

Sosyal Bilimlerde Matematik

ÜSTEL İFADELER =

* $x^m \cdot x^n = x^{m+n} \rightarrow$ Tabanları aynı, üsleri farklı olan üstel ifadelerin çarpımı ortak taban üzerinde üsler toplamına eşittir.

* $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ veya $\frac{1}{x^n} = x^{-n} \rightarrow$ Üstel ifadenin üssünün işareti değiştirilerek ifadenin ters çevrilmesi mümkündür.

* $(x^m)^n = x^{m \cdot n} = (x^n)^m \rightarrow$ Bir üstel ifadenin üssü, aynı taban üzerindeki üslerin çarpımına eşittir.

* $(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n \rightarrow$ Tabanı çarpım durumundaki terimlerden oluşan üstel ifade, ortak üsse sahip üstel ifadelerin çarpımına eşittir.

* $\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n} \rightarrow$ Tabanı kesir durumundaki üstel ifade, ortak üs her iki kere yazılarak elde edilen üstel ifadelerin bölümüne eşittir.

* $\left(\frac{x}{y}\right)^n = \left(\frac{y}{x}\right)^{-n} \rightarrow$ Tabanı kesir olan üstel ifade, pay ve paydenin yer değiştirilip üssün işaretinin değiştirilmesi ile aynı sonucu verir.

* $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n} = \frac{1}{x^{n-m}} \rightarrow$ Tabanları aynı olan iki üstel ifadenin oranı, ortak tabanın

payın üssünden paydenin üssünün çıkarılması ile elde edilen üssüne eşittir.

* $\frac{x^m}{x^m} = x^m - x^m = x^0 = 1 \Rightarrow x \neq 0$ olmak üzere üssü 0 olan bir ifadenin değeri 1'e eşit.

* $ax^n \pm bx^n = (a \pm b)x^n \rightarrow$ Bir üstel ifadenin iki aynı sabit ile çarpımlarının toplamı (farkı), sabitlerin toplamının/farkının üstel ifadenin çarpımına eşittir.

* $0^n = 0 \rightarrow 0$ 'ın herhangi bir üssü 0'a eşittir.

* $-1^n = \begin{cases} 1 & n \text{ çift ise} \\ -1 & n \text{ tek ise} \end{cases} \rightarrow n^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} +1 \text{ in herhangi bir üssü } +1 \text{ 'e eşittir,} \\ -1 \text{ in üssü çift ise } +1, \text{ tek ise } -1 \end{cases}$

* $x^n \neq n^x \rightarrow x \neq n$ olmak üzere, üs ile taban yer değiştirilemez.

* $(x^{m^n}) \neq (x^m)^n \rightarrow$ Üssü, üstel ifadeye sahip olan üstel bir ifade, tamamının üssünün üssüne eşit değildir.

KÖKLÜ İFADELER

1) $x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x} \Rightarrow x$ değerinin $(\frac{1}{n})$ 'inci üssü, aynı zamanda x 'in n 'inci dereceden köküne eşittir.

2) $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m} = (\sqrt[n]{x})^m \Rightarrow x$ değerinin $(\frac{m}{n})$ 'inci değeri (x^m) 'in n 'inci dereceden köküne eşittir.

3) $\sqrt[n]{-x} = -\sqrt[n]{x}$ (n tek doğal sayı) $\Rightarrow x < 0$ olması durumunda, $\sqrt[n]{x}$ ifadesi de sadece n 'in tek doğal sayı olması koşuluyla anlamlıdır ve kök içindeki $(-)$ işareti kök dışına çıkarılır.

4) $\sqrt[n]{x \cdot y} = \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} \Rightarrow$ İki sayının çarpımının n 'inci dereceden kökü, söz konusu iki sayının her birinin n 'inci dereceden köklerinin çarpımına eşittir.

5) $\sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} \Rightarrow$ İki sayının bölümünün n 'inci dereceden kökü, söz konusu iki sayının her birinin n 'inci dereceden köklerinin bölümüne eşittir.

6) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = \sqrt[m \cdot n]{x} \Rightarrow x$ 'in n 'inci dereceden kökünün m 'inci dereceden kökü, x 'in $m \cdot n$ 'inci dereceden köküne eşittir.

köklü ifade ile ilişkin bir kaç kuralı içermek üzere

$$\frac{x \cdot \sqrt{x^6} \cdot (x^{4/3})^3}{(\sqrt{x})^4 + (x^2)^2 + (\sqrt[3]{x})^6} = \frac{x \cdot x^3 \cdot x^4}{x^2 + x^4 + x^3} = \frac{x^8}{x^2(1+x^2+x)} = \frac{x^5}{1+x+x^2} //$$

MUTLAK DEĞER

i) $|x| \geq 0$ veya $|-x| = |x| = x$

ii) $x^2 = |x|^2$ ve $\sqrt{x^2} = |x| = x$

iii) $|x+y| \leq |x| + |y|$

iv) $|x-y| \geq |x| - |y|$

v) $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$

vi) $y \neq 0$ olmak üzere $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$

LOGARİTMA

* $N > 0$ ve $a > 0$ olmak üzere, $N = a^x$ üstel ifadesindeki x sayısını N 'nin " a " tabanına göre logaritmasıdır. ve eşitlik logaritma terimleri yardımıyla $\log_a N = x$ şeklinde gösterilir.

* " a " tabanı yerine, istenilen başka bir tabanın kullanılması da mümkündür.

* $a = 0$ olma durumu x 'in herhangi bir değeri için $a^x = 0$ olur.

* $a < 0 \Rightarrow$ negatif sayıların logaritmaları tanımsızdır.

* $a > 0$ koşulunun sağlanması gerekir.

* $a \neq 1$ koşulu vardır.

KURALLAR:

1) $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y \Rightarrow$ İki veya daha fazla sayının çarpımının logaritması, çarpanların logaritmalarının toplamına eşittir.

$$\log_a (x \cdot y \cdot z) = \log_a x + \log_a y + \log_a z$$

2) $\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y \Rightarrow$ İki sayının birbirine bölümünün logaritması, payın logaritması ile paydanın logaritmasının farkına eşittir.

3) $\log_a (x^k) = k \cdot \log_a x \Rightarrow$ Bir sayının k 'ninci kuvvetinin logaritması, k ile $\log_a x$ sayısının logaritmasının çarpımına eşittir.

4) $\log_a a = 1$ ve $\log_a 1 = 0 \Rightarrow a > 0$ ve $a \neq 1$ olmak üzere, herhangi bir a sayısının, a tabanına göre logaritması 1'e ve 1 sayısının herhangi bir a tabanına göre logaritması 0'a eşittir.

5) $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a} \Rightarrow x$ gibi bir sayının a tabanına göre, x ve a 'nın b ortak tabanına göre logaritmalarının oranına (bölümüne) eşittir.

6) $\log_a b \cdot \log_b a = 1$ veya $\log_a b = \frac{1}{\log_b a} \Rightarrow a$ tabanına göre b 'nin logaritması ile b tabanına göre a 'nın logaritmasının çarpımı 1'e eşittir.

7) $\log_a \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n} \log_a x \Rightarrow x$ gibi bir sayının n 'inci kökünün logaritması, sayının logaritmasının n 'e bölümüne eşittir.

Adi Logaritma ve Doğal Logaritma

* Adi Log $\rightarrow \log x$ * doğal logaritma: $\ln x = \log e^x$

$$\log 1 = 0$$

$$\log_{10} = 1$$

$$\log_{100} = 2$$

$$\log_{1000} = 3$$

$$\log 0,1 = \log \frac{1}{10} = -1$$

* Antilogaritma

$$\log x = 2 \quad \text{ise} \quad x = ?$$

$$\log x = \log_{10} x = 2 \quad x = ?$$

$$x = 10^2 = 100$$

$$\ln x = x = ?$$

$$\ln x = \log e^x = 2$$

$$x = e^2$$

Toplam (Σ) simgesi

$$\star \sum_{k=1}^n x^k = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_n$$

$$\text{ör} \sum_{k=1}^5 x^k = x_1 + x_2 + x_2 + x_4 + x_5$$

$$\text{ör} \sum_{n=3}^6 n^2 = 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 \\ = 9 + 16 + 25 + 36 = 86$$

Toplam (Σ) Şimgeşi

$$\sum_{k=1}^n x^k = x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n$$

$$\text{ör} \sum_{k=1}^5 x_k = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5$$

$$\text{ör} \sum_{n=3}^6 n^2 = 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 \\ = 9 + 16 + 25 + 36$$

Kural 1: Sabit bir sayının (a), N defa toplamı, N ile sabit sayının çarpımına eşittir.

$$\sum_{i=1}^N a = a + a + a + \dots + a = N \cdot a ; \sum_{i=1}^5 a = a + a + a + a + a = 5a$$

Kural 2: Sabit bir sayı (a) ile N tane x değerinin çarpımının toplamında, sabit sayı toplam dışına çıkarılarak çıkar

$$\sum_{i=1}^N a \cdot x_i = a \cdot x_1 + a \cdot x_2 + \dots + a \cdot x_N = a(x_1 + x_2 + \dots + x_N) = a \cdot \sum_{i=1}^N x_i$$

$$\sum_{i=1}^3 a \cdot x_i = a \cdot x_1 + a \cdot x_2 + a \cdot x_3 = a(x_1 + x_2 + x_3) = a \cdot \sum_{i=1}^3 x_i$$

Kural 3: N tane x değerinin karelerinin toplamı ile N tane x değerinin toplamının kareleri birbirine eşit değildir.

$$\sum_{i=1}^N x_i^2 \neq \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2 \neq (x_1 + x_2 + \dots + x_N)^2$$

Kural 4: N tane x değerinin $x_{\min} < K < x_{\max}$ dualık üzere, K gibi sabit bir değerden cebirsel farklarının toplamı, mutlak farklarının toplamına eşit değildir.

$$\sum_{i=1}^N (x_i - K) \neq \sum_{i=1}^N |x_i - K|$$

Kural 5: N tane x değeri ile y değerinin çarpımlarının toplamı, x değerlerinin toplamı ile y değerlerinin toplamının çarpımı birbirine eşit değildir.

$$\sum_{i=1}^N x_i \cdot y_i \neq \sum_{i=1}^N x_i \cdot \sum_{i=1}^N y_i \Rightarrow x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2 + \dots + x_N \cdot y_N \neq (x_1 + x_2 + \dots + x_N) \cdot (y_1 + y_2 + \dots + y_N)$$

Kural 6: N tane x değerinin y değerine bölümünün toplamı, x değerlerinin toplamının y değerlerinin toplamına bölümüne eşit değildir.

$$\sum_{i=1}^N \frac{x_i}{y_i} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{\sum_{i=1}^N y_i} \Rightarrow \frac{x_1}{y_1} + \frac{x_2}{y_2} + \dots + \frac{x_N}{y_N} \neq \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{y_1 + y_2 + \dots + y_N}$$

Lem 7: N tane x değeri ile y değerinin cebirsel farklarının (toplamlarının) toplamı x değerlerinin toplamı ile y değerlerinin toplamının cebirsel farkına (toplamına) eşittir.

$$\sum_{i=1}^N (x_i - y_i) = (x_1 - y_1) + (x_2 - y_2) + \dots + (x_N - y_N)$$

$$= (x_1 + x_2 + \dots + x_N) - (y_1 + y_2 + \dots + y_N) = \sum_{i=1}^N x_i - \sum_{i=1}^N y_i$$

$$\sum_{i=1}^N (x_i + y_i) = (x_1 + y_1) + (x_2 + y_2) + \dots + (x_N + y_N)$$

$$= (x_1 + x_2 + \dots + x_N) + (y_1 + y_2 + \dots + y_N) = \sum_{i=1}^N x_i + \sum_{i=1}^N y_i$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^N (x_i \pm y_i) = \sum_{i=1}^N x_i \pm \sum_{i=1}^N y_i$$

Lem 8: N tane x değeri ile y değerinin cebirsel farklarının karelerinin toplamı,

tam kare ifade şeklinde yazılabilir.

$$\sum_{i=1}^N (x_i - y_i)^2 = \sum_{i=1}^N x_i^2 - 2 \sum_{i=1}^N x_i \cdot y_i + \sum_{i=1}^N y_i^2$$

CARPIM SİMGEİ

$$\prod_{k=1}^n x_k = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n$$

1'den n 'e kadar ardışık tam sayıların çarpımı $n!$ şeklinde gösterilir. " n faktöriyel (carpım) olarak okunur.

$$n! = \prod_{k=1}^n k = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Faktöriyel: 1'den n 'ye kadar veya n 'den 1'e kadar ardışık tam sayıların çarpımı $n!$ bir gösterimdir.

$$1) n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-2) \cdot (n-1) \cdot n$$

$$2) n! = (n-1)! \cdot n = n \cdot (n-1)!$$

$$3) k < n \text{ olmak üzere } n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot \{n-(k-1)\} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$4) 0! = 1$$

$$5) -n! = \text{tanımlı } (\infty)$$

PERMÜTASYON

$${}_nP_k = P(n, k) = P_k^n = P_{n, k}$$

$$\Rightarrow {}_nP_k = \frac{n!}{(n-k)!} = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot [n-(k-1)]$$

ör 5 kişinin 3 ayrı bilgisayara yerleştirilmesi

$${}_5P_3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 60 \checkmark$$

ör 11 kişilik yönetim kurulunda 1 başkan, 1 yardımcı, 1 raporör olmak üzere 3 kişilik komisyon oluşturulmak isteniyor

$$n=11 \quad k=3 \quad {}_{11}P_3 = \frac{11!}{(11-3)!} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8!}{8!} = 990 //$$

ör 3 mat, 4 ist, 2 ikt.

$${}_9P_3 = \frac{9!}{(9-3)!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{6 \cdot 5!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{6 \cdot 5!} = 9 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 5 = 360 //$$

ör 2 zarnı havaya atılması durumunda karşılaşılabilecek sonuçlar?

$$n^k = 6^2 = 36$$

$$S = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, \dots, 61, 62, 63, 64, 65, 66\}$$

KOMBİNASYON

$$\binom{n}{k} = {}_nC_k = C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

ör 6 ülkeden 3'lü kombinasyon

$$\binom{6}{3} = {}_6C_3 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3!} = 120 //$$

ör 6 tane si kurulu olan 10 televizyondan a) 3 kusursuz, b) 5 kusursuz ve c) 2 kusursuz 3 kusurlu kombinasyonu (1 kusursuz)

$$a) \binom{4}{3} = {}_4C_3 = \frac{4!}{3!(4-3)!} = \frac{4!}{3! \cdot 1!} = \frac{4 \cdot 3!}{3!} = 4$$

$$b) 5 kusursuz \quad {}_4C_5 = \frac{4!}{(-1)! 5!} = \frac{4!}{\infty \cdot 5!} = 0 //$$

$$c) {}_4C_2 \cdot {}_6C_6 = \frac{4!}{2! 2!} \cdot \frac{6!}{3! 3!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2!}{2! \cdot 2! \cdot 1} \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{2! \cdot 2! \cdot 1} = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120 //$$

İstisnalar

* Özetlik (Derlik):

$$\rightarrow (x+y)^2 = (x+y)(x+y)$$

$$\rightarrow (x-y)^2 = (x-y)(x-y)$$

$$\rightarrow x^2+y^2 = (x+y)^2 - 2xy$$

$$\rightarrow x^2-y^2 = (x-y)(x+y)$$

Koşullu Eşitlik (Derlik):

$$\rightarrow (x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$\rightarrow (x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

$$\rightarrow x^3+y^3 = (x+y)(x^2-xy+y^2)$$

$$\rightarrow x^3-y^3 = (x-y)(x^2+xy+y^2)$$

$$\text{ör } 2x-6=0$$

$$2x=6$$

$$x=3$$

$$(2x-3y)^2 = (2x-3y)(2x-3y)$$

$$= 4x^2 - 6xy - 6xy + 9y^2$$

$$= 4x^2 - 12xy + 9y^2$$

$$\frac{x^2+2xy-y^2}{x^2-y^2} = \frac{(x+y)(x-y)}{(x+y)(x-y)} = \frac{x+y}{x-y}$$

