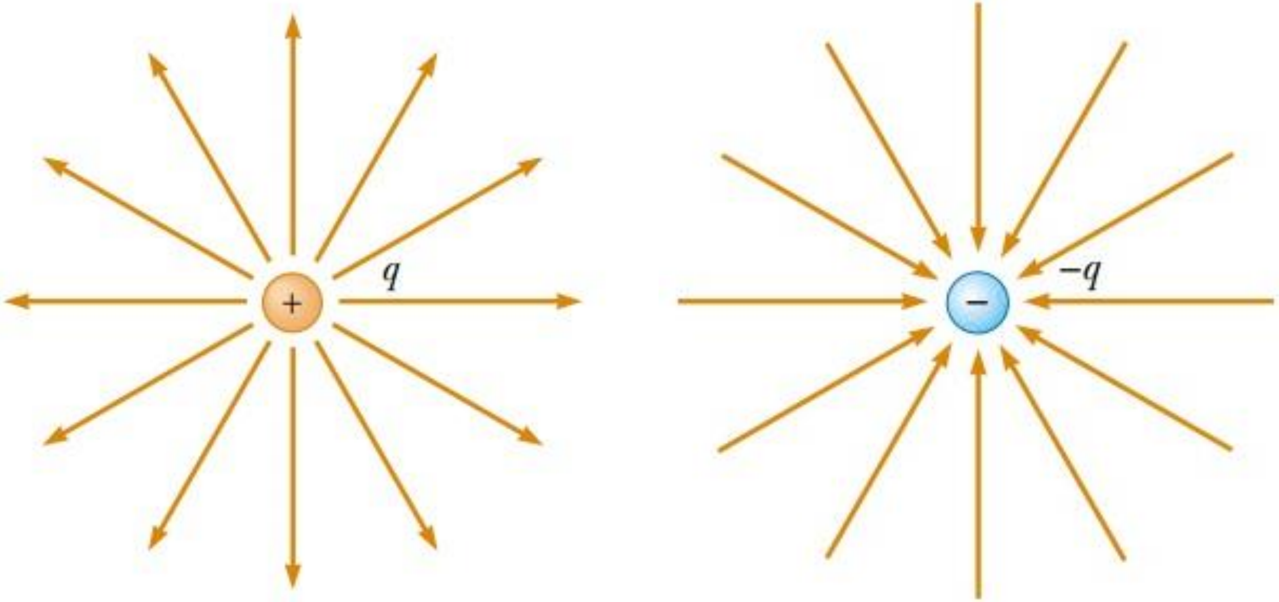


FİZİK-II

BÖLÜM 3 : GAUSS YASASI

Ders kaynakları:

1. Serway Fizik II, Türkçesi (Farklı Baskılar).
2. Temel Fizik II, Türkçesi.
3. Üniversiteler İçin Fizik, Bekir Karaoğlu, 3. Baskı, 2015.
4. Üniversite Fiziği II, Young-Freedman.

ÖĞRENİM KONULARI

- Yük ve elektrik akısı,
- Elektrik akısının hesaplanması,
- Gauss Yasası

- Bir önceki bölümde verilen bir yük dağılımının bir noktada oluşturduğu elektrik alanı Coulomb yasasından faydalanarak nasıl bulunacağı incelendi.

- Bu bölümde de, Coulomb yasasının bir sonucu olarak, elektrik alan hesabında, özelliklede yüksek simetrili yük dağılımlarının elektrik alan hesabında, Gauss yasasını nasıl işleyeceği tartışılacaktır.

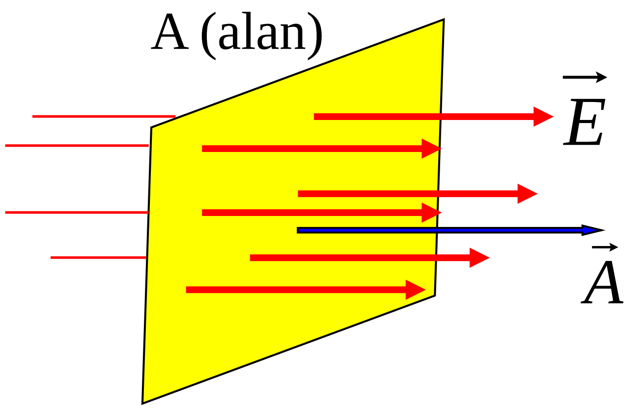
Elektrik Akısı

Elektrik alan çizgilerini daha sayısal olarak işlemek için elektrik akısı kavramını kullanacağız. Şekilde elektrik alan çizgileri dik bir A yüzeyinden geçmektedirler. Birim yüzeyden geçen elektrik alan çizgi sayısı (veya çizgi yoğunluğu) o bölgedeki elektrik alanın büyüklüğü ile orantılıdır. Bu nedenle A alanından geçen çizgi sayısı EA ile orantılıdır. Elektrik alan büyüklüğü E ile alan dik A yüzölçümünün çarpımı Φ elektrik akısını verir.

$$\Phi_E = EA$$

$$\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 / \mathrm{C}$$

Elektrik akısı bir yüzeyden geçen elektrik alan çizgilerinin sayısı ile orantılıdır.

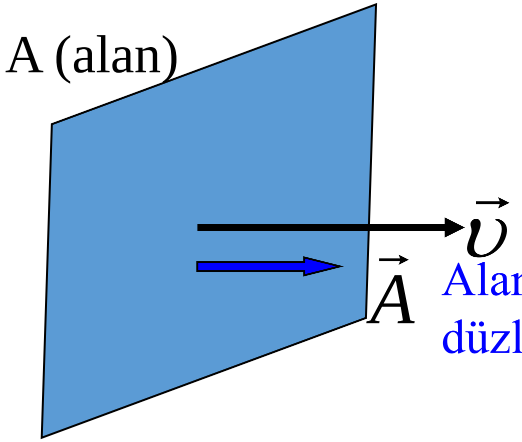


Alan düzlemini belirten bir vektör alan, düzleme diktir.

