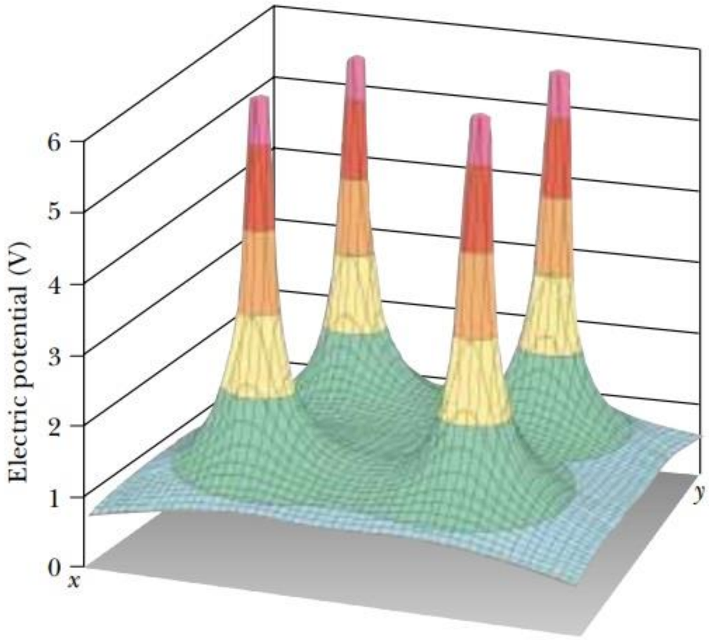
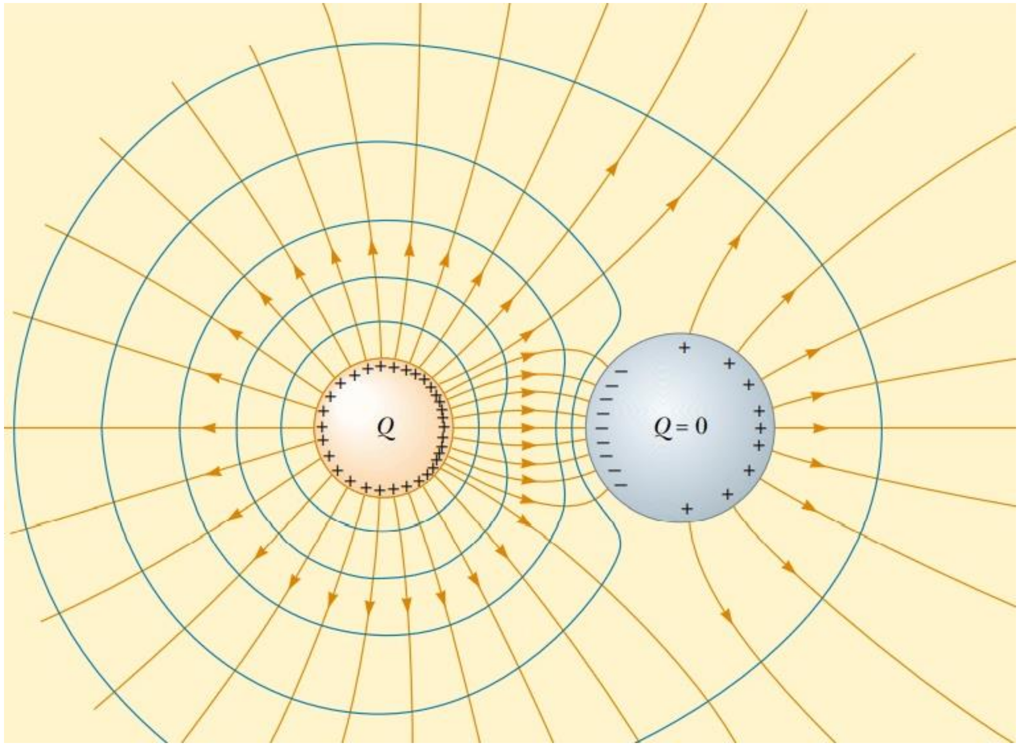




FİZİK-II

BÖLÜM 4 : ELEKTRİKSEL POTANSİYEL

Ders kaynakları:

1. **Serway Fizik II, Türkçesi (Farklı Baskılar).**
2. **Temel Fizik II, Türkçesi.**
3. **Üniversiteler İçin Fizik, Bekir Karaoğlu, 3. Baskı, 2015.**
4. **Üniversite Fiziği II, Young-Freedman.**

ÖĞRENİM KONULARI

- Elektriksel Potansiyel ve potansiyel fark
- Düzgün elektrik alan içerisindeki potansiyel fark
- Noktasal yüklerin oluşturduğu potansiyel enerji
- Sürekli yük dağılımının oluşturduğu potansiyel enerji
- Eş potansiyel yüzeyler

Potansiyel enerji kavramına ilk olarak; kütle çekimi korunumlu kuvvetlerle ilgili konularda yer verilmişti. Benzer şekilde Coulomb yasası olarak verilen elektrostatik kuvvet korunumlu olduğundan, elektrostatik olaylar elektriksel potansiyel enerji vasıtasıyla daha kolay çözülebilir. Elektriksel potansiyel skaler bir büyüklük olduğundan, bir olayı incelerken kuvvet ve elektrik alan kullanmaktan daha elverişlidir.

