

SAYISAL YÖNTEMLER II

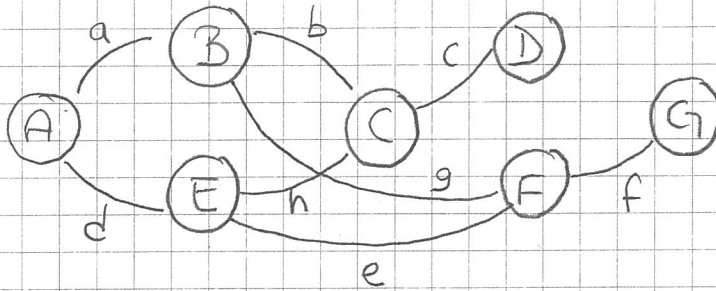
final
G.E

Şebeke (Network) modeli

Çizge Kuramı

Düğüm (node)

Ayrıtlar (edge)



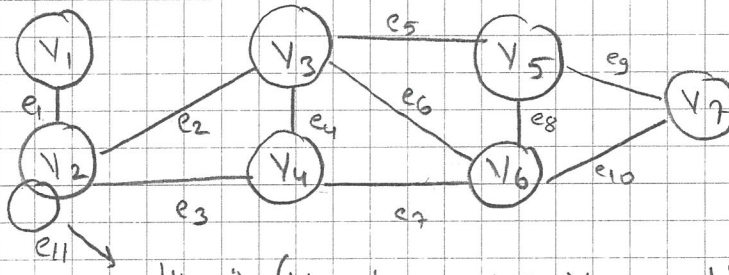
düğüm

$$V = \{A, B, C, D, E, F, G\}$$

$$E = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$$

ayrıtlar

Yönlü olmayan çizge



→ 1 tane yönlü
olsaydı adı karma
çizge olacaktı

döngü (V2'den çıkıp V2'ye dönüyor) Çizginin satarında olmaz.

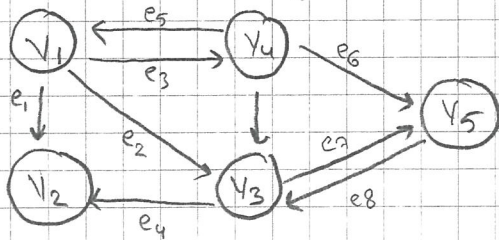
$G = \{V, E\}$ = Çizge düğüm ve ayrıtlardan oluşuyor.

$$V = \{i | i = 1, m\}$$

$$m=7$$

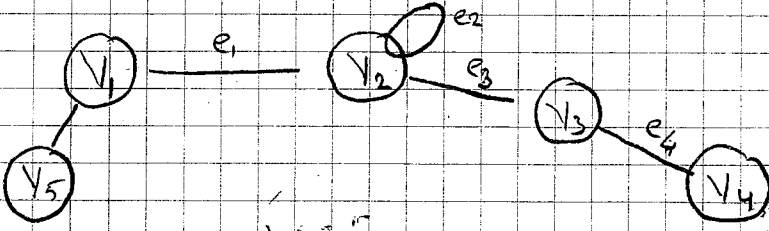
$$E = \{(i, j) | i \in V, j \in V\}$$

Yönlü çizge

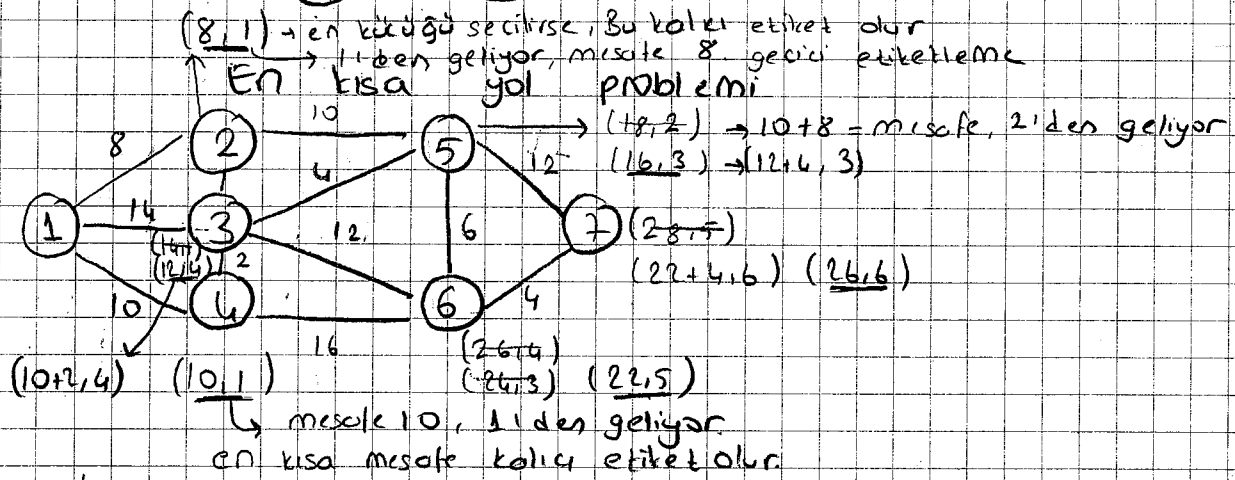
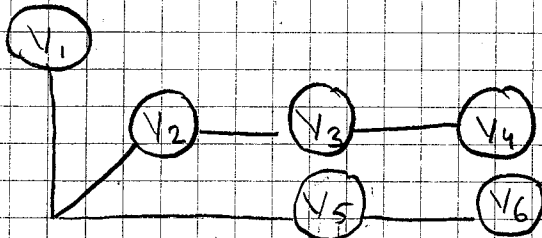


→ 1 tane yönlü bile
adı karma çizge olacaktı

Zincir yapısında çığır



Ağaç Çıngısı



→ Kalıcı etiket koyduğumuz birden fazla değeri

7-6-5-3-4-1 yol.

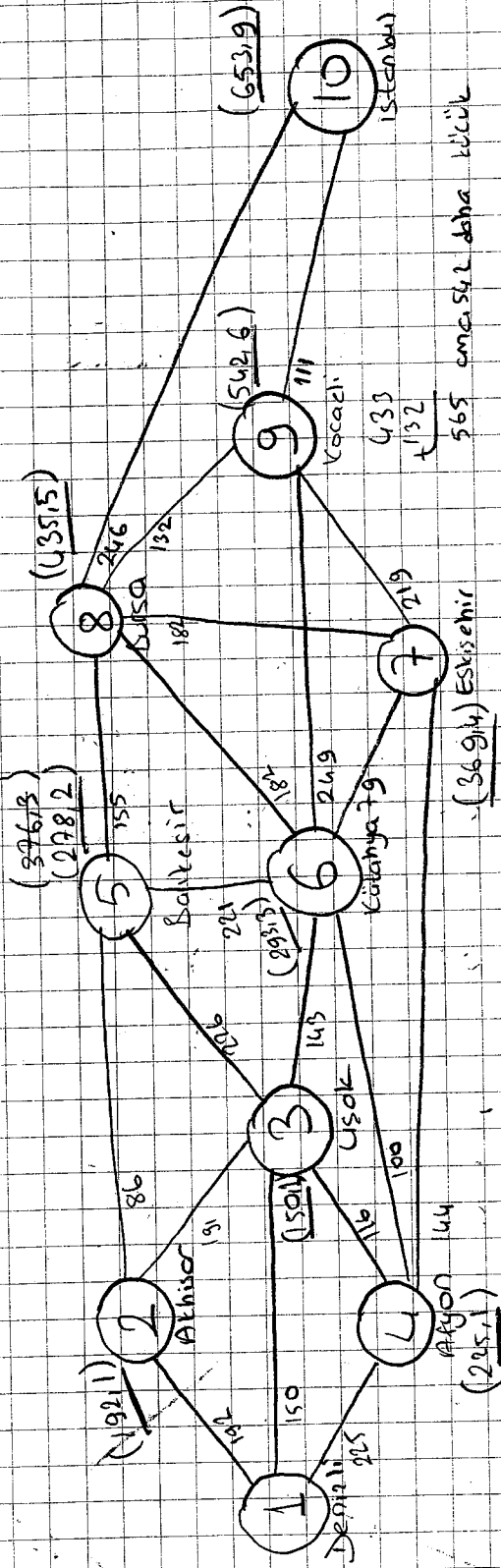
1-4-3-5 giderseniz $10+2+4=16$ en kısa yol olur 5'e gidilir.

Düğüm	En kısa yol	Yol
2	8	1-2
3	12	1-4-3
4	10	1-4
5	16	1-4-3-5
6	22	1-4-3-5-6
7	26	1-4-3-5-6-7

← Özet

Örnek = Demirören İstanbul Gidiş

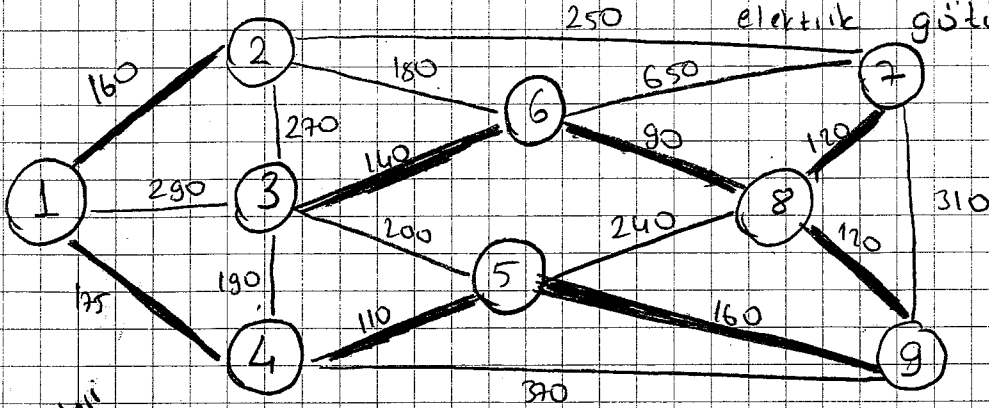
Rota $\Rightarrow$
 $2_{min} = 150 + 143 + 249 + 111$
 $2_{min} = 653$



Düğüm	Mesafe	Rota
2	192	1-2
3	150	1-3
4	225	1-4
5	278	1-2-5
6	293	1-3-6
7	369	1-4-7
8	433	1-2-5-8
9	542	1-3-6-9
10	653	1-3-6-9-10

Minimum yaylı ağaç

Önem: Her mahallenin elek. alması. Her mahalleye elektrik götürülecek



Sevilmemişleri
yaparak

en küçük
seçeriz.

