

ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi
İktisat Bölümü/Ekonometri I

Sınav Soruları ve Cevapları

BÖLÜM A

1.

- a.** (5 Puan) Tablo 1'deki verileri kullanarak X 'in marjinal olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz.

Cevap 0.27, 0.40, 0.33 olarak Tablo 1'de gösterilmiştir.

Tablo 1				
Y			f(x)	
			1	2
X	1	0.07	0.20	0.27
	2	0.10	0.30	0.40
	3	0.27	0.06	0.33
f(y)		0.44	0.56	

- b.** (5 Puan) Tablo 1'deki verileri kullanarak, $X=2$ için, Y 'nin koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz.

Cevap

Y	
1	2
$\frac{0.10}{0.40} = 0.25$	$\frac{0.30}{0.40} = 0.75$

- c.** (5 Puan) Tablo 1'deki verileri kullanarak, Y 'nin beklenen değerini, yani $E(Y)$ 'yi bulunuz.

Cevap $E(Y) = 1 \times 0.44 + 2 \times 0.56 = 1.56$

- d.** (5 Puan) Tablo 1'deki verileri kullanarak, $X=2$ için, Y 'nin koşullu beklenen değerini, yani $E(Y|X=2)$ 'yi, bulunuz.

Cevap $E(Y|X=2) = 1 \times 0.25 + 2 \times 0.75 = 1.75$

2.

- a.** (5 Puan) X ve Y iki rastsal değişken ve $f(x, y)$ bunların birleşik olasılık yoğunluk işlevi (fonksiyonu) ise X 'in ve Y 'ye göre koşullu olasılık işlevi (fonksiyonu), yani $f(x|y)$, nasıl bulunur?

Cevap $f(x|y) = \frac{f(x, y)}{f(y)}$

- b.** (5 Puan) X ve Y istatistiksel olarak bağımsız rastsal değişken olduğunda X 'in ve Y 'ye göre koşullu olasılık işlevi, yani $f(x|y)$, nasıl bulunur?

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2} = \frac{2.752}{8.480} = 0.327$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X} = 1.42 - (0.327) * (2.58) = 0.576$$

$$\hat{Y} = 0.576 + 0.327X$$

b (5) a ve b tahminlerinin ne anlama geldiğini açıklayınız.

Cevap a tahmini: Gelir sıfır iken ortalama tüketim harcaması 576 lira olacaktır.
b tahmini: Gelirdeki 1000 liralık artış tüketim harcamalarını 327 lira arttıracaktır.

c.(5) Yukarıda verilen bilgileri kullanarak R^2 'nin değerini hesaplayınız. Tahmin edilen R^2 'nin ne anlama geldiğini açıklayınız.

Cevap $\sum_{i=1}^n y_i^2 = \sum_{i=1}^n Y_i^2 - n\bar{Y}^2 = 11.11 - (5)(1.42)^2 = 1.028$

$$R^2 = 0.327^2 \frac{8.408}{1.028} = 0.87$$

Gelirdeki değişimler tüketim harcamalarındaki değişimlerin yüzde 87'sini açıklamaktadır.

d. (10) Tüketim harcamalarının gelire göre elastikiyetini bulunuz.

Cevap Ortalama gelir ve tüketim düzeyinde tüketimin gelire göre elastikiyeti

$$\eta = 0.327 \frac{2.58}{1.42} = 0.594$$

olarak bulunur.

e. (10) Gerçek regresyon doğrusunun orjinden geçen bir doğru, yani $Y_i = \beta X_i + u_i$ olduğunu varsayarak β 'nin en küçük kareler tahminini bulunuz ve bu tahmini yorumlayınız

Cevap $b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2} = \frac{21.07}{41.69} = 0.505$

Gelirdeki 1000 liralık artış tüketim harcamalarını 505 lira arttıracaktır.

f. (10) Ortalanmamış R^2 denince ne anlıyorsunuz. Nasıl hesaplarırsınız?

