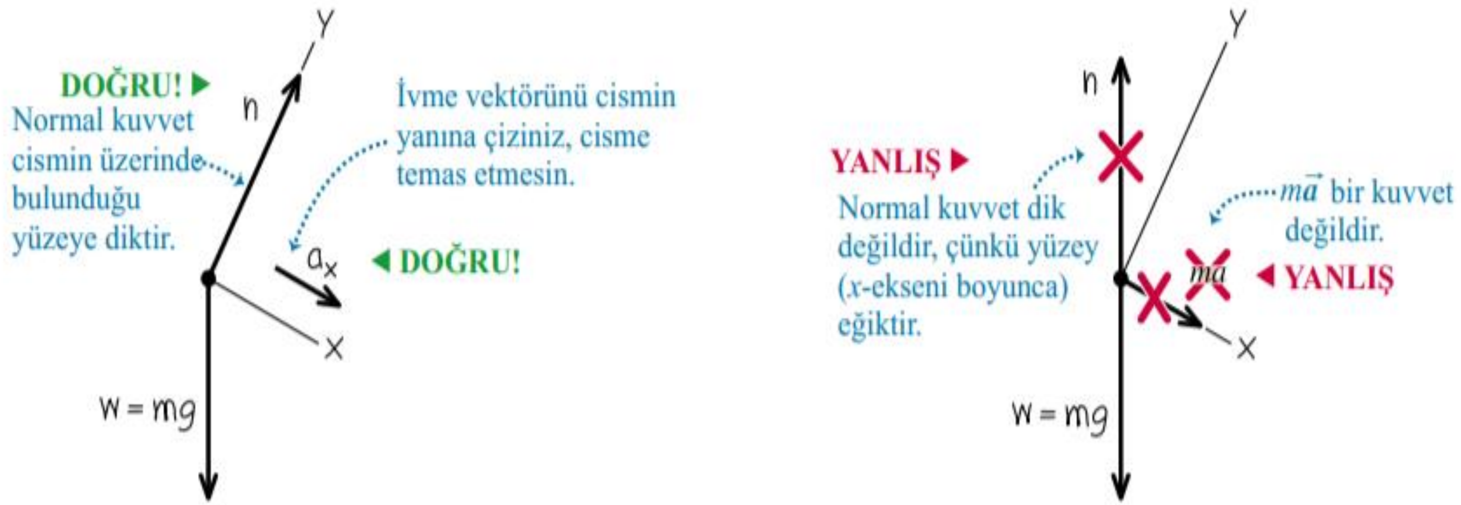
$$n = w \cos \alpha = mg \cos \alpha$$

5.12 (a) Durum (b) Kızak için serbest cisim diyagramı



UYARI **5.13** Sürtünmesiz bir yamaçta kayan kızak için doğru ve yanlış serbest cisim diyagramları.

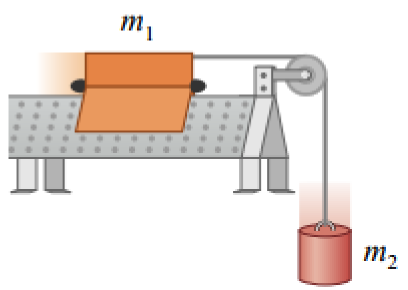
(a) Kızak için olan doğru serbest cisim diyagramı (b) Kızak için olan yanlış serbest cisim diyagramı



Örnek 5.12 İvmelerinin büyüklükleri aynı olan iki cisim

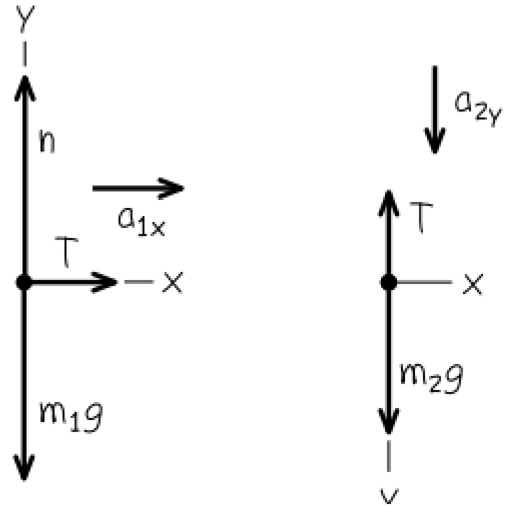
Şekil 5.15a'da bir fizik laboratuvarlarında bulunan ve sürtünmesiz hava yastığı üzerinde kayabilen m_1 kütleli bir cisim gösteriliyor. Kayan cisim uzamayan esnek ve hafif bir iple m_2 kütleli bir laboratuvar ağırlığına sürtünmesiz, kütlesiz ve dönmeyen küçük bir makara üzerinden bağlıdır. İki cismin ivmelerini ve ipteki gerilmeyi bulunuz.

5.15 (a) Sistem



ÇÖZÜM

5.15 (b) Kayan cisim için serbest cisim diyagramı (c) Ağırlık için serbest cisim diyagramı



$$a_{1x} = a_{2y} = a$$

Kayan cisim için Newton'un ikinci yasasına göre;

Kayan cisim $\quad \Sigma F_x = T = m_1 a_{1x} = m_1 a$

Kayan cisim $\quad \Sigma F_y = n + (-m_1 g) = m_1 a_{1y} = 0$

Düşen ağırlık için tek kuvvet y-yönündedir, o halde;

Düşen ağırlık $\quad \Sigma F_y = m_{2g} + (-T) = m_2 a_{2y} = m_2 a$

Kayan cisim $\quad T = m_1 a$

Düşen ağırlık $\quad m_2 g - T = m_2 a$

Bu iki denklemi T'yi yok etmek için toplarsak;

$$m_2 g = m_1 a + m_2 a = (m_1 + m_2)a$$

ve her cismin ivmesinin büyüklüğünü;

$$a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g$$

Bunu ilk denklemde yerine koyarsak (kayan cisim için)