Akan sıvı içindeki hız alan vektörü ve elektrik akı arasında iyi bir anoloji kurulabilir.

Elektrik Akısı

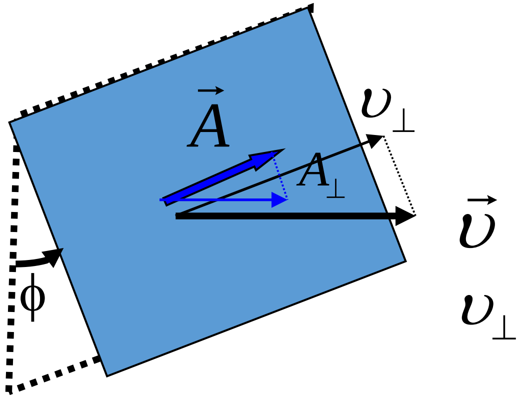
Hız alan vektörü ile elektrik akı arasında benzerlik vardır



Hacim akış oranı: $\dfrac{dV}{dt} \equiv \upsilon A$

Hız vektörü (akış hızı)

Alan düzlemini belirten bir vektör alan, düzleme diktir.



Hacim akış oranı: $\dfrac{dV}{dt} = \upsilon A \cos\phi = \upsilon_\perp A = \vec{\upsilon} \cdot \vec{A}$

$= \upsilon A_\perp$

$\upsilon_\perp = \upsilon \cos\phi \,;\, A_\perp = A \cos\phi \,;\, \vec{A} = A\vec{n}$

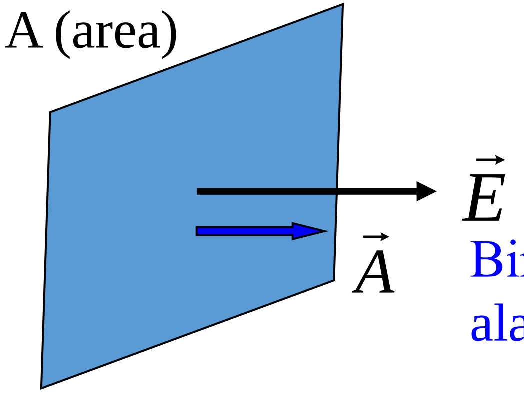
Şu halde yüzey alana dik ise, (yani elektrik alan vektörü ile yüzeyi belirten vektör paralel) EA en büyük değerini alır. E ile A arasındaki açı 90 derece olduğunda ise EA sıfır olur.

Elektrik Akısı

Hız alan vektörü ile elektrik akı arasındaki analoji; birim zamanda hacimden geçen akışkan sızı ile alandan geçen eleketrik alan çizgi sayısı benzerdir.

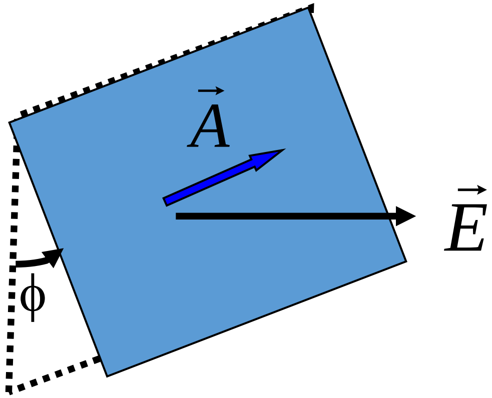
Hacim akış oranı: $\dfrac{dV}{dt} \equiv \upsilon A$

Elektrik akısı: $\Phi_E = EA$



Elektrik alan (akış hızı)

Bir alanın düzlemini tanımlayan vektör alan düzleme diktir.



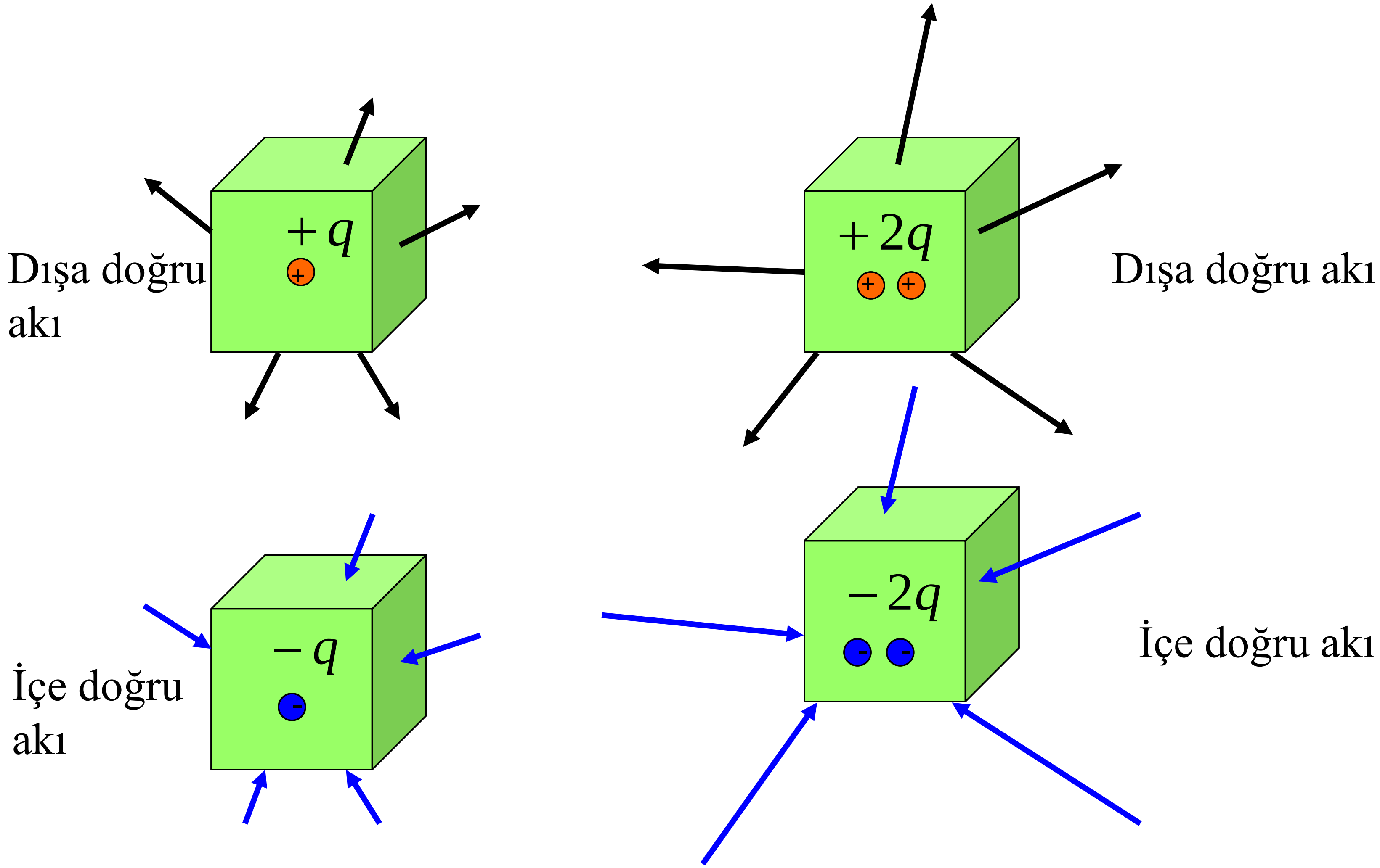
$$\frac{dV}{dt} = \upsilon A\cos\phi = \upsilon_\perp A = \vec{\upsilon}\cdot\vec{A}$$

