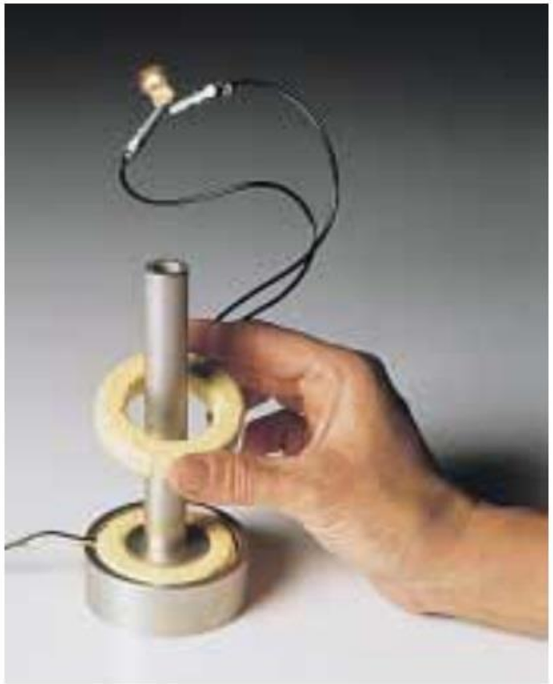


FİZİK-II

BÖLÜM 12: İNDÜKLEME VE İNDÜKTÖR

Ders kaynakları:

1. **Serway Fizik II, Türkçesi (Farklı Baskılar).**
2. **Temel Fizik II, Türkçesi.**
3. **Üniversiteler İçin Fizik, Bekir Karaoğlu, 3. Baskı, 2015.**
4. **Üniversite Fiziği II, Young-Freedman.**

ÖĞRENİM KONULARI

- Özindüklenme
- Karşılıklı indüklenme
- R-L devresi
- R-L-C devresi

İndüksiyon

Öz indüktans

❑Öz indüklenme

Bir akım bir devrede aktığında, bu akım kendi devresine bağlı bir manyetik akı meydana getirir. Bu, öz indüklenme olarak adlandırılır. (‘indüklenme’ manyetik akı Φ_B için en eski kelimedir)

Devrede B nin büyüklüğü her yerde I ile orantılıdır bu yüzden şunu yazabiliriz:

$$\Phi_B = LI$$

L devrenin öz indüklenmesi olarak adlandırılır.

L devrenin şekline ve boyutuna bağlıdır. Üstelik I = 1amperken bu , Φ_B manyetik akısına eşit olarak düşünülebilir.

İndüktans birimi Henry dir.

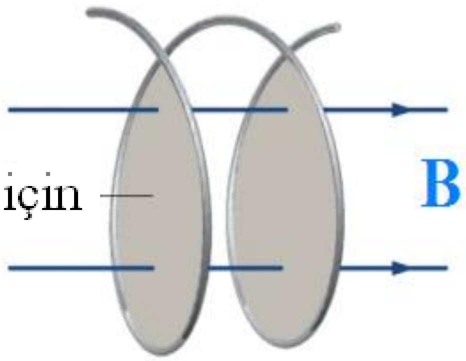
$$1\,\mathrm{H} = 1\,\frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{A}} = 1\,\frac{\mathrm{T\,m^2}}{\mathrm{A}}$$

Öz indüktans

❑ Öz indüktansın hesaplanması : Bir solenoit

L nin doğru hesaplanması genelde zordur ,tele yakınlarda B güçlendiği için, çoğunlukla cevap telin kalınlığına da bağlıdır.

Solenoitin önemli durumunda , ilk olarak L için yaklaşık sonuç elde etmek oldukça kolaydır: İlk olarak biz aşağıdaki ifadeyi elde ettik.



$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$$ böylece $$\Phi_B = NAB = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell} I$$

Sonra , $$L = \frac{\Phi_B}{I} = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell} = \mu_0 n^2 A \ell$$

n : Birim uzunluk başına dönüş sayısı

Bu yüzden L n^2 ve solenoitin hacmi ile orantılıdır

Öz İndüktans

- Öz indüktansın hesaplanması : Bir solenoit

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell} = \mu_0 n^2 A\ell$$

n : Birim uzunluk başına dönüş sayısı

Örnek :Toplam 100 dönüşlü ,5 cm^2 alanlı 10 cm uzunluklu solenoitin L si:

$$L = 6.28\times10^{-5}\ H$$

0.5 mm çaplı tel tek bir katta 100 dönüş yapacaktır.