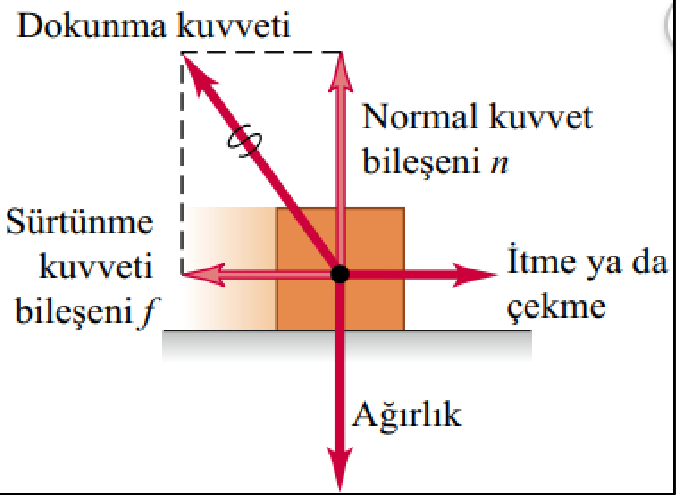
$$\boxed{T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g}$$

Sürtünme Kuvvetleri

Kinetik ve Statik Sürtünme

5.17 Bir blok bir yüzey üzerinde itildiğinde veya çekildiğinde, yüzey bloğa bir dokunma kuvveti uygular.

Sürtünme kuvveti ve normal kuvvet gerçekte tek bir dokunma kuvvetinin bileşenleridir.



Bir cisim yüzey üzerinde hareket ederken cisme etki eden sürtünme **kinetik sürtünme kuvveti** ($\vec{f}_k$) olarak adlandırılır. Burada kullanılan *kinetik* sıfatı ve *k* alt indisi dokunmakta olan iki yüzeyin birbirlerine göreceli olarak hareket ettiklerini göstermek içindir. Kinetik sürtünme kuvvetinin büyüklüğü, normal kuvvet arttığında genellikle artar. İçi kitap dolu bir kutuyu yerde ittirmenin zorluğuna karşın aynı kutuyu boş olarak daha kolay ittirebilmenin sebebi budur. Bu prensip araba frenlerinde de kullanılmaktadır: Fren disklerine daha fazla bastırıldığında daha fazla frenleme sağlanması aynı sebepten kaynaklanır.

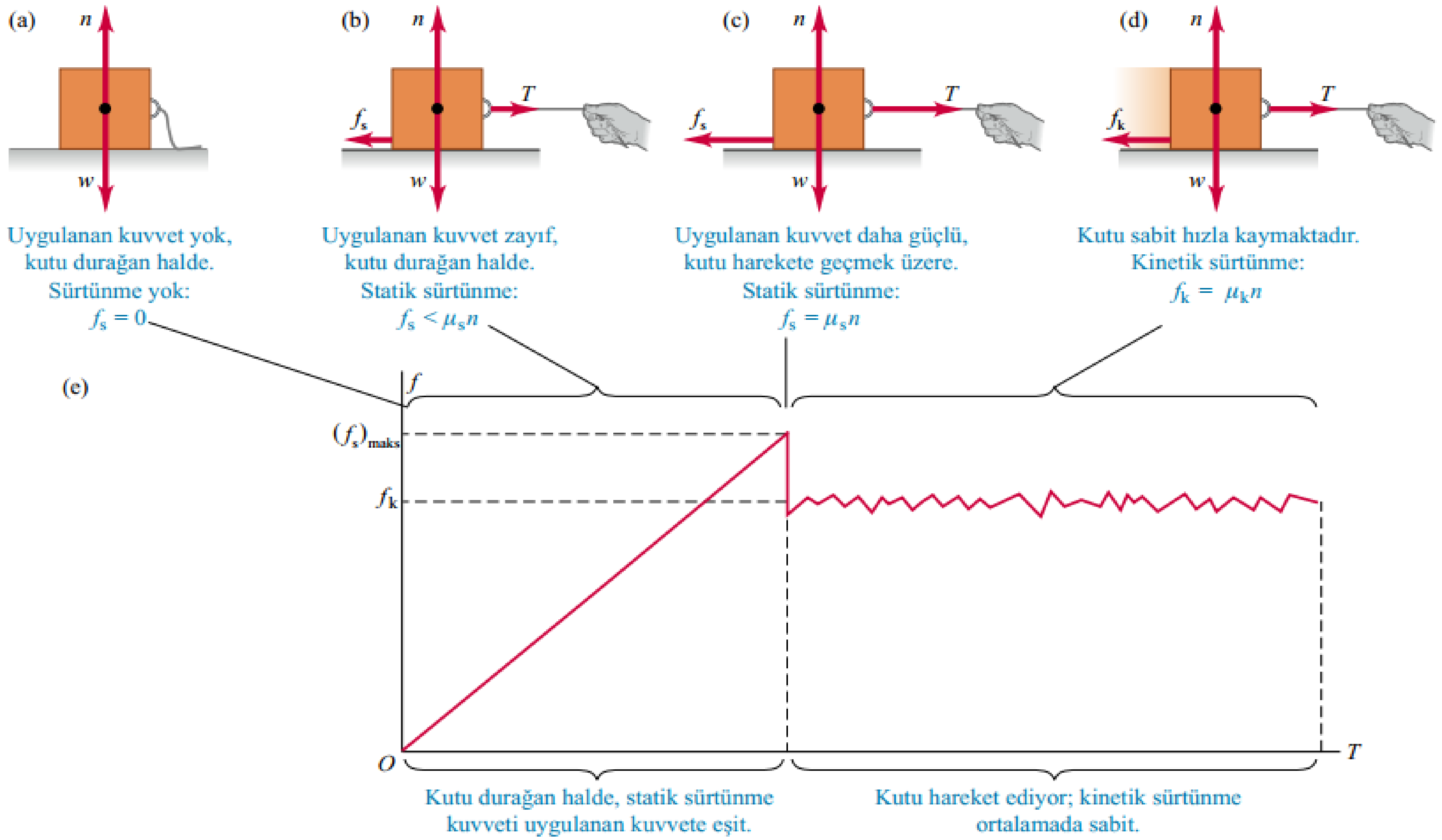
$$f_k = \mu_k n \qquad \text{(kinetik sürtünme kuvvetinin büyüklüğü)}$$

Burada μ_k (mu-altı-k olarak okunur) **kinetik sürtünme katsayısı** olarak isimlendirilir. Yüzey kayganlaştıkça bu katsayı küçülür. İki kuvveti birbirine ilintilediği için μ_k sadece bir sayıdır ve birimi yoktur.