Potansiyel Farkı ve Elektrik Potansiyel

Bir E elektrik alanına bir *q* deneme yükü konduğunda, bu deneme yüküne etki eden elektriksel kuvvet, qE olur. Coulomb yasası ile verilen kuvvetler korunumlu olduğundan qE kuvveti de korunumludur. Bir dış etkenle deneme yükü hareket ettirilirse, yük üzerine yapılan iş, yer değiştirmeye neden olan kuvvetin yaptığı işin *negatifine* eşittir. Çünkü yük üzerine iş yapılırken yük-alan sisteminin de potansiyel enerjisi aynı oranda azalır. Küçük bir ds yer değiştirmesi için, yük üzerine alan tarafından yapılan iş;

$$\boldsymbol{F}.d\boldsymbol{s} = q_0\boldsymbol{E}.d\boldsymbol{s}$$

Yük-alan sisteminde azalan potansiyel enerji;

$$dU = -q_0\boldsymbol{E}.d\boldsymbol{s}$$

Yük A-B gibi sonlu iki nokta arasında yer değişiyorsa, sistemin potansiyel enerji değişimi;

$$\Delta U = -q_0\int_A^B \boldsymbol{E}.d\boldsymbol{s}$$

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} = -\int_A^B \boldsymbol{E}.d\boldsymbol{s}$$

Birim yük başına potansiyel enerji ifadesine elektriksel potansiyel veya kısaca potansiyel denir.

Potansiyel Farkı ve Elektrik Potansiyel

Özel bir durum olarak; bir yerdeki potansiyelin değeri, pozitif bir deneme yükünü sonsuzdan bu noktaya getirmek için birim yük başına yapılması gereken işe eşittir. Mesela bir P noktasındaki potansiyel değeri;

$$V_P = -\int_{\infty}^{P} \boldsymbol{E}.d\boldsymbol{s}$$

1 V = 1 volt = 1 J/C = 1 joule/coulomb

Gerçekte V_P sonsuz ile P noktası arasındaki potansiyel farkıdır.

Düzgün Bir Elektrik Alandaki Potansiyel Farklar

Öncelikle Fizik 1 konularından şu bilgileri hatırlayalım;

Her bir yer değişimi sırasında ΔK kinetik enerji değişimi parçacık üzerine yapılan toplam işe eşittir ve korunumlu kuvvetin yaptığı iş potansiyel enerji değişiminin negatifine eşittir.

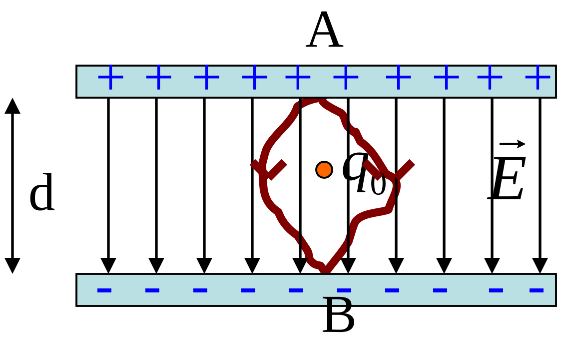
$$W_{a\to b} = \Delta K \equiv K_b - K_a$$

$$W_{a\to b} = \Delta K \equiv K_b - K_a = -\Delta U = -(U_b - U_a)$$

$$\to K_a + U_a = K_b + U_b$$

Şimdi öncelikli olarak negatif y ekseni boyunca yönelmiş düzgün bir elektrik alanı göz önüne alalım. Ve aralarında d mesafesi bulunan A ve B noktaları arasındaki potansiyel farkını hesaplayalım.

Düzgün Bir Elektrik Alandaki Potansiyel Farklar



A ve B noktaları arasındaki potansiyel farkı

$$V_B - V_A = -\int_A^B \boldsymbol{E}.\boldsymbol{ds} = -\int_A^B E\cos\theta ds$$

$$= -\int_A^B Eds = -E\int_A^B ds = -Ed$$

Eksi işareti B noktasının A dan daha düşük potansiyelde olduğunu gösterir. $V_B < V_A$. ELEKTRİK ALAN ÇİZGİLERİ daima potansiyelin azalan doğrultusunu gösterir.