10 tabaka gidildiğinde L 1 faktörden 100'e artacaktır.Aynı zamanda demir yada ferrit çekirdek eklendiğinde L bir faktörden 100'e artacaktır.

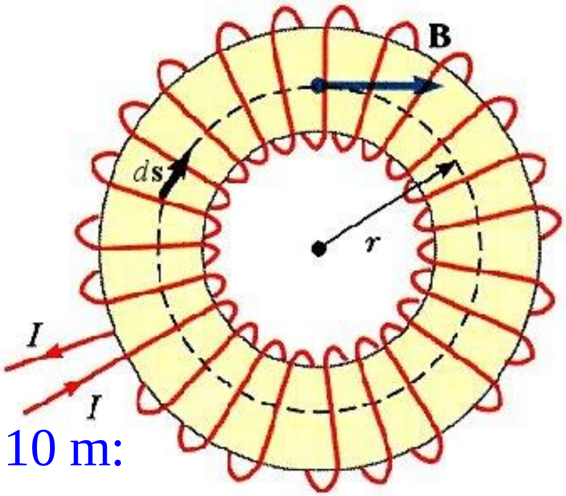
L için ifade H/m birimine sahip μ_0 ı gösterir, c.f, Tm/A ilk olarak elde edilir.

Öz indüktans

- Öz indüktansın hesaplanması : : Bir toroitsel solenoit

Solenoit içindeki manyetik akı :

$$\Phi_B = BA = \frac{\mu_0 NIA}{2\pi r}$$



Sonra solenoitin öz indüktansı :

$$L = \frac{N\Phi_B}{I} = \mu_0 \frac{N^2 A}{2\pi r} = \mu_0 n^2 A(2\pi r)$$

Şayet N = 200 dönüşse, A = 5.0 cm^2 , ve r = 0.10 m:

$$L = \frac{[4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{Wb/(A\cdot m)}](200)^2(5.0\times 10^{-4}\ \mathrm{m}^2)}{2\pi(0.10\ \mathrm{m})}$$

$$= 40\times 10^{-6}\ \mathrm{H} = 40\ \mu\mathrm{H}.$$

Daha sonra öz indüklemede akım, 3.0 μs, de 0.0 dan 6.0 A ya düzgün bir şekilde arttığında emk ☜ aşağıdaki gibi olacaktır:

$$|\varepsilon| = L\left|\frac{dI}{dt}\right| = (40\times 10^{-6}\ \mathrm{H})(2.0\times 10^{6}\ \mathrm{A/s}) = 80\ \mathrm{V}. \qquad (\because \varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt})$$

Öz indüktans

- Manyetik alanda depolanan enerji

Niçin L ilginç ve çok önemli bir niceliktir .

Bu , devrenin B alanında depolanan toplam enerji ile ilişkisinden kaynaklanır ki bunu aşağıda kanıtlamamız gerekir.

$$U_m = \frac{1}{2} L I^2$$

I ilk olarak meydana geldiğinde, bir sınıra sahibiz.

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = L\frac{dI}{dt} = -\varepsilon$$

(özindüklenme emk)

I nın kaynağı I yı son değere çıkardığı için özindüksiyon emk sına karşı iş yapar

$$\frac{dU_m}{dt} = \varepsilon I = LI\frac{dI}{dt}$$

Güç = Birim zamanda yapılan iş

$$\Longrightarrow \int_0^{U_m} dU_m = L\int_0^I I\,dI = \frac{1}{2} L I^2 = U_m$$

Öz indüktans

- Manyetik alanda depolanan enerji: Örnek

İndüktansta depolanan enerji için bizim ifademize dönersek onu bir solenoit durumu için kullanabiliriz. Zaten formülü kullanarak solenoit için elde ettik.

$$B = \mu_0 n I$$

ve

$$L = \frac{\Phi_B}{I} = \mu_0 n^2 A\ell$$

Böylece :

$$U_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 A\ell \left(\frac{B}{\mu_0 n} \right)^2 = \frac{B^2}{2\mu_0} A\ell$$

Alanda birim hacimdeki enerji

$$u_m = \frac{U_m}{A\ell} = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Öz indüktans

- İndüktör

Belirli bir indüktansa sahip olarak dizayn edilmiş bir devre cihazı bir indüktör yada bir bobin olarak adlandırılır. Yaygın sembolü aşağıdaki gibidir:

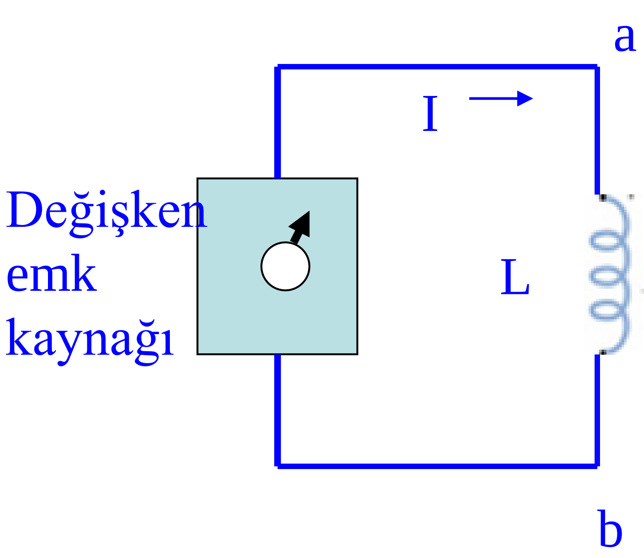
$$V_{ab} = V_a - V_b = L\frac{dI}{dt}$$

$dI/dt > 0$ ise,

$V_{ab} > 0$ a' dan b' ye potansiyel düşer.

$dI/dt < 0$ ise,

$V_{ab} < 0$ a'dan b'ye potansiyel artar.



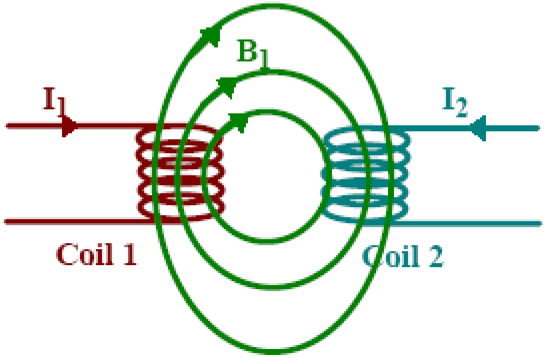
Karşılıklı indüktans

❑ Değişken akım ve indüklenen emk

B_1 manyetik alanı üreten I_1 değişken akımlı birincil sargıya sahip belirli iki bobin düşünelim. B_1 den dolayı ikincil sargıda indüklenen emk ikincil sargı boyunca manyetik akıyla orantılıdır: $\Phi_2 = \int \vec{B}_1 \cdot d\vec{A}_2 = N_2\phi_2$

ϕ_2 2.sargıda tek bir ilmekten geçen akım ve N_2 2.sargıdaki ilmek sayısıdır. Bununla birlikte B_1 in I_1 ile orantılı olduğunu biliyoruz ki bunun anlamı Φ_2 I_1 ile orantılı olmasıdır. M karşılıklı indüktans Φ_2 ve I_1 arasında orantı sabiti olarak tanımlanır ve konum geometrisine bağlıdır.

$$M = \frac{\Phi_2}{I_1} = \frac{N_2\phi_2}{I_1}$$



$$\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -\frac{d\Phi_2}{dI_1}\frac{dI_1}{dt} = -M\frac{dI_1}{dt};$$

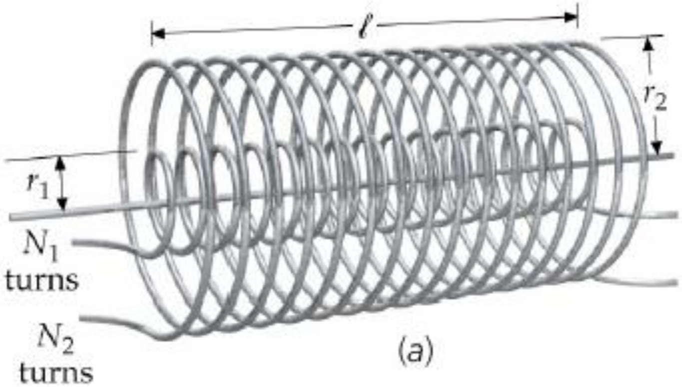
$$M = \frac{d\Phi_2}{dI_1}$$

İndüklenen emk M ve akım değişim oranı ile orantılıdır.