Tablo 5.1 Yaklaşık Sürtünme Katsayıları

Malzeme	Statik sürtünme Katsayısı, μ_s	Kinetik sürtünme katsayısı, μ_k
Çelik üzerinde çelik	0.74	0.57
Çelik üzerinde alüminyum	0.61	0.47
Çelik üzerinde bakır	0.53	0.36
Çelik üzerinde pirinç	0.51	0.44
Dökme demir üzerinde çinko	0.85	0.21
Dökme demir üzerinde bakır	1.05	0.29
Cam üzerinde cam	0.94	0.40
Cam üzerinde bakır	0.68	0.53
Teflon üzerinde teflon	0.04	0.04
Çelik üzerinde teflon	0.04	0.04
Kuru beton üzerinde lastik	1.0	0.8
Islak beton üzerinde lastik	0.30	0.25

5.19 (a), (b), (c) Göreceli bir hareket olmadığında statik sürtünme kuvveti f_s değeri $\mu_s n$ değerine ya eşittir ya da bu değerden küçüktür. (d) Göreceli bir hareket olduğunda kinetik sürtünme kuvveti f_k değeri $\mu_k n$ değerine eşittir. (e) Sürtünme kuvveti büyüklüğü f'in cisme uygulanan kuvvet büyüklüğü T'ye göre grafiği. Kinetik sürtünme kuvveti moleküller arası bağların oluşup kopmasına bağlı olarak değişiklikler gösterir.



Sürtünme kuvvetleri herhangi bir göreceli hareket olmasa da etkin olabilirler. Bir kutuyu yüzeyde kaydırmaya çalıştığınızda kutu hareket etmeyebilir çünkü yer kutuya sizin uyguladığınız kuvvete denk ancak zıt yönlü bir sürtünme kuvveti uygular. Buna **statik sürtünme kuvveti** denir ve $\vec{f}_s$ ile gösterilir. Şekil 5.19a'da gösterilen kutu ağırlık $\vec{w}$ ve yukarı doğru normal kuvvet $\vec{n}$ etkisi altında dengededir. Normal kuvvet kutuya yer tarafından uygulanan kuvvettir ve büyüklük olarak kutunun ağırlığına eşittir $(n = w)$. Kutuya bir ip bağlanıyor ve Şekil 5.19'de gösterildiği şekilde artan bir kuvvetle çekmeye başlanıyor, yani ipteki gerilme kuvveti T sürekli olarak arttırılıyor. Başlangıçta kutu durağan haldedir, ipteki gerilme kuvveti T arttıkça statik sürtünme kuvveti f_s (büyüklük olarak T'ye orantılı şekilde) artmaya devam eder.

Ancak bir noktada, T zeminin uygulayabildiği statik sürtünme kuvveti f_s'den daha büyük olduğunda kutu serbest kalır (bu noktada T kuvveti kutu ile yüzey arasında oluşan bağları kırmaya yeterlidir) ve kaymaya başlar. Şekil 5.19c T kuvvetinin kritik kırılma noktasına ulaştığı anı gösteriyor. T kuvveti bu kritik noktayı aştığı anda kutu artık denge durumunda değildir. Verilen bir yüzey çifti için statik sürtünme kuvvetinin en büyük değeri $(f_s)_{maks}$ normal kuvvete bağlıdır. Deneyler pek çok durumda bu $(f_s)_{maks}$ değerinin normal kuvvetle yaklaşık olarak doğru orantılı olduğunu gösteriyor; aradaki orantı sabitine **statik sürtünme katsayısı** (μ_s) adı verilir.

$$f_s \leq \mu_s n \qquad \text{(statik sürtünme kuvvetinin büyüklüğü)}$$

5.19a'da olduğu gibi uygulanan herhangi bir kuvvet yoksa $T = 0$'dır ve statik sürtünme kuvveti de yoktur ($f_s = 0$).

Örnek 5.13 Yatay harekette sürtünme

Düzgün bir yüzeyde bulunan 500 N ağırlığında bir kasayı bir halat yardımıyla yatay olarak çekerek hareket ettirmeye çalışıyorsunuz. Hareketi başlatabilmek için kasaya 230 N'luk yatay bir kuvvet uygulamanız gerekiyor. Kasa harekete başladığında onu sabit hızda çekebilmek için 200 N yeterli oluyor. Statik ve kinetik sürtünme katsayılarını bulunuz.

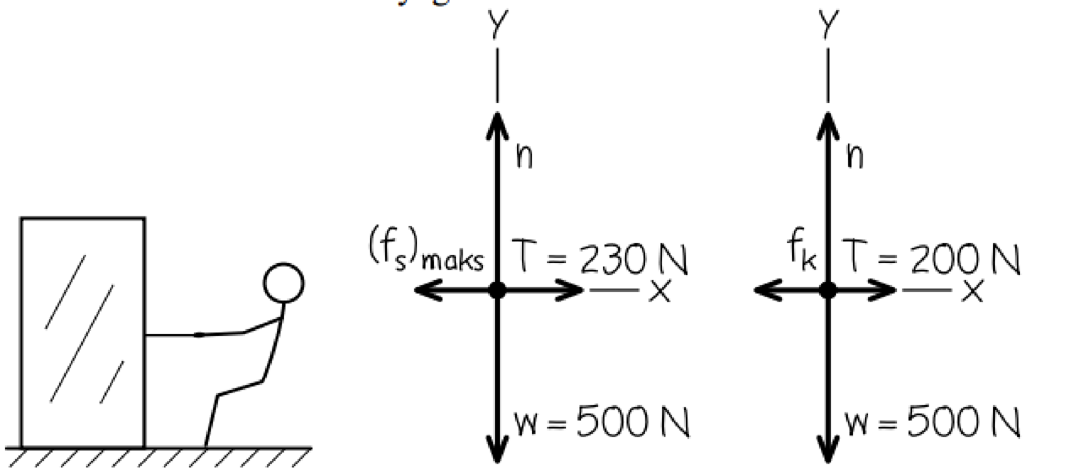
ÇÖZÜM

5.20 Problem için durum çizimi.

(a) Kasanın çekilmesi

(b) Kasanın harekete başlamadan hemen önceki serbest cisim diyagramı

(c) Kasanın sabit hızla ilerlerken serbest cisim diyagramı



İŞLEM: Kasa harekete başlamadan hemen önceki (Şekil 5.20b) verilerimiz;

$$\sum F_x = T + (-(f_s)_{\text{maks}}) = 0 \quad \text{yani} \quad (f_s)_{\text{maks}} = T = 230\text{ N}$$

$$\sum F_y = n + (-w) = 0 \quad \text{yani} \quad n = w = 500\text{ N}$$

Daha sonra Denklem (5.6)yı kullanılarak, $(f_s)_{\text{maks}} = \mu_s n$ eşitliğinden μ_s değerini hesaplayabiliriz;

$$\mu_s = \frac{(f_s)_{\text{maks}}}{n} = \frac{230\text{ N}}{500\text{ N}} = 0.46$$