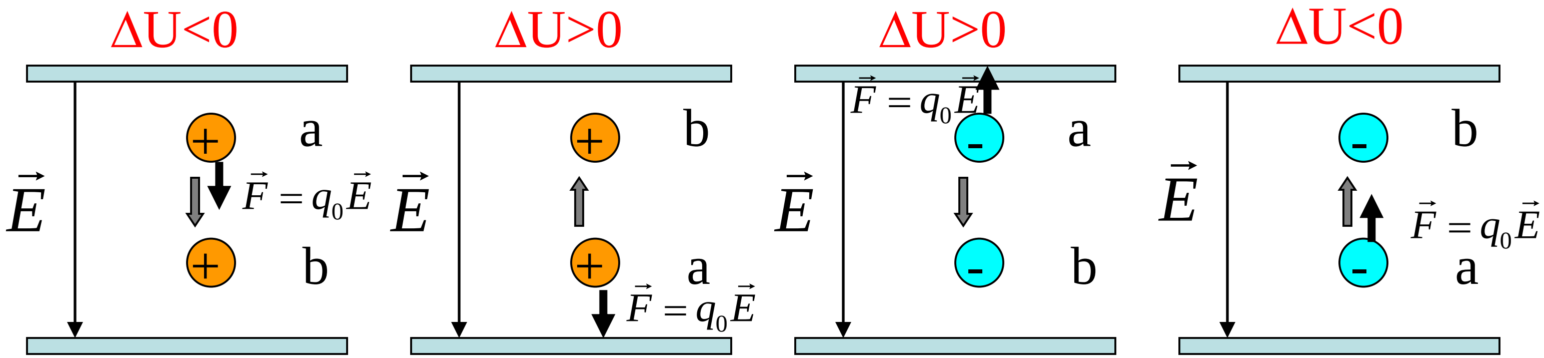
Şimdi q_0 deneme yükünün A dan B ye gittiğini düşünelim, potansiyel enerjisindeki değişim;

$$\Delta U = q_0 \Delta V = -q_0 \mathrm{Ed}$$

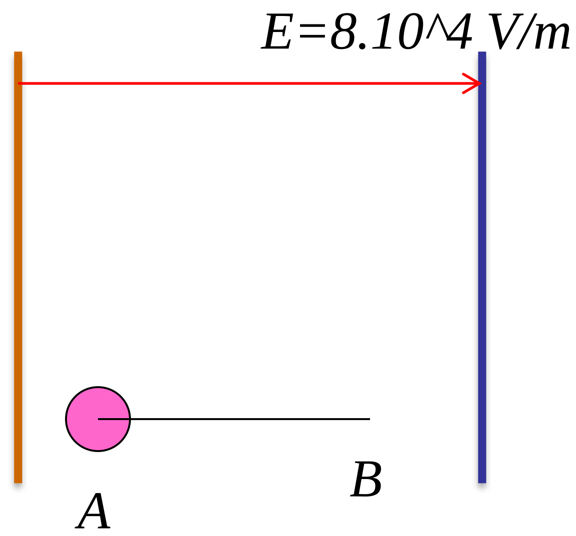
Görüldüğü gibi yük pozitif ise ΔU negatif oluyor, *yani pozitif yük elektrik alan doğrultusunda hareket ettiğinde elektriksel potansiyel enerji kaybeder.* E alanı yük üzerine iş yapmıştır. *Bu bir kütle çekim alanında bulunan bir kütlenin daha düşük bir yüksekliğe indiğinde kütle çekim alanının cisim üzerinde iş yapmasına benzer.* cisim E alanında iken kendisine q_0E kuvveti etki eder ve yük bu kuvvetin etkisi ile aşağı doğru hızlanır. Ve kaybettiği potansiyel enerji kadar kinetik enerji kazanır. *Yük negatif olursa,* ΔU pozitif olur, yani E alanında hareket eden negatif yük bir potansiyel enerji kazanır.

Düzgün Bir Elektrik Alandaki Potansiyel Farklar

Aşağıdaki durumları tartışırken, Fizik 1 den, kütle çekiminin cisim üzerinde yaptığı işi, dış bir kuvvetin yer çekimine karşı yaptığı iş gibi ifadeleri hatırlayınız.



Örnek: bir proton x ekseni boyunca düzgün yönelmiş bir E alanında, alan etkisiyle durgun halden harekete başlamış ve 0,5 m yer değiştiriyor. A) iki nokta arası potansiyel farkı B) protonun potansiyel enerji değişimini bulunuz.

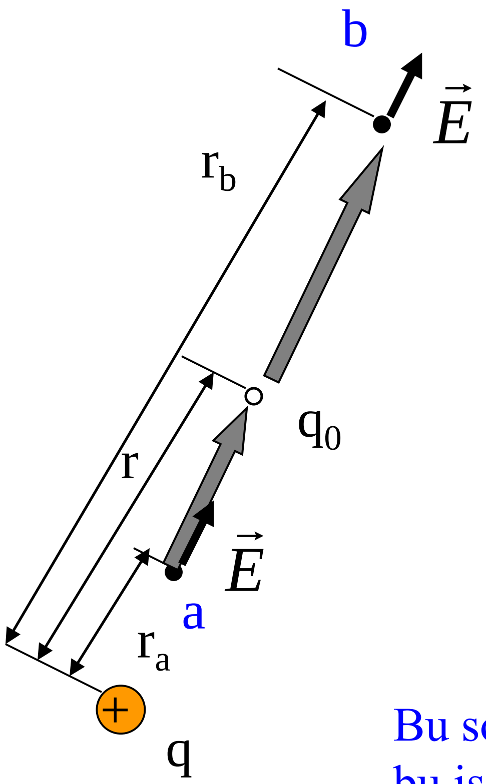


$$\Delta V = -Ed$$

$$\Delta U = q_0 \Delta V$$

Sonuçlar negatif çıktı; elektrik alan doğrultusunda hareket eden protonun potansiyel enerjisindeki azalmayı belirler. Yani proton E doğrultusunda hızlandıkça kinetik enerji kazanırken potansiyel enerji kaybeder. (mekanik nerji korunumu K+U=SBT)