Karşılıklı indüktans

- Örnek

Şimdi sıkıca sarılmış ortak merkezli solenoitler düşünelim.İç solenoitin I_1 akımı taşıdığını ve dış solenoit üzerindeki Φ_{B2} manyetik akısının bu akımdan dolayı meydana geldiğini farzedelim. O zaman iç solenoit tarafından üretilen akı:



$$B_1 = \mu_0 n_1 I_1 \text{ where } n_1 = N_1 / \ell$$

Bu manyetik alandan dolayı dış solenoitten geçen akı :

$$\Phi_{B_2} = N_2 B_1 A_2 = N_2 B_1 (\pi r_1^2) = \mu_0 n_2 n_1 \ell (\pi r_1^2) I_1$$

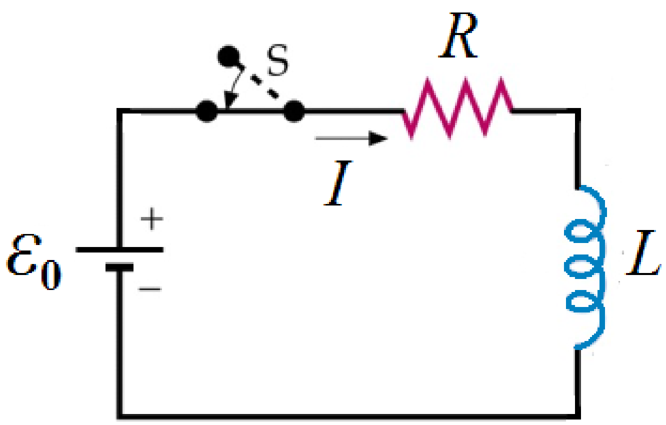
$$M_{21} = \frac{\Phi_{B_2}}{I_1} = \mu_0 n_2 n_1 \lambda (\pi r_1^2) ; \quad \text{genelde} \quad M_{21} = M_{12} = M .$$

R-L devresi

- Bir R-L devresinde üretilen akım

Şekilde gösterilen devreyi düşünelim. $t < 0$ da anahtar açıktır ve $I = 0$.

R direnci indüktör bobinin direncini içerebilir



$t = 0$ da anahtar kapatılır ve I artmaya başlar, indüktörsüz olan devrede tüm akım nanosaniyede meydana gelecekti. İndüktörle böyle olmaz.

Kirchhoff ilmek kuralı :
$$\varepsilon_0 - IR - L\frac{dI}{dt} = 0$$

I İle çarpılır :
$$\varepsilon_0 I = I^2 R + LI\frac{dI}{dt}$$
Güç dengesi

R-L devresi

- Bir R-L devresinde üretilen akım

Batarya tarafından sağlanan güç

$$\varepsilon_0 I = I^2 R + LI\frac{dI}{dt}$$

İndüktörde depolanan enerji oranıdır.

Dirençte ısı olarak yayılan güç

İndüktördeki enerji U_m ise:

$$\frac{dU_m}{dt} = LI\frac{dI}{dt}$$ Yada $$dU_m = L\, I\, dI$$

t = 0 (I = 0) dan t = ∞ ($I = I_f$) a integral alınırsa

$$U_{mf} = \int_0^{U_{mf}} dU_m = \int_0^{I_f} L\, I\, dI = \frac{1}{2}LI_f^2$$

Böylece, I akımı taşıyan indüktörde depolanan enerji :

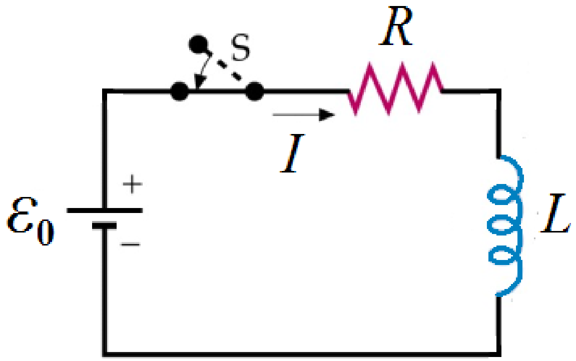
$$U_m = \frac{1}{2}LI^2$$

R-L devresi

❑Bir R-L devresinde üretilen akım

Kirchoff ilmek kuralı:

$$\varepsilon_0 - IR - L\frac{dI}{dt} = 0$$



t = 0+, da I = 0

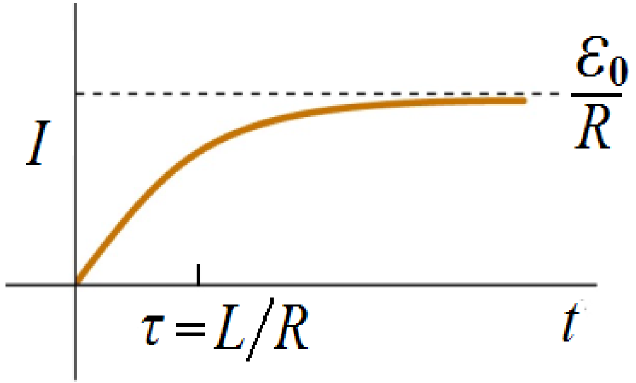
$$\left(\frac{dI}{dt}\right)_0 = \frac{\varepsilon_0}{L}$$