Elektrik akı: $\Phi = EA\cos\phi = E_\perp A = \vec{E}\cdot\vec{A}$

$$E_\perp = E\cos\phi\,;\; A_\perp = A\cos\phi$$

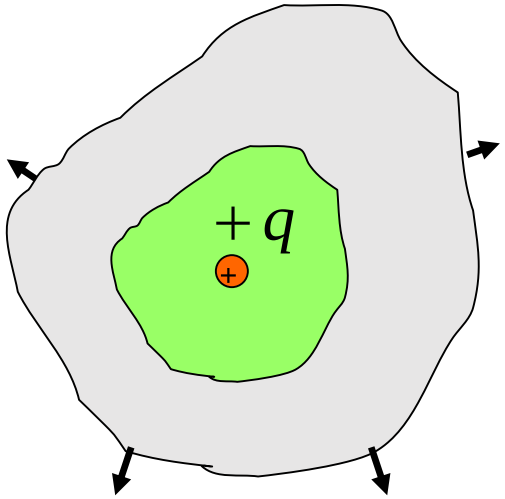
Yük ve Elektrik Akısı

❑ Farklı yüklerin elektrik akıları (elektrik alan çizgileri)



Yük ve Elektrik Akısı

Akı ile ilgili daha genel bir ifadeye ulaşmak için, şekildeki yüzey üzerinden bir ΔA_i yüzey elemanı alırsak, bu yüzeyden geçen akı, $\Delta\phi_i$ E ve A vektörlerinin skaler çarpımıdır. Yani;



$$\Delta\varphi_i = E_i \Delta A_i cos\theta = \boldsymbol{E}_i . \Delta\boldsymbol{A}_i$$

Tüm yüzeyden geçen akıyı bulmak için tüm ΔA_i yüzeylerinden geçen akıları toplamak gerekecektir. Bu toplam bize tüm yüzey üzerinden bir integral verecektir.

$$\varphi = \lim_{\Delta A_i \to 0} \sum \boldsymbol{E}_i . \Delta\boldsymbol{A}_i = \int \boldsymbol{E} . d\boldsymbol{A}$$

Elektrik Akısının Hesaplanması

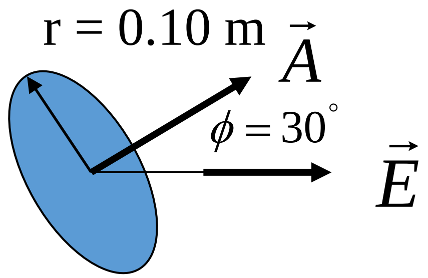
- Küçük bir alan unsuru ve Akı

$$d\Phi_E = \vec{E}\cdot d\vec{A}$$

- Bir alan için toplam akı

$$\Phi_E = \int d\Phi_E = \int E_\perp dA = \int E\cos\phi\, dA = \int \vec{E}\cdot d\vec{A}\,;\; d\vec{A} = \vec{n}dA$$

Örnek: Bir disk boyunca elektrik akısı; şekildeki diskten geçen akı nedir?



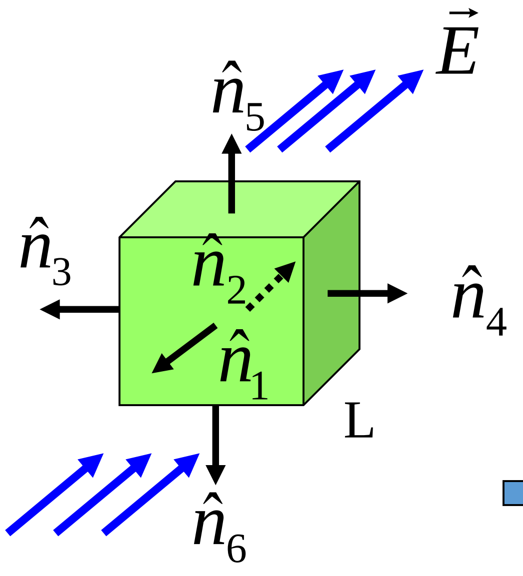
$$A = \pi(0.10\text{ m})^2 = 0.0314\text{ m}^2$$

$$\Phi_E = EA\cos\phi = (2.0\times10^3\text{ N/C})(0.0314\text{ m}^2)\cos 30^\circ$$

$$= 54\text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$$

Elektrik Akısının Hesaplanması

- Örnek: Bir küp boyunca elektrik akısı; şekilde tüm yüzeyler için ve toplam akıyı bulunuz. (elektrik alanın geçtiği yerlere dikkat ediniz)