Kasa harekete başladıktan sonra kuvvetler şekil 5.20c'gösterildiği gibi olacağından;

$$\sum F_x = T + (-f_k) = 0 \quad \text{yani} \quad f_k = T = 200\text{ N}$$

$$\sum F_y = n + (-w) = 0 \quad \text{yani} \quad n = w = 500\text{ N}$$

Denklem (5.5)'ten $f_k = \mu_k n$ eşitliğini kullanılarak μ_k değerini bulabiliriz;

$$\mu_k = \frac{f_k}{n} = \frac{200\text{ N}}{500\text{ N}} = 0.40$$

DEĞERLENDİRME: Kasayı hareket halinde tutmak harekete geçirmekten daha kolaydır ve kinetik sürtünme katsayısı, statik sürtünme katsayısından daha küçüktür.

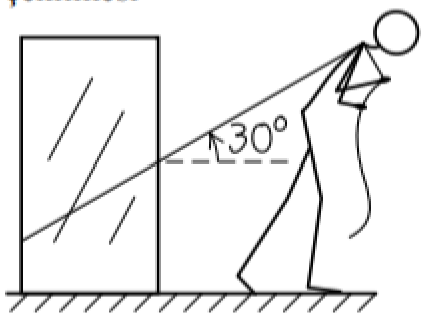
Örnek 5.15 Kinetik sürtünmenin en aza indirilmesi

Örnek 5.13'deki kasayı etrafına bağladığınız bir halatla yerden 30º açı yapacak şekilde yukarıya doğru çektiğinizi düşününüz. Kasayı hareket halinde ve sabit hızla tutabilmek için uygulamanız gereken kuvvet ne olacaktır? Bu şekilde hareket ettirmek yatay kuvvetle çekmeye göre daha zor mu daha kolay mı olacaktır? (w = 500 N ve $\mu_k = 0.40$ kabul ediniz.)

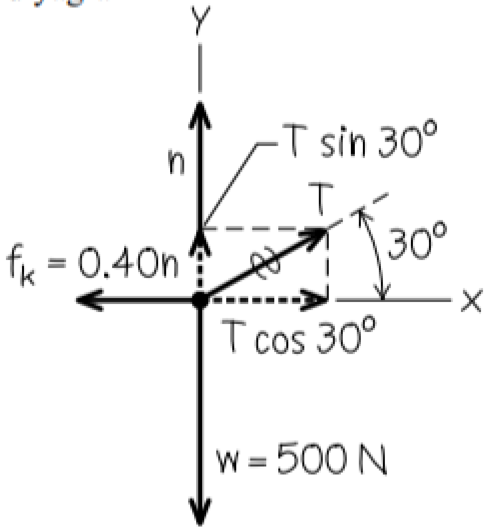
ÇÖZÜM

5.21 Problem için durum çizimi.

(a) Kasanın açılı bir kuvvetle çekilmesi



(b) Hareket eden kasa için serbest cisim diyagramı



İŞLEM: Denge koşullarından ve $f_k = \mu_k n$ eşitliğinden;

$\sum F_x = T\cos 30° + (-f_k) = 0$ yani $T\cos 30° = \mu_k n$

$\sum F_y = T\sin 30° + n + (-w) = 0$ yani $n = w - T\sin 30°$

Bunlar iki bilinmeyen olan T ve n için kurulmuş iki denklemdir. Çözmek için bir bilinmeyeni eleyerek diğerinde yerine koyabiliriz. Bunun pek çok yolu vardır; Örneğin, n için olan bağıntıyı ikinci denklemden üreterek birincisinde yerine koymak olabilir;

$$T\cos 30° = \mu_k (w - T\sin 30°)$$

Ve bunu T için çözerek değerini bulabiliriz;

$$T = \frac{\mu_k w}{\cos 30° + \mu_k \sin 30°}$$

Bu sonucu başlangıçtaki denklemlerden birinde kullanarak n değerini hesaplayabiliriz. Bunun için ikinci denklemi kullanalım;

$$n = w - T\sin 30° = (500\text{ N}) - (188\text{ N})\sin 30° = 406\text{ N}$$

Yuvarlanma Sürtünmesi

İçi dolu bir dolabı tekerlekli bir araba üzerinde hareket ettirmek, yerde kaydırmaktan çok daha kolaydır. Ne kadar kolaydır? Bunun için bir **yuvarlanma sürtünmesi sabiti** (μ_r) tanımlayabiliriz. Bu sabit bir cismi düzgün bir yüzeyde sabit hızla hareket ettirebilmek için uygulanan yatay kuvvetin, yerin cisme uyguladığı dikey normal kuvvete bölümüdür. Taşımacılıkta bu sürtünmeye "çekiş sürtünmesi" (μ_r) denir. Bu sabitin değerleri çelik ray üzerinde yuvarlanan çelik tekerlekler için 0.002 – 0.003 arasındadır. Beton üzerindeki lastik tekerlekler için bu değer 0.01 – 0.02 arasındadır. Bu değerler demiryollarının yakıt tüketimi açısından neden karayollarından daha uygun olduğu hakkında net bir fikir veriyor.

Örnek 5.18 Yuvarlanma sürtünmeli hareket

Sıradan bir araba yaklaşık 12 000 N ağırlığındadır. Yuvarlanma sürtünme sabiti bu araba ve üzerinde gittiği yol sistemi için yaklaşık $\mu_r = 0.015$ olarak veriliyor, düzgün bir yolda arabanın sabit hızla sürülebilmesi için gereken yatay kuvvet nedir?

