T.C.
ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ
MÜHENDİSLİK MİMARLIK FAKÜLTESİ

Kağıt No :

Görevli İmzası :

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
TOPLAM	
YAZI İLE:	

DERSİN ADI: L'HOPITAL'

ÖĞRENCİNİN
Adı Soyadı :.....
Numarası :.....

İmzası :

ÖĞRETİM ÜYESİNİN
Adı Soyadı :.....
İmzası :

DİKKAT: Cep telefonunuzu görünmeyen bir yerde ve kapalı tutunuz.

(1) $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2} \overset{(\frac{0}{0})}{=} \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{2x} \overset{(\frac{0}{0})}{=} \lim_{x\to 0} \frac{\cos x}{2} = \frac{1}{2}$

(2) $\lim_{x\to 0} \frac{x(1-\cos x)}{x-\sin x} \overset{(\frac{0}{0})}{=} \lim_{x\to 0} \frac{(1-\cos x)+x(\sin x)}{1-\cos x} \overset{(\frac{0}{0})}{=}$

$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x + (\sin x + x\cos x)}{\sin x} \overset{(\frac{0}{0})}{=} \lim_{x\to 0} \frac{\cos x + \cos x + \cos x - x\sin x}{\cos x}$

$= \frac{1+1+1-0}{1} = 3.$

(3) $\lim_{\theta\to 0} \frac{3^{\sin\theta}-1}{\theta} = \lim_{\theta\to 0} \frac{3^{\sin\theta}(\ln 3)(\cos\theta)}{1} = \frac{3^0(\ln 3)(1)}{1}$

$= \ln 3.$

(4) $\lim_{x\to 0} \frac{x2^x}{2^x-1} = \lim_{x\to 0} \frac{(1)(2^x)+(x)(\ln 2)(2^x)}{(\ln 2)(2^x)}$

$= \frac{1.2^0+0}{(\ln 2)(2^0)} = \frac{1}{\ln 2}$

(5) $\lim_{x\to 0} \frac{(e^x-1)^2}{x\sin x} = \lim_{x\to 0} \frac{2(e^x-1)e^x}{x\cos x+\sin x} = \lim_{x\to 0} \frac{2e^{2x}-2e^x}{x\cos x+\sin x}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{4e^{2x}-2e^x}{-x\sin x+2\cos x} = \frac{2}{2} = 1.$

⑥ $\lim_{x\to 1^+} x^{1/(1-x)}$ (1^∞)

$f(x)= x^{1/(1-x)} \Rightarrow \ln f(x) = \ln\left(x^{1/(1-x)}\right) = \frac{\ln x}{1-x}.$

$\Rightarrow \lim_{x\to 1^+} \ln f(x) = \lim_{x\to 1^+} \frac{\ln x}{1-x} = \lim_{x\to 1^+} \frac{(\frac{1}{x})}{-1} = -1$

$\Rightarrow$ ~~$\lim_{x\to 1^+} x^{1/(1-x)} =$~~

$\lim_{x\to 1^+} x^{1/(1-x)} = \lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} e^{\ln f(x)} = e^{-1} = \frac{1}{e}.$

⑦ $\lim_{x\to\infty} (\ln x)^{1/x}$ (∞^0)

$f(x) = (\ln x)^{1/x} \Rightarrow \ln f(x) = \ln (\ln x)^{1/x} = \frac{\ln(\ln x)}{x}.$

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$

$[\ln(\ln x)]' = \frac{\frac{1}{x}}{\ln x}$

$\Rightarrow \lim_{x\to\infty} \ln f(x) = \lim_{x\to\infty} \frac{\ln(\ln x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{(\frac{1}{x\ln x})}{1} = 0.$

$\Rightarrow \lim_{x\to\infty} (\ln x)^{1/x} = \lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} e^{\ln f(x)} = e^0 = 1.$

⑧ $\lim_{x\to 0^+} x^{-1/\ln x}$ (0^0)

$\ln(x^{-a}) = \frac{\ln x}{a}.$

$f(x) = x^{-1/\ln x} \Rightarrow \ln f(x) = -\frac{\ln x}{\ln x} = -1$

$\Rightarrow \lim_{x\to 0^+} x^{-1/\ln x} = \lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} e^{\ln f(x)} = e^{-1} = \frac{1}{e}.$