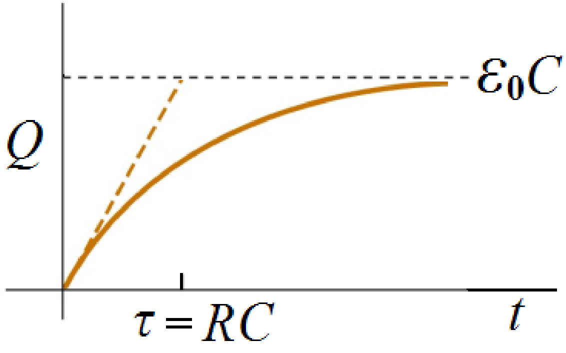
I sonuçta dI/dt = 0 oluncaya kadar artar

$$I_f = \frac{\varepsilon_0}{R}$$

RC ile kıyaslanırsa:

Zamanın fonksiyonu olarak bir LR devresindeki akım

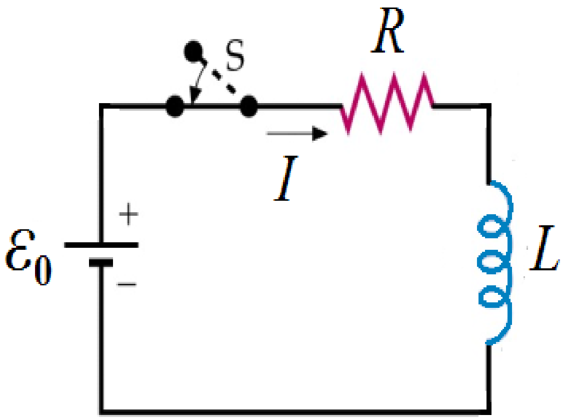




R-L devresi

- Bir R-Ldevresinde üretilen akım

$$\frac{L}{R}\frac{dI}{dt} + I = \frac{\varepsilon_0}{R}$$



$$\frac{dI}{\left(I - \frac{\varepsilon_0}{R}\right)} = -\frac{R}{L}dt$$

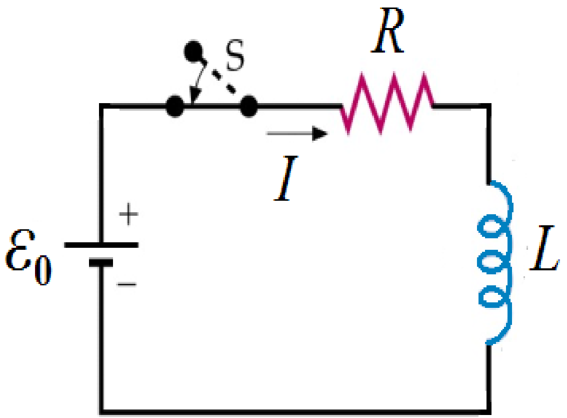
(I = 0, t = 0) ve (I = I, t = t) arasında integral alınır.

$$\ln\left(\frac{I - \varepsilon_0 / R}{-\varepsilon_0 / R}\right) = -\frac{R}{L}t$$

R-L devresi

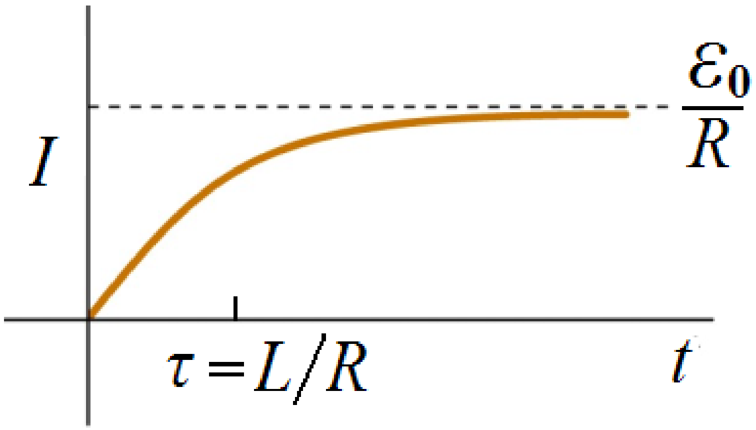
❑Bir R-L devresinde üretilen akım

Şimdi her bir taraftaki gücü e ile ifade ederiz:



$$\left(\frac{I-\varepsilon_0/R}{-\varepsilon_0/R}\right)=e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$I-\frac{\varepsilon_0}{R} = -\frac{\varepsilon_0}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$$