Nokta Yüklerin Potansiyel Enerjisi



Şekilde q yükünün kendisinden r uzaklığındaki deneme yükü ile arasındaki potansiyel fark;

$$V_B - V_A = -\int_A^B \boldsymbol{E}.d\boldsymbol{s}$$

$$\boldsymbol{E}.dr = k_e \frac{q}{r^2}\,\boldsymbol{r}.dr$$

$$V_{a\to b} = -\int_{r_a}^{r_b} E_r dr = -k_e q \int_{r_a}^{r_b} \frac{dr}{r^2} = k_e q\left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right)$$

Bu sonuç; A-B arasındaki yoldan bağımsızdır. Ve bu işlemi A potansiyelini sonsuz kabul edersek;

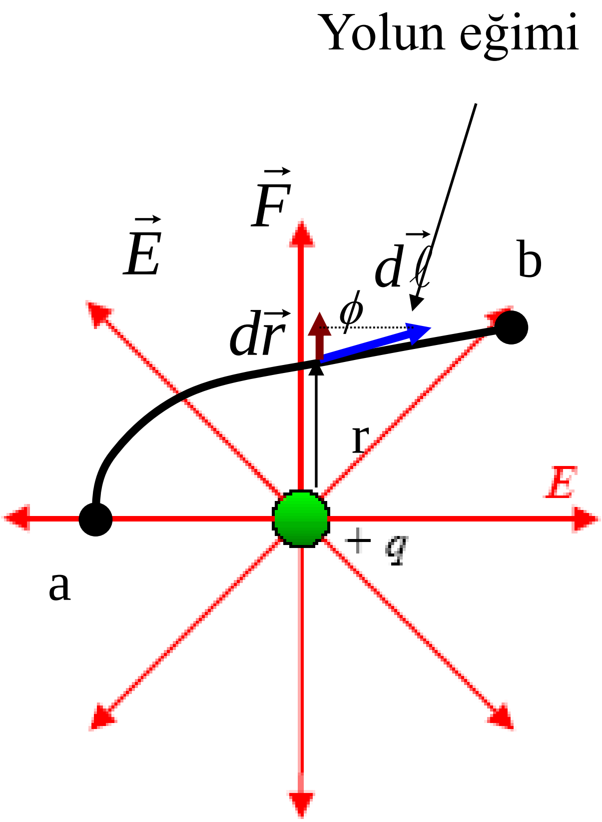
$$V = \frac{k_e q}{r}$$

q_1 yükü sayesinde oluşan V potansiyelinin olduğu bir noktaya sonsuzdan bir q_2 yükünü getirmek için yapılması gereken iş, iki parçacıklı sistemin potansiyel enerjisine eşittir;

$$U \equiv \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q q_0}{r}$$

Elektriksel potansiyel enerji

- Daha genel durumda



$$W_{a\to b} = \int_{r_a}^{r_b} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{r_a}^{r_b} F\,\underbrace{\cos\phi\, d\ell}_{dr} = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}\,dr$$

$$= \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a}-\frac{1}{r_b}\right) = U_a - U_b$$

$$\boxed{U \equiv \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r}}$$

Elektrik potansiyelin doğal ve uygun ifadesi

Elektriksel potansiyel enerji

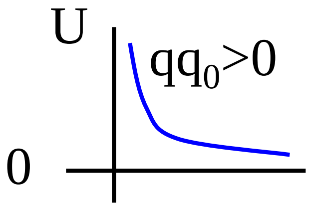
•Elektrik potansiyel enerji ifadesi

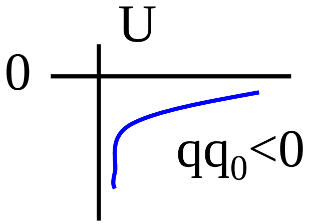
$$\boxed{U \equiv \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r}}$$

•Elektrik potansiyel enerjinin referans noktası

Potansiyel enerji her zaman U=0 olduğu referans noktasına bağlı olarak ifade edilir. R sonsuza gittiğinde, U sıfıra gider. Bu yüzden r=∞ referans noktasıdır. Bunun anlamı U, deneme yükünü başlangıç uzaklığı r den sonsuza hareket ettirmek için yapılan iş olarak tasvir edilir.

Şayet q ve q_0 aynı işarete sahipse, bu iş POZİTİF ; değilse İş NEGATİF tir.





Elektriksel potansiyel enerji

❑ Elektrik potansiyel veya potansiyel

- Elektrik potansiyel V birim yük başına potansiyel enerjidir.

$$V = \frac{U}{q_0} \quad \text{or} \quad U = q_0 V$$

1 V = 1 volt = 1 J/C = 1 joule/coulomb

$$W_{a\to b} = U_a - U_b = q_0 (V_a - V_b) \equiv q_0 V_{ab}$$

a ile b arasındaki potansiyel

Birim yük a dan b ye hareket ettiğinde elektrik kuvvet tarafından iş yapılır.

Birim yükü b den a ya yavaş bir şekilde hareket ettirmek için elektrik kuvvete karşı bir iş yapılması gerekir.