Binom Ayrılımı:

$$(x+y)^n = \binom{n}{0}x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \dots + \binom{n}{k}x^{n-k}y^k + \dots + \binom{n}{n}y^n$$

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Pascal
Üçgeni

1					
1	1				
1	2	1			
1	3	3	1		
1	4	6	4	1	
1	5	10	10	5	1
1	6	15	20	15	6
1					

$$\text{ör } (x+y)^5 = 1x^5y^0 + 5x^4y^1 + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + 1y^5$$

$$= (x+y)^2 = 1x^2 + 2xy + y^2$$

$$\text{ör } (5x-4y)^3 = ? \quad (x+y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$$

$$(5x-4y)^3 = \binom{3}{0}(5x)^3(-4y)^0 + \binom{3}{1}(5x)^2(-4y)^1 + \binom{3}{2}(5x)^1(-4y)^2 + \binom{3}{3}(5x)^0(-4y)^3$$

$$\binom{3}{0}(5x)^3(-4y)^0 = 1 \cdot (125x^3) \cdot 1 = 125x^3$$

$$\binom{3}{1}(5x)^2(-4y)^1 = 3 \cdot 25x^2 \cdot (-4y) = -300x^2y$$

$$\binom{3}{2}5x^1(-4y)^2 = 3 \cdot 5x \cdot 16y^2 = 240xy^2$$

ÇARPANLARA AYIRMA

$$\rightarrow ax-bx-ay-by=?$$

$$= x(a-b) - y(a-b)$$

$$= (a-b)(x-y)$$

$$\rightarrow x^2-2xy+y^2=? \Rightarrow (x-y)(x-y)$$

$$\begin{array}{c} x \\ x \\ x \end{array} \quad \begin{array}{c} -y \\ -y \\ -y \end{array} = (x-y)^2$$

$$\text{ör } x^2-10xy+25y^2-16x^2=?$$

$$\begin{array}{c} x \\ x \\ x \end{array} \quad \begin{array}{c} -5y \\ -5y \\ -5y \end{array}$$

$$(x-5y)^2 - (4x)^2 = (x-5y+4x)^2 (x-5y-4x)$$

$$\text{ör } 16x^2-16xy+4y^2-(x-y)^2=?$$

$$\begin{array}{c} 4x \\ 4x \\ 4x \end{array} \quad \begin{array}{c} -2y \\ -2y \\ -2y \end{array}$$

$$= (4x-2y+x-y)^2$$

$$= (3x-y)^2$$

$$\begin{array}{c} x^2+7x+12=0 \\ x \\ x \\ x \end{array} \quad \begin{array}{c} 4 \\ 3 \end{array}$$

$$= (x+4)(x+3) = 0$$

$$x=-4$$

$$x=-3$$

DENKLEMLER

1) 1. DERECEDEKİ BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

$$ax+b=0$$

$$a \neq 0$$

$$\text{ör } \frac{8}{4x-10} - \frac{28}{5x-8} = 0 \Rightarrow \frac{40x-64-112x-280}{(4x-10)(5x-8)} \Rightarrow 0$$

$$40x-64-112x-280=0 \Rightarrow 216-72x=0$$

2) 2. DERECEDEKİ BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

$$ax^2+bx+c=0$$

$$x^2+2x-3=0$$

$$\begin{array}{r} x \\ x \\ x \end{array} \begin{array}{r} +3 \\ -1 \end{array} \Rightarrow (x+3)(x-1)=0$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$x=-3 \quad x=+1 \quad \text{AK}=\{-3,1\}$$

$$x \quad \Delta > 0 \Rightarrow 2 \text{ farklı kök var}$$

$$x \quad \Delta < 0 \Rightarrow \text{Gerçek kök yok}$$

$$x \quad \Delta = 0 \Rightarrow \text{Farklı işaretli kök var.}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$216=72x \quad x=3$$

$$\text{ör } x^2-2x-8=0$$

$$\begin{array}{r} x \\ x \\ x \end{array} \begin{array}{r} +4 \\ -4 \\ +2 \end{array} \quad \Delta = 4 \cdot 4 - 8 = 36$$

$$\Delta > 0 \quad 2 \text{ farklı kök,}$$

$$x=4$$

$$x=-2$$

$$\text{ör}$$

$$x^2+x+1=0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow 1 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 1 - 4 = -3$$

$$\text{gerçek kök yok}$$

İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin köklerin niteliği

$\Delta > 0$	$\frac{c}{a} > 0$	$-\frac{b}{a} > 0$	köklerin her ikisi (+)
$\Delta > 0$	$\frac{c}{a} > 0$	$-\frac{b}{a} < 0$	köklerin her ikisi (-)
$\Delta > 0$	$\frac{c}{a} < 0$	$-\frac{b}{a} > 0$	köklerin mutlak değerce büyüğü (+)
$\Delta > 0$	$\frac{c}{a} < 0$	$-\frac{b}{a} < 0$	köklerin mutlak değerce küçüğü (-)
$\Delta = 0$	$\frac{c}{a} > 0$	$-\frac{b}{a} > 0$	kök (+) işaret
$\Delta = 0$	$\frac{c}{a} > 0$	$-\frac{b}{a} < 0$	kök (-) işaret
$\Delta < 0$	-	-	Gerçek kök yok

$$\text{ör } 2x^2-6x-7=0$$

$$\Delta = 36 - 4 \cdot 2 \cdot (-7) = 0$$

$$= 36 + 56 = 92 > 0$$

$$+\frac{b}{2} = 3 > 0$$

$$\text{mutlak değerce büyük olan}$$

$$\frac{c}{a} < 0$$

$$\text{kökler farklı}$$

kökleri verilen denklemlerin kurulumu

$$x_1 \text{ ve } x_2 \Rightarrow x^2 - (x_1+x_2)x + (x_1 \cdot x_2) = 0$$

$$\text{ör } x_1=2 \quad x_2=3$$

$$x^2 - (2+3)x + (2 \cdot 3) = 0$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$\begin{array}{r} x \\ x \\ x \end{array} \begin{array}{r} +4 \\ -3 \\ -2 \end{array}$$

$$x-3=0$$

$$x-2=0$$

$$\Rightarrow x=3$$

$$x=2$$

$$\text{AK}=\{2,3\}$$

Yüksek dereceden bir bilinmeyenli denklemler

$a \neq 0$ olmak üzere $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \Rightarrow 3. \text{ derece}$

$\Rightarrow ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0 \Rightarrow 4. \text{ derece}$

$\propto$ ÜSTEL VE İKİLİ DENKLEMLER

ör $2x + 2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} = 30$

$2x + \frac{2^x}{2^2} + \frac{2^x}{2^2} + \frac{2^x}{2^2} = 30 \Rightarrow \frac{8 \cdot 2^x + 4 \cdot 2^x + 2 \cdot 2^x + 1 \cdot 2^x}{8} = 30 \cdot 8 \Rightarrow (8+4+2+1) \cdot 2^x = 30 \cdot 8$

ör $5x^2 - 4x - 12 = 1$

$x^2 - 4x - 12 = 0$

$\begin{array}{r} \downarrow \quad \downarrow \\ x \quad -6 \\ x \quad +2 \end{array}$

$x-6=0 \Rightarrow x=+6$

$x+2=0 \Rightarrow x=-2$

$AK = \{6, -2\}$

$\begin{array}{l} 15 \cdot 2^x = 30 \cdot 8 \\ 2^x = 2 \cdot 8 = 2^3 = 8 \\ 2^x = 2^4 \\ x=4 \end{array}$

ör $\sqrt{(2^{-2})^x} = \frac{2^{x-2}}{2}$

$\sqrt{(2^{-2x})^{x-1}} = 2^{x-3} = \sqrt{2^{-2x^2} \cdot 6x} = 2^{x-3}$

$2^{\frac{-2x^2+6x}{2}} = 2^{x-3} = 2^{-x^2+3} = 2^{x-3} \Rightarrow -x^2+3x = x-3$

$= -x^2 + 3x - x + 3 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$

$\begin{array}{r} \downarrow \quad \downarrow \\ x \quad -3 \\ x \quad +1 \end{array} \quad \begin{array}{l} x=3 \\ x=-1 \end{array}$

$AK = \{3, -1\}$

ör $x-1 = \sqrt{2x+1} \Rightarrow (x-1)^2 = 2x+1$

$x^2 - 2x + 1 = 2x + 1$

$x^2 - 4x = x(x-4) = 0$

$x=4 \quad x=0 \quad AK = \{4\}$

Birinci dereceden 2 bilinmeyenli denklemler

$$a_1x + b_1x + c_1 = 0$$

$$a_2x + b_2x + c_2 = 0$$

$$xy = 12 \quad x^2 - y^2 = 25 \quad y = \frac{12}{x} \quad x^2 - \left(\frac{12}{x}\right)^2 = 25$$

$$\frac{x^2 - 144}{x^2} = 25 \Rightarrow \frac{x^4 - 144}{x^2} = 25 \Rightarrow \frac{x^4 - 144}{x^2} = 25x^2$$

$$x_1 = \frac{25-7}{2} = 9 = \frac{25+7}{2} = 16$$

$$x^2 = 9 \quad x_1 = -3$$

$$x_2 = 2$$

$$AK = \{(-3, 4), (3, 4), (-4, 3), (4, 3)\}$$

$$x^4 - 144 - 25x^2 = 0$$

$$x^2 - 144 - 25x^2$$

$$16$$

2. ZİTOLİKLER

1) 1. dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler

$$ax + b > 0$$

$$ax + b < 0$$

$$ax + b \geq 0$$

$$ax + b \leq 0$$

a ve b gerçel
 $a \neq 0$

Değerim Tablosu

x	$-\infty$	$-b/a$	$+\infty$
ax+b	a'nın işaretinin tersi	a'nın işaretinin aynı	

$$\text{ör} \quad 5x + 15 < 0 \quad 5x < -15$$

$$x < -3$$

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
5x+15	-	0	+

$$AK = \{-\infty, -3\}$$

$$\text{ör} \quad 3 - 2x < 4x - 5$$

$$3 + 5 < 4x + 2x$$

$$8 < 6x$$

$$\frac{8}{6} < x \Rightarrow \frac{4}{3} < x \Rightarrow x > \frac{4}{3}$$

$$AK = \{5x \setminus x > \frac{4}{3} \setminus 3\} = \left(\frac{4}{3}, \infty\right)$$

2) 2. dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler

$$ax^2+bx+c > 0$$

$$ax^2+bx+c < 0$$

$$ax^2+bx+c \geq 0$$

$$ax^2+bx+c \leq 0$$

i) $\Delta > 0$ ise farklı iki kök vardır.

X	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
ax^2+bx+c	a'nın işareti ile aynı	a'nın tes işareti	a ile aynı	

ii) $\Delta < 0 \Rightarrow$ gerçel kök yoktur

X	$-\infty$	$+\infty$
ax^2+bx+c	a ile aynı	

iii) $\Delta = 0 \Rightarrow$ 2 tane kök vardır

X	$x_1 = x_2 = b/2a$	$+\infty$
ax^2+bx+c	a ile aynı	a ile aynı

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

ör, $9x^2+9x+2 < 0 \Rightarrow$ a.k. = ?

$$9x^2+9x+2=0 \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 9^2 - 4 \cdot 9 \cdot 2$$

$$= 81 - 72 = 9 \quad \Delta > 0$$

$$x_1 = \frac{-9 - \sqrt{9}}{2 \cdot 9} = \frac{-12}{18} = -\frac{2}{3}$$

$$x_2 = \frac{-9 + \sqrt{9}}{2 \cdot 9} = \frac{-6}{18} = -\frac{1}{3}$$

a.k.

X	$-\infty$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$+\infty$
$9x^2+9x+2$	+	0	0	+

$$A.K. = \left\{ x \mid -\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3} \right\}$$

$$\left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3} \right)$$

ör, $x^2+x+1 > 0$ a.k. = ?

$$x^2+x+1=0 \quad \Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1$$

$$= 1 - 4 = -3 \Rightarrow \text{gerçel kök yok}$$

ör, $x^2-8x-9 < 0$ ve $x^2-6x+8 > 0$

$$x^2-8x-9=0 \quad (x+1)(x-9)=0$$

$$\begin{array}{c} x \\ x \end{array} \quad \begin{array}{c} -9 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} x_1 = -1 \\ x_2 = 9 \end{array}$$

$$x^2-6x+8 \geq 0 \quad x^2-6x+8=0 \quad (x+4)(x-2)=0$$

$$\begin{array}{c} x \\ x \end{array} \quad \begin{array}{c} 4 \\ -2 \end{array} \quad \begin{array}{c} x_1 = 4 \\ x_2 = 2 \end{array}$$

X	$-\infty$	-1	2	4	9	$+\infty$
x^2-8x-9	+	-	-	-	+	
x^2-6x+8	+	+	+	+	+	

$$A.K. = \{ x \mid (-1 < x < 2 \text{ ve } 4 < x < 9) \}$$

$$\{ (-1, 2) \cup (4, 9) \}$$

Mutlak Değerli Denklemler ve Eşitsizlikler

$$\text{ör } |2x-3| = 5$$

$$2x-3 > 0 \Rightarrow 2x-3=5 \quad 2x=8$$

$$2x-3 < 0 \Rightarrow -(2x-3)=5 \quad x=4$$

$$-2x+3=5$$

$$-2x=2$$

$$x=-1$$

$$AK = \{-1, 4\}$$

$$\text{ör } |5x-3| = 12$$

$$5x-3 > 0 \Rightarrow 5x-3=12$$

$$5x=15 \quad x=3$$

$$5x-3 < 0 \Rightarrow -(5x-3)=12$$

$$-5x+3=12$$

$$-5x=9 \quad x=-\frac{9}{5}$$

$$AK = \{-\frac{9}{5}, 3\}$$

$$\text{ör } |2x+5| \leq 9$$

$$2x+5 > 0 \Rightarrow 2x+5=9$$

$$2x=4$$

$$x=2$$

$$2x+5 < 0 \Rightarrow -(2x+5)=9$$

$$-2x-5=9$$

$$-2x=14$$

$$x=-7$$

$$AK = \{-7, 2\}$$

$$\{-7 \leq x \leq 2\}$$

Genel problemler

$$a) x^2+5x+6=0$$

$$x_1+x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a} = \frac{-5}{1} = -5$$

$$b) x_1 \cdot x_2 = \left(\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \right) \left(\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \right) = \frac{b^2 - \Delta}{4a^2} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a} = \frac{6}{1}$$

$$c) x_1^2 + x_2^2 = (x_1+x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = \left(\frac{-b}{a} \right)^2 - 2 \cdot \frac{c}{a} = \frac{b^2}{a^2} - \frac{2c}{a} = \frac{b^2 - 2ac}{a^2} = \frac{25 - 2 \cdot 1 \cdot 6}{1^2} = 13$$

$$d) x_1^3 + x_2^3 = (x_1+x_2)^3 (x_1^2 - x_1 \cdot x_2 + x_2^2) = (x_1+x_2) (x_1^2 + x_2^2 - x_1 \cdot x_2)$$

$$\left(\frac{-b}{a} \right) \left(\frac{b^2 - 2ac}{a^2} - \frac{c}{a} \right) = \left(\frac{-b}{a} \right) \left(\frac{b^2 - 2ac - ac}{a^2} \right) = \left(\frac{-b}{a} \right) \left(\frac{b^2 - 3ac}{a^2} \right) = \frac{-b^3 - 3abc}{a^3} = \frac{-5^3 - 3 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 6}{1^3}$$

$$e) \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2+x_1}{x_1 \cdot x_2} = \frac{\frac{-b}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{-b}{a} \cdot \frac{a}{c} = \frac{-b}{c} = \frac{-5}{6}$$

$$= \frac{-125 - 90}{6} = -35$$

Bağıntı / Fonksiyon:

α x ve $y \rightarrow 2$ küme olmak üzere

α $x \in X$ ve $y \in Y$ olmak üzere

$(x, y) \rightarrow$ sıralı ikili $\rightarrow (a, b)$

α $S = \{x, y\} \rightarrow$ küme tanımı

α $X, Y \rightarrow \{(x, y) \mid x \in X \text{ ve } y \in Y\}$
 $\Downarrow$
 $n(x) = n_1 \quad n(y) = n_2$
 $\text{Kartzyon çarpım kümesi}$

$= X, Y$ 'nin eleman sayısı $= (n_1 \cdot n_2)$

ör $A(1, 2, 3) \quad B(a, b, c)$

$$= A \times B = \{(1, a) (1, b) (1, c) (2, a) (2, b) (2, c) (3, a) (3, b) (3, c)\}$$

$$n(A) = 3 \quad n(B) = 3 = 3 \cdot 3 = 9,$$

Bağıntı

α $\mathcal{B} = \{(x, y) \mid x \in A \text{ ve } y \in B\}$

A 'den B 'ye tanımlı bağıntı sayısı
 $= n(A) = n_1 \quad n(B) = n_2 \rightarrow 2^{n_1 \cdot n_2}$

Bir bağıntının terci

α $\mathcal{B} = \{(x, y) \mid x \in A \text{ ve } y \in B\}$

$\mathcal{B}^{-1} = \{(y, x) \mid (x, y) \in \mathcal{B}\}$

b) $\mathcal{B}_2 = \{(x, y) \mid x \text{ ve } y \in A \times B, y = x - 1\}$

$$\mathcal{B}_2 = \{(-1, -2) (0, -1) (1, 0)\}$$

$$\mathcal{B}_2^{-1} = \{(-2, -1) (-1, 0) (0, 1)\}$$

ör $A = \{a, b, c\} \quad B = \{1, 2\}$

$$\mathcal{B}_1 = \{(a, 1) (b, 2) (c, 2)\} \checkmark$$

$$\mathcal{B}_2 = \{(a, 1) (b, 2) (c, 1)\} \checkmark$$

$$\mathcal{B}_3 = \{(a, 1) (1, b) (2, c)\} \times \text{Bağıntı değil}$$

$$2^{n_1 \cdot n_2} = 2^{3 \cdot 2} = 2^6 = 64$$

ör $A = \{-1, 0, 1\} \quad B = \{-3, -1, 0, 1, 3\}$

a) $\mathcal{B}_1 = \{(x, y) \mid x \text{ ve } y \in A \times B, y = 2x - 1\}$

$$\mathcal{B}_1 = \{(-1, -3) (0, -1) (1, 1)\}$$

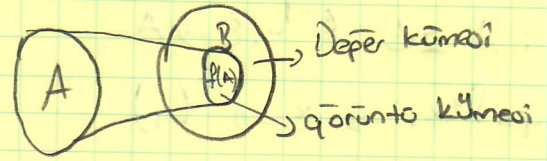
$$\mathcal{B}_1^{-1} = \{(-3, -1) (-1, 0) (1, 1)\}$$

Fonksiyon

A ve B boş olmayan 2 küme

$$f: A \rightarrow B, x \rightarrow y = f(x)$$

$$B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ ve } y \in B, y = f(x)\}$$



ör. $f: A \rightarrow B, f(x) = 2x - 1$

$A = \{-1, 0, 1\}$ ise $B = ?$

$$f(-1) = 2(-1) - 1 \\ = -2 - 1 = -3$$

$$f(0) = 2 \cdot 0 - 1 \\ = -1$$

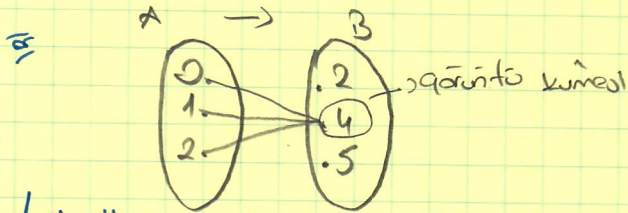
$$f(1) = 2 \cdot 1 - 1 \\ = 2 - 1 = 1$$

$$B = \{-3, -1, 1\}$$

Fonksiyon Özellikleri

• Herhangi bir A kümesi için $f: A \rightarrow A$ fonksiyonunda $f(x) = x$ ise f fonksiyonunda A'da "birim fonksiyon" dur.

• Herhangi A ve B gibi iki küme içinde $f: A \rightarrow B$ fonksiyonunda $f(x) = a$ ise $a \in B$ ise f fonksiyonunda A'da sabit dur.



$$f(0) = 0 \mid f(1) = 2 \mid f(2) = 4$$

! Herhangi bir A ve B gibi iki küme için $f: A \rightarrow B$ fonksiyonunda:

1 Değer kümesinin en az bir elemanı görüntü kümesi elemanı değilse f ikiye fonksiyondur, yani $f(A) \neq B$ 'dir

1 Değer kümesi görüntü kümesine eşitse f örten fonksiyondur, yani $f(A) = B$ 'dir

1 A kümesinin her elemanının görüntüsü farklı ise f bire-bir (1:1) fonksiyondur
yani $f(x_1) = f(x_2)$ olursa $x_1 = x_2$ olmasını gerektiriyorsa f bire bir fonksiyondur

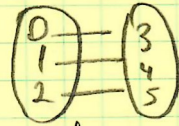
1 Her birebir hem de ikiye fonksiyon bire-bir ikiye fonksiyon dur,

Bir Fonksiyonun Terisi

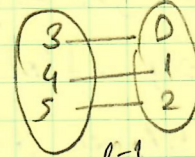
$$x \quad f: A \rightarrow B \quad f^{-1}: B \rightarrow A$$

$$y = f(x) \rightarrow x = f^{-1}(y)$$

$$\text{ör} \quad A = \{0,1,2\} \quad B = \{3,4,5\}$$



f
 $A \rightarrow B$



f^{-1}
 $B \rightarrow A$

$$\text{ör} \quad f: A \rightarrow B \quad f(x) = \frac{3x-2}{x-3}$$

$$y = \frac{3x-2}{x-3} \Rightarrow x = \frac{3y-2}{y-3}$$

$$x(y-3) = 3y-2$$

$$xy - 3x = 3y - 2$$

$$y = \frac{3x-2}{x-3} \Rightarrow xy - 3y = 3x - 2$$

$$y(x-3) = 3x-2$$

$$f^{-1}(y)$$

AGIK - KAPALI FONKSİYONLAR

$$y = f(x) \rightarrow \text{açık fonksiyon}$$

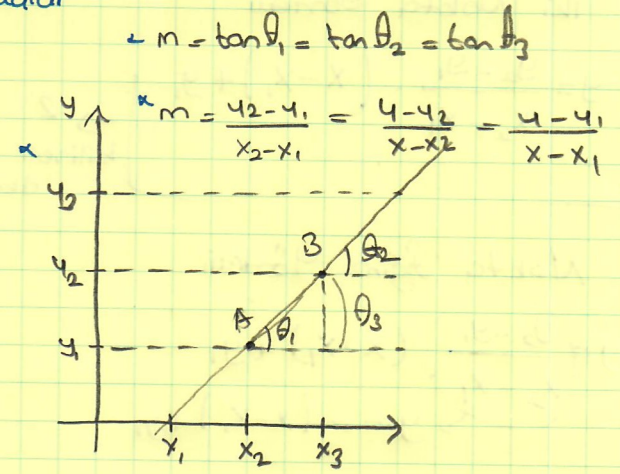
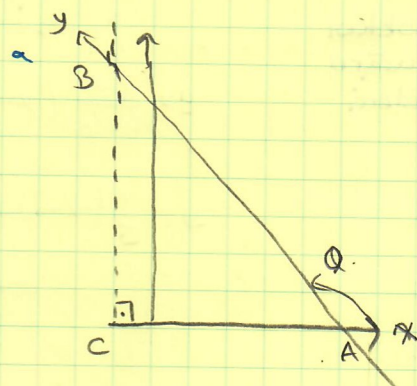
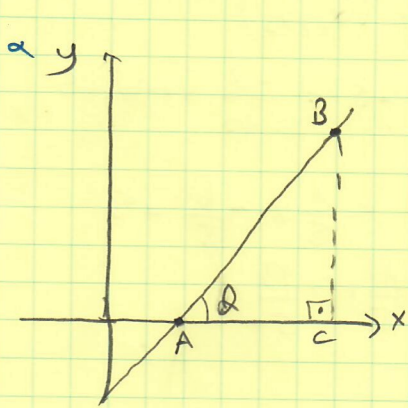
$$f(x,y) = 0 \rightarrow \text{kapalı fonksiyon}$$

$$y = 3x-1 \rightarrow \text{açık fonksiyon}$$

$$= 3x^2y - 2xy^2 + xy - x^2 + y^2 - 6 = 0 \quad \text{kapalı fonksiyon}$$

Doğrusal Fonksiyonlarda İktisadi Uygulamalar

1) Düz doğrunun eğimi



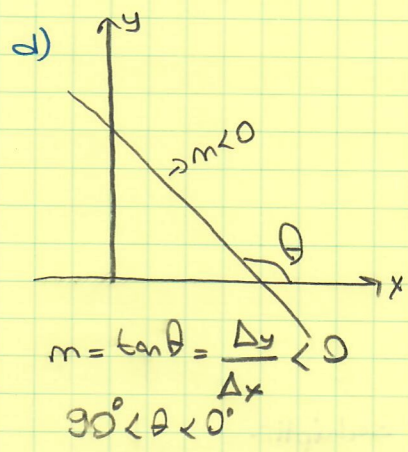
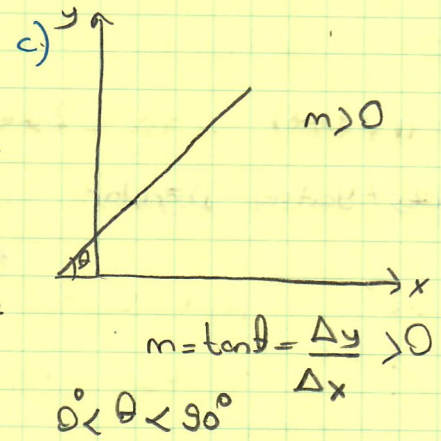
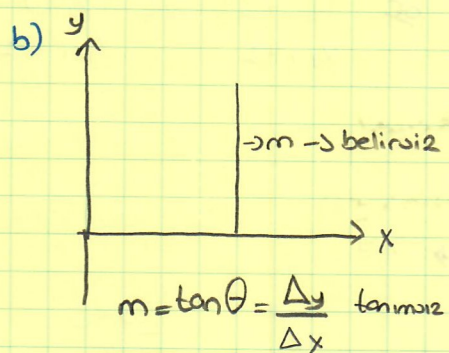
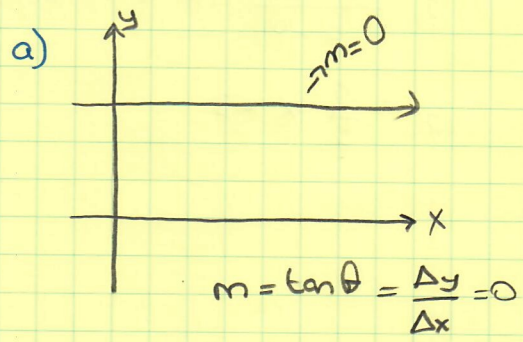
$$m = \tan \theta = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \Rightarrow m = \tan \theta = \frac{CB}{AC}$$

$$\tan \theta_1 = \tan \theta_3$$

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

$$* y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) + y_1$$

→ eğimi ve 2 noktası bilinen doğru denklemi



ör. $2x + 6y - 4 = 0$

$$= 6y = 4 - 2x$$

$$3y = -x + 2$$

$$y = \underbrace{-\frac{1}{3}x}_{\text{eğim}} + \underbrace{\frac{2}{3}}_{\text{kayma}}$$

ör. $4x + 12y - 8 = 0$

a)

$$12y = \frac{8 - 4x}{12} \Rightarrow y = \frac{2 - x}{3}$$

$$y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$$

$x=0$ için $y = \frac{2}{3} = 0,6$
 $(0, 0,6)$

$y=0$ için $x = -2$ $(-2, 0)$

b) $-3x + y - 4 = 0$ $x=0$ için $(0, 4)$

$$y = +3x + 4$$

$$y=0$$
 için $-3x + 4 = 0$ $(\frac{4}{3}, 0)$

$$3x = -4$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

c) $x + 3y - 9 = 0$ $\frac{3y}{3} = \frac{9 - x}{3}$

$$y = 3 - \frac{1}{3}x$$

$x=0$ için $y = 3$ $(0, 3)$

$y=0$ için $3 - \frac{1}{3}x = 0$ $3 = \frac{1}{3}x$ $x = 9$ $(9, 0)$

d) $2x + y - 4 = 0$ $y = -2x + 4$

$x=0$ için $y = 4$ $(0, 4)$

$y=0$ için $-2x + 4 = 0$ $(2, 0)$

$$2x = 4$$

İki Nokta Yöntemi

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1) + y_1 \quad \rightarrow 2 \text{ nokta bilinen doğru denklemi}$$

$$\text{ör } (6, 5) \text{ ve } (-4, 3)$$

$$(x_1, y_1) \text{ ve } (x_2, y_2)$$

$$y = \frac{3-5}{-4-6} (x-6) + 5 = \frac{-2}{-10} (x-6) + 5$$

$$y = \frac{1}{5} (x-6) + 5 = \frac{1}{5} x - \frac{6}{5} + 5$$

$$= y = \frac{1}{5} x + \frac{19}{5}$$

Nokta Eğim Yöntemi

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) + y_1$$

$$\rightarrow y = m(x - x_1) + y_1$$

$$\text{ör } m = -2 \text{ ve } (1, 3)$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 x_1 y_1

$$y = -2(x - 1) + 3$$

$$= -2x + 2 + 3 = -2x + 5$$

Eğim Kesme Yöntemi

$$m = -2 \text{ ve } (0, 5)$$

$$y = -2(x - 0) + 5$$

$$y = -2x + 5$$

Kesme izdüşüm yöntemi

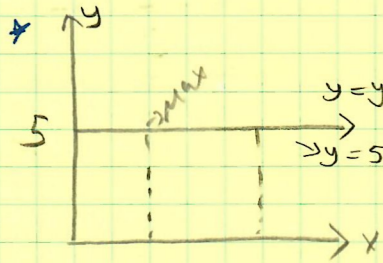
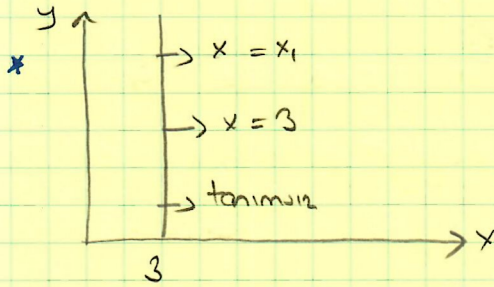
$$\text{ör } (0, -3) \text{ ve } (2, 0)$$

x_1, y_1 x_2, y_2

$$y = \frac{(0 - (-3))}{2 - 0} (x - 0) + (-3)$$

$$y = \frac{3}{2} x - 3$$

Dikis / Yatay Doğrular



~~Doğruların~~ Doğruların Karşılığı Eşitli Çözüm

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \rightarrow \text{Eldi edilemiyorsa denklem bağımsızdır}$$

Eldi edilebiliyorsa bağımlıdır.

$\Rightarrow$ İki denklem bağımlı ise eşittir ve aynı doğru-rafığe sahiptir.