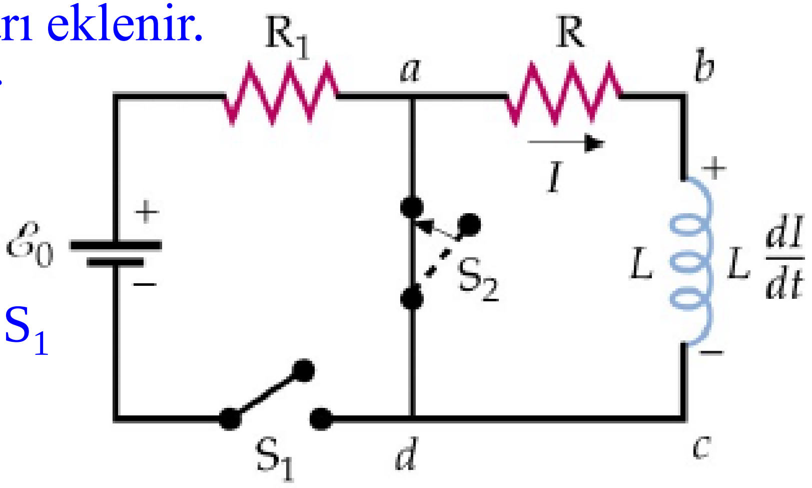


$$I = \frac{\varepsilon_0}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

R-L devresi

- Boşalan bir R-L devresi

Bataryayı çıkarabilmek için S_2 anahtarı eklenir.
Ve R_1 bataryayı korumak için eklenir
böylece her iki anahtar kapalıyken
batarya korunur.

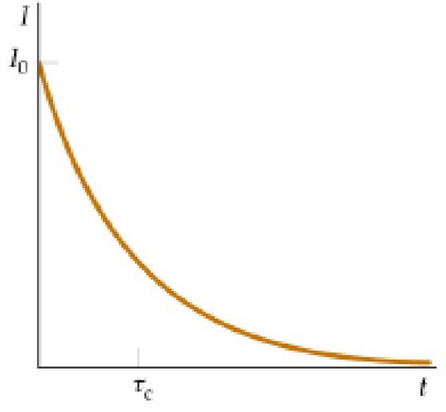


İlk olarak yeterince uzun zaman için S_1
kapalıdır böylece akım I_0
son değerinde sabitlenir.

t=0 da, kapalı S_2 ve açık S_1 bataryayı iptal etmek için oldukça etkilidir.
Şimdi abcd devresi I_0 akımı taşır.

Kirchhoff ilmek kuralı:

$$-IR - L\frac{dI}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad I = I_0 e^{-Rt/L}$$



R-L devresi

- Boşalan bir R-L devresi

Şimdi, akım I_0 dan 0 a azalırken, R direncinin ürettiği toplam ısıyı hesaplayalım.

Isı üretim oranı: $$P = \frac{dW}{dt} = I^2 R$$

Dirençte ısı olarak yayılan enerji: $$W = \int dW = \int_0^\infty I^2 R dt$$

Zamanın fonksiyonu olarak akım: $$I = I_0 e^{-Rt/L}$$

Toplam enerji: $$W = \int I_0^2 e^{-2Rt/L} R dt = \frac{1}{2} L I_0^2$$

Üretilen toplam ısı gerçekte indüktörde depolanan enerjiye eşittir.