$$\Phi_{E_1} = \vec{E}\cdot\hat{n}_1 A = EL^2\cos 180° = -EL^2$$

$$\Phi_{E_2} = \vec{E}\cdot\hat{n}_2 A = EL^2\cos 0° = +EL^2$$

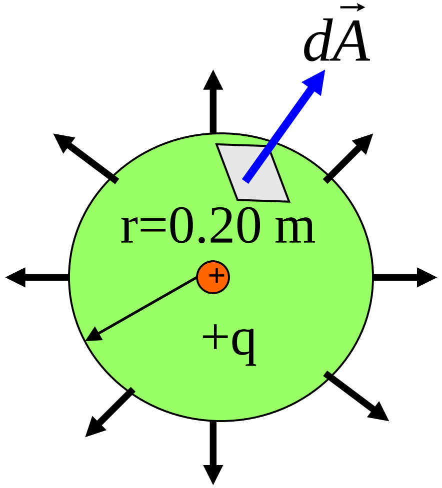
$$\Phi_{E_3} = \Phi_{E_4} = \Phi_{E_5} = \Phi_{E_6} = EL^2\cos 90° = 0$$

$$\Phi_E = \sum_{i=1}^{i=6}\Phi_{E_i} = 0$$

Sonucu yorumlayınız?

Elektrik Akısının Hesaplanması

❑Örnek: Bir küre boyunca elektrik akısı; q yükünden dolayı kendisinden r kadar uzaklıkta bir küre yüzeyinden geçen akıyı hesaplayınız.



q=3.0 μC

$A=4\pi r^2$

$$E_{\perp} = E, \quad \vec{E} // \hat{n} // d\vec{A}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = (9.0\times10^{9}\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2})\frac{3.0\times10^{-6}\,\mathrm{C}}{(0.20\mathrm{m})^2}$$

$$= 6.75\times10^{5}\ \mathrm{N/C}$$

$$\Phi_{\mathrm{E}} = \int E dA = EA = (6.75\times10^{5}\,\mathrm{N/C})(4\pi)(0.20\mathrm{m})^2$$

$$= 3.4\times10^{5}\ \mathrm{N\cdot m^2/C}$$

Gauss Yasası

Şimdi kapalı bir yüzeyden (çoğu kez *Gauss yüzeyi* denir) geçen net elektrik akısı ile, yüzey tarafından sarılan *yük* arasında, Gauss kanunu olarak bilinen, ilişki ele alınacaktır.

Gauss kanunu: Tanım

- Kapalı bir yüzey boyunca toplam elektrik akısı, yüzeydeki net elektrik yükünün ε_0 a bölümüne eşittir.

- Gauss kanunu Coulomb kanununa eşdeğerdir.

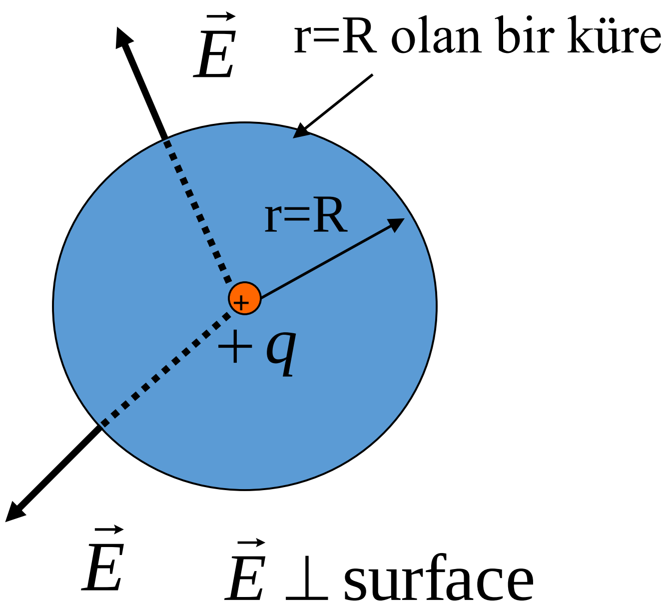
Şimdi bir yük dağılımını ele alalım. Bu yük dağılımını saran bir (hayali) yüzey olsun. Yükün bu yüzeyde oluşturduğu bir elektrik alan olacaktır. Yani bu yüzeyden elektrik alan çizgileri geçecektir. Dolayısıyla bu yüzeyde bir akı söz konusu olacaktır. Göreceğiz ki bu akı ile yüzeyin sardığı yük ilişkilidir.

Gauss Yasası

- Öncelikle :

Herhangi bir kapalı yüzey boyunca toplam elektrik akısı (belirli bir hacimle kaplanan yüzey) yüzeydeki toplam elektrik yüküyle orantılıdır.

- Durum 1: R yarıçaplı kürenin merkezindeki bir tek pozitif q yükünün alanı için akı; yüzeyde her noktada E sabittir ve integral dışına çıkar.