$Y_i = \beta X_i + u_i$ regresyon doğrusunu tahmin ettiğinizde (ortalanmış) R^2 'yi mi, yoksa ortalananmış R^2 'yi mi hesaplamak daha uygundur? Tartışınız.

Cevap $f(x|y) = \frac{f(x, y)}{f(y)} = \frac{f(x)f(y)}{f(y)} = f(x)$

BÖLÜM B

Bu bölümdeki tüm sorular basit (iki değişkenli) regresyon modeli kapsamı içindedir. Kütle regresyon ilişkisi (denklemi) $Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i$ şeklindedir, burada Y_i ve X_i gözlenebilir rassal değişkenler; α ve β sıra ile bilinmeyen kesme ve eğim katsayıları ve u_i gözlenemeyen rassal hata terimidir. Bu denkleme karşı gelen olağan en küçük kareler (OLS) regresyon ilişkisi (denklemi) şöyledir:

$$Y_i = a + bX_i + e_i \quad (i = 1, \dots, n)$$

burada a kesme katsayısı α 'nın olağan en küçük kareler tahminicisi ve b eğim katsayısı β 'nin olağan en küçük kareler kestiricisidir, e_i i 'nci örneklem gözlemi için olağan en küçük kareler kalıntısıdır ve n örneklem boyutudur (yani örneklemdeki gözlem sayısıdır.)

3. (10 Puan) Olağan (sıradan) en küçük kareler (OLS) normal denklemi(leri) ni değişkenlerin ortalamalarından sapmaları cinsinde yazınız.

Cevap $\sum_{i=1}^n x_i y_i = b \sum_{i=1}^n x_i^2$

4. Bir araştırmacı 5 ilden derlediği verilerden aile tüketim harcamaları, Y , ile gelir, X , arasındaki ilişkiyi, yani tüketim fonksiyonunu tahmin etmek istemektedir. Aylık tüketim harcamaları ve gelir bin TL olarak ölçülmektedir (örneğin birinci ailenin 2200 TL'lik aylık geliri 2.2 (000TL) 1200 TL'lik tüketim harcaması 1.2 (000TL) olarak alınmıştır. Gözlenen veriler ve bazı ara sonuçlar aşağıda verilmiştir.

Gözlemler	Y	X	XY	X ²	Y ²
1	1.2	2.2	2.64	4.84	1.44
2	1.8	2.8	5.04	7.84	3.24
3	2.1	4.9	10.29	24.01	4.41
4	1.1	2.0	2.2	4.00	1.21
5	0.9	1.0	0.9	1.00	0.81
Toplam	7.1	12.9	21.07	41.69	11.11

- a. (10) Yukarda verilen bilgileri kesme α 'nın ve eğim β 'nin olağan en küçük kareler tahminlerini, yani a ve b 'yi, tahmin etmek için kullanınız.

Cevap $\sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2 = 41.69 - (5)(2.58)^2 = 8.408$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = \sum_{i=1}^n XY - n\bar{X}\bar{Y} = 21.07 - (5)(2.58)(1.42) = 2.752$$

Cevap

Gözlemler	X	b	$\hat{Y}_i = bX_i$	$\hat{Y}^2$
1	2.2	0.505	1.111	1.234321
2	2.8	0.505	1.414	1.999396
3	4.9	0.505	2.4745	6.123150
4	2.0	0.505	1.01	1.0201
5	1.0	0.505	0.505	0.255025
Toplam	12.9			10.811992

Ortalamaya göre değil de sifıra göre uyumun iyiliğinin hesaplanmasında kullanılan formül,

$$R_{UC}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{Y}_i^2}{\sum_{i=1}^n Y_i^2} = \frac{10.81}{11.11} = 0.97$$

şeklinde hesaplanır. Orijinden geçen regresyon doğrusu için R_{UC}^2 uygundur. Çünkü standart belirleme katsayısı kalıntıların toplamının sifıra eşit olmasını gerektirir. Halbuki orijinden geçen regresyon doğrusu için bunun böyle olup olmadığı bilinmemektedir.