Seviye	1.	2.	3.	4.	5.
	(2,7) 250	(1,3) 290	(2,7) 250	(1,3) 290	(8,6) 90 *
	(2,6) 180	(2,7) 250	(2,6) 180	(2,7)	6.
	(2,3) 270	(2,6) 180	(2,3) 270	(2,6)	(8,7) 120 *
	(1,3) 290	(2,3) 270	(1,3) 290	(2,3)	7.
(1,4) 75 * en küçük seç	(4,3) 190	(4,9) 370	(4,3)	(6,3) 140 *	↓ 3'ü elektrik gitti
	(4,5) 110 *	(4,3) 190	(4,9)		
	(4,9) 370	(5,3) 200	(5,8)	(5,3)	
		(5,8) 240	(5,9) 160 *	(9,8) 120 *	
				(9,7)	

Hat

1-2

1-4-5-9-8-6-3

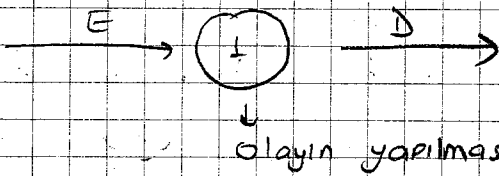
8-7

03.05.2017

Sayısal
2. ders

KRİTİK YOL YÖNTEMİ (CPM)

Bu proje bu zamanda bitecek deniyor. İşleme payı yok.
Faaliyetleri kaydırma payımız yok. Faaliyetlerin zamanları süreleri kesin olarak belirlenmiş bir model. Aksilikleri belirlemek için de PERT modelini kullanınız. Petite beta dağılımı kullanınız. 3 süreye bağlı olarak ortalama bir süre buluyunuz.



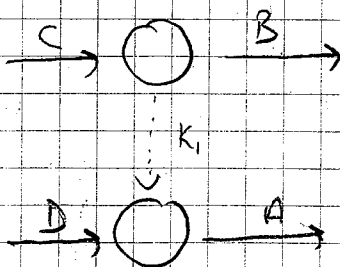
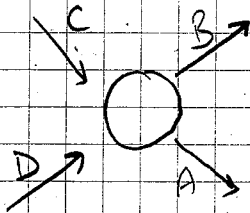
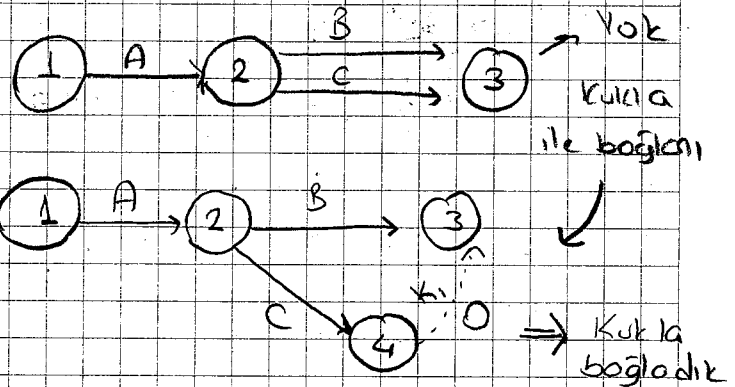
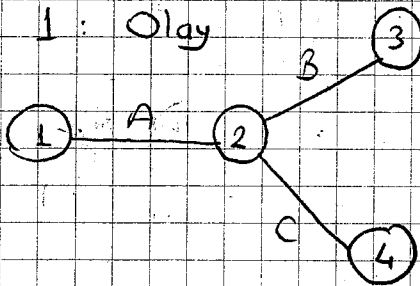
E, D: Faaliyet

E: faaliyetin yapılması

1: Olay

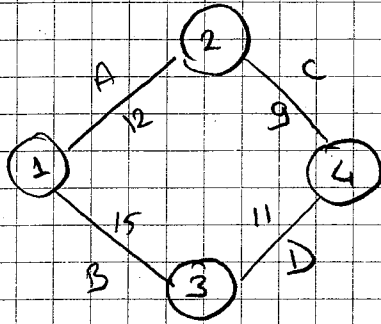
1: beton atılmasına geçiş

D: beton atılması



Örnek ⇒

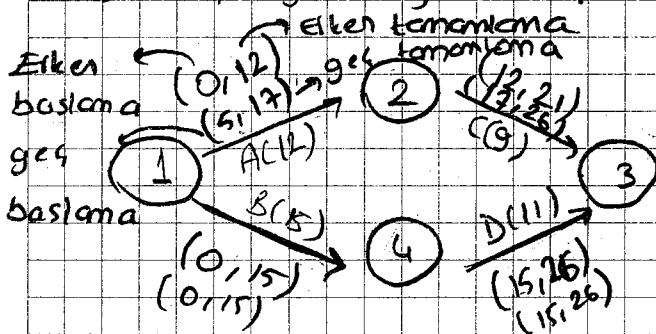
Faaliyet	Süre	Önceki Faaliyet
A	12	—
B	15	—
C	9	A
D	11	B



A ve B faaliyetlerinden önce olay yok 1'den başlıyorum
C faaliyetinden önce A faaliyeti var A'ya bağla

B faaliyetinin bittiği yerde D faaliyeti başlıyor

- İleriye doğru hesaplama → max değerler alınacak
 - Geriyeye doğru hesaplama → min değerler alınacak
- } 2 tür hesaplama



A faaliyeti uzunluğu 12

C'nin olabilmesi için A'nın bitmiş olması gerekiyor.

A → 0'dan başlar 12'ye kadar
↓
başlama değeri bitiş değeri

B → 0'dan başlar 15'e kadar

C → 12'den başlar 21'e kadar (12+9)

D → 15'ten başlar 26'ya kadar (15+11)

* Üçüncü olanı seçtim

Geriyeye doğru gidiyorum

D (15, 26) D'den C'ye

• 26'dan 9 çıkar (17, 26)

• 17'den 12 çıkar (5, 17)

Sonuç

1 - 3 - 4 d'ğümünü

B - D

15 + 11 = 26 gün

FABER-CASTELL

• Erken başlama (EB) (0)

11 tamamlama (ET) (12)

• Geç başlama (GB) (5)

11 tamamlama (GT) (17)

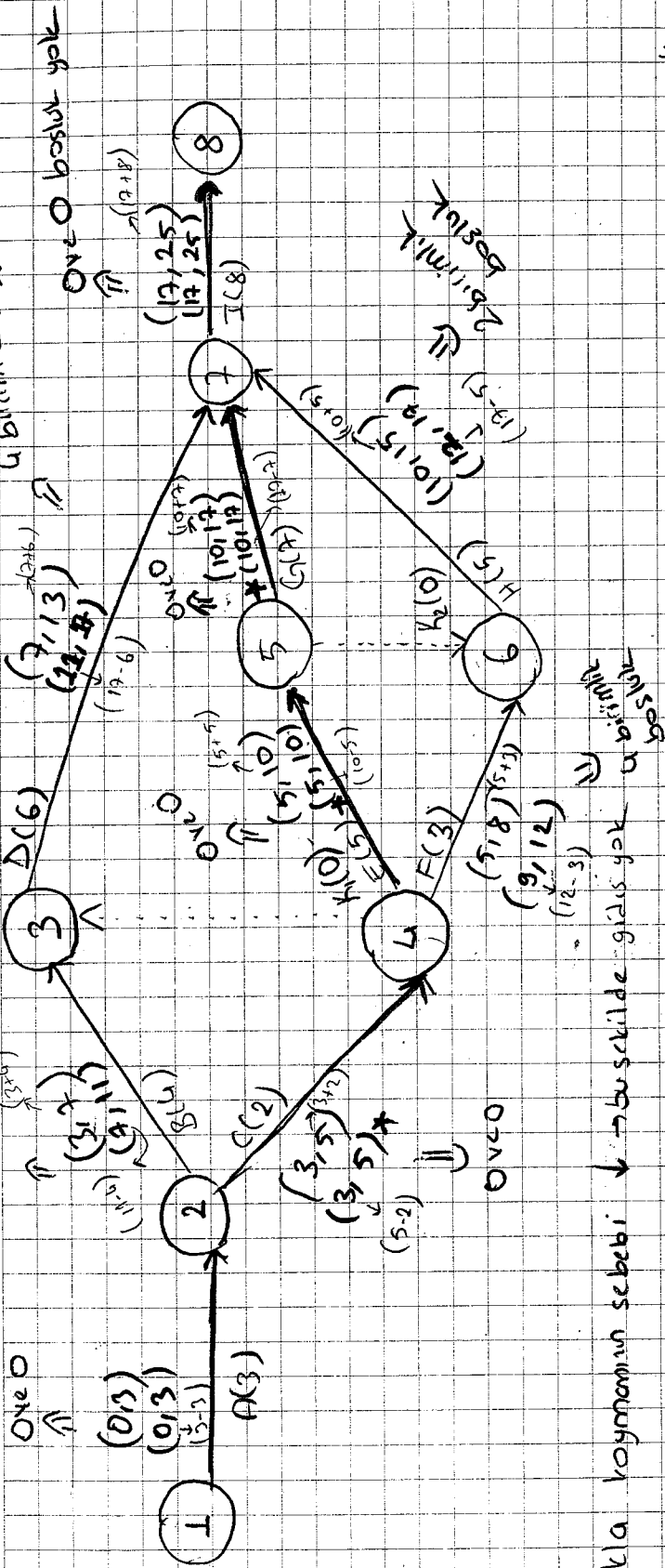
$$\text{Bolluk (Bosluk)} = GB - EB \text{ (Geç başlamadan, Erken başlamayı çıkar)} \\ GT - ET \text{ (Geç tamamlamayı, Erken tamamlamayı çıkar)}$$

Soru:

Faaliyetler	Çerçeve süre	Başlama öncelikleri
A	3	-
B	4	A
C	2	A
D	6	B, C
E	5	C
F	3	C
G	7	E
H	5	E, F
I	8	D, G, H

sınavda
Sımayı
vercek

Libirlik boşluk



NOT:

Kula koymunun sebebi $\downarrow$ buskide gidecek $\downarrow$ buskide

kutlayla bagliyoruz degerek.