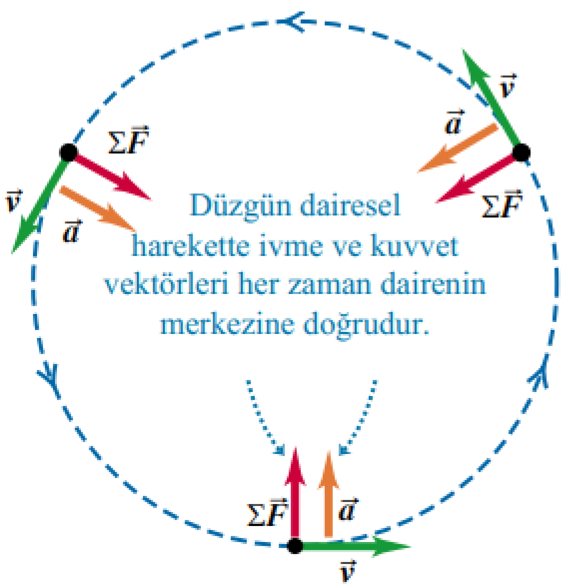
ÇÖZÜM $f_r = \mu_r n = (0.015)\,(12\,000\text{ N}) = 180\text{ N}$

Newton'un birinci yasasının yatay bileşeni, bize arabanın sabit hızla gidebilmesi için arabaya uygulanan çekme (itme) kuvvetinin bu değerle olması gerektiğini gösteriyor.

DEĞERLENDİRME: Gerekli olan kuvvet oldukça küçüktür. Bu değer bir arabayı elle ittirmenin neden o kadar kolay olduğunu anlatıyor. (Kayma durumunda olduğu gibi arabanın tekerleklerini yuvarlanma halinde tutmak, başlatmaktan daha kolaydır.) Hava sürtünmesinin arabaya olan etkisini yok varsayabiliyoruz, ancak bu varsayım arabanın oldukça yavaş bir hızla gittiği durumlar için geçerlidir. Otoyolda arabaların gittiği hızlarda hava direnci yuvarlama sürtünmesinden daha büyük kuvvet uygular.

Dönme Hareketinin Dinamiği

5.28 Düzgün dairesel harekette ivme ve net kuvvet daima dairenin merkezine doğrudur.



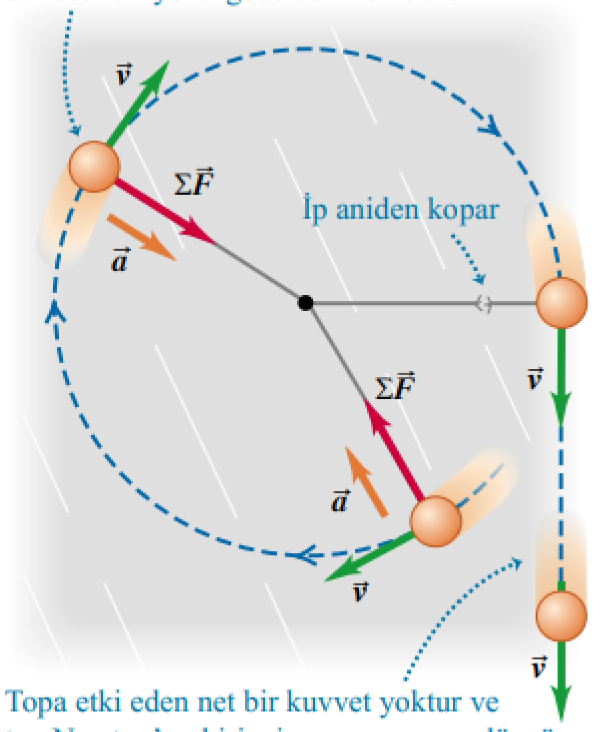
$$a_{rad} = \frac{v^2}{R} \qquad \text{(düzgün dairesel hareket)}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v}$$

$$a_{rad} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \qquad \text{(düzgün dairesel hareket)}$$

$$F_{net} = ma_{rad} = m\frac{v^2}{R} \qquad \text{(düzgün dairesel hareket)}$$

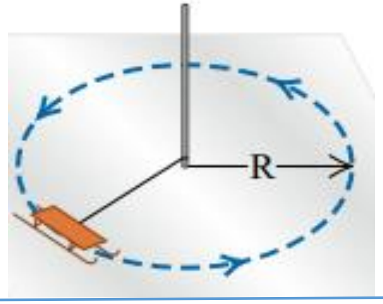
5.29 Düzgün dairesel hareket yapan bir cisme etkiyen merkezcil kuvvet bir anda ortadan kalkarsa ne olur?



Örnek 5.20 Düzgün dairesel harekette kuvvet

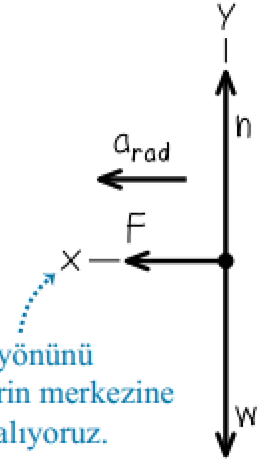
25 kg kütleli bir kızak yatay ve sürtünmesiz bir buz tabakasının üzerinde durmaktadır. Kızak 5 m'lik bir iple buzun içerisine dikilmiş bir direğe bağlıdır. Kızağa ilk itme verildikten sonra kızak direğin etrafında bir düzgün dairesel yörüngede döner (Şekil 5.31a). Eğer kızak dakikada beş tam dönüş yapabiliyorsa, ipin kızağa uyguladığı F kuvvetini bulunuz.