- g.(10) Örneklem verilerinde aylık tüketim harcamaları bin TL ve gelir TL olarak verilmiş olsaydı, yani veriler şöyle olsaydı,

Gözlemler	Y	X
1	1.2	2200
2	1.8	2800
3	2.1	4900
4	1.1	2000
5	0.9	1000
Toplam	7.1	12900

tahmin edilen denklem parametreleri bundan nasıl etkilenirdi? Tahmin edilen denklemi yazarak cevaplandırınız.

Cevap $\hat{Y} = 0.576 + 0.000327X$

- 1) Model f incelenmekte olan herhangi bir problemin veya herhangi bir fiziksel fenomenin (hipotes, teori, kanun, yollarm) sembolik temsildir. Amacı a kavramsal olay veya fenomenin doğruluğu olarak anlaşılar hale gelmesi. 4. Te vardır. 1) Sosyal veya mantıki (prognostik) modeller K (Dünya) 2) Fiziksel modeller (Çok kullanılmıyor) 3) Geometrik modeller 4) Matematiksel modeller.

1) (25 Puan) Model türlerine ilişkin bildiklerinizi yazınız.

- 2) (20 Puan) Olağan En Küçük Kareler (OLS) tahmincisinin sonlu örneklem özelliklerini yazınız. Regresyon analizinde en çok kullanılan tahminci yöntemlerinden biridir. 1) Doğruluk = Eğer model doğru edilmişse, hatalar bağımsız ve aynı dağılıma sahiptir, beklenen değeri gerçek parametreye eşittir. Tahminci yaşı, 3) (55 Puan) Bir araştırmacı 2013 yılı için Bursa ili sınırları içerisinde kestane talebi ile kestane fiyatı arasındaki ilişkiyi,

$$Q_i = \alpha + \beta P_i + u_i$$

basit doğrusal regresyon modeli ile tahmin etmek istemektedir. Bu modelde, Q_i kasa olarak i'nci pazardaki bir gün içerisinde meydana gelen kestane talebini, P_i TL olarak i'nci pazarda aynı gün oluşan kestane fiyatını ve u_i hata terimini göstermektedir.

Model tahmini için ara işlemler:

- 2) Yayınsız min. Olması $\sum_{i=1}^n Q_i = 919$, $\sum_{i=1}^n P_i = 150$, $\sum_{i=1}^n Q_i^2 = 8237$, $\sum_{i=1}^n P_i^2 = 2364$, $\sum_{i=1}^n Q_i P_i = -312$, $\sum_{i=1}^n Q_i^3 = 918.9$, $\sum_{i=1}^n P_i^3 = 114$, $\sum_{i=1}^n e_i^2 = 65.005$

En düşük varyansa sahip tahmincidir.

Bu (OLS) tahmincisinin en iyi lineer tahminci olduğu anlaşılmaktadır.

5) Normal Dağılım

Hata terimleri normal dağılım gösteriyorsa tahminci de normal dağılım gösterir.

Güven aralığı ve hipotez testi $\sum_{i=1}^n P_i^2 = 114$, $\sum_{i=1}^n e_i^2 = 65.005$

Laplace'ın şeklinde verilmektedir. Buna göre,

4) Asimptotik Özellikler:

Örneklem büyüklüğü arttıkça dağılım normalleşir. Tahminci dağılımı normal dağılıma yaklaşır.

5) Konsantrasyon

Örneklem büyüklüğü arttıkça gerçek parametre değerine yaklaşır. Tutarlılık gösterir.

b) Lineerlik = Modelin

Lineer olması varsayımına dayanır.

Model, lineer değilse özellikleri değişir.

- 1) Prognostik Modeller (özel mantık) = En basit ve genellikle bir uygulamaya dayanır ilk kurulan tiptir Test edilir.

- 2) Fiziki (mekanik) Modeller (Çok kullanılmıyor) = Bir fiziki olay ve olgunun keskin bir fiziki olay veya olgu ile incelenmesi. Laboratuvar veya uygun koşullarda.