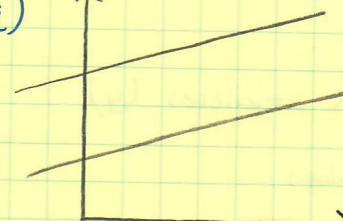
Tutarlı Denklemler

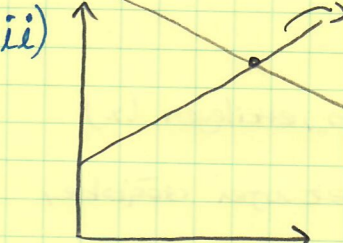
$$\times \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \text{ veya } \frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2}$$

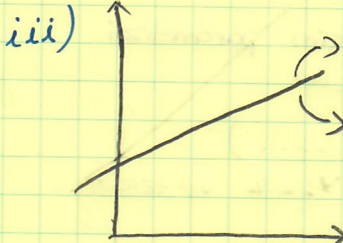
$$\times \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \rightarrow \text{doğruları aynı eğime sahip}$$

$$\times \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \rightarrow \text{aynı kesmeye sahip}$$

$$\times \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \rightarrow \text{aynı eğim ve kesime sahip}$$

i)  $\rightarrow A_1x + B_1x + C_1 = 0$ $\rightarrow A_2x + B_2x + C_2 = 0$
 $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}$ fakat $\frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$ * Eşanlı çözüm yoktur.
 * Doğrular tutarsız ve bağımsız
 * Doğrular aynı eğime sahip paralel

ii)  $\rightarrow A_1x + B_1x + C_1 = 0$ $\rightarrow A_2x + B_2x + C_2 = 0$
 $\frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2}$
 * Doğrular tutarlı ve bağımsız
 * Doğrular farklı eğime sahip kesişir
 * Eşanlı çözüm biriciktir.

iii)  $\rightarrow A_1x + B_1y + C_1 = 0$ $\rightarrow A_2x + B_2y + C_2 = 0$
 $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$
 * Doğrular tutarlı ve bağılı
 * Doğrular aynı eğime sahip çakışır
 * Eşanlı çözüm sonsuz sayıda vardır.

ör $4x + 3y - 11 = 0$

$-2/2x + y + 5 = 0$

$4x + 3y - 11 = 0$
 $-4x - 2y + 10 = 0$

$y - 1 = 0$
 $y = 1$

$2x + y - 5 = 0$

$2x + 1 - 5 = 0$

$2x - 4 = 0$

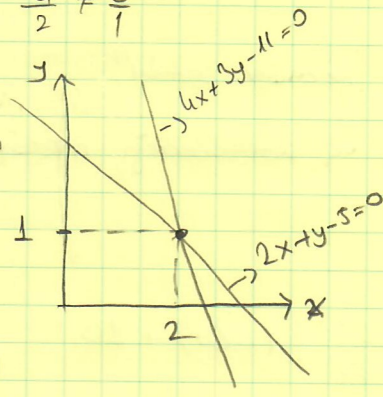
$2x = 4$

$x = 2$

$(2, 1)$

$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}$

$\frac{4}{2} \neq \frac{3}{1}$



$\frac{3}{2}x - 2y - 5 = 0$

$3x - 4y + 10 = 0$

$-3x + 4y + 10 = 0$

$3x - 4y + 10 = 0$

$19 \neq 0$

Doğrular tutarsız

$\frac{3}{2} = -\frac{2}{-4}$

$\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

eşanlı çözüm yoktur.

$-\frac{2}{-4} \neq -\frac{5}{9} \Rightarrow -\frac{1}{2} \neq \frac{5}{9}$

Doğrusal Eşitsizlikler ve Eşanlı Çözümleri

$2x + 4y - 8 \leq 0 \rightarrow y = 2$ $x = 0$ için $y = 0$ için $x = 4$

$4x - 2y - 10 < 0 \rightarrow y = -5$ $x = \frac{5}{2}$

$6x + 6y - 6 \geq 0 \rightarrow y = 1$ $x = 1$

i) $2x + 4y - 8 = 0$

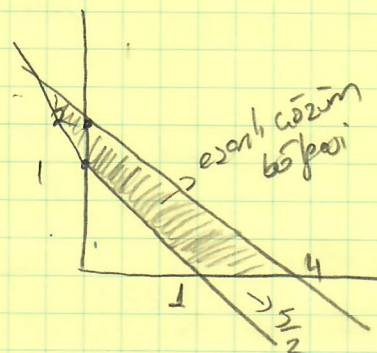
$4x - 2y - 10 = 0$

$6x + 6y - 6 = 0$

ii) $2(0) + 4(0) - 8 \geq 0 \rightarrow -8 \leq 0 \checkmark$

$4(0) - 2(0) - 10 < 0 \rightarrow -10 < 0 \checkmark$

$6(0) + 6(0) - 6 \geq 0 \rightarrow -6 \geq 0 \times$



Döğrusal Fonksiyonların İktisadi Uygulanmaları

$$* Ax + By + C = 0$$

$$y = f(x)$$

$$y = -\frac{C}{B} - \frac{A}{B}x$$

$$y = a + bx \rightarrow \text{tanım kütlesi}$$

↓
değer kümesi

* Bağımlı, açıklanan, öngörülen etkilenen (y)

hedef veya endojen değişken

* Kısme terim, sabit sayı, otonom katsayı (a)

kısme parametresi

* Bağımsız, açıklayıcı, öngören, etkileyen (x)

(veya nedensel) kontrol veya eksojen değişken

* Eğim katsayısı, tepki katsayısı, etki (b)

katsayısı, marginal değerler, eğim parametresi

Döğrusal Talep

$$\theta^d = f(p)$$

↓
talep edilen miktar

→ fiyat

$$D = f(p)$$

$$* \theta^d = f(p, y, p_c, p_s, A, T, \dots)$$

↓
Tüketici Geliri

↓
Kısme rakip mal

→ zevk ve tercih

Vize sorusu

Aynı bir ürünün fiyatı 80 TL iken 10 adet satılmıştır; fiyat 60 TL'ye düştüğünde satılan ürün sayısı 20 adet olmuştur. Buna göre;

a) Talep fonksiyonunu bulunuz

b) Ürün fiyatı 40 TL'ye düştüğünde bir üründen ne kadar satılır?

c) Bu ürünün alınabileceği maksimum miktarı ve satılabileceği maksimum fiyatı bulunuz.

$$a) (x_1, y_1) = (80, 10) \quad (x_2, y_2) = (60, 20)$$

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) + y_1 \Rightarrow y = \frac{(20 - 10)}{(60 - 80)} (x - 80) + 10$$

$$= \frac{10}{-20} (x - 80 + 10) = -\frac{1}{2}x + 50 \Rightarrow D = 50 - \frac{1}{2}p$$

$D_{max} = 50$

$$b) p = 40 \text{ TL}$$

$$D = 50 - \frac{1}{2}(40) = 30 \text{ adet}$$

$$c) D = 50 - \frac{1}{2}p$$

$$p = 0 \Rightarrow D_{max} = 50$$

$$D = 0 \Rightarrow p_{max} = 100$$

$$D = 0 \Rightarrow 50 - \frac{1}{2}p = 0$$

$$\frac{1}{2}p = 50$$

Doğrusal Arz Fonksiyonu

$$S = f(P) \quad Q^S = f(P)$$

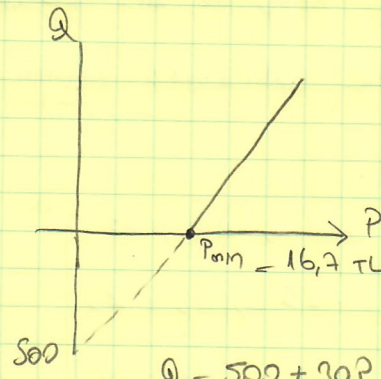
$$Q^S = f(P, P_K, P_L, N, T, \dots)$$

↓
sermaye
fiyatı

↓
emek
fiyatı

↓
sınai
ürün
teknoloji
parçaları

→ Terminal üründe
diğer sermaye



ör. Zeytinyağı bir ürünün fiyatı 150 TL iken

bu ürünün piyasaya 4000 kg sunulmaktadır.

Fiyatın 0,10 bir artış olduğunda bu ürünün

piyasaya sunulmasında 450 kg bir artış görülmektedir Buna göre;

$$Q = 500 + 30P$$

$$P_{min} = \frac{500}{30} \quad P_{min} = 16,7 \text{ TL}$$

a) Ürünün arz fonksiyonu nedir?

$$(x_1, y_1) = (150, 4000) \text{ ve } (x_2, y_2) = (165, 4450)$$

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) + y_1 = \frac{4450 - 4000}{165 - 150} (x - 150) + 4000$$

$$= \frac{450}{15} (x - 150) + 4000 \Rightarrow 30 \cdot (x - 150) + 4000$$

b) Ürünün piyasaya sunulabileceği min. fiyat nedir?

$$S = 0 \Rightarrow S = -500 + 30P$$

$$30x - 4500 + 4000 \Rightarrow 30x - 500$$

$$S = -500 + 30P_{,,}$$

$$500 = 30P \Rightarrow P = \frac{500}{30} \approx 16,7 \text{ TL}$$

Piyasa Dengesi

ör. Bir malın talep ve arz denklemleri $\Delta = 120 - 4P$ olarak verilmektedir

$$S = -20 + 3P$$

Buna göre piyasa denge fiyatı ile denge miktarları nelerdir?

$$\Delta = 120 - 4P \quad S = -20 + 3P \quad S \equiv D \equiv Q \text{ olduğundan yararlanarak}$$

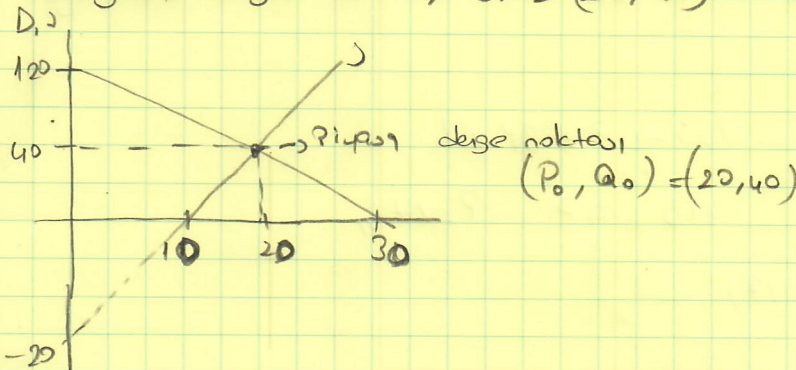
$$-20 + 3P = 120 - 4P$$

$$7P = 140$$

$$P = 20$$

$$D = 120 - 4(20) = 40 \rightarrow D_0 = S_0 = P_0 = Q_0 = W$$

$$\text{Piyasa dengesi} = (P_0, Q_0) = (20, 40)$$



ör Bir önceki örnekteki talep ve arz denklemleri ile piyasa fiyat bir an için

$P_1 = 15$ birim değerinde belirlenmesi halinde piyasa denge değerleri nasıl değişir?

$$= P_1 = 15 \text{ iken}$$

$$= D = 120 - 4(15) = 60 \rightarrow Q_D = 60$$

$$= S = -20 + 3(15) = -25 \rightarrow Q_S = 25$$

$$Q_D - Q_S = 60 - 25 = 35 \text{ br miktarda talep fazlası olur.}$$

ör, fiyat bir den $P_2 = 25$ br belirlenirse piyasa değerleri nasıl değişir?

$$P_2 = 25 \text{ iken;}$$

$$D = 120 - 4(25) = 20 \rightarrow Q_D = 20$$

$$S = -20 + 3(25) = +55 \rightarrow Q_S = +55$$

$$Q_S - Q_D = 55 - 20 = 35 \text{ br arz fazlası olur.}$$

Vergilendirme ve ~~Sübvansiyon~~ Sübvansiyon

Bir tam rekabet piyasa modelinde $D = f(P)$ $S = f(P)$ $S \equiv D \equiv Q$

i) t miktar vergi uygulaması

$$Q^d = f(P) = Q^s = f(P-t) \quad Q^d = Q^s = Q$$

ii) k miktar sübvansiyon uygulaması

$$Q^d = f(P) \quad Q^s = f(P+k) \quad Q^d = Q^s = Q$$

ör Aynı arz ve talep denklemleri dikkate alınarak, arz edilen ürün için $t=7$ br kadar vergi uygulanırsa yeni denge değerleri nasıl olur?

$$D = 120 - 4P \quad S = -20 + 3(P-t)$$

$$D = 120 - 4P \quad S = -20 + 3(P-7) = -20 + 3P - 21$$

$$\Rightarrow 120 - 4P = -20 + 3P - 21$$

$$D_v = 120 - 4(23) = 120 - 92 = 28 = Q_v = Q_s \quad 120 + 41 = 7P \Rightarrow 161 = 7P$$

$$P = 23 \text{ br}$$

$t=7$ br vergi uygulaması durumunda yeni denge değerleri $(P_v, Q_v) = (23, 28)$ olur.

* Aynı arz ve talep denklemleri için arz edilen ürün için $k=7$ br kadar sübvansiyon uygulanırsa yeni denge nasıl olur?

$$D = 120 - 4P$$

$$S = -20 + 3P \Rightarrow -20 + 3(P+7)$$

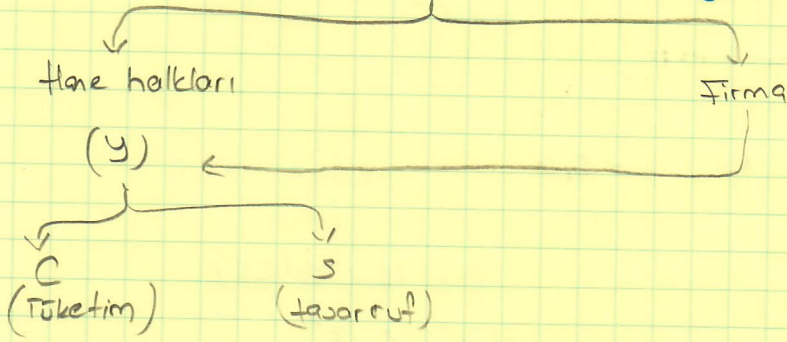
$$k = 7 \text{ br} \quad = -20 + 3P + 21$$

$$120 - 4P = 3P + 1$$

$$119 = 7P \quad P = 17$$

$$D_s = 120 - 4(17) = 52 \quad (52, 17)$$

Tüketim ve Tasarruf Fonksiyonu



$$C = f(Y) \quad S = f(Y)$$

$$Y \uparrow \rightarrow C \uparrow \text{ ve } S \uparrow$$

$$* C = a + bY$$

a: otonom tüketim ($Y=0$)

b: eğim katsayısı (MPC) $\Rightarrow$ marginal tüketim eğimi

$$a > 0 \quad a > b < 1$$

$$Y = C + S \rightarrow S = Y - C$$

$$\rightarrow Y - (a + bY)$$

$$\rightarrow Y - a - bY$$

$$S \rightarrow -a + (1-b)Y$$

$MPS \Rightarrow$ marginal tasarruf eğimi

$MPC \Rightarrow$ marginal tüketim eğimi

$S - a$: otonom tasarruf ($Y=0$)

$1-b$: eğim katsayısı (MPS) $\Rightarrow$ marg. tasarruf

$$MPC = b \text{ ve } MPS = 1-b$$

$$MPS + MPC = 1$$

tasarruf fonksiyonu $= S = Y - C //$
tüketim fonksiyonu $= C = Y - S //$

ör. $C = 10 + 0,6Y$ ile tüketim fonksiyonu verilmektedir. Buna göre tasarruf fonksiyonu?