L-C devresi

- Basit harmonik salınım

Basit harmonik hareket (SHM) için genel diferansiyel denklem:

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + Cx(t) = 0\ ,$$

Burada C bir sabittir. Bu denklemi çözmenin bir yolu $x(t) = Ae^{at}$ şeklinde aranan bir çözümle cebirsel denkleme dönüştürmektir. Diferansiyel denklemde bu ifade yerini aldığında aşağıdaki ifade elde edilir:

$$a^2Ae^{at} + CAe^{at} = 0 \text{ yada } \boxed{a^2 = -C}.$$

L-C devresi

- Basit harmonik salınım

Durum 1(C>0, titresimli çözüm)

Pozitif C için $a = \pm i\sqrt{C} = \pm i\omega$ burada $\omega = \sqrt{C}$ dir.Bu durumda ikinci dereceden diferansiyel denklem için en genel çözüm aşağıda gösterilen dört yolla yazılabilir.

$$x(t) = Ae^{i\omega t} + Be^{-i\omega t}$$

$$x(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)$$

$$x(t) = A\sin(\omega t + \phi)$$

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

Burada A, B, ve ϕ keyfi sabitlerdir.(**2.dereceden diferansivel denklem için iki keyfi sabit**) $e^{\pm i\theta} = \cos\theta \pm i\sin\theta$ olduğunu hatırlayalım burada $i = \sqrt{-1}$ dir.

L-C devresi

- Basit harmonik salınım

Durum 2 (C < 0 Exponansiyel çözüm)

Negatif C için $a = \pm\sqrt{-C} = \pm\gamma$ burada , $\gamma = \sqrt{-C}$ dir.
Bu durumda **ikinci dereceden diferansiyel denklem** için en genel çözüm aşağıda gösterilen yolla yazılabilir:

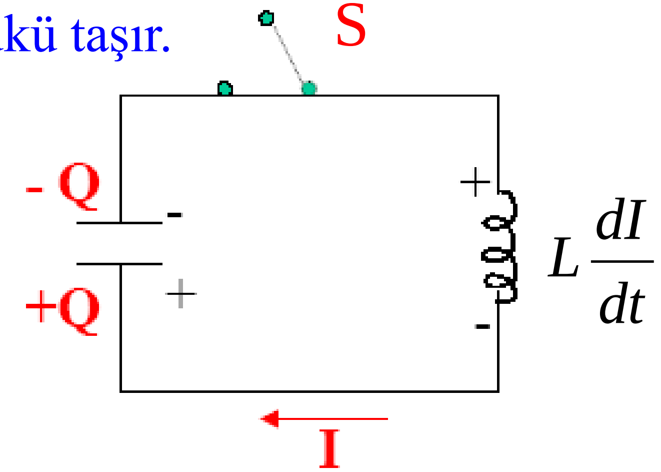
$$x(t) = Ae^{\gamma t} + Be^{-\gamma t},$$

Burada **A** ve **B** keyfi sabitlerdir.

L-C Devresi

- Bir L-C devresi ve elektriksel salınım

Şekilde gösterildiği gibi bir indüktör ve bir kondansatörden oluşan bir devre düşünelim. Başlangıçta C kondansatörü Q_0 yükü taşır.



t=0 da anahtar kapanır yük öz indüklenme Emk sı üreten indüktör boyunca akar.

I akımı tanımından: $$I = \frac{dQ}{dt}$$

Kirchhoff ilmek kuralı: $$L\frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} = 0$$

Bir salınımda ki kütle için ivme eşitliği

$$L\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{Q}{C} = 0 \qquad \text{c.f.} \quad \frac{\mathrm{d}^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

L-C devresi

- Bir L-C devresi ve elektriksel salınım

$$\frac{d^2Q}{d^2t} = -\frac{1}{LC}Q = -\omega Q \quad \text{c.f.} \quad \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x$$

Bu eşitliğin çözümü basit harmonik harekettir.

$$Q = A\cos(\omega t + \phi) \quad \text{c.f.} \quad x = A\cos(\omega t + \phi)$$

Şimdi A ve δ nın ne olduğunu ifade edielim*. Seçilen başlangıç şartları için : I(0)=0 ve Q(0)=Q_0 dır. Burada A=Q_0 ve ϕ=0 dır.

$$Q(t) = Q_0\cos(\omega t)\,,\; I(t) = -\omega Q_0\sin(\omega t) = \omega Q_0\cos(\omega t + \pi/2)$$

Yük ve akım aynı ω açısal frekansı ile 90^o lik faz farkına sahiptir.Q=0 iken I maksimumdur.I=0 iken Q maksimumdur.