- 3) Geometrik model = Bir olay veya olguya ilgili bağlantılar geometrik bir şekil yardımıyla temsil edilir ve ilişkinin yapısına göre çizimler yapılır.

- 4) Matematiksel Modeller = Bir problemin genel özelliklerini ortaya koyan bir foto çektir. En önemli üstünlüğü çözümlemeyi mantıksal yapısını daha etkin bir şekilde ifade etmesidir.

EKONOMETRİ-SORULARI (VİZE)

①

Y	X				
		-2	0	2	3
	3	0,20	0,08	0,18	0,07
	6	0,07	0,04	0,10	0,26

X ve Y için marginal olasılık dağılım yapma fonksiyonunu bulunuz

$$f(x=-2) = 0,20 + 0,07 = 0,27$$

$$f(x=0) = 0,08 + 0,04 = 0,12$$

$$f(x=2) = 0,18 + 0,10 = 0,28$$

$$f(x=3) = 0,07 + 0,26 = 0,33$$

$$f(y=3) = \sum_x f(x,y)$$

$$f(x=0) = \sum_y f(x,y)$$

$$f(y=3) = \sum_y f(x,y) = 0,20 + 0,08 + 0,18 + 0,07 = 0,53$$

$$f(y=6) = \sum_y f(x,y) = 0,07 + 0,04 + 0,10 + 0,26 = 0,47$$

②

X	-2	1	2
f(x)	1/4	1/4	2/4

a) Olasılık yapma fonksiyonunun beklenen değeri bulunuz

$$E(x) = (-2) \left(\frac{1}{4} \right) + (1) \left(\frac{1}{4} \right) + (2) \left(\frac{2}{4} \right) = \frac{3}{4}$$

b) Varyansını bulunuz

$$E(x^2) = (-2)^2 \cdot \left(\frac{1}{4} \right) + (1)^2 \cdot \left(\frac{1}{4} \right) + (2)^2 \cdot \left(\frac{2}{4} \right) = \frac{13}{4}$$

c) X ve Y nin bağımlı olup olmadığını kısaca açıklayınız

- 3) a) Ekonometrik model ile iktisadi model arasındaki farkı yazınız.
b) İrsel (endojen) ve dışsal (eksojen) değişkenleri yazınız.

4) Tahmincinin oranları (sonlu) özelliklerini yazıp, kısaca açıklayınız.
- Yansızlık, En iyi doğrusal yansızlık (BLUE), Etklilik

5)

X	Y
7	2
9	3
3	1
6	12
5	10

a) Olgun en küçük kareler yöntemiyle tahmini yapınız?

b) $\hat{Y} = ?$

c) Tabloya yazıp, rapor halinde açıklayınız.

Çözüm:

$$b = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \cdot \sum_{i=1}^n Y_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2}$$

$$\hat{Y} = \bar{Y} - b \bar{X}$$

- formüller yardımıyla gözünüz. (NOT: Sınavda formüller yok.)

X	Y	$X_i Y_i$	X_i^2
7	2	14	49
9	3	27	81
3	1	3	9
6	12	72	36
5	10	50	25
30	28	166	200

(n: gözlem sayısı) $\bar{Y} = \frac{28}{5}$
 $\bar{Y} = 5,6$
 $\bar{X} = \frac{30}{5} = 6$
 $n = 5$
 $a = 5,6 - (-0,1) \cdot 6$
 $a = 5,6 + 0,6$
 $a = 6,2$

$$b = \frac{5 \cdot 166 - 30 \cdot 28}{5 \cdot 200 - (30)^2} = \frac{830 - 840}{1000 - 900} = \frac{-10}{100} = -0,1$$

$$\hat{Y} = a + b X_i$$

$$\hat{Y} = 6,2 + (-0,1) \cdot X_i$$

$$\hat{Y} = 6,2 - 0,1 X_i$$