Önce iki sonra geri giderek gidecek max
olacak seip gidiyoruz. Dönerken min.

Sonuç:

$$1 - 2 - 4 - 5 - 7 - 8$$

A - C - E - G - I (Boşluk olmayanları seçtik)

$$3 + 2 + 5 + 7 + 8 = 25 \text{ saat}$$

Toplam süre

* 25 en erken tamamlama süresi

* Kütlen önce 2 değeri var ama en

küçük seçiyor geri giderken o yüzden

$10 < 12$ olduğundan 10'u seçtik $\frac{10}{2}$

Soru:	EB	ET	GB	GT	Bosluk
	0	3	0	3	0
	3	7	7	11	4
	3	5	3	5	0
	7	13	11	17	4
	5	10	5	10	0
	5	8	9	12	4
	10	17	10	17	0
	10	15	12	17	2
	17	25	17	25	0

* EB-GB ET-GT oluyoruz

0.1 TAM SAYILI PROGRAMLAMA MODELLERİNİN
ÇÖZÜMÜ

(DAL - SINIR METODU)

$$2_{max} = 9x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 4x_4$$

$$6x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 \leq 10$$

$$x_3 + x_4 \leq 1$$

$$-x_1 + x_3 \leq 0$$

$$-x_2 + x_4 \leq 0$$

$$x_j = 0 \text{ veya } 1 \quad j = 1, 4$$

1 ANA MODEL

$$2_{max} = 9x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 4x_4$$

$$6x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 \leq 10$$

$$x_3 + x_4 \leq 1$$

$$-x_1 + x_3 \leq 0$$

$$-x_2 + x_4 \leq 0$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

$$x_3 \geq 0$$

$$x_4 \geq 0$$

$$x_1 \leq 1$$

$$x_2 \leq 1$$

$$x_3 \leq 1$$

$$x_4 \leq 1$$

(Alt Problem 1 (x₁=1 için))

→ x₁ yerine 1 koyduk

$$2_{max} = 9 + 5x_2 + 6x_3 + 4x_4$$

$$3x_2 + 5x_3 + 2x_4 \leq 4$$

$$x_3 + x_4 \leq 1$$

$$x_3 \leq 1$$

$$-x_2 + x_4 \leq 0$$

$$x_2 \leq 1$$

$$x_3 \leq 1$$

$$x_4 \leq 1$$

$$x_2 \geq 0$$

$$x_3 \geq 0$$

$$x_4 \geq 0$$

(Alt Problem 2 (x₁=0 için))

$$2_{max} = 5x_2 + 6x_3 + 4x_4$$

$$3x_2 + 5x_3 + 2x_4 \leq 10$$

$$x_3 + x_4 \leq 1$$

$$x_3 \leq 0$$

$$-x_2 + x_4 \leq 0$$

$$x_2 \leq 1 \quad x_2 \geq 0$$

$$x_3 \leq 1 \quad x_3 \geq 0$$

$$x_4 \leq 1 \quad x_4 \geq 0$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 1$$

{ Alt Problem 3 }

$$z_{\max} = 14 + 6x_3 + 4x_4$$

$$5x_3 + 2x_4 \leq 1$$

$$x_3 + x_4 \leq 1$$

$$x_3 \leq 1$$

$$x_4 \leq 1$$

$$x_3 \geq 0$$

$$x_4 \geq 0$$

$$x_3 \leq 1$$

$$x_4 \leq 1$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 0$$

{ Alt Problem 4 }

$$z_{\max} = 9 + 6x_3 + 4x_4$$

$$5x_3 + 2x_4 \leq 4$$

$$x_3 + x_4 \leq 1$$

$$x_3 \leq 1$$

$$x_4 \leq 0$$

$$x_3 \geq 0$$

$$x_4 \geq 0$$

$$x_3 \leq 1$$

$$x_4 \leq 1$$

Alt Problem
icin max. degeri
aldik

Alt Prob 3

$$x_3 = 0 \quad x_4 = 0.5$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 1$$

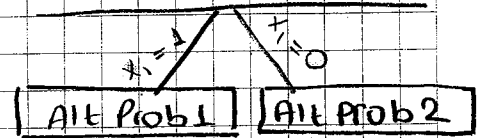
$$z = 16$$

Ana problem

$$x_1 = 0.833$$

$$x_2 = 1 \quad x_3 = 0 \quad x_4 = 1$$

$$z = 16.5$$



$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 0.8 \quad z = 16.2$$

$$x_3 = 0$$

$$x_4 = 0.8$$

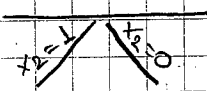
$$x_1 = 0$$

$$x_3 = 0$$

$$x_2 = 1$$

$$x_4 = 1 \quad z = 9$$

Aday çözüm



Alt Prob 3

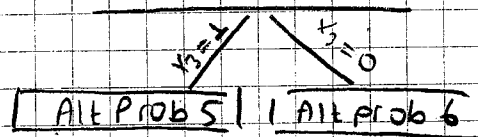
Alt Prob 4

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 0$$

$$x_3 = 0.8 \quad x_4 = 0$$

$$z = 13.8$$

X



Cözüm sür 2 X

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = 0$$

{ Alt Problem 6 }

$$z_{\max} = 14 + 4x_4$$

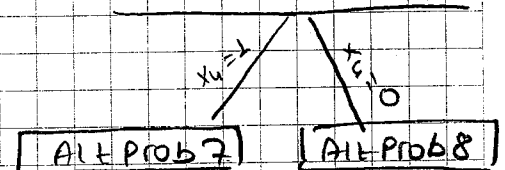
$$2x_4 \leq 1$$

$$x_4 \leq 1$$

$$x_4 \geq 0$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = 0$$

$$x_4 = 0.5 \quad z = 16$$



Alt Prob 7

Alt Prob 8

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 1$$

$$x_3 = 0 \quad x_4 = 1$$

Cözüm sür 2

X

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 1$$

$$x_3 = 0 \quad x_4 = 0$$

$$z = 14$$

Aday çözüm

$$\text{Cözüm} \Rightarrow \begin{pmatrix} z_{\max} = 14 \\ x_1 = 1 \quad x_2 = 0 \\ x_2 = 1 \quad x_4 = 0 \end{pmatrix}$$

PÜR TAMSAYILI MODEL ÇÖZÜMÜ

ÖRNEK

$$z_{\max} = 3x + 2y$$

$$3x + y \leq 9$$

$$x + 3y \leq 7$$

$$-x + y \leq 1$$

$x, y \geq 0$ ve tamsayı

Alt Prob 1

$$z_{\max} = 3x + 2y$$

$$3x + y \leq 9$$

$$x + 3y \leq 7$$

$$-x + y \leq 1$$

$$x \leq 2$$

$x, y \geq 0$ ve tamsayı

Alt Prob 2

$$z_{\max} = 3x + 2y$$

$$3x + y \leq 9$$

$$x + 3y \leq 7$$

$$-x + y \leq 1$$

$$y \geq 3$$

$x, y \geq 0$ ve tamsayı

Alt Prob 3

$$z_{\max} = 3x + 2y$$

$$3x + y \leq 9$$

$$x + 3y \leq 7$$

$$-x + y \leq 1$$

$$x \leq 2$$

$$y \leq 1$$

$x, y \geq 0$ ve tamsayı

Alt Prob 4

$$z_{\max} = 3x + 2y$$

$$3x + y \leq 9$$

$$x + 3y \leq 7$$

$$-x + y \leq 1$$

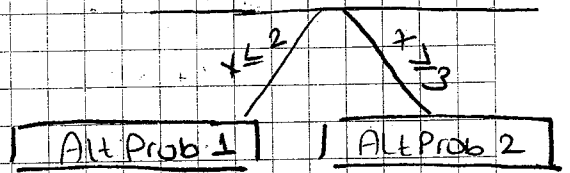
$$x \leq 2$$

$$y \geq 2$$

$x, y \geq 0$ ve tamsayı

Ana Problem

$$x = 2.5 \quad y = 1.5 \quad z = 10.5$$



$$x = 2$$

$$y = 1.666$$

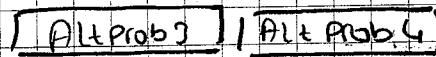
$$z_{\max} = 9.3$$

$$x = 3$$

$$y = 0$$

$$z_{\max} = 9$$

↓
Aday çözüm



$$x = 2$$

$$y = 1$$

$$z = 8$$

↓
Aday çözüm

$$x = 1$$

$$y = 2$$

$$z = 7$$

↓
Aday çözüm

$$z_{\max} = 9$$

$$x = 3 \quad y = 0$$

Karma Tam sayılı model çözümü

Örnek

$$2\min = 2x + y$$

$$x + 3y \geq 5$$

$$8x + 3y \geq 17$$

$x \geq 0$, $y \geq 0$ ve tam sayı

	2	1	0	0	m	m	
	x	y	y_1	y_2	A_1	A_2	
MA_1	1	3	-1	0	1	0	5
MA_2	8	-3	0	-1	0	1	17
C_j	9m	6m	-m	-m	m	m	22m
$C_j - Z_j$	1-9m	1-6m	m	m	0	0	