❑Birim: Elektron volt (atomik ve nükleer fizikte kullanışlı)

- Potansiyeli V_a olan noktadan V_b olan noktaya hareket eden q yüklü parçacığı düşünelim, yükün potansiyel enerjisi:

$$U_a - U_b = q(V_a - V_b) = qV_{ab}$$

- Şayet q yükü e yükü ile eşit büyüklüğe sahipse (1.602×10^{-19} C) ve potansiyel fark V_{ab}= 1 V ise, yükün enerjisi:

$$\begin{aligned} U_a - U_b &= (1.602 \times 10^{-19}\,\mathrm{C})(1\,\mathrm{V}) = 1.602 \times 10^{-19}\ \mathrm{J} \\ &\equiv 1\,\mathrm{eV} \end{aligned}$$

meV, keV, MeV, GeV, TeV,…

Elektriksel potansiyel

- Tek bir nokta yükten dolayı elektrik potansiyel;

$$V = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

- Nokta yükler yığınından dolayı elektrik potansiyel;

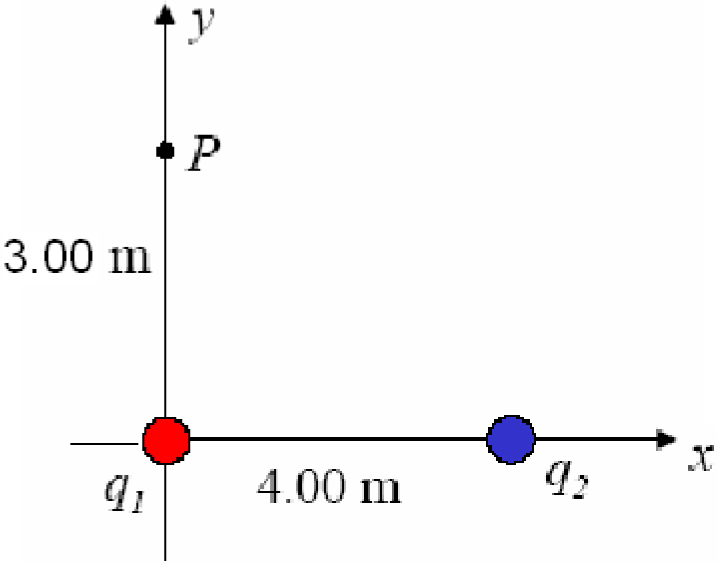
$$V = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

- Sürekli yük dağılımından dolayı elektrik potansiyel;

$$V = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dq}{r}$$

Örnek:

1.00 μC luk nokta yük orjine yerleşmiştir ve - 4.00 μC 2.nokta yük (4.00,0)m noktasında x eksenine yerleşmiştir. Bu yüklerden dolayı P noktasındaki toplam elektrik potansiyeli bulun. P noktasının koordinat ları (3.00,0)m dir.

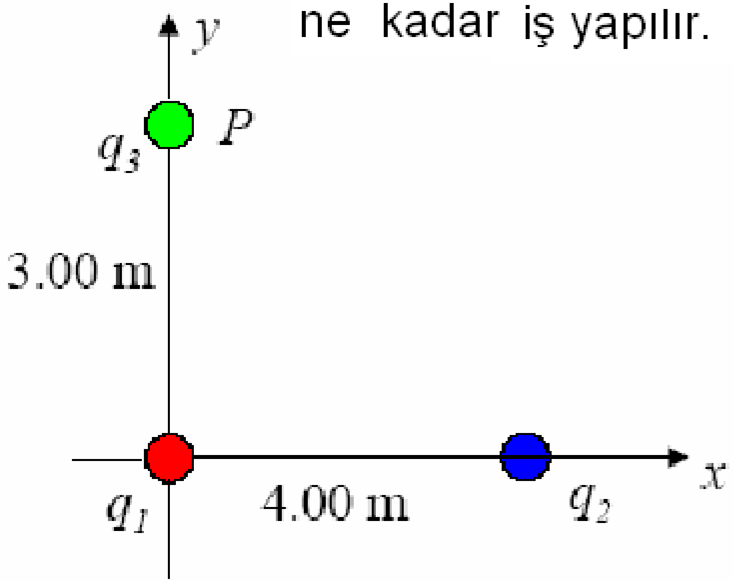


$$V_P = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i} = k_e \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right)$$

$$= 8.99 \times 10^9 \left(\frac{1.00 \times 10^{-6}}{3.00} + \frac{-4.00 \times 10^{-6}}{5.00} \right)$$

$$= -4.20 \times 10^3 \text{ V}$$

3.00 μC luk bir nokta yükü sonsuzdan P noktasına taşımak için ne kadar iş yapılır.