5.31 (a) Düzgün dairesel hareket yapan kızak



ÇÖZÜM

5.31 (b) Kızağın serbest cisim diyagramı



$$\Sigma F_x = F = ma_{\text{rad}}$$

Merkezcil ivme a_{rad}'nı Denklem (5.16)'yı kullanarak bulabiliriz. Kızak yarıçapı $R = 5.00$ m olan bir çembersel yörüngede $T = (60.0$ s/5 dev$) = 12.0$ s periyotla dönüyor. Bu durumda a_{rad};

$$a_{\text{rad}} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4\pi^2(5.00\text{ m})}{(12.0\text{ s})^2} = 1.37\text{ m/s}^2$$

Başka bir yöntem, hız v için Denklem (5.15)'i kullanmaktır;

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi(5.00\text{ m})}{12.0\text{ s}} = 2.62\text{ m/s}$$

Ardından Denklem (5.14)'ü kullanarak;

$$a_{\text{rad}} = \frac{v^2}{R} = \frac{(2.62\text{ m/s})^2}{5.0\text{ m}} = 1.37\text{ m/s}^2$$

Böylece ip üzerindeki gerilme kuvveti F'in büyüklüğü;

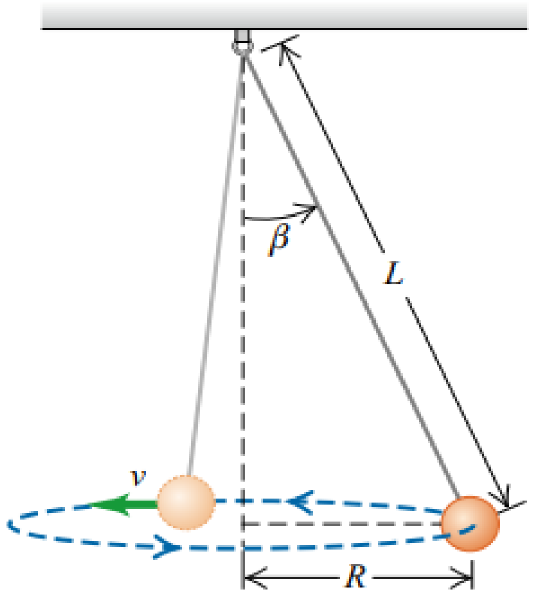
$$F = ma_{\text{rad}} = (25.0\text{ kg})(1.37\text{ m/s}^2)$$
$$= 34.3\text{ kg}\cdot\text{m/s}^2 = 34.3\text{ N}$$

Örnek 5.21 Konik saraç

Bir mucit ucundaki ağırlığının kütlesi m ve uzunluğu L olan bir sarkaçtan saat yapmayı düşünüyor. Ancak bu sarkaç ileri ve geri sallanmak yerine, ağırlık yatay bir düzlemdeki çembersel bir yörüngede sabit v hızıyla dönmekte ve sarkacın ipi dikeyle β açısı yapmaktadır (Şekil 5.32a). Bu sistemin adı konik sarkaçtır zira sarkacın ipi bir koni yüzeyini tarar. Bu sarkacın ipindeki gerilme kuvveti F'yi ve sarkacın periyodu T'yi (ağırlığının tam bir tur dönüş süresi) β cinsinden bulunuz.

5.32

(a) Durumun çizimi



ÇÖZÜM

İŞLEM: Ağırlığın dikey ivmesi sıfırdır. Yatay ivmesi de a_{rad}'dır ve çemberin merkezine doğrudur. Bu nedenle a_{rad} sembolünü kullanıyoruz. Newton'un ikinci yasasını $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$ denkleminden hareketle;

$$\Sigma F_x = F\sin\beta = ma_{rad}$$

$$\Sigma F_y = F\cos\beta + (-mg) = 0$$

Bunlar F ve β bilinmeyenleri için iki bağımsız denklemdir. ΣF_y denklemi $F = mg/\cos\beta$ sonucunu verir, bu sonucu $\sin\beta/\cos\beta = \tan\beta$ eşitliğini kullanarak ΣF_x denklemine koyarsak;

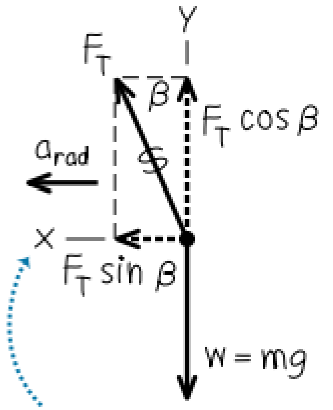
$$\tan\beta = \frac{a_{rad}}{g}$$

Burada da β açısını periyot T'ye ilişkilendirmek için, a_{rad} için olan Denklem (5.16) kullanır. Ayrıca çemberin yarıçapı $R = L\sin\beta$ olduğundan;

$$a_{rad} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4\pi^2 L\sin\beta}{T^2}$$

yazılabilir ve $\tan\beta = a_{rad}/g$ kullanılarak;

5.32 (b) Ağırlık için serbest cisim diyagramı



Artı x-yönünü çemberin merkezine doğru seçiyoruz.

$$\tan\beta = \frac{4\pi^2 L\sin\beta}{gT^2}$$

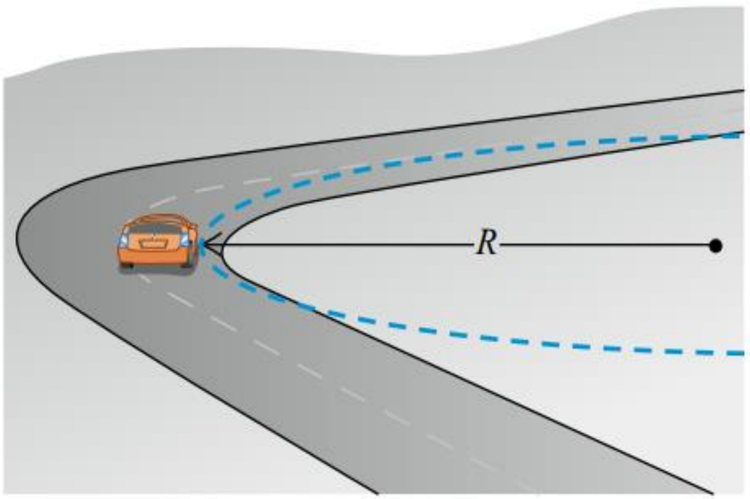
sonucuna varırız. Bunu yeniden düzenleyerek;

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{L\cos\beta}{g}}}$$

Örnek 5.22 Eğimsiz bir virajda dönüş

Bir spor araba yarıçapı R olan eğimsiz bir virajda dönmektedir (Şekil 5.33a). Tekerlekler ile yol arasındaki statik sürtünme katsayısı μ_s ise, arabanın virajda kaymadan dönebileceği en yüksek hız v_{maks} nedir?