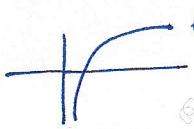
⑨ $\lim_{x\to 0^+} x^x$ (0^0)

$f(x) = x^x \Rightarrow \ln f(x) = x\ln x \Rightarrow \ln f(x) = \frac{\ln x}{\frac{1}{x}}$

① $\Rightarrow \lim_{x\to 0^+} \ln f(x) = \lim_{x\to 0^+} \frac{\ln x}{(\frac{1}{x})_\infty} = \lim_{x\to 0^+} \frac{(1/x)}{(-1/x^2)} = \lim_{x\to 0^+} (-x) = 0.$

$\Rightarrow \lim_{x\to 0^+} x^x = \lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} e^{\ln f(x)} = e^0 = 1.$

① $\lim_{x\to 0^+} \ln x = -\infty.$ $\lim_{x\to\infty} \ln x = \infty.$



(2)

T.C.
ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ
MÜHENDİSLİK MİMARLIK FAKÜLTESİ

Kağıt No :

Görevli İmzası :

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
TOPLAM	
YAZI İLE:	

DERSİN ADI: .....

ÖĞRENCİNİN
Adı Soyadı :.....
Numarası :.....

İmzası :

ÖĞRETİM ÜYESİNİN
Adı Soyadı :.....
İmzası :

DİKKAT: Cep telefonunuzu görünmeyen bir yerde ve kapalı tutunuz.

NOT $\lim_{x\to\infty} \frac{\ln x}{x^2}$ burada $\ln x$ daha yavaş sonsuza gider.

$\lim_{x\to 0} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}}$ burada da.

(10) $\lim_{x\to 0^+} (1+\frac{1}{x})^x \quad (\infty^0)$

~~$(1+\frac{1}{x})^x$~~

$e^{x \ln(1+1/x)}$

$\lim_{x\to 0^+} e^{x \ln(1+1/x)}$

$\lim_{x\to 0^+} x \ln(1+\frac{1}{x}) = (\infty \cdot 0) \Rightarrow \lim_{x\to 0^+} \frac{\ln(1+1/x)}{1/x} \quad (\frac{\infty}{\infty})$

$\lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{-1/x^2}{1+1/x}}{\frac{-1}{x^2}} = \lim_{x\to 0^+} \frac{1}{1+\frac{1}{x}} = 0$

$\Rightarrow \lim_{x\to 0^+} (1+\frac{1}{x})^x = e^0 = 1.$

(11) $\lim_{x\to 0} (\cos x)^{1/x^2}$ (1^∞)

$\lim_{x\to 0} e^{1/x^2 \ln(\cos x)}$

$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(\cos x)}{x^2} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x\to 0} \frac{\frac{-\sin x}{\cos x}}{2x} = -\frac{1}{2}\lim_{x\to 0}\frac{\tg x}{x}.$

$= \frac{-1}{2}\lim_{x\to 0}\frac{1+\tg^2 x}{1} = -1/2$

$\lim_{x\to 0}(\cos x)^{1/x^2} = e^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{e}} = \frac{\sqrt{e}}{e}.$

(12) $\lim_{x\to\infty}(x - \sqrt{x^2+x})$ $(\infty-\infty)$

$\lim_{x\to\infty}(x-\sqrt{x^2+x}) = \lim_{x\to\infty}(x-\sqrt{x^2+x})\left(\frac{x+\sqrt{x^2+x}}{x+\sqrt{x^2+x}}\right)$

$= \lim_{x\to\infty}\frac{x^2-(x^2+x)}{x+\sqrt{x^2+x}} = \lim_{x\to\infty}\frac{-x}{x+\sqrt{x^2+x}} = \lim_{x\to\infty}\frac{-1}{1+\sqrt{1+\frac{1}{x}}}$

$\downarrow$

$\frac{-x}{x+\sqrt{x^2(1+\frac{1}{x})}}$

$= \lim_{x\to\infty}\frac{-1}{1+\sqrt{1+0}} = \frac{-1}{2}.$