{ Alt Prob 1 }

$$2\min = 2x + y$$

$$x + 3y \geq 5$$

$$8x + 3y \geq 17$$

$$y \leq 1$$

$x \geq 0$ ve $y \geq 0$ ve tam sayı

{ Alt Prob 2 }

$$2\min = 2x + y$$

$$x + 3y \geq 5$$

$$8x + 3y \geq 17$$

$$y \geq 2$$

$x \geq 0$ ve $y \geq 0$ ve tam sayı

{ Ana Problem }

$$x = 12/7 \quad y = 23/21$$

$$z = 95/21$$



Alt Prob 1

$$x = 2$$

$$y = 1$$

$$z_{\min} = 5$$

↓
oday

Alt Prob 2

$$x = 11/8$$

$$y = 2$$

$$z_{\min} = 19/6$$

↓
oday

↓
Cözüm
bu

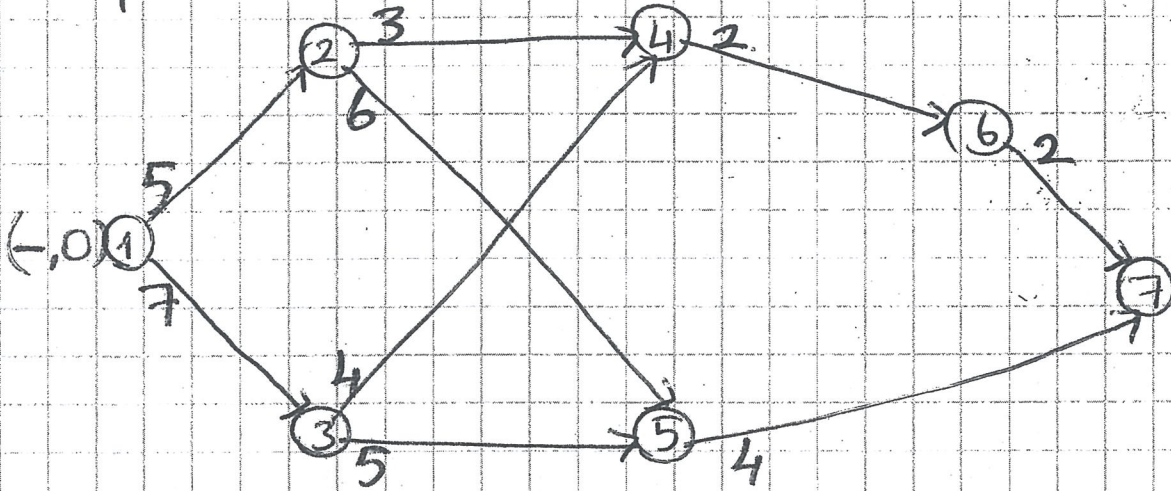
SAYISAL YÖNTEMLER II

SAYISAL YÖNTEMLER II (FINAL)

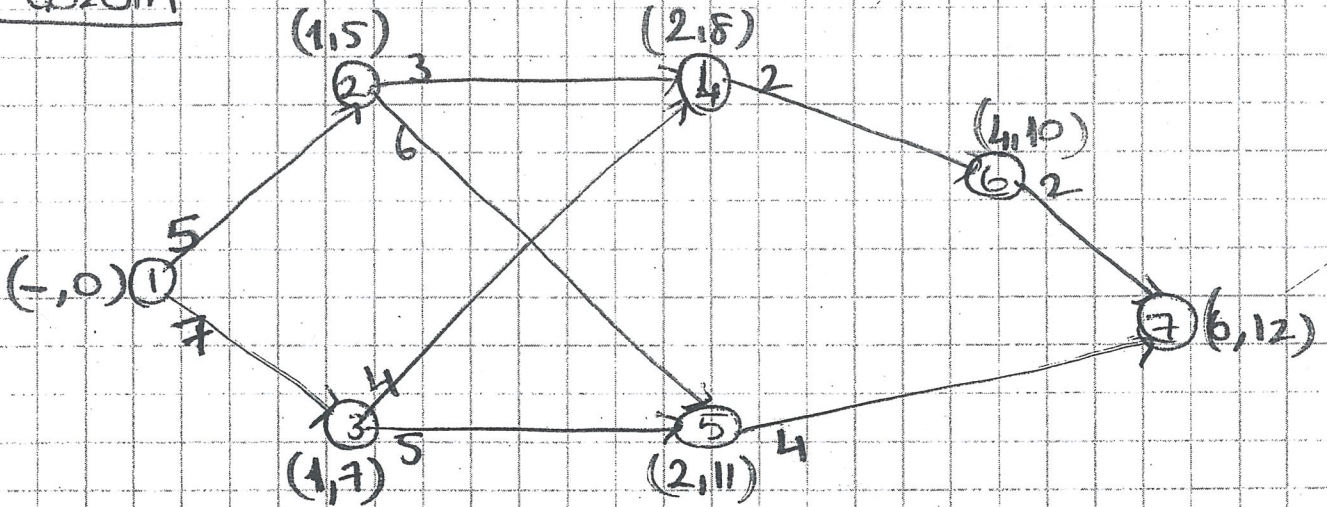
gözen ylin,
notuclur!
final 2016
G. Emel

EN KISA JOL METODU (DİJKSTRA ALGORİTMAŖI)

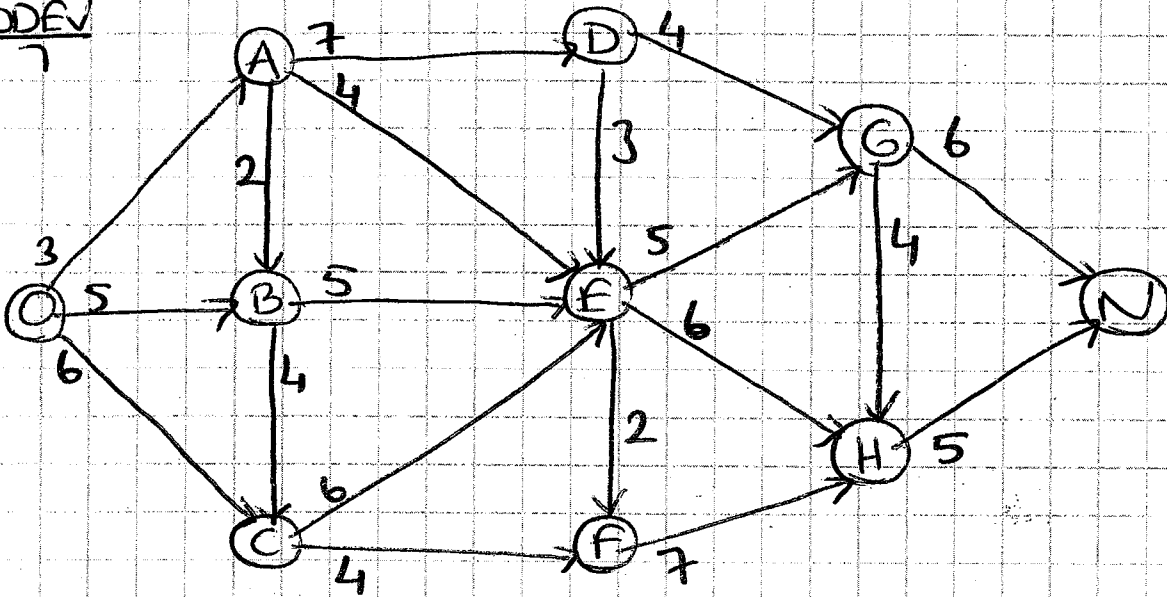
ÖRNEK



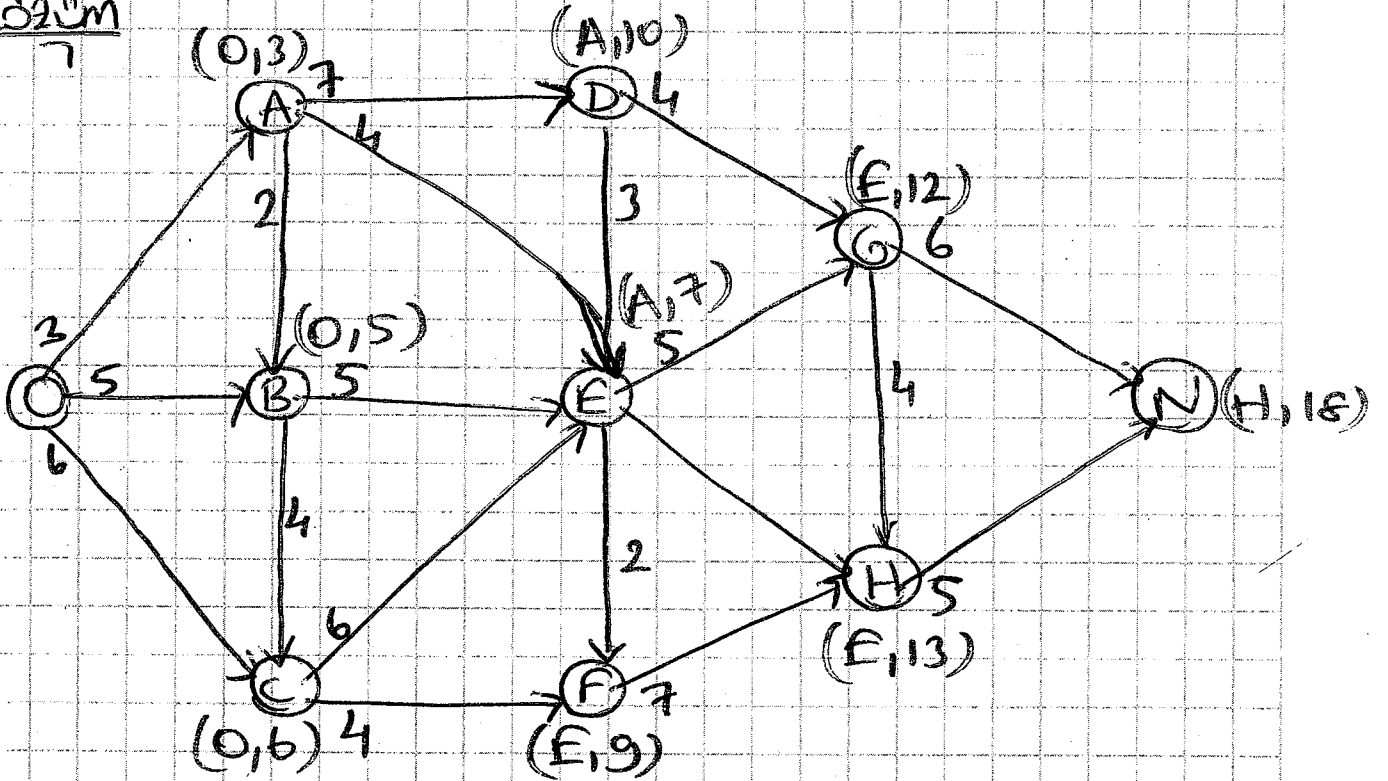
ÇÖZÜM



ÖDEV
7



Çözüm
7



B Düzümü için; (0,5) (A,5)