5.33 (a) Düz bir virajı dönen bir araba



ÇÖZÜM

$$\sum F_x = f = ma_{rad} = m\frac{v^2}{R}$$

$$\sum F_y = n + (-mg) = 0$$

$$\mu_s mg = m\frac{v_{maks}^2}{R}$$

Bu durumda en yüksek hız;

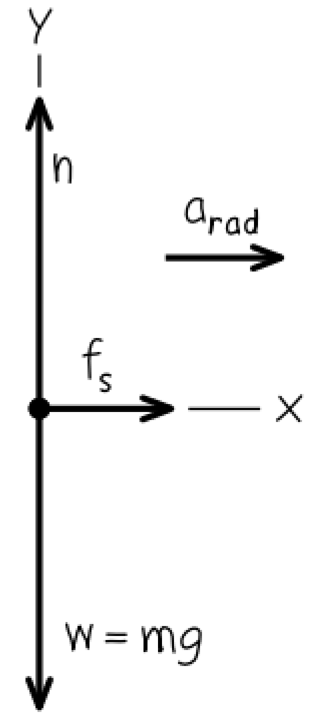
$$v_{maks} = \sqrt{\mu_s gR}$$

Örnek olarak, $\mu_s = 0.96$ ve $R = 230$ m olduğu takdirde;

$$v_{maks}\sqrt{(0.96)(9.8\ \text{m/s}^2)(230\ \text{m})} = 47\ \text{m/s}$$

veya 170 km/sa (100 mi/sa). Bu yarıçap için en yüksek sürat budur.

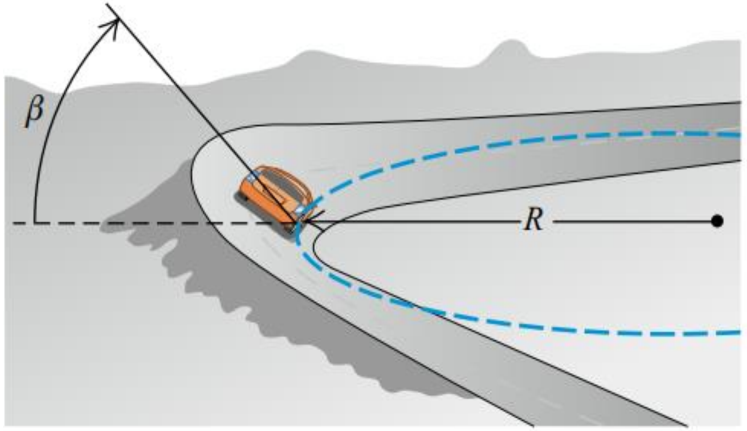
5.33 (b) Arabanın serbest cisim diyagramı



Örnek 5.23 Eğimli bir virajda dönüş

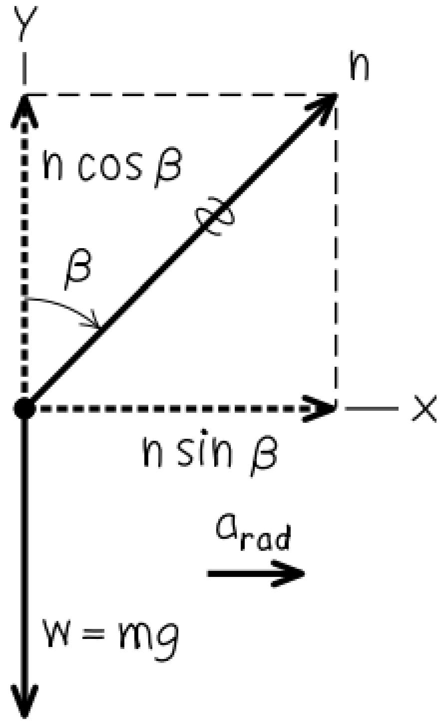
Belirli bir hızla ilerlemekte olan bir araba, içeriye doğru eğimli bir virajı dönüyorsa, çembersel yörüngesinin yarıçapını sürtünme kuvvetine ihtiyacı olmadan koruyabilir ve kaymadan dönüşünü tamamlayabilir. Bu durumda araba buzlu zemin üzerinde bile güvenli olarak dönüşünü tamamlar. Çalıştığınız inşaat firması Örnek 5.22'deki virajı, v hızıyla giden bir aracın yolda sürtünme olmasa bile kaymadan güvenli bir şekilde dönebileceği biçimde yeniden yapmak istiyor (Şekil 5.34). Virajın içeriye doğru eğimi olan β açısı ne olmalıdır?

5.34 (a) Eğimli virajı dönen olan bir araba



ÇÖZÜM

5.34 (b) Arabanın serbest cisim diyagramı



$$\Sigma F_x = n\sin\beta = ma_{\text{rad}}$$

$$\Sigma F_y = n\cos\beta + (-mg) = 0$$

ΣF_y denkleminden $n = mg/\cos\beta$ olduğu bulunur. Bu sonucu ΣF_x denklemine koyarsak β açısı için bir ifade buluruz;

$$\tan\beta = \frac{a_{\text{rad}}}{g}$$

Bu sonuç Örnek 5.21'de bulduğumuzla aynıdır. $a_{\text{rad}} = v^2/R$ ifadesini bu eşitliğe koyarsak;