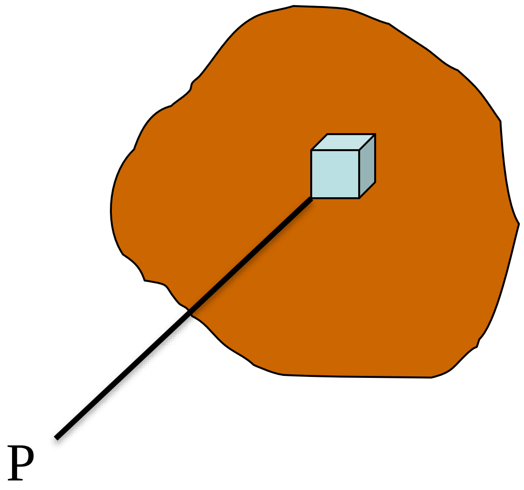


$$W = q_3 V_P$$
$$= \left(3.00\times10^{-6}\right)\left(-4.20\times10^{3}\right)$$
$$= -12.6\times10^{-3}\ \mathrm{J}$$

Negatif işaret yük sonsuzdan P ye götürülürken alan tarafından iş yapıldığını gösterir.Böylece,pozitif iş yükü sonsuza geri götürmek için bir dış etmen tarafından yapılan iş olmalıdır

Sürekli Yük Dağılımının Oluşturduğu Elektriksel Potansiyel

Şekilde sürekli yük dağılımının bir P noktasında oluşturduğu elektriksel potansiyeli, yüklü cismi çok küçük *dq* elemanlarına bölerek ve bütün bu yük elemanlarının potansiyele katkılarını toplayarak hesaplayabiliriz.



Bu *dq* yükünün P de oluşturduğu potansiyel *dV;*

$$dV = k_e \frac{dq}{r}$$

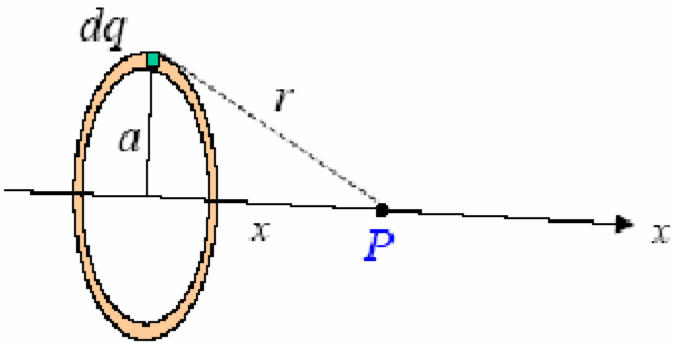
$$V = k_e \int \frac{dq}{r}$$

Aslında burada yapılan nokta yüklerin oluşturduğu potansiyel ifadesindeki toplam yerine integral kullandık.

Örnek:

Yarıçapı a ve toplam yükü Q olan düzgün yüklü halkanın ekseni üzerine yerleşmiş P noktasındaki elektriksel potansiyeli bulalım.

Halka düzlemi x eksenine diktir.



$$r = \sqrt{x^2 + a^2} \quad \text{so}$$

$$V = k_e \int \frac{dq}{r} = k_e \int \frac{dq}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

Halka üzerindeki her yük unsuru P den aynı uzaklıktadır.

$$V = \frac{k_e}{\sqrt{x^2 + a^2}} \int dq = \frac{k_e Q}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

P noktasındaki elektrik alan değerini bulunuz (*E=-dV/dt)*

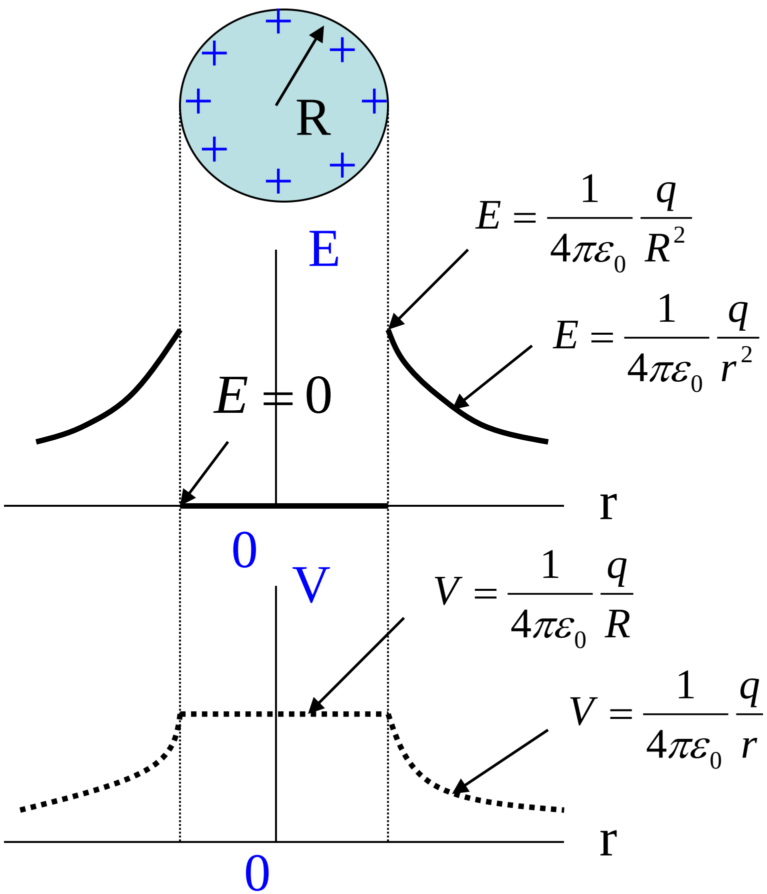
Yüklü Bir İletkenin Elektriksel Potansiyeli