C Düzümü için; (0,6^{*}) (0,9)

D Düzümü için; (A,10)

E Düzümü için; (D,13) (B,10) (C,12) (A,7^{*})

$N \rightarrow H \rightarrow E \rightarrow A \rightarrow O \rightarrow \text{en kısa yol}$

$$Z = 5 + 6 + 4 + 3 = 18$$

$$Z = 6 + 5 + 4 + 3 = 18$$

$O \rightarrow A \rightarrow E \rightarrow G \rightarrow N$

11 Mayıs 2016

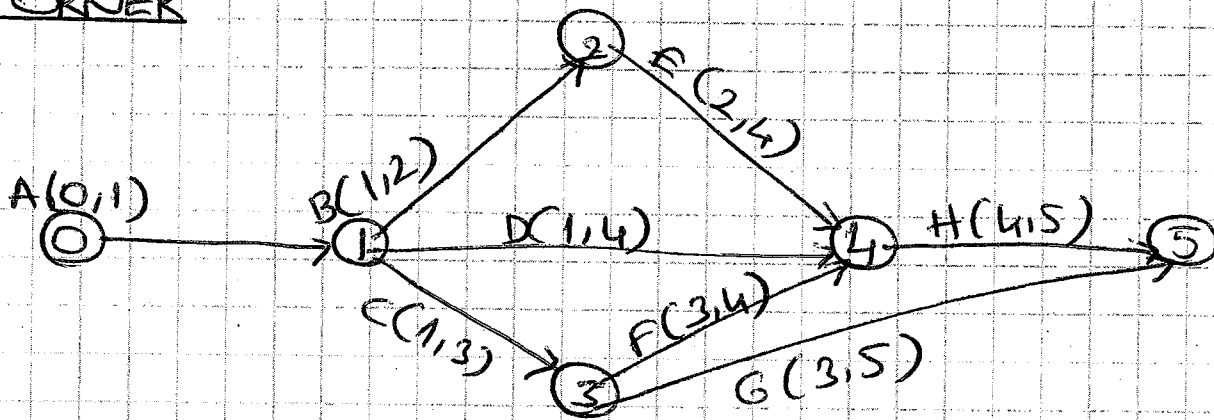
PROJE PLANLAMA

KRİTİK YOL METODU (CPM)

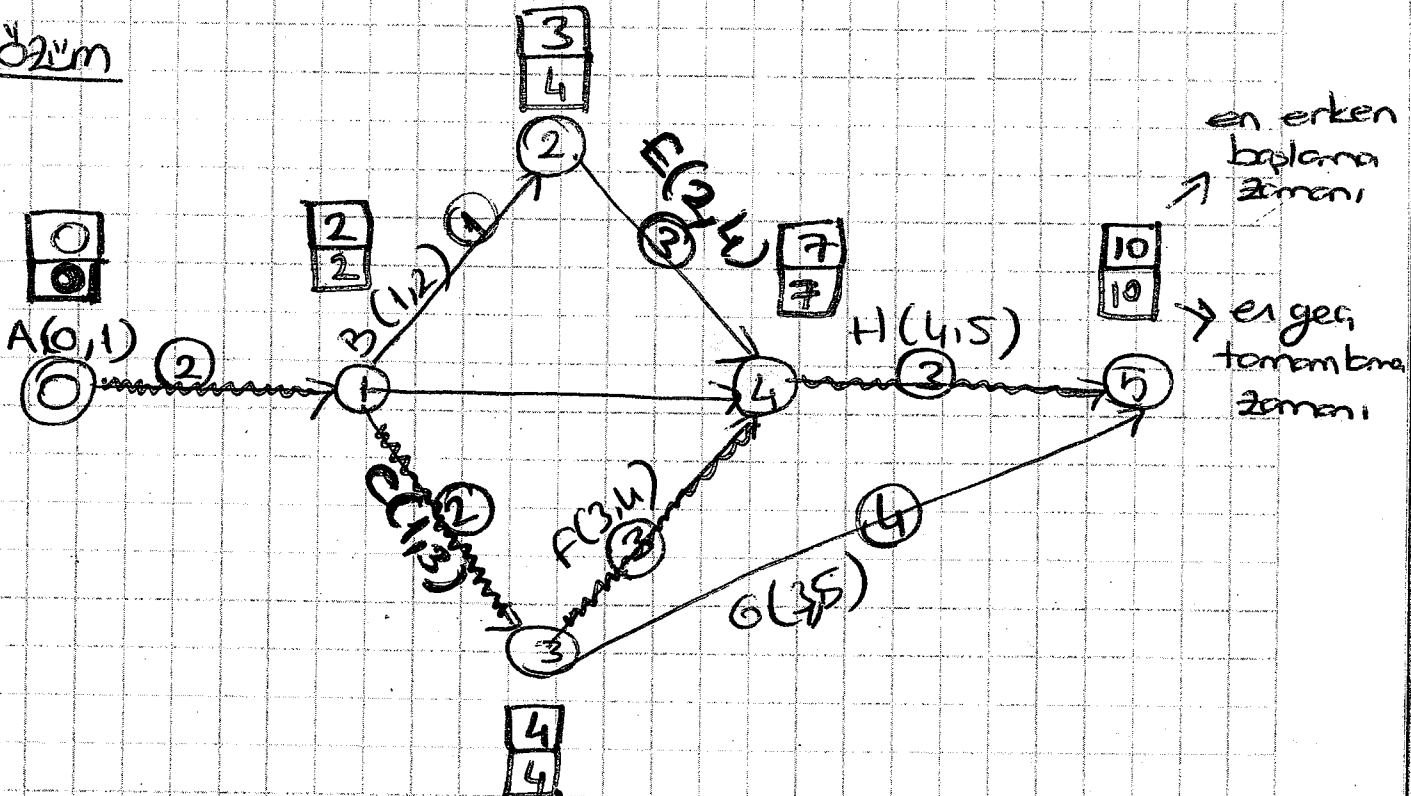
* Üzerinde hiçbir kayna kullanılmaz.

* Belirlenen tarihlerde başlamalı ve bitmeli.

ÖRNEK



ÇÖZÜM



1. yol

$$(0,1) (1,2) (2,4) (4,5) = 9 \text{ birim}$$

2. yol

$$(0,1) (1,4) (4,5) = 9 \text{ birim}$$

3. yol

$$(0,1) (1,3) (3,4) (4,5) = 10 \text{ birim} \rightarrow \text{en uzun yol}$$

← kritik yol

4. yol

$$(0,1) (1,3) (3,5) = 8 \text{ birim}$$

* En uzun yolu seçmeliyiz!

* Tersten devam edildiğinde en kısa yolu seçmeliyiz!

4'ün yolu

$$\begin{array}{l} 10 - 4 = 6 \\ 7 - 3 = 4 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 10 - 4 = 6 \\ 7 - 3 = 4 \end{array}} \right\} \text{en kısa olan seçilir.}$$

2'nin yolu

$$\begin{array}{l} 4 - 1 = 3 \\ 7 - 4 = 3 \\ 4 - 2 = 2 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 4 - 1 = 3 \\ 7 - 4 = 3 \\ 4 - 2 = 2 \end{array}} \right\} \text{en kısa olan seçilir.}$$

* Birbirinin aynı olan kutucuklar kritik yollardır.

$\boxed{0|0}$, $\boxed{2|2}$, $\boxed{7|7}$, $\boxed{4|4}$, $\boxed{10|10}$

Yeni;

$(0,1)$, $(1,3)$, $(3,4)$, $(4,5)$

$$2 + 2 + 3 + 3 = 10 \text{ birim}$$

* Bu faaliyetler üzerinde herhangi bir çalışma yapamıyoruz. Projenin en geç bu saatte biteceğini gösteriyor.

* $(1,2)$, $(2,4)$ kaydırılma olgusu var.

* Projenin bitebileceği en kısa zamanda gidilen yol ,kritik yoldur.

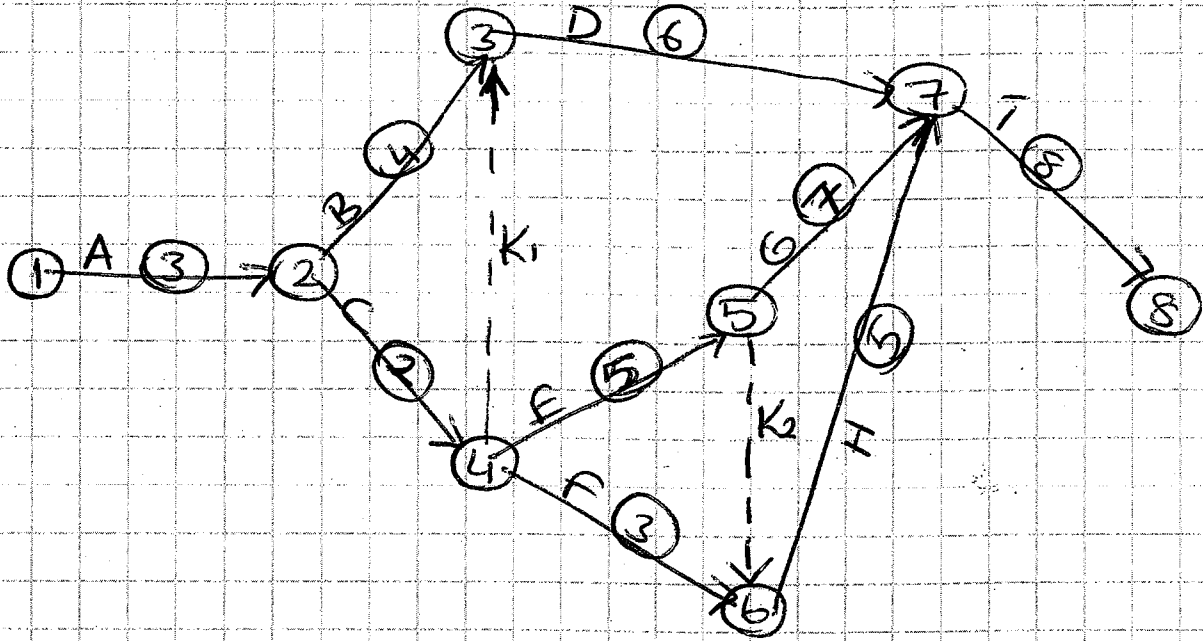
* Optimize ettik , bu saatler altında bitiremiyoruz.