$$\tan\beta = \frac{v^2}{gR}$$

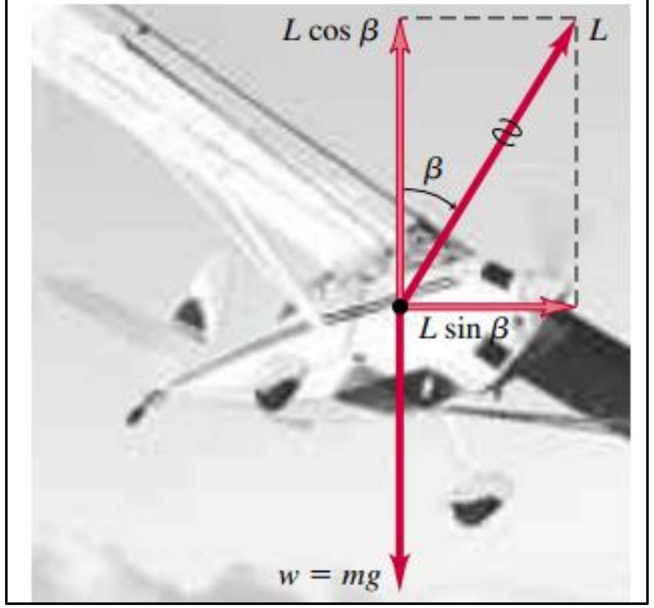
DEĞERLENDİRME: Yol eğimi için gerekli açı hıza ve yarıçapa bağlıdır. Belirli bir yarıçap için bütün hızlarda tek doğru olan bir açı yoktur. Otoyolların ve tren yollarının tasarımında eğimler genellikle üzerlerinden geçecek olan trafiğin ortalama hızına göre ayarlanır. Eğer $R = 230$ m ve $v = 24$ m/s ise (ortalama otoyol hızı olan 88 km/sa veya 55 mi/sa);

$$\beta = \arctan\frac{(25\,\text{m/s})^2}{(9.8\,\text{m/s}^2)(230\,\text{m})} = 15^\circ$$

Aynı yarıçaplı bir virajda 47 m/s hızla hareket eden bir araç için gerekli olan $\beta = 44^\circ$'dir. Böylesi dik eğimler ancak otomobil yarış pistlerinde bulunur.

Eğimli Dönüşler ve Uçaklar

5.35 Bir uçak bir yöne dönebilmek için o tarafa doğru eğim yapmalıdır. Kaldırma kuvveti $\vec{L}$'nin dikey bileşeni yerçekimi kuvvetini dengeler ve yatay bileşen de uçağın merkezcil ivme v^2/R kazanmasını sağlar.



Örnek 5.23'de bulduğumuz sonuç düzgün uçuş sırasında dönmekte olan uçaklar için de uygulanabilir (Şekil 5.35). Düz bir rota üzerinde, sabit yükseklikte ve sabit hızda uçmakta olan bir uçağın ağırlığı havanın kaldırma kuvveti ($\vec{L}$) ile dengelenmektedir.

Dikey Bir Çembersel Yörüngede Hareket

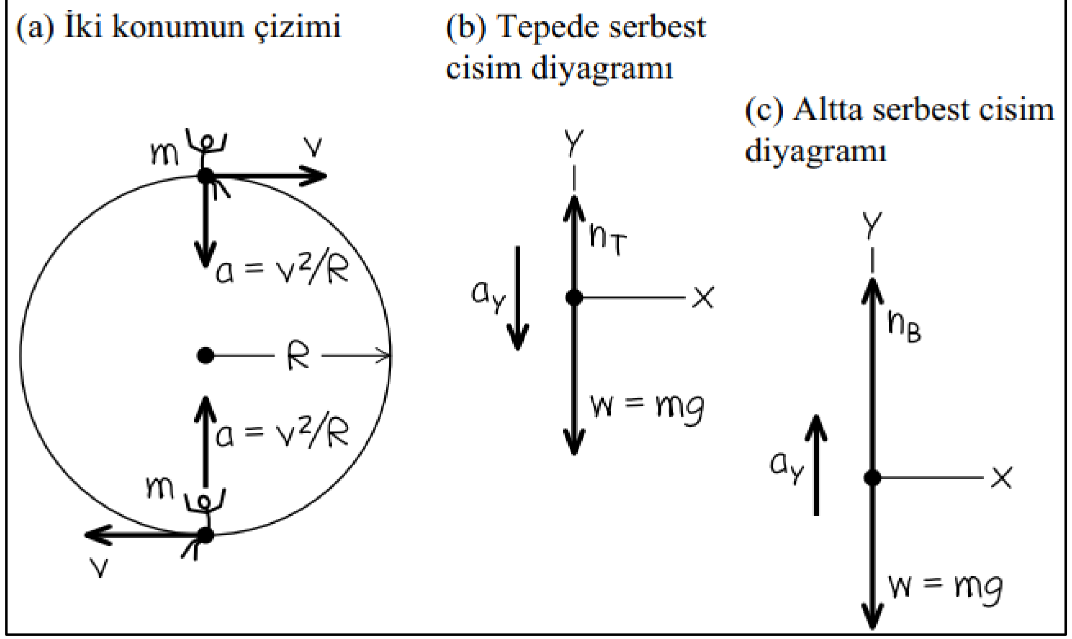
Örnekler 5.20, 5.21, 5.22 ve 5.23'de hareket eden cisimler yatay bir çembersel yörüngede hareket ediyordu. Dikey bir çembersel yörüngede hareketin ilkeleri aynıdır, ancak cismin ağırlığına dikkatli edilmelidir. Aşağıdaki örnek ne demek istediğimizi anlatıyor.

Örnek 5.24 Düşey çembersel yörüngede düzgün dairesel hareket

Lunaparktaki dönme dolaptaki arabaya binen bir kişi R yarıçaplı düşey çembersel yörüngede sabit v hızıyla dönüyor. Koltuk tüm hareket boyunca diktir. Çembersel yörüngenin alt ve üst noktalarında koltuğunun yolcuya etkidiği kuvvetleri hesaplayınız.

ÇÖZÜM

5.36 Bu problem için çizimler..



Koltuğun yolcuya uyguladığı normal kuvveti tepede n_T ile alt noktada n_B ile gösterelim. Tepe noktasında merkezcil ivmenin büyüklüğü v^2/R'dir ve yönü aşağı doğru olduğundan düşey bileşeni negatiftir. O halde $a_y = -v^2/R$'dir, Newton'un ikinci yasasına göre;

$$\text{Tepe nokta:} \quad \sum F_y = n_T + (-mg) = -m\frac{v^2}{R} \qquad \text{veya}$$

$$n_T = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right)$$

Alt noktada ivme yukarıya doğrudur; $a_y = +v^2/R$ ve Newton'un ikinci yasasına göre;

$$\text{Alt nokta:} \quad \sum F_y = n_B + (-mg) = +m\frac{v^2}{R} \qquad \text{veya}$$

$$n_B = m\left(g + \frac{v^2}{R}\right)$$