Daha önce denge durumundaki katı bir iletkendeki net yükün iletkenin daima dış yüzünde olduğunu bulmuştuk. Ve elektrik alanın yüzeyin hemen dışında yüzeye dik, fakat iletkenin içinde <u>*sıfır*</u> olduğunu görmüştük. Bu yüzey üzerinde *ds* yer değiştirmesine sahip A ve B noktaları arasında E her zaman *ds* ye diktir. Dolayısıyla E.*ds=0* (sıfır) olur. Yani;

$$V_B - V_A = -\int_A^B E.ds = 0$$

Bu sonuç yüzey üzerinde herhangi iki nokta arasına uygulanabilir. Ve bu iki nokta arasında potansiyel farkı sıfır oluyor. Şu halde; denge durumundaki yüklü bir iletkenin yüzeyinin her yerinde V potansiyeli sabittir, yani <u>***eş potansiyel yüzeydir.***</u> Ve iletkenin içinde elektrik alan sıfır olduğundan içinde potansiyel sabit ve yüzeydeki değerine eşittir. (*E=-dV/dr)*

Yüklü iletken bir küre



$$R < r : V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

Nokta yükün potansiyeline benzer olarak

$$R = r : V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R}$$

$$R > r : V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R}$$

İletken içinde E sıfırdır.
Bu yüzden
potansiyel sabit kalır ve
yüzeydeki kadardır

Eş potansiyel yüzey

- Bir eş potansiyel yüzey, elektrik potansiyeli her noktada aynı olan 3-d yüzeydir.

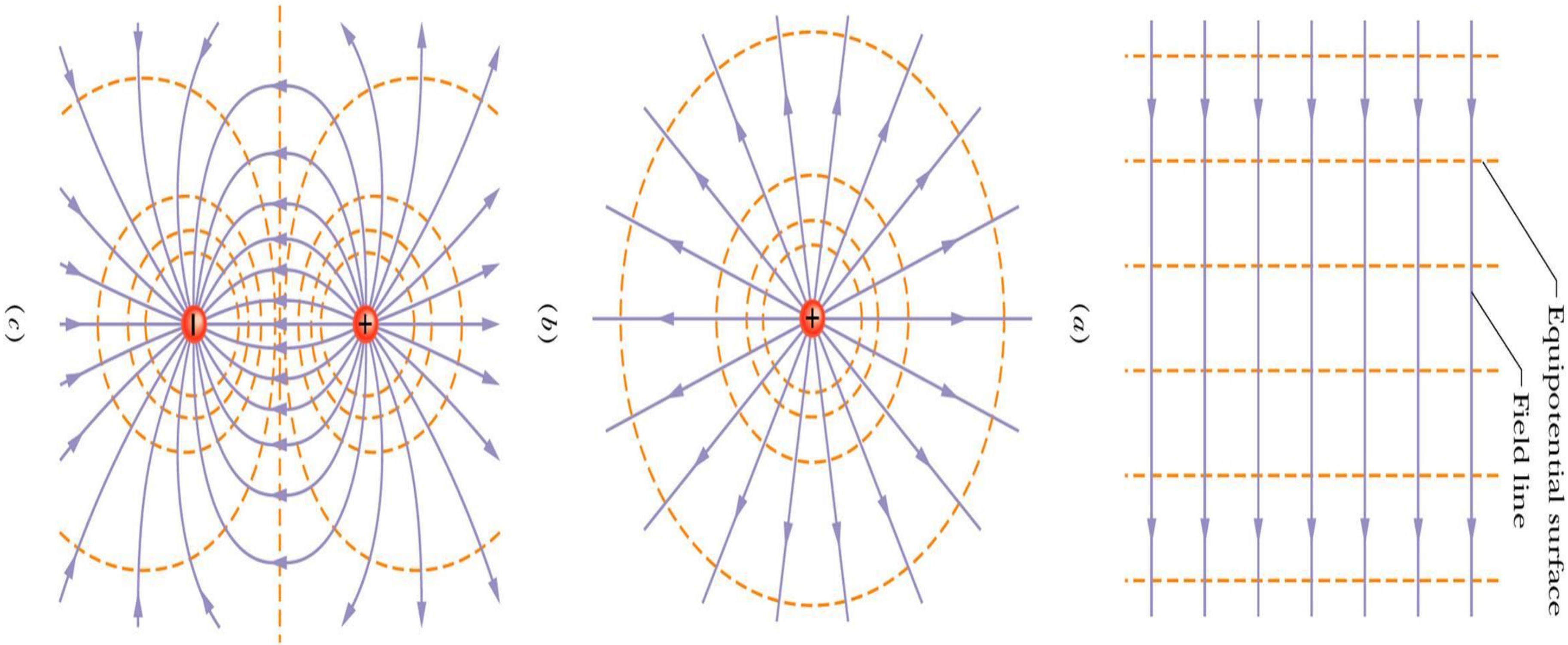
- İki farklı potansiyelde olan nokta yoktur, bunun için farklı potansiyeller için Eş potansiyel yüzeyler hiçbir zaman kesişmez.

- Bir eş potansiyel yüzey boyunca hareket eden deneme yükü için potansiyel enerji değişmediğinden,elektrik alan iş yapmaz.

- E her noktada yüzeye diktir.