* Kritik yolu kısaltırsak toplam proje yolumuz kısalır, süremiz de kısalır.

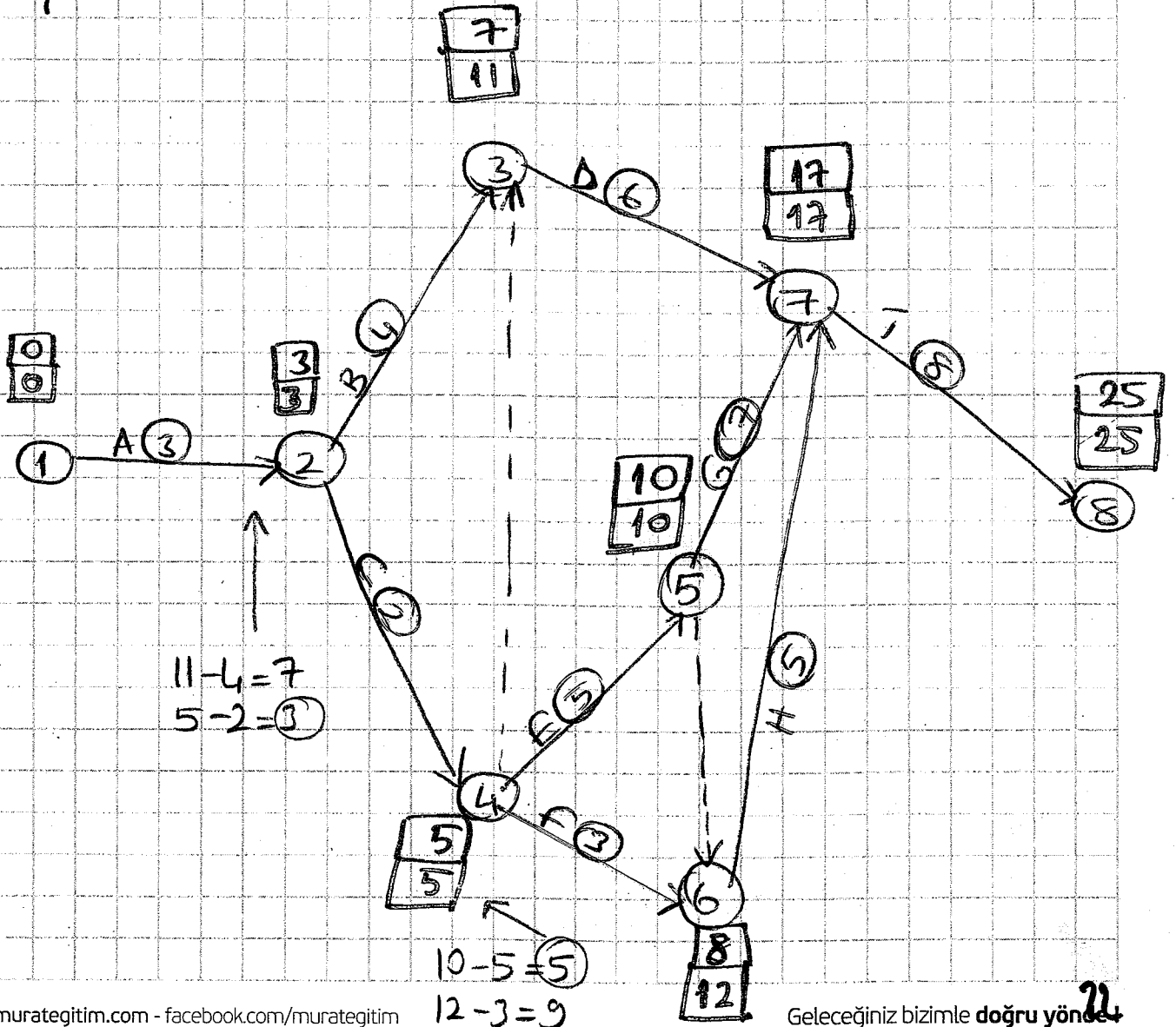
* Kaynak arttırımı yaparsam projemin verimliliği artar.

Kritik Yol (Pert) $\Rightarrow$ Olasılıkların gözümünde 3 zaman atayarak (süre atayarak) onun üzerinde çözülür.

ÖRNEK



Çözüm



2, 3, 7, 4, 6, 7 → boşluklara sahip faaliyetlerdi.

Bu faaliyetlere herhangi bir kaynak atamak gerekmez.

KuKıdar $(K_1, K_2) \Rightarrow 0$

(1, 2) (2, 4) (4, 5) (5, 7) (7, 8)

$$3 + 2 + 5 + 7 + 8 = 25$$

Bu proje en kısa 25 günde biter. Projenin üstündeki faaliyetler kritik boşluk taşımaz. 0 tarihte tamamlanması gerekiyor.

TAM SAYILI PROGRAMLAMA

① SERMAYE BÜTÇELEME PROBLEMİ (PROJE SEÇİMİ)

	Yıllar içinde yatırılması gereken miktar				5. yıl bek. satış fiyatı
Proje	1	2	3	4	
1	20.000	40.000	10.000	5.000	80.000
2	30.000	20.000	5.000	2.000	60.000
3	40.000	30.000	10.000	0	50.000
4	20.000	30.000	5.000	10.000	40.000
5	15.000	25.000	10.000	8.000	20.000
Bütçe	60.000	80.000	30.000	15.000	

Hangi proje max. kâr getirir?

x_{ij} binary (Tikili)

$x_{ij} = 0$ ise proje seçme

$x_{ij} = 1$ // // seç.

$x_1 = 1$. proje

$x_2 = 2$. proje

$x_5 = 5$. proje

$$Z_{max} = 80.000 x_1 + 60.000 x_2 + 50.000 x_3 + 40.000 x_4 + 20.000 x_5$$

1. yılın bütçe kısıtı

2. " " "

3. " " "

4. " " "

Bütçe Kısıtları

$$\propto 20.000 x_1 + 30.000 x_2 + 40.000 x_3 + 20.000 x_4 + 15.000 x_5 \leq 60.000$$

$$\propto 40.000 x_1 + 20.000 x_2 + 30.000 x_3 + 30.000 x_4 + 25.000 x_5 \leq 80.000$$

$$\propto 10.000 x_1 + 5.000 x_2 + 10.000 x_3 + 5.000 x_4 + 10.000 x_5 \leq 30.000$$

$$\propto 5.000 x_1 + 2.000 x_2 + 10.000 x_4 + 8.000 x_5 \leq 15.000$$

x_i binary $f = 1,5$

18 Mayıs 2016

② KURULUŞ YERİ SEÇİMİ

ÖRNEK

Bir imalat şirketi yeni fabrikasını Bursa'daki DİSAB'ta veya HOŞAB'ta kurmayı düşünmektedir. Aynı zamanda yeni kurulacak fabrikanın yanında en fazla 1 depoda inşa etmek zorundadır. Her karar seçeneğinin net bugünkü değeri ile yatırımların gerektirdiği sermaye miktarları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Şirketin bu fabrikaya ayırabildiği sermaye miktarı 21 milyon TL'dir. Şirketin amacı toplam net bugünkü değeri max. etmek için fabrika ve depoyu nerede kurulacağını belirlemektir.

Çözüm (Veriler)		K.D	(milyon TL) N.B.D	(milyon TL) Gerekli Sermaye
Fabrika	DOSAB	x_1	20	15
	HOSAB	x_2	14	8
Depo	DOSAB	x_3	12	7
	HOSAB	x_4	8	4

Çözüm

Sermaye Kısıtı $\rightarrow 15x_1 + 8x_2 + 7x_3 + 4x_4 \leq 21$

Depo Kısıtı $\rightarrow x_3 + x_4 \leq 1$

Fabrikanın kurulacağı yere depoyu nasıl kurarız?

Kurulup
Yeri
Kısıtları $\left\{ \begin{array}{l} x_1 \leq x_3 \rightarrow x_1 - x_3 \leq 0 \\ x_2 \leq x_4 \rightarrow x_2 - x_4 \leq 0 \end{array} \right\}$ depo-fabrika
eşleşme

- * Fabrikanın olduğu yere depo gitsin.
- * Fabrika ön koşuldur.

Amaç Fonksiyonları

$$Z_{max} = 20x_1 + 14x_2 + 12x_3 + 8x_4$$

$i = 1, 2, 3, 4 \quad x_i = 0 \text{ veya } 1$

Karar değişkenleri kısıtı

③ SIRT ÇANTASI MODELİ

ÖRNEK

Bir tekstil şirketi boyphane, ev tekstili - dikiş atölyesi, cep astarı dokuma ve cep astarı dikiş atölyesi olmak üzere 4 yatırım düşünmektedir. Bu yatırımların gerektirdiği nakit miktarlarının getireceği net bugünkü değerler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

İşletme bu yatırımlar için 6 milyon 900 TL ayırmıştır. İşletmenin amacı, net bugünkü değeri max. edecek yatırımları seçmektir.

	Gerekli Sermaye (1000)	N.B.D (1000 TL)
Boyphane	6.300	18.500
Ev Tekstil Dikiş Atölyesi	1080	10.200
Cep Astarı Dokuma	2160	18.000
Cep Astarı Dikiş	1440	16.000

$\times 6.900,000 \rightarrow$ eldeki toplam bütçe

$\times$ Her bir seçenek benim karar değişkenimdir.

$$6.300x_1 + 1080x_2 + 2160x_3 + 1440x_4 \leq 6900$$

$$Z_{\max} = 18.500x_1 + 10.200x_2 + 18.000x_3 + 16000x_4$$

$x_1, x_2, x_3, x_4 = 0$ veya 1 } 1.kısıt
yatırım yap ya da yapma!