$$C = f(Y)$$

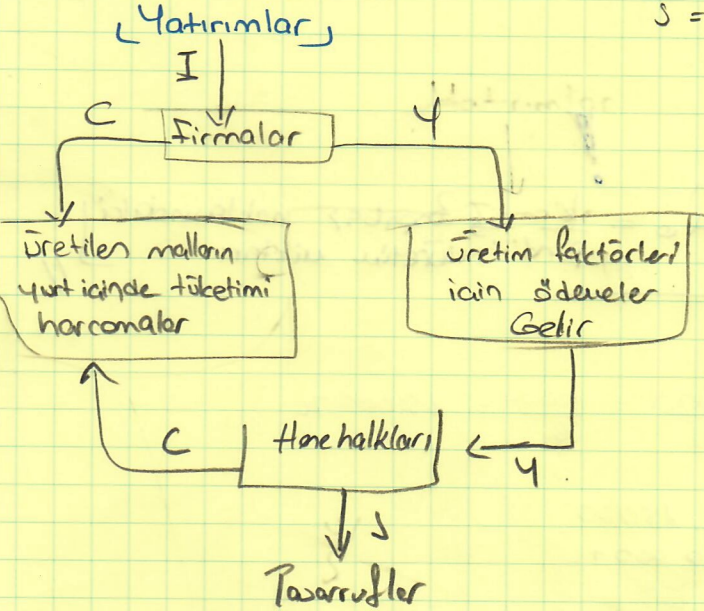
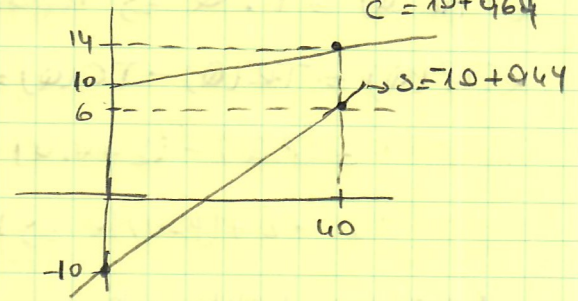
$$a = 10$$

$$b = 0,6$$

$$S = -a + (1-b)Y$$

$$= -10 + (1 - 0,6)Y$$

$$S = -10 + 0,4Y //$$



$$Y = C + S$$

$$Y = C + I \quad I = I^*$$

$$Y = a + bY + I^*$$

$$Y - bY = a + I^*$$

$$Y(1-b) = a + I^*$$

$$Y = \frac{a + I^*}{1-b} //$$

ör. Tüketim fonksiyonu $C = 10 + 0,6Y$ ile verildiğinde gelir ve tüketimin değeri düzeyi nedir?
 $I^* = 12$ // (Planlanan yatırım veya otomatik yatırım)

$$Y = C + I^* \quad C = a + bY \quad a = 10 \quad b = 0,6$$

$$Y = 10 + 0,6Y + 12$$

$$Y - 0,6Y = 22$$

$$1 - 0,6 = 22 \quad 0,4Y = 22$$

$$Y = \frac{22}{0,4} = Y = 55$$

$$C = 10 + 0,6(55)$$

$$Y = C + I^*$$

$$55 = C + 12 \quad 55 = 55$$

Bazıbaz (sıfır kâr) noktası

Toplam gelir > Toplam maliyet $\rightarrow$ kâr

Toplam gelir < Toplam maliyet $\rightarrow$ kâr

Toplam gelir = Toplam maliyet $\rightarrow$ bazıbaz

$$\propto TC(Q) = TFC(Q) + TVC(Q)$$

$$\text{Toplam maliyet} = TC(Q)$$

$$\text{Toplam sabit maliyetler} = TFC(Q)$$

$$\text{Toplam değişken maliyet} = TVC(Q)$$

$$TC = k + v \cdot q \rightarrow \begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \text{sabit} & \text{değişken} & \text{maliyet} \\ \text{maliyet} & \text{maliyet} & \text{maliyet} \end{matrix}$$

$$\propto TR(Q) = P \cdot Q \Rightarrow \text{Toplam Gelir} = (\text{Birim fiyat}) \times (\text{Toplam satış miktarı})$$

$$\propto TP(Q) = TR(Q) - TC(Q) \Rightarrow \text{Toplam kâr} = \text{Toplam gelir} - \text{Toplam maliyet}$$

$$= (P \cdot Q) - (k + v \cdot Q)$$

$$= -k + (P - v)Q \Rightarrow \text{kâr fonksiyonu}$$

Bazıbaz noktasında

$$\propto TP(Q) = 0 \text{ ve } TR(Q) = TC(Q) \quad Q_0 = \frac{k}{P-v} \rightarrow \text{Bazıbaz noktasındaki üretim miktarı}$$

$$TP(Q) = -k + (P-v)Q = 0 \quad \text{kâr fonksiyonu}$$

ör.

$$P = 8 \text{ TL}$$

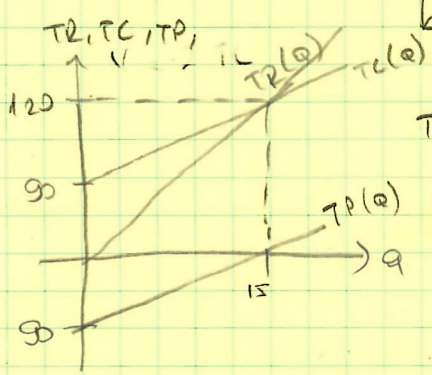
$$v = 2 \text{ TL}$$

$$k = 90.000 \text{ TL}$$

$$a) Q_0 = \frac{k}{P-v} \Rightarrow \frac{90.000}{8-2} = \frac{90000}{6} = 15.000 \text{ TL}$$

$$b) TR(Q_0) = ? \quad P \cdot Q = 8 \cdot 15000 = 120.000 \text{ TL}$$

$$TC(Q_0) = k + v \cdot Q = 90.000 + 2 \cdot (15000) = 120.000$$



Limit

Bir değişkenin limiti

$$x: 1, 2, 3, 4, 5 \dots = \lim x \rightarrow \infty$$

$$x: \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4} \dots = \lim x \rightarrow -1$$

$$x: -1, -2, -3 \dots = \lim x \rightarrow -\infty$$

$$x: 1, \frac{4}{9}, 5, \frac{7}{6}, 9 \dots = \lim x \rightarrow \text{limit yok}$$

ör $y = f(x) = x^2 \quad x \rightarrow 2 \quad f(x) = ?$

$$\lim f(x) = \lim x^2 = 4$$

$x \rightarrow 2$	1, 97	1, 98	1, 99	2, 00	2, 01	2, 02
$f(x)$	3, 88	3, 92	3, 96	?	4, 04	4, 08

ör $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2} \quad x \rightarrow 2 \quad (\text{ayırıp çözelim})$

$$\frac{x^2 - 2^2}{x - 2} = \frac{(x - 2)(x + 2)}{(x - 2)} = x + 2$$

$$f(x) = x + 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} \Rightarrow x + 2 = 2 + 2 = 4$$

ör limit kavramında sabit neye cevap olur.

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 5 \quad \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 5$$

ör $\lim_{x \rightarrow 9} f(x) = \lim_{x \rightarrow 9} x = 9$

$$f(x) = x \quad x \rightarrow 4 \quad \lim = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4} x = 4$$

ör $f(x) = 3x \quad \lim = ?$
 $x \rightarrow 2$

$$\lim 3 \cdot \lim x = 3 \cdot 2 = 6$$

$$x \rightarrow 2$$

ör $f(x) = (x^2 - 4)^2 \quad x \rightarrow 1 \quad \lim = ?$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 4)^2 = \left[\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 4) \right]^2$$

$$= (1^2 - 4)^2$$

$$= (1 - 4)^2$$

$$= (-3)^2 = 9$$

ör $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2}{x^3} \quad x \rightarrow 1 \quad \lim = ?$

o (ayrı ayrı toplar)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3}{x^3} + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2}{x^3} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} 1 + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{x}$$

$$1 + 3 = 4$$

ör $y = (x - 2)(2x + 1) \quad x \rightarrow 1 \quad \lim = ?$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x - 2)(2x + 1) \Rightarrow (1 - 2)(2 \cdot 1 + 1) = (-1)(3) = -3$$

ör $y = \frac{2x^2 + 1}{x^3 - 2} \quad x \rightarrow 3 \quad \lim = ?$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2 \cdot 3^2 + 1}{3^3 - 2} = \frac{19}{25}$$

Sağdan Soldan Limit

ör $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1} \quad x \rightarrow 1 \quad \lim?$

$$\frac{x^2-1^2}{x-1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 1+1=2$$

* paydaki fonksiyon derecesi > paydadaki fonksiyon derecesi ise;

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^7+6}{x^3+5x^2+8x+6} \quad 7 > 3 = \infty$$

* paydaki fonksiyon derecesi < paydadaki fonksiyon derecesi ise;

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^1}{x^2} = 0 \quad 1 < 2$$

* paydaki fonksiyon derecesi = paydadaki fonksiyon derecesi ise;

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^1-9}{1x-9} = 3 \quad \text{katsayıları büyük olanı alır}$$

Limitlerde belirsiz durumlar

i) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \pm \infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot g(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
 $0(\pm \infty) \rightarrow \text{belirsizlik}$

ii) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm \infty \quad \text{ve} \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \pm \infty \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) + g(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

* $+\infty + \infty = \infty$

iii) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm \infty \quad \text{ve} \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \pm \infty$

$-\infty - \infty = -\infty$

* $\frac{-\infty}{+\infty} \rightarrow \text{belirsiz}$

* $\frac{-\infty}{-\infty} \rightarrow \text{belirsiz}$

$-\infty + \infty = \text{belirsiz}$

* $\frac{+\infty}{-\infty} \rightarrow \text{belirsiz}$

* $\frac{+\infty}{+\infty} \rightarrow \text{belirsiz}$

$+\infty - \infty = \text{belirsiz}$

iv) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$

Limit ve süreklilik

i) $x \rightarrow a \quad f(x)$ 'in bir limiti olması $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$

ii) $f(x=a) = f(a)$

iii) $L = f(a)$

* $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ ile $f(a)$ arasında şu ilişkiler olabilir;

d) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ yoktur
 $x \rightarrow a \quad f(a)$ tanımlıdır

a) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ b) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq f(a)$ c) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \rightarrow a$ tanımlı değildir
 e) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ yoktur
 $x \rightarrow a \quad f(a)$ tanımlı değildir

TÜREU

1) Ortalama Değişim Hızı

$y = f(x) \rightarrow$ bir fonksiyon

$x = [a, b]$

y 'nin x 'e göre değişim hızı

$$\Delta y = \Delta x \cdot \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \tan \alpha$$

ör, $x \rightarrow (2, 5)$ $f(x) = x^2 - 4x + 8 \rightarrow f(a) \rightarrow 2^2 - 4 \cdot 2 + 8 = 4 - 8 + 8$
 $\rightarrow f(b) \rightarrow 5^2 - 4 \cdot 5 + 8 = 25 - 20 + 8 = 13$

Ortalama değişim hızı $= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{13 - 4}{5 - 2} = \frac{9}{3} = 3$

* Ortalama ~~değişim~~ hızı $= \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow 40$
 $\Delta t \rightarrow 29 \text{ m/s}$

2) Anlık Hız

$s = 6t^2$ $t = (0, 4)$ ortalama hız $= \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0} = \frac{6(4)^2 - 6(0)^2}{4 - 0} = \frac{6 \cdot 16 - 0}{4} = \frac{96}{4} = 24 \text{ m/s}$

$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(t) - f(t_0)}{t - t_0}$

* $f(x)$ 'in a noktasındaki $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$
 $= f'(x), y' \frac{dy}{dx}, \frac{d}{dx} (y) \frac{d}{dx} f(x), f', f'(x)$

TÜREU KURALLARI

1) Sabit Fonksiyonun Türevi:

$C \rightarrow$ sabit bir sayı

$y = f(x) = C \rightarrow y' = \frac{dy}{dx} = 0$

ör $y = f(x) = 17 \rightarrow f'(x) = 0$

$y = f(x) = \sqrt{4} \rightarrow \frac{dy}{dx} = 0$

2) Basit güç kuralı:

$n \rightarrow$ Bir reel sayı

$f(x) = x^n \rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}$

ör a) $f(x) = x^4 \rightarrow f'(x) = 4 \cdot x^3$

b) $f(x) = x^1 \rightarrow f'(x) = 1 \cdot x^0 = 1$

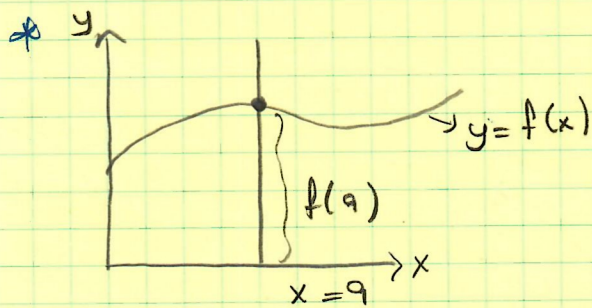
c) $y = \frac{1}{x^3} \rightarrow x^{-3} \Rightarrow y' = -3x^{-3-1} = -3x^{-4}$

ör $f(x) = x^{\frac{9}{2}} \rightarrow f'(x) = \frac{9}{2} x^{\frac{9}{2}-1} = \frac{9}{2} x^{\frac{7}{2}}$ $f(4)$ d) $y = x^{\frac{5}{2}} \rightarrow y' = \frac{5}{2} \cdot x^{\frac{5}{2}-1} = \frac{5}{2} x^{\frac{3}{2}} = \frac{5}{2} \sqrt{x^3}$

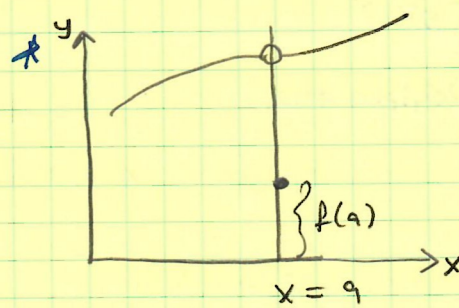
$f'(x) = \frac{9}{2} \cdot x^{\frac{7}{2}}$

$f'(4) = \frac{9}{2} \cdot 4^{\frac{7}{2}} \Rightarrow \frac{9}{2} \cdot 2^{\frac{7}{2}}$

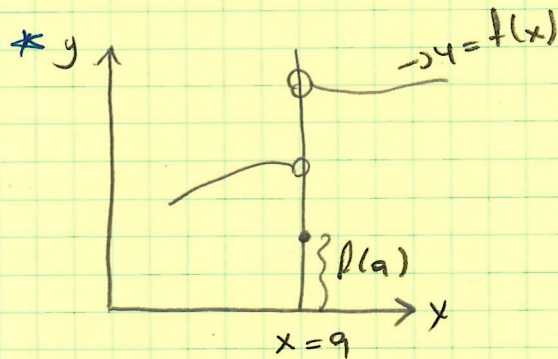
$= \frac{9}{2} \cdot 2^7 = 9 \cdot 2^6$



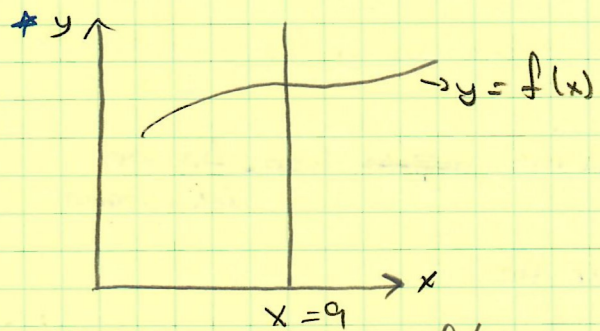
✓ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \rightarrow \text{vardır}$ ✓ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$



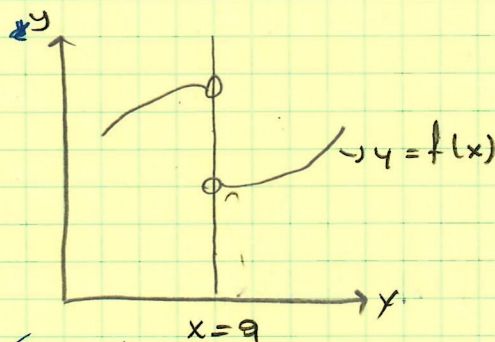
✓ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \rightarrow \text{vardır}$ ✓ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq f(a)$



✓ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \rightarrow \text{yoktur}$ ✓ $f(a)$ tanımlı



✓ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \rightarrow \text{vardır}$ ✓ $f(a)$ tanımlı değil



✓ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \rightarrow \text{yoktur}$ ✓ $f(a)$ tanımlı değildir

$$\text{ör} f(x) = \begin{cases} x^2 & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0$$

$$f(0) = 1$$

$$\text{ör} f(x) = \frac{x^3 - 8}{x - 2} \quad x = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{(x-2)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 2x + 4) = \lim_{x \rightarrow 2} (2^2 + 2 \cdot 2 + 4) = 12$$

$$f(2) = \frac{2^3 - 8}{2 - 2} = \frac{0}{0} \text{ belirsiz}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \neq f(2) \text{ sürekli değildir}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq f(0) \rightarrow \text{sürekli değildir}$$