$$\Phi_E = \oint \vec{E}.d\vec{A} = \oint EdA = E\oint dA = EA$$

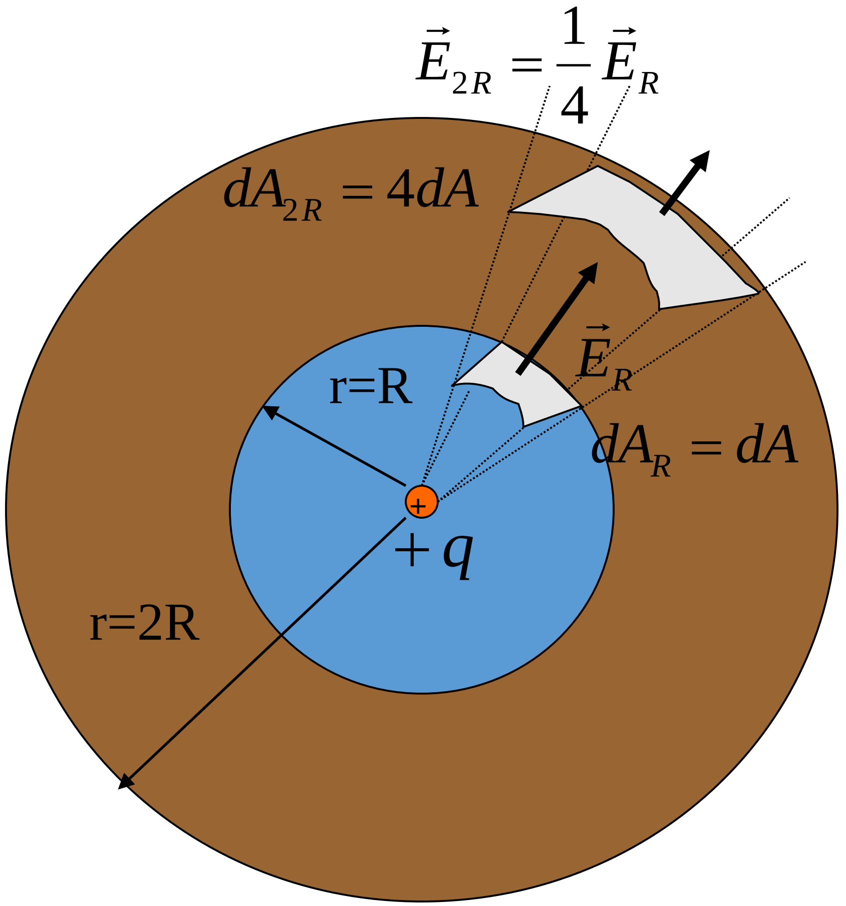
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}$$ r=R

$$\Phi_E = EA = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}(4\pi R^2) = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Akı R yüzey yarıçapından bağımsızdır .

Gauss Yasası

❑ Durum1: Bir tek pozitif q yükünün alanı



Küçük bir küreden geçen her alan çizgisi aynı zamanda daha büyük bir küreden de geçer.

Her bir küre boyunca toplam akı aynıdır.

Benzerlik dA gibi yüzeyin her bir parçası için doğrudur.

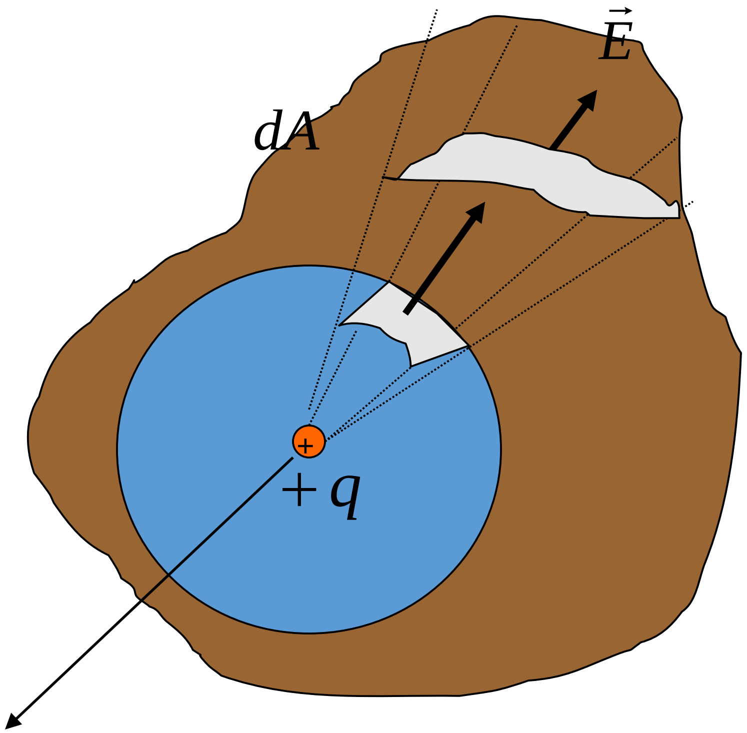
$$d\Phi_{E_R} = E_R dA_R = \frac{1}{4} E_R 4dA_R = E_{2R} dA_{2R} = d\Phi_{E_{2R}}$$

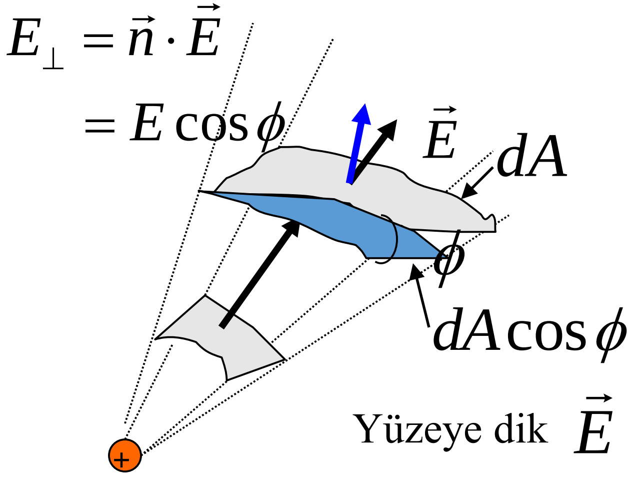
$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Yükü kaplayan kapalı yüzeyi sağlayan her boyut veya her şekil için bu doğrudur.