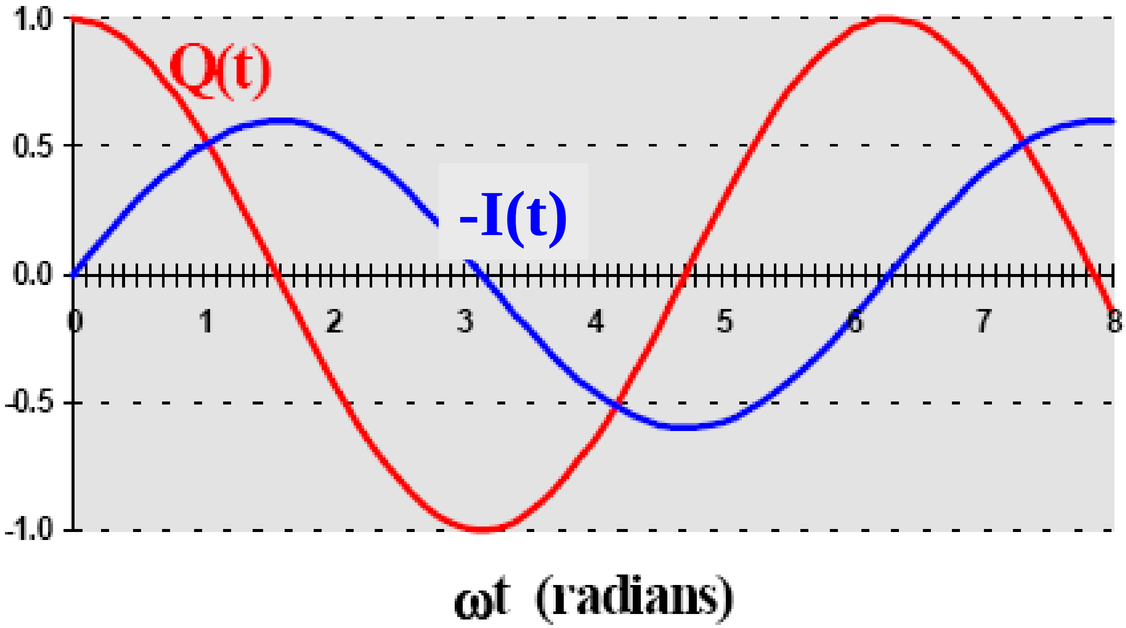
L-C devresi

❑Bir L-C devresi ve elektriksel salınım

$$Q(t) = Q_0 \cos(\omega t)\ ,\ I(t) = -\omega Q_0 \sin(\omega t) = \omega Q_0 \cos(\omega t + \pi/2)$$

Yük ve akım aynı ω açısal frekansı ile 90° lik faz farkına sahiptir.Q=0 iken I maksimumdur.I=0 iken Q maksimumdur.

.



L-C devresi

- Bir L-C devresi ve elektriksel salınım

Kondansatördeki elektrik enerjisi:

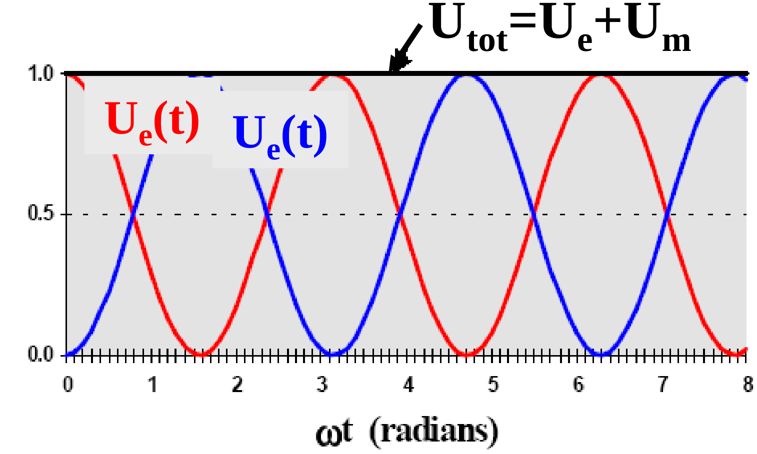
$$U_e = \frac{1}{2} Q V_c = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C}\cos^2(\omega t)$$

⇒ Elektrik enerji 0 ve Q_0^2 maksimumu arasında titreşir.

İndüktördeki manyetik enerji:

$$U_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} L\omega^2 Q_0^2 \sin^2(\omega t) = \frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C}\sin^2(\omega t) \because \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

⇒ Manyetik enerji 0 ve Q_0^2 /(2C) maksimumu arasında titreşir



DİNLEDİĞİNİZ İÇİN TEŞEKKÜRLER

ve

TEKRAR ETMEYİ UNUTMAYINIZ