- Alan çizgileri ve eş potansiyel yüzeyler her zaman karşılıklı olarak diktir.

❑ Eş potansiyel yüzey örnekleri



Potansiyel gradyent

❑ Potansiyel gradyent

- Potansiyel fark ve elektrik alan

$$V_a - V_b = \int_a^b dV = -\int_b^a dV$$

- Potansiyel fark ve elektrik alan

$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

$$\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j} + E_z \hat{k}$$

$$-\int_a^b dV = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

$$d\vec{\ell} = dx\hat{i} + dy\hat{j} + dz\hat{k}$$

$$-dV = \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = E_x dx + E_y dy + E_z dz$$

Potansiyel gradyent

- V den E

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k}\right)$$

- Fonksiyon f nin gradyenti

$$\vec{\nabla} f \equiv \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right) f$$

Nokta yada eksende E radyalsa

$$\boxed{E_r = -\frac{\partial V}{\partial r}}$$

Potansiyel gradyent

Şayet $V = 3xy^2 - 2yz$ E nin bileşenleri bulunur.

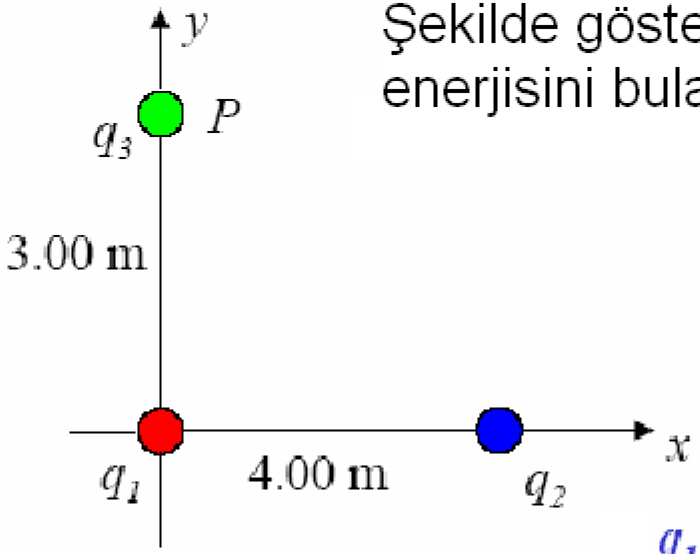
$$\boxed{E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(3xy^2 - 2yz\right) = -\frac{\partial}{\partial x}\left(3xy^2\right) = -3y^2}$$

$$\boxed{E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial y}\left(3xy^2 - 2yz\right) = -\left(6xy - 2z\right)}$$

$$\boxed{E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial z}\left(3xy^2 - 2yz\right) = -\frac{\partial}{\partial z}\left(-2yz\right) = 2y}$$

Alıştırmalar

❑Alıştırma 1



Şekilde gösterilen üç yüklü sistemin toplam potansiyel enerjisini bulalım.

$$U = k_e\left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}}\right)$$

$q_1 = 1.00\ \mu C$, $q_2 = -4.00\ \mu C$, $q_3 = 3.00\ \mu C$,

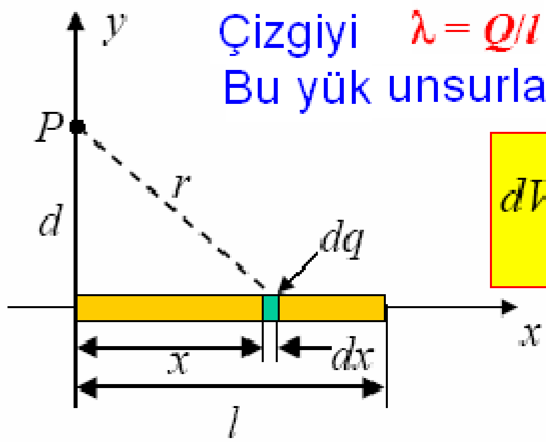
ve $r_{12} = 4.00$ m, $r_{13} = 3.00$ m, $r_{23} = 5.00$ m.

$$U = -2.16 \times 10^{-2}\ J$$

Alıştırmalar

❑Alıştırma 2

x ekseni boyunca yerleşmiş l uzunluklu bir çubuk λ birim uzunluk başına düzgün yüke ve Q toplam yüküne sahiptir. y exseni boyunca orjinden d uzaklıkta P noktasındaki elektrik alanı bulalım.



Çizgiyi $\lambda = Q/l$ olduğu $dq = \lambda dx$ yük unsurlarına bölelim. Bu yük unsurları için dV potansiyelini yazarsak:

$$dV = k_e \frac{dq}{r} = k_e \frac{\lambda\, dx}{\sqrt{x^2 + d^2}}$$

Şimdi telin uzunluğu boyunca integral alalım:

$$V = k_e \int_0^l \frac{\lambda\, dx}{\sqrt{x^2 + d^2}} = \frac{k_e Q}{l} \int_0^l \frac{dx}{\sqrt{x^2 + d^2}}$$

fakat tablodan

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + d^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + d^2})$$

buradan :

$$V = \frac{k_e Q}{l} \ln\left(\frac{l + \sqrt{l^2 + d^2}}{d} \right)$$