Gauss Yasası

- Durum 2: Bir tek pozitif yükün alanı (Genel yüzey)



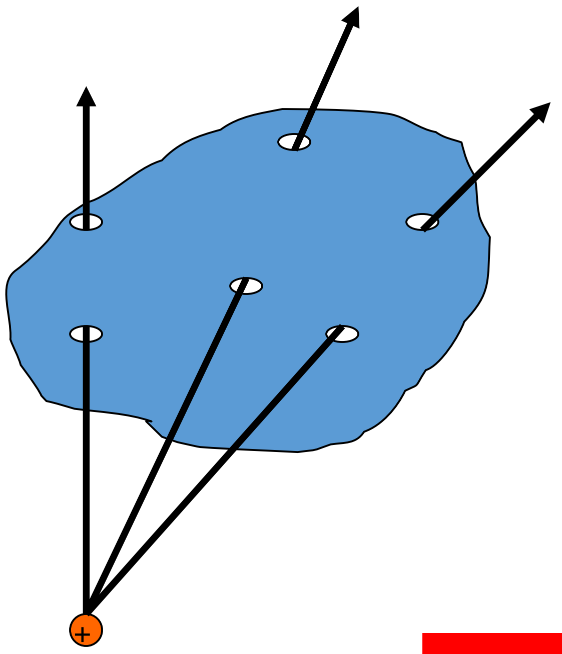


$$d\Phi_E = E_{\perp} dA = E \cos\phi dA$$

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Gauss Yasası

- Durum 3: İçinde yük bulunmayan kapalı bir yüzey



$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$$

İçeri giren elektrik alan çizgileri, dışarı çıkar. Elektrik alan çizgilerinin alanın bir bölgesinde başlayabilmesi ya da bitebilmesi ancak o bölge içinde yük mevcutken olur.

- Gauss kanunu

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$$

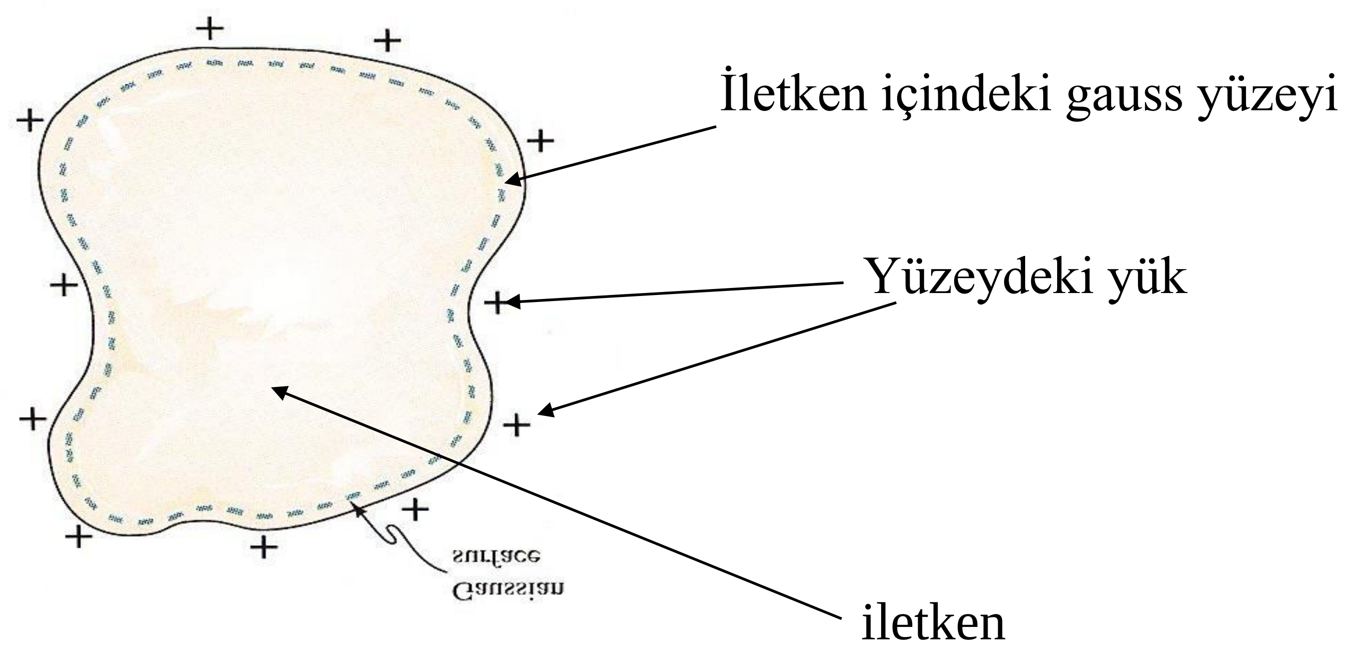
Kapalı yüzey boyunca toplam elektrik akı yüzey içindeki net elektrik yükünün ε_0 a bölümüne eşittir

Gauss Yasasının Uygulamaları

Temel bilgiler

- Simetri uygulamanın prosedürünü kolaylaştırır.

- Fazla yük katı iletken üzerine yerleşmişken ve sabitken, tamamen yüzeyde bulunur, bu metalin iç yükü değildir.