* Şirket en fazla 2 şirkete yatırım yapmak istiyor. Bu yüzden;

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 2 \quad \} 2.kısıt$$

* Şirket cep astarını dokuma yatırımı yaparsa boyahane yatırımı da yapmak zorundadır.

$$x_3 < x_1 \Rightarrow x_3 - x_1 \leq 0$$

* Şirket cep astarı dikim aralığı yaparsa ev tekstiline yatırım yapmayacaktır.

$$x_2 + x_4 \leq 1 \quad (\text{İkisinden birini istiyor})$$

Sıralaması $\rightarrow x_4$ 'e 1 verdi $x_2 = 0$ oluyor.

④ KÜME ÖRTME (KAPSAMA) PROBLEMİ

ÖRNEK

Bursa Belediyesi 8 yerleşim merkezi için itfaiye istasyonu kurmak istemektedir. Belediyein amacı her bir yerleşim yerine 20 dk'da ulaşılabilen yerlerde en az sayıda itfaiye istasyonunun kurulmasıdır.

Bursa ilindeki 8 yerleşim merkezi arasındaki ulaşım süreleri aşağıdaki tabloda verilmiştir. İtfaiye istasyonlarının nerede ve kaç tane kurulması gerektiğini tam sayılı programlara modeli kurarak belirleyiniz.

	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8
y_1	0	15	25	30	35	22	10	32
y_2	15	0	32	25	22	16	24	12
y_3	25	32	0	18	28	26	40	20
y_4	30	25	18	0	19	30	15	40
y_5	35	22	28	19	0	18	30	15
y_6	22	16	26	30	18	0	18	32
y_7	10	24	40	15	30	18	0	16
y_8	32	12	20	40	15	32	16	0

Her bir yerleşim yerine 20 dk'da ulaşılacak yerler isteniyor!

Çözüm

$$x_1 + x_2 + x_7 \leq 1$$

$$\star x_1 + x_2 + x_6 + x_8 \leq 1 \rightarrow$$

$$x_3 + x_4 + x_8 \leq 1$$

$$x_3 + x_4 + x_5 + x_7 \leq 1$$

$$\star x_4 + x_5 + x_6 + x_8 \leq 1 \rightarrow$$

$$x_2 + x_5 + x_6 + x_7 \leq 1$$

$$x_1 + x_4 + x_6 + x_7 + x_8 \leq 1$$

$$x_2 + x_3 + x_5 + x_7 + x_8 \leq 1$$

Seattigimiz 2

ifade de istasyanla
bulduk.

$$Z_{min} = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8$$

$$i = 1 \dots 8 \quad x_i = 0 \text{ veya } 1$$

$$x_2 \text{ ve } x_4 = 1$$

$$x_3 = x_5 = x_6 = x_7 = x_8 = 0$$

$$Z_{min} = 2 //$$

25 Mayıs 2016

TAM SAYILI PROGRAMLAMADA GRAFİK YÖNTEMİ

ÖRNEK

$$Z_{max} = 3x_1 + 4x_2$$

$$-2x_1 + 2x_2 \leq 5$$

$$2x_1 + 2x_2 \leq 11$$

$x_1, x_2 \geq 0$ ve tam sayı

ÇÖZÜM

$$-2x_1 + 2x_2 = 5$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 5/2$$

$$x_2 = 0 \quad x_1 = -5/2$$

$$2x_1 + 2x_2 = 11$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 11/2$$

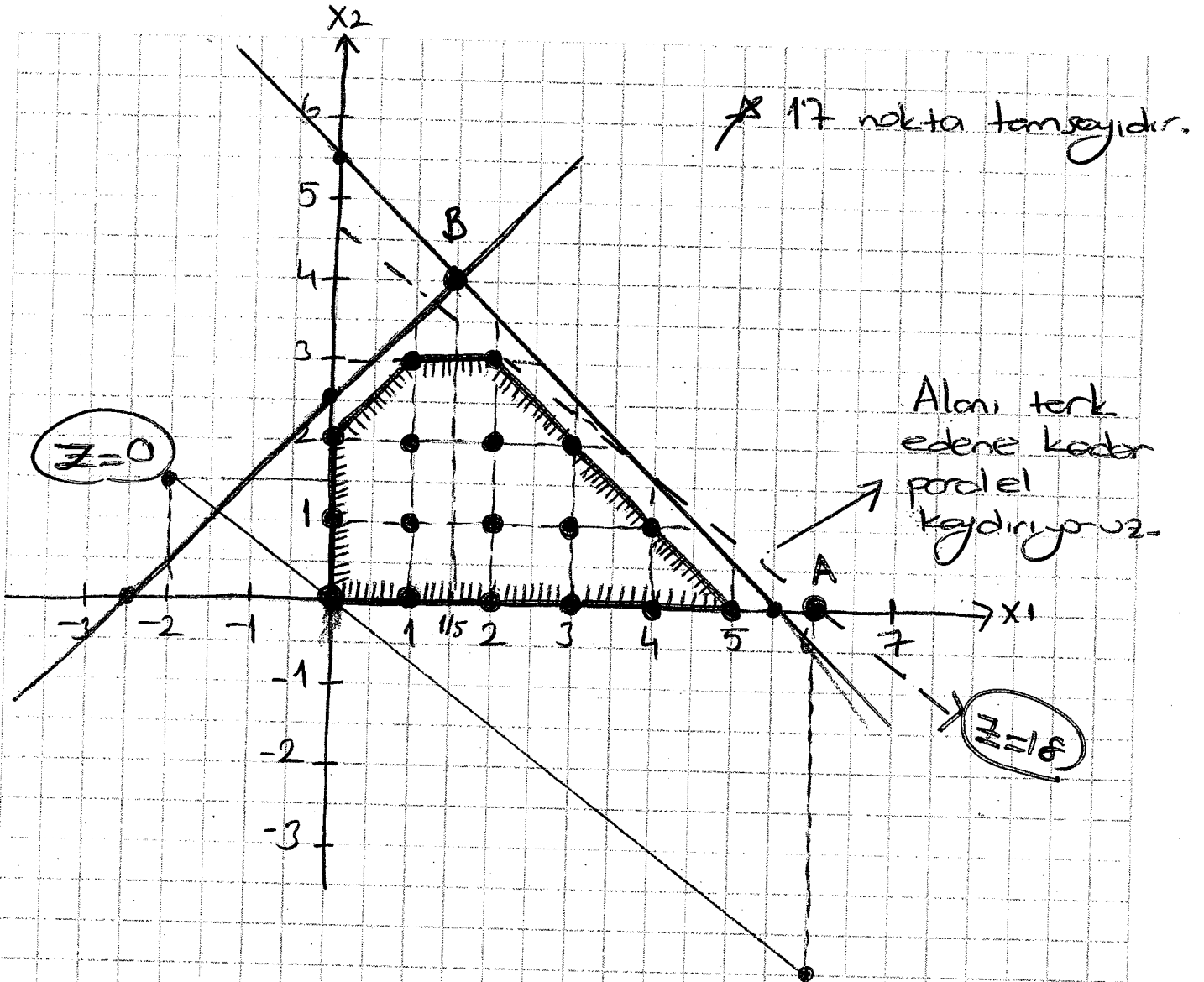
$$x_2 = 0 \quad x_1 = 11/2$$

$$3x_1 + 4x_2 = 0$$

$$4x_2 = -3x_1$$

$$x_2 = \frac{-3}{4} x_1$$

$$\left(\begin{array}{ll} x_1 = 0 & x_2 = 0 \\ x_1 = 4 & x_2 = -3 \end{array} \right)$$



$$\begin{aligned} Z_0 &= (0,0) \longrightarrow 0 \\ Z_A &= (5.5,0) \longrightarrow 16.5 \\ Z_B &= (1.5,4) \longrightarrow 20.5 \\ Z_C &= (0,2.5) \longrightarrow 10 \\ Z_{\max} &= 20.5 \quad (1.5,4) \end{aligned}$$

$\star$ Bu soru minimum olsaydı, nasıl bir grafik ortaya çıkardı? Dış taraftaki yerler tam sayı kümesini dışlardı. (Tam tesisi)

Tam sayılı model için

$$Z_{\max} = 18 \quad (2,3)$$

$$Z_{\max} = 20.5 > Z_{\max} = 18$$

DAL-SINIR METODU

ÖRNEK

$$Z_{\max} = 60x + 50y$$

$$2x + 4y \leq 80$$

$$3x + 2y \leq 55$$

$x, y \geq 0$ ve tam sayı

Çözüm (Simpleks)

Başlangıç Tablosu

	60 x	50 y	0 S ₁	0 S ₂	
0 S ₁	2	4	1	0	80
0 S ₂	3	2	0	1	55 $\Rightarrow$ 20
Z _j	0	0	0	0	
C _j - Z _j	60	50	0	0	

$$\begin{aligned} x &= 7,5 \\ y &= 16,25 \\ Z &= 1262,5 \end{aligned}$$

✗ x ve y tam sayı olmuştuk olsaydı asıl çözüme erişmiş olacaktım. Kesirli olduğu için çözüme erişememiş olduğumuz için çözüme devam ediyoruz.

Alt Problem ①

$$Z_{\max} = 60x + 50y$$

$$2x + 4y \leq 80$$

$$3x + 2y \leq 55$$

$$x \leq 7$$

$x, y \geq 0$ ve tamsayı

$$\begin{aligned} x &= 7 \\ y &= 16,5 \\ Z &= 1245 \end{aligned}$$

Alt Problem ②

$$2x + 4y \leq 80$$

$$3x + 2y \leq 55$$

$$x \geq 8$$

$x, y \geq 0$ ve tamsayı

$$\begin{aligned} x &= 8 \\ y &= 15,5 \\ Z &= 1255 \end{aligned}$$

* x'ler tamsayı hâle gelmiş ama y'ler hâla kesirli

* Soruda sadece x'ler tamsayı isteseydi cevapla ulaşmış olurduk ve sonuç $Z = 1255$ olurdu.