3) Bir fonksiyonun bir sabitle çarpımı

$$c \rightarrow \text{bir sabit sayı} \quad \frac{d}{dx} [c \cdot f(x)] = c \cdot f'(x)$$

ör a) $f(x) = 5x^4$

$$f'(x) = 5 \cdot 4x^3 = 20x^3$$

b) $f(x) = \frac{1}{3 \cdot x^3} = \frac{1}{3} \cdot x^{-3}$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \cdot -3x^{-4} = -x^{-4} = -\frac{1}{x^4}$$

4) Fonksiyonun toplamlarının ve farklarının türevi

$$= \frac{d}{dx} [f(x) \pm g(x)] = f'(x) \pm g'(x)$$

ör $f(x) = 2x^3 - 10x + 8$

$$f'(1) = ? \quad f'(1) = 6 \cdot 1^2 - 10 = 6 - 10 = -4$$

$$f'(x) = 2 \cdot 3x^2 - 10 \cdot 1 + 0$$

$$= 6x^2 - 10$$

ör $g(t) = 6t^3 - 2t^2 + t \frac{1}{4}$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{4} = -3$$

a) $g'(t) = 6 \cdot 3t^2 - 2 \cdot 2t^1 + \frac{1}{4} t^{-\frac{1}{4}}$

$$= 18t^2 - 4t + \frac{1}{4} t^{-\frac{1}{4}}$$

$$= 18t^2 - 4t + \frac{1}{4} t^{-\frac{1}{4}}$$

b) $g'(1) = 18 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + \frac{1}{4}$

$$= 18 - 4 - \frac{1}{4} = 13 \frac{3}{4}$$

5) Fonksiyonların Çarpımının Türevi

$$\frac{d}{dx} [f(x) \cdot g(x)] = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

ör a) $f(x) = (x^4 + 3x^2) (2x^3 - 2x + 8)$

$$f'(x) = (4x^3 + 6x) (2x^3 - 2x + 8) + (6x^2 - 2) (x^4 + 3x^2)$$

$$= 8x^6 - 8x^4 + 32x^3 + 12x^4 - 12x^2 + 48x + 6x^6 + 18x^4 - 2x^4 - 6x^2$$

$$= 14x^6 + 20x^4 + 32x^3 - 18x^2 + 48x$$

b) $g(x) = \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) (x+1) \Rightarrow g'(x) = \left(1 - x^{-2}\right) (x+1)$

$$= (2x^{-3}) (x+1) + (1 - x^{-2}) (1)$$

$$g'(x) = \frac{2}{x^3} (x+1) + \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) = \left(\frac{2x}{x^3} - \frac{2}{x^3}\right) + \left(\frac{x^2-1}{x^2}\right)$$

$$g'(x) = \left(\frac{2x-2}{x^3}\right) + \left(\frac{x^3-x}{x^3}\right)$$

$$= \frac{2x-2+x^3-x}{x^3} = \frac{x^3+x-2}{x^3}$$

6) İki fonksiyonun bölümünün türevi

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$$

ör a) $y = \frac{3+2x}{3-2x}$ $y' = \frac{[2 \cdot (3-2x)] - [(3+2x) \cdot (-2)]}{[3-2x]^2}$

$$y' = \frac{[6-4x] - [-6-4x]}{(3-2x)^2} = \frac{6-4x+6+4x}{(3-2x)^2} = \frac{12}{(3-2x)^2} = 4$$

b) $f(x) = \frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{2+x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}}$ $f'(x) = \frac{[0 \cdot (\frac{1}{2} \cdot x^{\frac{1}{2}-1})] - [(2+x^{\frac{1}{2}}) \cdot (\frac{1}{2} \cdot x^{\frac{1}{2}-1})]}{x}$

$$f'(x) = \frac{[\frac{1}{2}] - [\frac{1}{2} + \frac{1}{2}]}{x} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}}{x} = \frac{-\frac{1}{2}}{x} = \frac{-1}{x \cdot x^{\frac{1}{2}}} = \frac{-1}{x^{\frac{3}{2}}} = \frac{-1}{\sqrt{x^3}} = -\frac{1}{\sqrt{x^3}}$$

7) Bir fonksiyonun kuvvetlerinin türevi

$n \rightarrow$ reel sayı

$$\frac{d}{dx} [f(x)]^n = n [f(x)]^{n-1} \cdot f'(x)$$

ör c) $f(x) = \left(\frac{4x+2}{3x-7} \right)^4$

ör a) $f(x) = (4x+5)^3$ $f'(x) = 3(4x+5)^2 \cdot (4) = 12(4x+5)^2$

b) $f(x) = \sqrt[3]{(2x^2+4x-7)^2}$ $f'(x) = 4 \left(\frac{4x+2}{3x-7} \right)^3 \cdot \left[\frac{[4 \cdot (3x-7)] - [(4x+2) \cdot 3]}{(3x-7)^2} \right]$

$$= (2x^2+4x-7)^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} (4x+4)$$

$$= \frac{2}{3} (2x^2+4x-7)^{-\frac{1}{3}} (4x+4)$$

$$= \frac{2(4x+4)}{(2x^2+4x-7)^{\frac{1}{3}}} = \frac{8x+8}{\sqrt[3]{2x^2+4x-7}}$$

$$= 4 \left(\frac{4x+2}{3x-7} \right)^3 \cdot \left[\frac{(12x-28) - (12x+6)}{(3x-7)^2} \right]$$

$$= 4 \left(\frac{4x+2}{3x-7} \right)^3 \cdot \left[\frac{12x-28-12x-6}{(3x-7)^2} \right]$$

$$f'(x) = 4 \left(\frac{4x+2}{3x-7} \right)^3 \cdot \frac{-34}{(3x-7)^2}$$

$$= \frac{-136 (4x+2)^3}{(3x-7)^5}$$

zincir kuralı,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\text{ör} \quad y = f(x) = (5x^4 + 3x^2 - 7x + 10)^4$$

$$i) f'(x) = 4(5x^4 + 3x^2 - 7x + 10)^3 (20x^3 + 6x - 7)$$

$$ii) y = u^4 \quad (u = 5x^4 + 3x^2 - 7x + 10)$$

$$\frac{dy}{dx} = 4u^3 \cdot (20x^3 + 6x - 7)$$

$$b) y = \sqrt[3]{2x+5} = (2x+5)^{\frac{1}{3}} \quad (\text{ zincir kuralı}) = u \cdot (5x^4 + 3x^2 - 7x + 10) (20x^3 + 6x - 7)$$

$$y' = \frac{1}{3} (2x+5)^{-\frac{2}{3}} (2)$$

$$= \frac{2}{3(2x+5)^{\frac{2}{3}}} = \frac{2}{\sqrt[3]{(2x+5)^2}}$$

$$ii) y = u^{\frac{1}{3}}$$

$$u = 2x+5$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{3} u^{-\frac{2}{3}} \cdot (2)$$

$$= \frac{2}{3} (2x+5)^{-\frac{2}{3}}$$

$$= \frac{2}{3 \cdot \sqrt[3]{(2x+5)^2}}$$

Yüksek Dereceden Türevler (Ardışık Türevler)

$$\text{y} \text{ ~~f(x)~~ } y = f(x) \quad y' = f'(x) = \frac{dy}{dx}$$

$$y'' = f''(x) = \frac{d^2y}{dx^2}$$

$$y''' = f'''(x) = \frac{d^3y}{dx^3}$$

$$y^n = f^n(x) = \frac{d^ny}{dx^n}$$

$$\text{ör} \quad y = 5x^3 + 6x^2 - 7x + 8 \quad y', y'', y''' = ?$$

$$= y' = 5 \cdot 3x^2 + 12x - 7 \\ = 15x^2 + 12x - 7 //$$

$$y'' = 15x^2 + 12x - 7 \\ = 30x + 12 //$$

$$y''' = 30 //$$

$$\text{ör} \quad f(x) = 4x^3 - 12x^2 + 2$$

$$f'(x) = 4 \cdot 3x^2 - 12 \cdot 2x$$

$$a) f(x) = 0 \text{ ise } f'(x) = ?$$

$$= 12x^2 - 24x = 0 //$$

$$b) f''(0) \text{ ise } x = ?$$

$$f''(x) = 12 \cdot 2x - 24$$

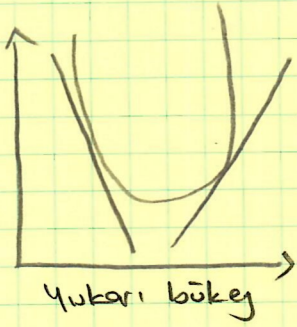
$$= 24x - 24 = 0$$

$$24x = 24$$

$$x = 1 //$$

2. Türev Testi

* İkinci Türev ile eğrinin; $\rightarrow$ bükümlük durumunun bulunması
 $\rightarrow$ dönüm noktasının bulunması



* $y=f(x)$ fonksiyonu için

! $f'(x) > 0 \Rightarrow$ yukarı bükümlük

! $f'(x) < 0 \Rightarrow$ aşağı bükümlük

! $f'(c) = 0$ olmak üzere

$(c, f(c)) \Rightarrow$ dönüm noktaları olabilir * $y' = -3x^2 + 3 = 0 \Rightarrow f'(x)$

α bükümlükte değişme var

$(c, f(c)) \rightarrow$ dönüm noktası olabilir

α ~~bükümlük~~ bükümlükte değişme yok

$(c, f(c)) \rightarrow$ dönüm noktası değil

$$\text{ör } y = -x^3 + 3x + 2$$

$$-3x^2 = -3$$

$$x^2 = 1$$

kritik iç noktalar

$$x^2 = 1 \rightarrow x = -1, x = +1$$

$$* f''(x) = -6x = 0 \quad x = 0 \text{ D.N. ?}$$

x	$-\infty$	-1	0	+1	$+\infty$
y'	-	+	+	-	
y''	+	+	-	-	
y	$\searrow$	$\nearrow$	$\nearrow$	$\searrow$	
		0	2	4	

$$f(-1) = -(-1)^3 + 3(-1) + 2$$

$$= 1 - 3 + 2 = 0$$

$$f(1) = 1^3 + 3(1) + 2 \quad f(0) = 0^3 + 3(0) + 2$$

$$= 1 + 3 + 2 = 6$$

$$= 2$$

$$(-1, 0) \quad (1, 6) \quad (0, 2) \text{ D.N. } \checkmark$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (-\infty, -1) \text{ için } x = -2 \\ (-1, 0) \text{ için } x = 0 \\ (0, 1) \text{ için } x = 1 \\ (1, \infty) \text{ için } x = 2 \end{array} \right.$$

$$(-2) = -3(-2)^2 + 3(-2) + 2$$

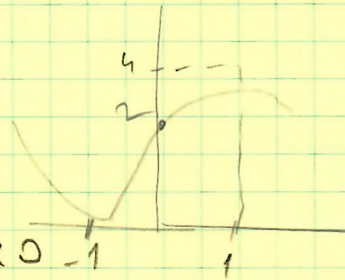
$$= -12 - 6 + 2 = -16 < 0$$

$$(-1, 0) \text{ için } x = 0$$

$$f'(0) = 3(0)^2 + 3 = 3 > 0$$

$$(1, 6)$$

$$f(2) = -3(2)^2 + 3 = -12 + 3 = -9 < 0$$



$$f''(x) = -6x$$

$$(-\infty, -1) \text{ için } x = -1$$

$$f''(-1) = +6 > 0$$

$$(0, 1) \text{ için } x = 1 \quad f''(1) = -6 < 0$$

Toplam / Ortalama / Marginal Maliyet

* ~~TC~~ $TC(q) = f(q) \rightarrow$ Toplam Maliyet

$$AC(q) = \frac{f(q)}{q} = \frac{TC(q)}{q} \Rightarrow \text{Ortalama maliyet}$$

* $TC(q) = AC(q) \cdot q$

* $MC(q) = \lim_{\Delta q \rightarrow 0} \frac{\Delta TC}{\Delta q} = \frac{dTC}{dq}$

$$\Rightarrow MC(q) \cong TC(q+1) - TC(q)$$

Marginal maliyet
Toplam maliyetin
türevi
marginal maliyettir

ör $TC(q) = \frac{1}{10} q^2 + 5q + 1000$

a) $MC(q) = \frac{dTC(q)}{dq} = \frac{1}{5} q + 5$

b) $AC(q) = \frac{TC(q)}{q} = \frac{1}{10} q + 5 + \frac{1000}{q}$

$q = 1000 \quad TC(1000) = \frac{1}{10} \cdot 1000^2 + 5 \cdot (1000) + 1000$

$TC(1000) = 106.000$

c) $MC(1000) = \frac{1}{5} (1000) + 5 = 205$

$MC(1000) \cong TC(1001) - TC(1000)$

$TC(1001) = \frac{1}{10} (1001)^2 + 5(1001) + 1000$
 $= 311.100$

$MC(1000) = 311.000 - 106.000$
 $= 205$

Toplam / Ortalama / Marginal Gelir

$p = f(q) \rightarrow$ Talep fonksiyonu
↓ fiyat ↓ miktar

Toplam Gelir $\Rightarrow TR(q) = p \cdot q = f(q) \cdot q$
↑ fiyat ↓ miktar

Ortalama Gelir $\Rightarrow AR(q) = \frac{TR(q)}{q} = \frac{p \cdot q}{q} = p$

Marginal Gelir $\Rightarrow MR(q) = \frac{dTR(q)}{dq} \cong \frac{TR(q+1) - TR(q)}{Q^d = f(p) \quad p = f(q)}$

$\Rightarrow MR(q) \cong TR(q+1) - TR(q)$

Toplam Gelir'in
türevi!

ör $p = f(q) = 10 - 2q \rightarrow$ Talep fonk.

a) $TR(q) = p \cdot q = (10 - 2q) \cdot q$
 $TR(q) = 10q - 2q^2 \Rightarrow q(10 - 2q)$

b) $MR(q) = \frac{d TR(q)}{dq} = \frac{d(10q - 2q^2)}{dq} = 10 - 4q$

$\rightarrow MR(q) \stackrel{!}{=} MC(q)$

d) $q = 2br \quad q = 5br$

$MR(q) = 10 - 4q$

$= 10 - 4 \cdot 5 = 10 - 20$
 $= -10$

$\stackrel{!}{=} [10(q+1) - 2(q+1)^2] - [10q - 2q^2]$

$\stackrel{!}{=} [10q + 10 - 2q^2 - 4q - 2] - [10q - 2q^2]$

$MR(q) \stackrel{!}{=} 10q + 10 - 2q^2 - 4q - 2 - 10q + 2q^2$
 $= 8 - 4q$

Kâr / Ortalama Kâr / Maksimum Kâr

Kâr = Toplam Gelir - Toplam Maliyet

$\Pi(q) = TR(q) - TC(q) = p \cdot q - TC(q) \rightarrow$ kâr fonksiyonu

$\frac{d \Pi(q)}{dq} = \frac{d TR(q)}{dq} - \frac{d TC(q)}{dq} = 0$

$MR(q) - MC(q) = 0$

$MR(q) = MC(q)$

$\frac{d^2 \Pi(q)}{dq^2} = \frac{d^2 TR(q)}{dq^2} - \frac{d^2 TC(q)}{dq^2} = 0$

$\downarrow$
 $TR''(q) - TC''(q) < 0$

$TR''(q) < TC''(q)$

ör $p = f(q) = 9 - 3q - 2q^2 \rightarrow$ Talep fonksiyonu $AC(q) = q + 1 \rightarrow$ Ort. mal. fonk.