Gauss Yasasının Uygulamaları

❑İletken üzerindeki yük dağılımının elektrik alanı

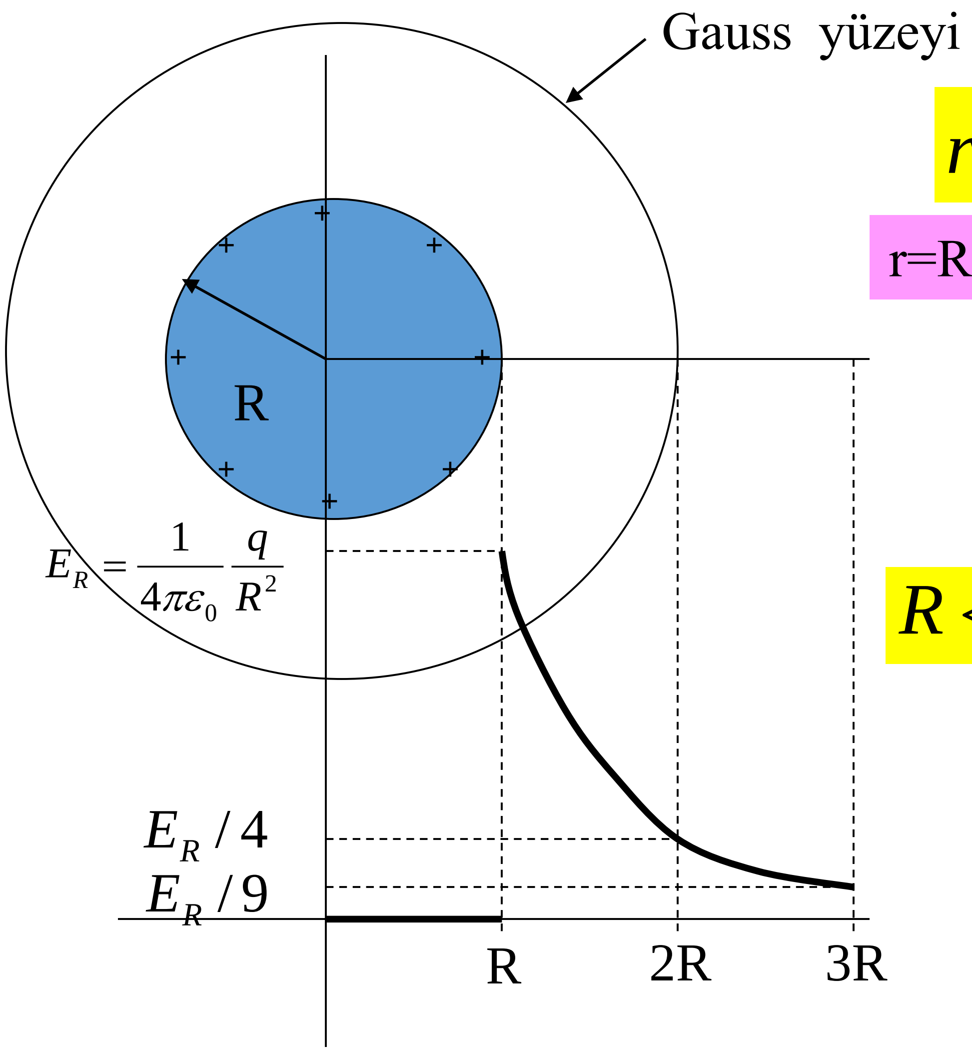
İletken metal içerisinde her noktadaki elektrik alan bir elektrostatik konumda sıfırdır. (bütün yükler hareketsiz kabul edilir). Şayet E sıfır olmasaydı, yükler hareket ederdi.

- İletken içerisindeki gauss yüzeyi çizilir
- Bu yüzeyde her yerde E=0 dır (iletken içinde)
- Yüzey içindeki net yük sıfırdır.
- Katı iletken içerisinde herhangi bir noktada hiçbir fazla yük olmayabilir.
- Her bir fazla yük iletken yüzeyinde bulunmalıdır.
- Yüzeydeki E yüzeye diktir.

Örnek: Gauss kanunundan faydalanarak yalıtılmış bir q yükünün kendinden r kadar uzakta oluşturduğu elektrik alanı bulunuz.

Gauss Yasasının Uygulamaları

❑Örnek: Yüklü iletken kürenin alanı



$$r < R: \quad \vec{E} = 0$$

r=R için E sabit ve Gauss yüzeyine diktir.

$$r = R: \quad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}$$

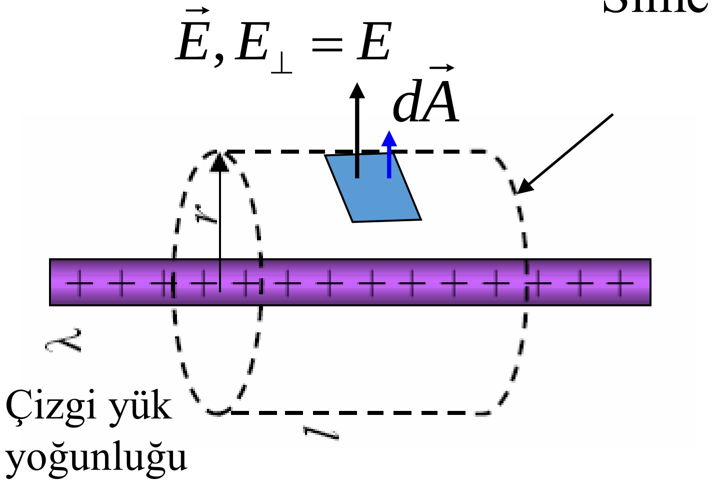
$$R < r:$$

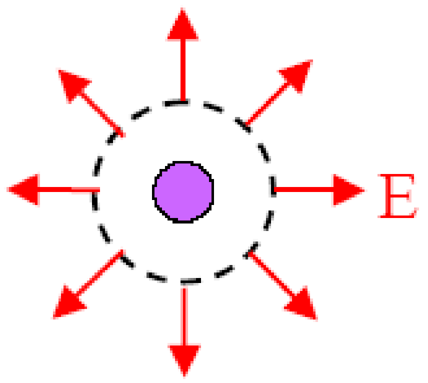
Küre dışında bir Gauss yüzeyi Çizilir ve nokta yükün oluşturduğu E alanı mantığı ile E bulunur. E parabolik olarak azalır.

Gauss Yasasının Uygulamaları

❑ Örnek: λ sabit doğrusal yük yoğunluklu, sonsuz uzunlukta doğrusal artı bir yükten r uzaklığında elektrik alnı bulunuz.

Simetriye göre seçilen Gauss yüzeyi





$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$$

$$q_{iç} = \ell \lambda$$

$$\Phi_E = E \oint dA = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0} = EA$$

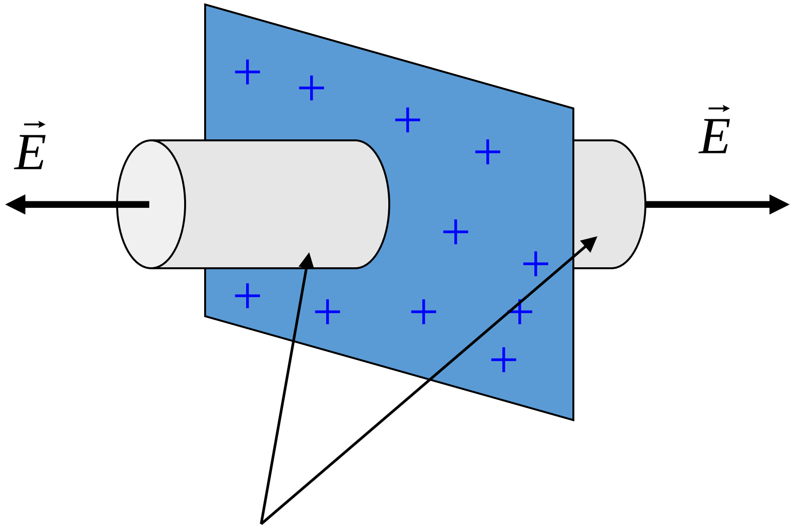
$$\Phi_E = E(2\pi r \ell) = \frac{\lambda \ell}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda}{r}$$

Gauss Yasasının Uygulamaları

❑Örnek: σ düzgün bir yük yoğunluklu yalıtkan sonsuz artı yüklü bir düzlemin elektrik alnını bulunuz.