Alt Problem ③

$$2x + 4y \leq 80$$

$$3x + 2y \leq 55$$

$$x \geq 8$$

$$y \leq 15$$

$x, y \geq 0$ ve tamsayı

$$\begin{aligned} x &= 8,33 \\ y &= 15 \\ Z &= 1250 \end{aligned}$$

Alt Problem ④

$$2x + 4y \leq 80$$

$$3x + 2y \leq 55$$

$$x \geq 8$$

$$y \geq 16$$

$x, y \geq 0$ ve tamsayı

Gözemsizlik

Alt Problem 5

$$\begin{aligned} 2x + 4y &\leq 80 \\ 3x + 2y &\leq 55 \\ x &\geq 8 \\ y &\leq 15 \\ x &\leq 8 \\ x, y &\geq 0 \text{ ve tam sayı} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 8 \\ y &= 15 \\ Z &= 1230 \end{aligned}$$

Alt Problem 6

$$\begin{aligned} 2x + 4y &\leq 80 \\ 3x + 2y &\leq 55 \\ x &\geq 8 \\ y &\leq 15 \\ x &\geq 9 \\ x, y &\geq 0 \text{ ve tam sayı} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 9 \\ y &= 14 \\ Z &= 1240 \end{aligned}$$

Alt Problem 7

$$\begin{aligned} 2x + 4y &\leq 80 \\ 3x + 2y &\leq 55 \\ x &\leq 7 \\ y &\leq 16 \\ x, y &\geq 0 \text{ ve tam sayı} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 7 \\ y &= 16 \\ Z &= 1220 \end{aligned}$$

→ aday çözüm

Alt Problem 8

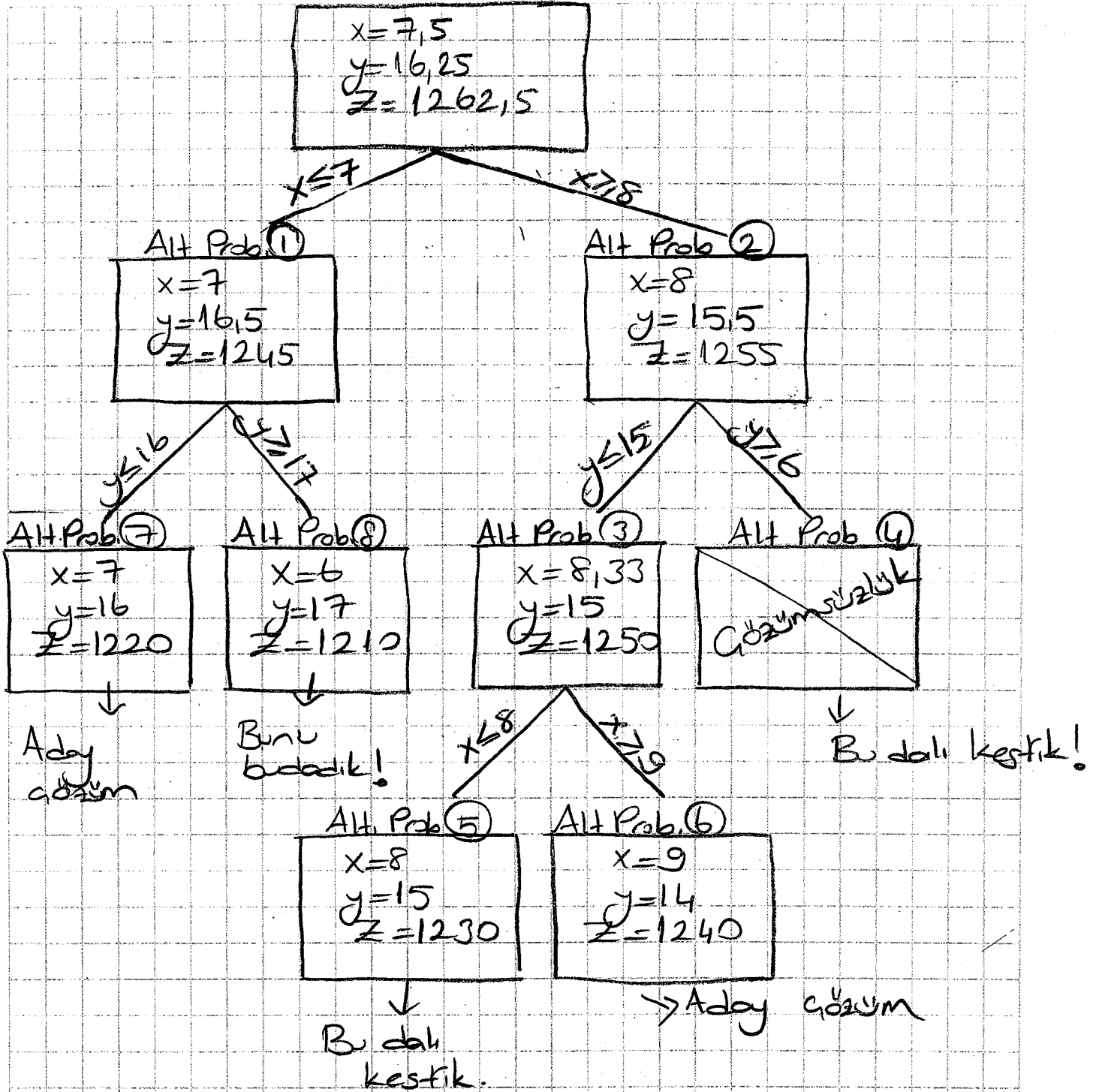
$$\begin{aligned} 2x + 4y &\leq 80 \\ 3x + 2y &\leq 55 \\ x &\leq 7 \\ y &\geq 17 \\ x, y &\geq 0 \text{ ve tam sayı} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 6 \\ y &= 17 \\ Z &= 1210 \end{aligned}$$

→ bunu budadık!

Alt Problem 6 $Z = 1240$ olduğu için
" " 7'yi budadık

$$\text{SONUÇ} \Rightarrow Z_{\max} = 1240 \\ x = 9 \quad y = 14$$



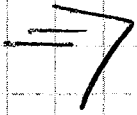
* Alt Prob ⑥ ve ⑦ aday çözümlerdir. Z_{max} istendiği için en büyük olanı seçeriz.

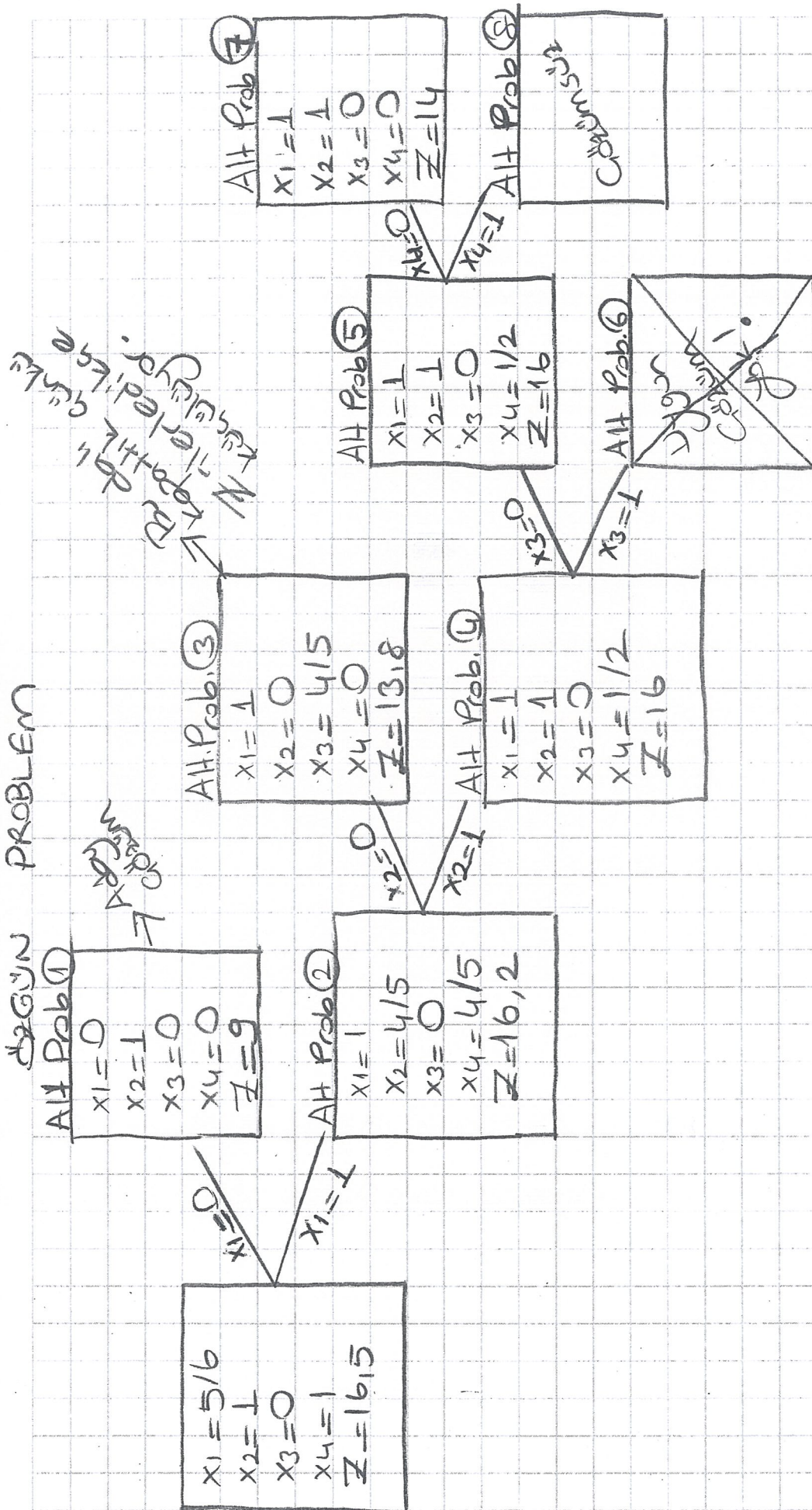
$Z_{max} = 1240$
 $x = 9$
 $y = 14$

0 veya 1 Programlama Modeli

ÖRNEK

$$\begin{aligned} Z_{\max} &= 9x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 4x_4 \\ 6x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 &\leq 10 \\ x_3 + x_4 &\leq 1 \\ -x_1 + x_3 &\leq 0 \\ -x_2 + x_4 &\leq 0 \end{aligned}$$

 x_1, x_2, x_3, x_4 0 veya 1Çözüm



$$\text{fongu} \Rightarrow Z_{\max} = 1240$$

2196-X