$\Pi(q) = TR(q) - TC(q)$

$TR(q) = p \cdot q = (9 - 3q - 2q^2) \cdot q = 9q - 3q^2 - 2q^3$

$TC(q) = AC(q) \cdot q = (q + 1) \cdot q = (q^2 + q)$

$\Pi(q) = (9q - 3q^2 - 2q^3) - (q^2 + q) = 8q - 4q^2 - 2q^3 \Rightarrow 2q^3 - 4q^2 + 8q$

$\Pi(q) = 2q^3 - 4q^2 + 8q$

$\Pi'(q) = 2 \cdot 3q^2 - 4 \cdot 2q + 8 = 6q^2 - 8q + 8 = 0$

$3q^2 - 4q + 4 = 0$

$3q$
 q

$\downarrow$
 -2
 2

$3q - 2 = 0$

$3q = 2$

$q + 2 = 0$

$\boxed{q = -2}$

$q = \frac{2}{3}$

K.N

$\Pi'(q) = -6q - 4$

$\Pi'(\frac{2}{3}) = -6(\frac{2}{3}) - 4 = -8 < 0$

$\Pi(\frac{2}{3}) = -2(\frac{2}{3})^3 - 4(\frac{2}{3})^2 + 8(\frac{2}{3})$

$= \frac{80}{27} \approx 2.96$

Tüketim Tasarruf Fonksiyonu

$$Y = C + S \Rightarrow \text{Milli gelir} = \text{Tüketim} + \text{Tasarruf}$$

$$C = Y - S$$

$$S = Y - C$$

$$C = a + bY \Rightarrow \text{marginal Tüketim Fonksiyonu}$$

$$\frac{dC}{dY} = f'(Y) = b$$

$$S = -a + (1-b)Y \rightarrow \text{Tasarruf fonksiyonu}$$

$$\frac{dC}{dY} = b \rightarrow \text{marginal tüketim meyl}$$

$$\frac{dS}{dY} = (-b-1) \rightarrow \text{marginal tasarruf meyl}$$

$$\text{ör} \quad C = 0,5Y + 0,8Y + 10 = 0,5Y^{\frac{1}{2}} + 0,8Y + 10$$

$$a) Y = C + S$$

$$S = Y - C \Rightarrow Y - (0,5Y + 0,8Y + 10)$$

$$S = 0,2Y - 0,5Y - 10$$

$$b) \frac{dC}{dY} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \cdot Y^{\frac{1}{2}} + 0,8$$

$$= \frac{1}{4Y^{\frac{1}{2}}} + 0,8 = \frac{0,25}{\sqrt{Y}} + 0,8$$

$$\frac{dS}{dY} = -\frac{0,25}{\sqrt{Y}} + 0,2$$

Esnellik (ELASTİKİTE)

$y = f(x)$ y'nin x'e göre esnekliği

$$E = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\frac{\Delta y}{y}}{\frac{\Delta x}{x}} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{x}{y}$$

$$\text{ör} \quad y = 5x - 2 \quad x = 4 \text{ için } E = ?$$

$$E = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{x}{y} = 5 \cdot \frac{x}{5x-2}$$

$$x = 4 \text{ için } E = \frac{5 \cdot (4)}{5(4)-2} = \frac{20}{18} = \frac{10}{9}$$

$$x = 0,1 \uparrow \rightarrow y = 0,10 \uparrow$$

$$P = + (q) \rightarrow \text{talep fonksiyonu}$$

$$E_T = \frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q} = \frac{1}{p'} = \frac{p}{q}$$

$$\text{ör} \quad p = 1 - q \rightarrow \text{Talep fonksiyonu}$$

$$q = \frac{1}{4} \text{ için } E_T = ?$$

$$E_T = \frac{1}{p'} = \frac{p}{q} = \frac{1}{-1} = \frac{1-q}{q} = -\frac{1-q}{q}$$

$$E_T = -\frac{1-\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}} = -\frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{4}} = -\frac{3}{\frac{1}{4}} = -3 \quad E_T = -3$$

$$|E_T| = |-3| = 3 > 1 \text{ talep esnek}$$

$$P \rightarrow 0,1 \uparrow \rightarrow Q^d \% \downarrow$$

MATEMATİK

D.

1) $g(t) = 3t^2 + 2t + \frac{1}{t^2}$ ise $g'(1) = ?$

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 6 E) Hiçbiri

2) $x^2 - 2x + 5 = 0$ denklemi ile ilgili hangisi doğrudur?

- A) $\Delta > 0$
B) Gerçek kök yoktur C) $c/a > 0$
D) Köklerin mutlak değerce büyük olanı - işaretlidir
E) Hiçbiri

3) Aşağıdaki ifadelerden hangisi yanlıştır?

- A) $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$ B) $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = 1$
C) $f \circ I = I \circ f = f$ D) $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ E) Hiçbiri

4) Bir firmanın toplam maliyet fonksiyonu $TC(q) = q^2 + 5q + 15$ ise, bu firmanın marjinal maliyet fonksiyonu nedir?

- A) $MC(q) = q^2 + 15$ B) $MC(q) = 2q + 15$ C) $MC(q) = 2q + 5$
D) $MC(q) = q^2 + 5$ E) Hiçbiri

5) Aşağıdaki doğrulardan hangisi $y = 35x - 24$ doğrusuna paraleldir?

- A) $y - 70x + 48 = 0$ B) $-28x + 2y - 14 = 0$ C) $y - 15x - 45 = 0$
D) $-20x + 46 + 2y = 0$ E) Hiçbiri

6) Aşağıdaki verileri gözönüne alarak aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

Sabit maliyetleri 20 000 TL, ürün başına düşen değişken maliyetleri 5 TL olan TL den satmaktadır.

Bu firmanın başabaş noktasındaki üretim miktarı kaç adettir?

- A) 8.000 B) 2.000 C) 10.000 D) 4.000 E) Hiçbiri

$$\text{Toplam Kâr} = \text{Toplam Gelir} - \text{Toplam Maliyet}$$

$$= -k + (P - v) \cdot Q \quad 5.000 = -20000 + 10Q$$

$$5000 = (20000) + (15 - 5) \cdot Q \quad 25000 = 10Q = 2500$$

7) Firma 5.000 adet üretimde bulunursa elde edeceği kâr aşağıdakilerden hangisidir?

- ☒ A) 2.5000 B) 5.000 C) 3.000 D) 7.500 E) Hiçbiri

$$\text{Toplam Gelir} = \text{Birim fiyat} \times \text{Toplam satış mik.} \Rightarrow T_R(Q) = P \cdot Q$$

8) Başabaş noktasındaki firmanın toplam gelir değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 60.000 B) 55.000 C) 40.000 D) 35.000 ☒ E) Hiçbiri

$$15 \times 2.000 = 30.000$$

9) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 2x + 1)^3 = ?$

- ☒ A) 729 B) 86 C) 254 D) 51 E) Hiçbiri

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - 3x - 5}{x^3 + x + 1} \right) = ?$

- A) -3 B) 2 ☒ C) 0 D) ∞ E) Hiçbiri

11) $f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 3$ ise $f(2) = ?$

- A) 12 B) 36 C) 24 D) 48 ☒ E) Hiçbiri

9) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 + 2x + 1)}{(x^3 + x + 1)} \Rightarrow \frac{2^2 + 2 \cdot 2 + 1}{2^3 + 2 + 1} = \frac{4 \cdot 4 + 1}{(-)^3} = 9 \cdot 9 \cdot 9 = 729$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - 3x - 5}{x^3 + x + 1} \right) = \frac{2}{3} \quad 2 \cdot 3 = 04$$

$$f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 3$$

$$f(2) = 2 \cdot 2^3 + 6 \cdot 2^2 - 3$$

$$= 16 + 24 - 3$$

$$= 40 - 3 = 37 \checkmark$$

$$\begin{array}{r} 150 \\ \times 6 \\ \hline 900 \\ + 150 \\ \hline 900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 120 \\ \times 6 \\ \hline 120 \end{array}$$

2

$$-n \cdot (n+1)/2$$

6=

$$d_{150} = 2$$

$$150+6$$

MATEMATİK

11

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 6 \\ \hline 66 \\ + 110 \\ \hline 67 \end{array}$$

$$7+6=13+6$$

1) 1, 7, 13, 19, 25, şeklindeki dizinin ilk 150 terim toplamı nedir?

- A) 125250 B) 67125 C) 37545 D) 25450 E) Hiçbiri

2) Yukarıdaki soruda 120. Terim kaçtır?

- A) 125 B) 280 C) 375 D) 625 E) Hiçbiri

$$TR(q) = (600 - 4q) \cdot q = 600q - 4q^2 \rightarrow \text{karın maksimum olduğu noktada } q \text{ bulunur.}$$

$$TR'(q) = 600 - 8q$$

3) Bir mal için Talep fonksiyonu $p = 600 - 4q$ ve ortalama maliyet fonksiyonu da $AC(q) = 500 - 3q$ şeklinde ise, karın maksimum olduğu noktada toplam gelir ne kadardır?

- A) 20000 TL B) 15000 TL C) 18000 TL D) 16000 TL E) Hiçbiri

$$\begin{aligned} TR(75) &= 600 - 4 \cdot 75 \\ &= (600 - 300) - 75 \\ &= 22500 \end{aligned}$$

4) 3. Sorudaki malın 40 birimlik üretimi için toplam maliyet nedir?

- A) 15200 TL B) 16800 TL C) 20000 TL D) 21800 TL E) Hiçbiri

$$TC(40) = (500 - 3q) \cdot q = (500 - 3 \cdot 40) \cdot 40 = 15200$$

$$AR(q) = \frac{TR(q)}{q} = AR(25) = \frac{p \cdot q}{q} = \frac{600 - 25 - 4 \cdot 25}{25}$$

5) 3. Sorudaki malın 25 birim satılması durumunda ortalama gelir nedir?

- A) 680 TL B) 560 TL C) 520 TL D) 500 TL E) Hiçbiri

$$\begin{aligned} &= \frac{15200 - 2500}{25} \\ &= 500 \end{aligned}$$

6) 3. Sorudaki malın marjinal maliyet fonksiyonu hangisidir?

- A) $600 - 8q$ B) $600q - 4q^2$ C) $500q - 6q^2$ D) $500q - 3q^2$ E) Hiçbiri

$$\text{marginal maliyet} = \frac{\text{Toplam maliyet}}{q}$$

$$\text{Toplam maliyet} = AC(q) \cdot q$$

7) 3. Soruda $q=125$ için talep esnekliği hakkında hangi ifade doğrudur?

- A) Talep birim esnektir
B) Talep esnektir
C) Talep esnek değildir
D) Talep esnekliği için yorum yapılamaz
E) Hiçbiri

$$\text{Esneklik} = \frac{\% \Delta Q}{\% \Delta P}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(500 - 3q) \cdot q}{(500 - 3q^2)} \\ &= \frac{500 - 6q}{500 - 6q} \end{aligned}$$

$$Q = \frac{K}{P-V} = \frac{250.000}{5-3} = 125.000$$

$$TC(Q) = 250.000 + 3 \cdot 125.000 = 625.000$$

8) Bir firma ürettiği ürünü 5 TL'den satmaktadır. Firmanın sabit maliyetler toplamı 250000 TL ve birim başına değişir maliyeti de 3 TL ise, firmanın başabaş noktasındaki toplam maliyeti ne kadar olur?

- A) 125000 B) 250000 C) 275000 ~~D) 625000~~ E) Hiçbiri

$$(2x+4y)^2 = (2x+4y)(2x+4y) = 4x^2 + 8xy + 8xy + 16y^2 = 4x^2 + 16xy + 16y^2$$

9) $(2x+4y)^2$ ifadesinin açılımında 4. Terimin katsayısı nedir?

- A) 1840 B) 32 C) 6420 D) 5120 E) Hiçbiri

$$(1+i_n)^n = (1+i_m)^m = (1+8)^4 + (1+x)^{10} =$$

10) 4 aylık % 8 faiz oranının 10 aylık eşdeğeri nedir?

- A) % 3.13 B) % 18.4 C) % 20 ~~D) 21.2~~ E) Hiçbiri

$$(1+8)(1+8)$$

11) 1. Sorudaki firmanın 500000 adet ürün üretip satması durumunda karı ne olur?

- A) 1.000.000TL B) 1.750.000 TL C) 2.500.000 TL
D) 2.650.000 TL ~~E) Hiçbiri~~

$$-250.000 + (5-3) \cdot 500.000 = 750.000$$

12) (3,6) ve (9, 24) noktalarından geçen doğrunun denklemi hangisidir?

- ~~A) y=3x-3~~ B) y=x+3 C) y=3x+1 D) y=x-3 E) Hiçbiri

$$(y-y_1) = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} (x-x_1) = (y-6) = \frac{24-6}{9-3} (x-3) = 4-6 = \frac{18}{6} (x-3) = 3x-9$$

13) A ülkesinin kişi başına düşen GSYİH'sı son 10 yılda 2000\$ düzeyinden 12000\$ düzeyine ulaşmışsa ortalama yıllık artış ne olmuştur?

- A) % 12 25 B) % 15 22 C) % 19 62 D) % 21 72 E) Hiçbiri

$$x_1=3, y_1=6, x_2=9, y_2=24$$

$$y-6=3x-9$$

$$Q_0 = \frac{k}{p-u} \Rightarrow \frac{2.500.000}{5-3} = 1.250.000$$

Matematik

1. Bir firma ürettiği ürünü 5 tlden satmaktadır. Firmanın Sabit maliyetler toplamı 2500000 tl ve birim başına değişen maliyette 3 tl ise firmanın başa baş noktasındaki toplam maliyeti ne kadar olur?

a) 1250000 b) 3400000 c) 2500000 d) 5100000

2. $(2x+4y)^6$ ifadesinin açılımında 4. Terimin katsayısı nedir?
a) 3640 b) 32 c) 6420 d) 5120 e) hiçbir

3. 4 aylık %8 faiz oranının 10 aylık eşdeğeri nedir?
a) %3.13 b) %16.4 c) %20 d) %21.2 e) Hiçbiri

4. 1. Sorudaki firmanın 500000 adet üretilip satması durumunda karı ne olur ?
a) 1000000 b) 1750000 c) 2500000 d) 2650000 e) hiçbir

5. (3,6) ve (9,24) noktalarından geçen doğrunun denklemi hangisidir?
a) $y=3x-3$ b) $y=x+3$ c) $y=3x+1$ d) $y=x-3$ e) hiçbir

6. A ülkesinin kişi başına düşen GSYİH'sı son 10 yılda 2000\$ düzeyinden 12000\$ düzeyine ulaşmışsa ortalama yıllık artış ne olmuştur?
a) %12.5 b) %15.22 c) 19.62 d) %21.72 e) Hiçbiri

7. $f(x)=(3x^2-4x)^3 \cdot 4x^3$ ise $f'(x)=?$
a) $(6x-4)4x^2+(3x^2-4x) \cdot 12x$ b) $2(6x-4)4x^2+(3x^2-4x) \cdot 12x^2$ c) $2(3x^2+4x) \cdot (6x-4)+12x^2$ d) $(6x-4)4x^2$
e) Hiçbiri

8. $f(x)=\ln(2x^2)$ $f'(x)=?$
a) $\frac{2x}{4x^2}$ b) $\ln(4x)$ c) $4x \cdot \ln(2x^2) \cdot \ln 2$ d) $\frac{4}{2x}$ e) hiçbir
 $\rightarrow \ln(2x^2) = \frac{1}{2x^2}$
 $\frac{1}{2x^2} \cdot \frac{d}{dx}(2x^2) = \frac{1}{2x^2} \cdot 4x = \frac{4}{2x}$

9. $f(x)=2x^{2x}$ $f'(x)=?$
a) $2x^{2x} \cdot (4 \ln 2x + 2)$ b) $2x^{2x} \cdot (4 \ln 2x + 4x^2)$ c) $2x^{2x-1}$ d) $4x \cdot \ln(2x^2) \cdot \ln 2$ e) hiçbir

$2x \cdot 2x^{2x-1} \cdot 2 \cdot \ln 2$
 $\frac{2(4x+2) \cdot 4x}{(4x+2)^2 \cdot \ln 2}$

10. $f(x)=\log_2(4x+2)^2$ $f'(x)=?$
a) $2(4x+2) \cdot \log_2(4x+2) \cdot \ln 2$ b) $\frac{8(4x+2)}{4x+2}$ c) $\frac{8(4x+2)}{4x+2 \log^2}$ d) $\frac{8(4x+2)}{4x+2 \ln 2}$ e) hiçbir