σ yüzey yük yoğunluğu



Gauss yüzeyi

$$\vec{E} \perp \textbf{Levha} \rightarrow E_{\perp} = E$$

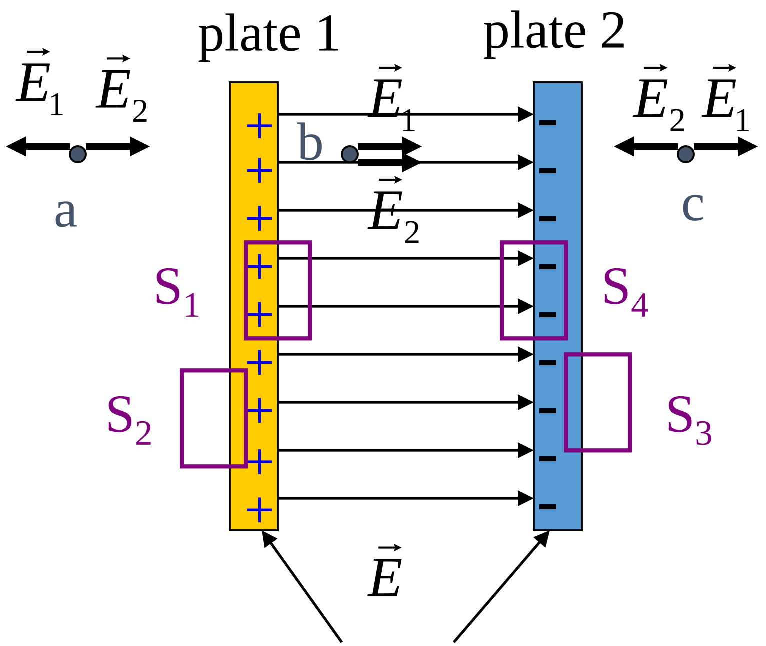
$$q_{iç} = \sigma A$$

İki sonlu yüzey

$$\Phi_E = 2(EA) = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$

❑ Örnek: Zıt yüklü paralel iletken plakalar arasındaki alan



Bu yüzeyler üzerinde elektrik akı yok

Çözüm 1:

Dışa doğru akı

$S_1: \quad EA = \dfrac{\sigma A}{\varepsilon_0} \rightarrow E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$ (Sağ yüzey)

$E = 0$ (Sol yüzey)

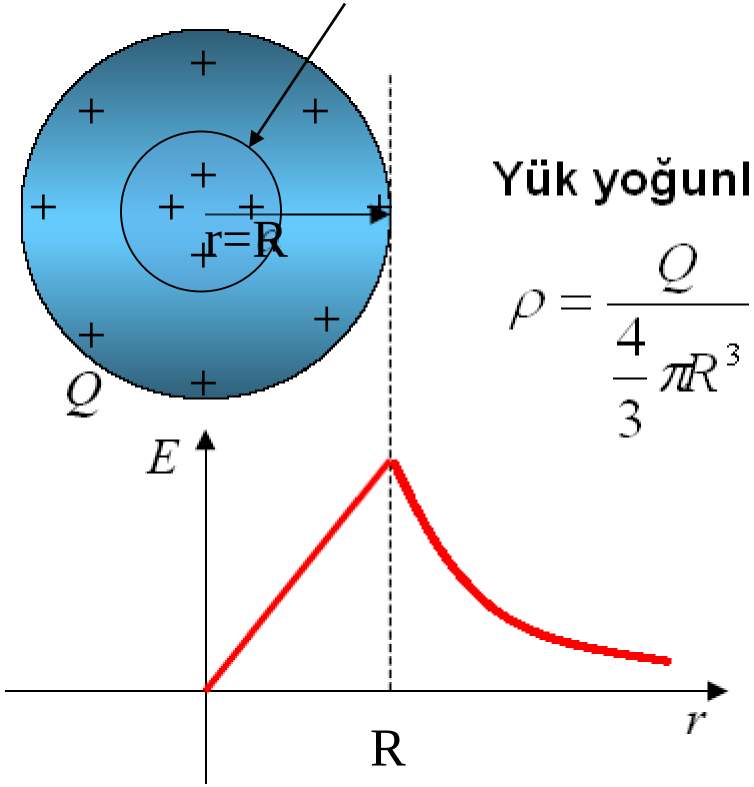
İçe doğru akı

$S_4: \quad -EA = \dfrac{-\sigma A}{\varepsilon_0} \rightarrow E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$ (Sol yüzey)

$E = 0$ (Sağ yüzey)

Gauss Yasasının Uygulamaları

❑Örnek: Düzgün bir şekilde yüklü kürenin elektrik alanı: küre içinde hayali bir Gauss yüzeyi çizilebilir. Ve bu yüzeyin sardığı bir q yükü olacaktır.



Yük yoğunluğu

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$r < R: \quad EA = \rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)/\varepsilon_0$$

$$E(4\pi r^2) = \rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)/\varepsilon_0$$

$$\rightarrow E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qr}{R^3}$$

$$r = R: \quad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^2}$$

$$R < r: \quad E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\rightarrow E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

DİNLEDİĞİNİZ İÇİN TEŞEKKÜRLER

ve

TEKRAR ETMEYİ UNUTMAYINIZ