11. $f(x)=5^{2x}$ $f'(x)=?$
a) $2.5^{2x} \cdot \log 5$ b) $2.5^{2x-1} \cdot \log 5$ c) $2.5^{2x} \cdot \ln 5$ d) $2.5^{2x-2} \cdot \ln 5$ e) hiçbir

12. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4} = ?$

13. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+4x+6}{x^2-2} = ?$

14. $\lim_{x \rightarrow 1} = ?$

a) $1/2x$ b) $1/2x$ c) $1/2$ d) ∞ e) hiçbir

15. $\lim_{x \rightarrow 0} = ?$

a) ∞ b) $-\infty$ c) $0/\infty$ d) $0/-\infty$ e) hiçbir

16. 1,7,13,19,25.....Şeklindeki dizinin ilk 150 terim toplamı nedir?
a)125250 b)67125 c)37545 d)25450 e)hiçbiri

$$\begin{aligned} \text{Toplam gelir} &= P \cdot q \\ &= (600 - 4q) \cdot q \\ &= 600q - 4q^2 \\ &= 600 \cdot 75 - 4 \cdot 75^2 \\ &= 45000 - 22500 \\ &= 22500 \end{aligned}$$

17. Yukarıdaki soruda 120. Terim kaçtır?
a)125 b)250 c)375 d)625 e)hiçbiri

$$\begin{aligned} TR(75) &= (600 - 4 \cdot 75) \cdot 75 \\ &= 22500 \end{aligned}$$

18. Bir mal için talep fonksiyonu $p=600-4q$ ve ortalama maliyet fonksiyonunda $AC(q)=500-3q$ şeklinde ise karın maksimum olduğu noktada toplam gelir ne kadardır?
a)20000TL b)15000TL c)18000TL d)16000TL e)hiçbiri ✓

$$\begin{aligned} 8q &= 60 \\ q &= 75 \text{ br} \end{aligned}$$

19. 18. Soruda 40 birimlik üretim için toplam maliyet nedir
a)15200 b)16800 c)20000 d)21800 e)hiçbiri

$$\begin{aligned} \text{Toplam maliyet } TC(q) &= AC(q) \cdot q \\ &= (500 - 3q) \cdot q \end{aligned}$$

20. 18. Soruda malın 25 birim satılması durumunda ortalama gelir nedir?
a)680 b)560 c)520 d)500 e)hiçbiri

$$\begin{aligned} TC(40) &= (500 - 3 \cdot 40) \cdot 40 \\ &= (500 - 120) \cdot 40 \\ &= 380 \cdot 40 = 15200 \end{aligned}$$

21. 18. Sorudaki malın marjinal maliyet fonksiyonu hangisidir?
a)600-8q b)600q-4q² c)500q-6q² d)500q-3q² e)hiçbiri

22. 18. Soruda $q=125$ için talep esnekliği hakkında hangi ifade doğrudur?
a)Talep birim esnektir
b)Talep esnektir
c)Talep esnek değildir
d)Talep esnekliği için yorum yapılamaz
e)Hiçbiri

fiyat yok
yorum yapılamaz.

$$20) \text{ Ortalama } = AR(q) = \frac{TR(q)}{q} = \frac{P \cdot q}{q} = \frac{(600 - 4 \cdot 25) \cdot 25}{25} = 500 \text{ TL}$$

21) marjinal maliyet, Toplam maliyetin türevi

$$\begin{aligned} \text{Toplam maliyet } (q) &= AC(q) \cdot q = (500 - 3q) \cdot q = 500q - 3q^2 \\ &= 500q - 6q^2 \end{aligned}$$

MATEMATİK 1

1. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) Kümelerin elemanları sıralanmak veya tanımlanmak suretiyle iki farklı şekilde ifade edilir.

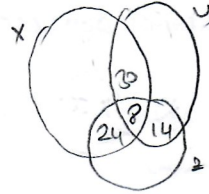
B) $A = \{x | 0 < x < 5 \text{ ve } x \text{ gerçel sayı}\}$ kümesinin eleman sayısı sonsuzdur.

C) $A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesinin 32 tane alt kümesi vardır.

~~D) $A \subset B$ ise $A \cup B = A$ olur. $A \subset B$ ise $A \cup B = B$ olur~~

E) $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ve $B = \{1, 3, 5, 7\}$ olduğuna göre, $A \cap B = \{1, 3\}$ olur.

2. 1 madeni para ile 1 zarın birlikte havaya atılması durumunda meydana gelebilecek (elde edilebilecek) sonuçların kümesini ve bu kümenin eleman sayısı yazınız (4+2 P)



3. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $A \cup A = E$

B) $A \cap E = E$

C) $A \cup A' = \emptyset$

D) $A \Delta B = (A/B) \cap (B/A)$

~~E) $((((A')')')')')' = A'$~~

$$\begin{aligned} S(A \cup B \cup C) &= S(A) + S(B) + S(C) - S(A \cap B) - S(A \cap C) - S(B \cap C) + S(A \cap B \cap C) \\ &= 70 + 90 + 150 - 24 - 30 - 30 + 8 \\ &= 310 - 54 \end{aligned}$$

4. 250 kişinin çalıştığı bir firmadakilerin X, Y ve Z kredi kartlarından en az birisine sahip olduğunu varsayalım. Firmada çalışanların 70'i X, 90'ı Y, 150'si Z, 30'u X ve Y, 24'ü X ve Z, 14'ü Y ve Z ve 8'i ise X, Y ve Z kartlarını kullandığına göre, söz konusu firmada sadece X kartını kullananların sayısını bulunuz.

5. $Q' = 100 - 2P$ ve $Q' = -50 + 3P$ fonksiyonlarına göre, denge fiyatını ve denge miktarını hesaplayınız.

$$100 - 2P = -50 + 3P$$

$$150 = 5P$$

$$P = 30$$

denge fiyatı

$$Q' = 100 - 2P$$

$$= 100 - 60$$

$$Q' = 40$$

denge miktarı

6. Bir önceki sorudaki verilere ve bulgulara göre, talep ve arz fonksiyonlarının yatay ve düşey eksenleri kesen noktaları, denge fiyatını ve denge miktarını grafik üzerinde gösteriniz.
7. Yukarıdaki iki sorudaki verilere göre, devletin ürün başına 5 birim vergi koyması durumunda vergiden sonraki talep ve arz fonksiyonlarını yazınız (Not: Çözümü bulmayan, denklemleri yazmanız yeterlidir).
8. $C = 80 + 0,8Y$ olduğuna göre, ^{→ Gelirin Odması durumu} marjinal tasarruf meyli aşağıdakilerden hangisidir?
 A) 0,8 B) 0,2 ~~C) 80~~ D) 20 E) 88
9. Toplam gelir fonksiyonu $TR(Q) = 200Q$ ve toplam maliyet fonksiyonu $TC(Q) = 10.000 + 100Q$ olduğuna göre başabaş noktasındaki üretim miktarını bulunuz.
10. (5, -25) ve (-10, -10) noktalarından geçen doğrunun denklemini bulunuz.

$$8) Y = S + C$$

$$S = Y - C$$

$$S = Y - (80 + 0,8Y)$$

$$S = Y + 80 - 0,8Y$$

$$S = -0,2Y + 80 //$$

$$= 0,2 \cdot 0 + 80 = 80$$

$$9) TR(Q) = 200Q$$

$$TC(Q) = 10000 + 100Q$$

$$Y + V \cdot Q = 10000 + 100Q$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$10.000 \quad 100$$

$$TR = P \cdot Q$$

$$= 200Q$$

$$P = 200$$

$$Q = \frac{K}{P - V} = \frac{10.000}{200 - 100} = 100$$

$$E_{gim} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-10 - (-25)}{-10 - 5} = \frac{+15}{-15} = -1$$

$$m = -1 //$$

(eğim)

$$E_{gim} = \frac{\text{Değişim yüksekliği}}{\text{Değişim genişlik}}$$

bir noktayı ve doğrunu içeren denklemler;

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - (-25) = -1 \cdot (x - 5)$$

$$y + 25 = -x + 5$$

$$y = -x - 20 //$$

$$-100 + 2P = 200 - 3P$$

$$5P = 300$$

$$P = 60$$

$$-100 + 2P = 200 - 3P$$

$$-100 + 2(P-5) = 200 - 3P$$

$$-100 + 2P - 10 = 200 - 3P$$

$$-110 + 2P = 200 - 3P$$

$$110 = 5P$$

$$P = 62 \text{ // vergi sonraki}$$

1. Bir firmanın arz fonksiyonu $Q^d = -100 + 2P$, talep fonksiyonu $Q^s = 200 - 3P$, denge fiyatı $p_0 = 60$ ve denge miktarı ise $q_0 = 20$ şeklindedir. Hükümet ilgili firmanın üretim yaptığı ürüne 5 birim TL vergi uygularsa, vergiden sonraki fiyat vergiden öncekine göre kaç birim TL artış gösterir?

$$\frac{62}{60} = 2$$

- A) 2 B) 5 C) 4 D) 10 E) Hiçbiri

2. Bir firmanın toplam maliyet fonksiyonu $TC(q) = q^2 + 2q + 8$ şeklindedir. Söz konusu firmanın marjinal maliyet fonksiyonunu bulunuz.

$$A) MC(q) = q + 2$$

$$B) MC(q) = 2q + 2$$

$$C) MC(q) = 2q^2 + 2$$

$$D) MC(q) = 2q^2 + 10$$

$$E) \text{Hiçbiri}$$

$$TC(q) = q^2 + 2q + 8$$

$$= 2q + 2$$

3. $x^3y + xy^3 - 2 = 0$ kapalı fonksiyonunda $x=1$ olarak verildiğine göre (dy/dx) bulunuz.

- A) -1 B) -3 C) 1 D) -2 E) Hiçbiri

4. $f(x) = \begin{cases} x+3 & x \leq 3 \text{ için} \\ 2x-6 & x > 3 \text{ için} \end{cases}$ $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ fonksiyonu için sağdan ve soldan limitler nelerdir?

$x=3$ için

$$A) \{6, 0\}$$

$$B) \{3, 3\}$$

$$C) \{6, 3\}$$

$$D) \{6, 6\}$$

$$E) \text{Hiçbiri}$$

5. $y = x^{2x}$ ise $\frac{dy}{dx}$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

$$A) 2x^{2x}(\ln x + 1)$$

$$B) 2x(2\ln x + 2)$$

$$C) x^{2x}(2\ln x + 1)$$

$$D) 2(\ln x + 1)$$

$$E) \text{Hiçbiri}$$

6. Bir firmanın toplam gelir fonksiyonu $TR(q) = 8q - q^2$ ve toplam maliyet fonksiyonu $TC(q) = 2q + 5$ şeklindedir. Söz konusu firma için kar fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

$$A) \Pi(q) = 3q^2 + 10q - 5$$

$$B) \Pi(q) = q^2 + 6q + 5$$

$$C) \Pi(q) = -q^2 + 6q - 5$$

$$D) \Pi(q) = -3q^2 + 10q + 5$$

$$E) \text{Hiçbiri}$$

$$\pi(q) = -q^2 + 6q - 5$$

$$\frac{d\pi}{dq} = -2q + 6 = 0$$

$$6 = 2q$$

$$q = 3$$

7. 6 numaralı soruya göre maksimum karı veren üretim miktarı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 6 B) 4 C) 3 D) 5 E) Hiçbiri

8. 6 numaralı soruya göre maksimum kar aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 22 B) 27 C) 52 D) 57 E) Hiçbiri

$$-q^2 + 6q - 5 = 0 \Rightarrow -3^2 + 6 \cdot 3 - 5 = 4$$

$$= -9 + 18 - 5 = 4$$

9. $y = \ln(x^3 - 3)$ fonksiyonunun türevini bulunuz.

- A) $(x^3 - 3)(3x^2)$ B) $\frac{3x^2}{x^3 - 3}$ C) $3x^2(x^3 - 3)^2$ D) $\frac{3}{x}$
E) Hiçbiri

10. $f(x) = \ln \sqrt{x}$ ise $f'(2)$ nedir?

- A) 2 B) 1/2 C) -2 D) 1/4 E) Hiçbiri

11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 - 5x + 1}{-x^2 + 4x + 7} \right)$ in limitini bulunuz.

- A) 0 B) ∞ C) 3 D) -3 E) Limiti yoktur

12. Bir malın talep fonksiyonu $p = \sqrt{q} + 8$ olarak belirlenmiştir. $q = 64$ için talep esnekliğini hesaplayınız.

- A) 64 B) -4 C) 4 D) -64 E) Hiçbiri

$$\frac{q}{p} = \frac{64}{\sqrt{64} + 8} = \frac{64}{8 + 8} = \frac{64}{16} = 4$$

13. $f(x) = e^{x^2 + 2}$ ise $f'(x)$ nedir?

- A) 2x B) $2e^{3x}$ C) $2xe^{x^2 + 2}$ D) e^{3x} E) Hiçbiri

2. Dereceden bir bilinmeyenli

(1)

$$\Delta > 0 \rightarrow 2 \text{ farklı kök var}$$

$$\Delta < 0 \rightarrow \text{gerçek kök yok}$$

$$\Delta = 0 \rightarrow \text{farklı işaretli iki kök var}$$

$$\begin{aligned} \frac{c}{a} > 0 \text{ ve } -\frac{b}{a} > 0 &\Rightarrow \Delta > 0 \\ \text{her iki kök (+)} & \\ \frac{c}{a} > 0 \text{ ve } -\frac{b}{a} < 0 &\Rightarrow \Delta > 0 \\ \text{her iki kök (-)} & \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{c}{a} > 0 \quad -\frac{b}{a} > 0 \\ \text{her iki kök (+)} \end{aligned} \right\} \Delta = 0$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{c}{a} > 0 \quad -\frac{b}{a} < 0 \\ \text{her iki kök (-)} \end{aligned} \right\} \Delta = 0$$

$$\Delta < 0 \rightarrow \text{gerçek kök yoktur.}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{c}{a} < 0 \quad -\frac{b}{a} > 0 \\ \text{mutlak değere} \\ \text{büyük olanı (+)} \end{aligned} \right\} \Delta > 0$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{c}{a} < 0 \quad -\frac{b}{a} < 0 \\ \text{mutlak değere} \\ \text{küçük olanı (-)} \end{aligned} \right\} \Delta > 0$$

$$\text{Kökleri verilen denklem kurulması} \Rightarrow x^2 - (x_1 + x_2)x + (x_1 \cdot x_2) = 0$$

$$\Delta > 0 \text{ ise iki farklı kök vardır.}$$

Eşitsizlikler

$$ax + b > 0$$

$$ax + b < 0$$

$$ax + b \geq 0$$

$$ax + b \leq 0$$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$	x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$ax+b$	a'nın	a'nın		ax^2+bx+c	a ile	a'nın	a ile	
	işaretinin	işaretinin			aynı	tersi	aynı	
	tersi	aynısı						

$$\Delta = 0 \Rightarrow \text{Eşit iki kök vardır}$$

x	$-\infty$	$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$	$+\infty$
ax^2+bx+c	a ile aynı	a ile aynı	

$$\Delta < 0 \rightarrow \text{gerçek kök yoktur}$$

x	$-\infty$	$+\infty$
ax^2+bx+c	a ile aynı	

İki Nokta Yöntemi

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1) + y_1 \Rightarrow 2 \text{ noktası}$$

bilinen doğru denklemleri

Nokta Eğim Yöntemi

$$y = \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) (x - x_1) + y_1 \rightarrow y = m(x - x_1) + y_1$$

Doğrusal Talep Fonksiyonu

$$Q^d = f(P)$$

↓
Talep Edilen miktar = f(Fiyat)

$$\Rightarrow y = \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) (x - x_1) + y_1$$

Doğrusal Arz Fonksiyonu

$$\Rightarrow y = \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) (x - x_1) + y_1$$

Piyasaya Dengeyi
 $\rightarrow Arz \equiv Talep \equiv Piyasaya Dengeyi$
 $S \equiv D \equiv Q$

$$Q_s - Q_d = \frac{Arz}{\frac{1}{\frac{1}{Arz}}}$$

$$Talep - Arz = \frac{Arz}{\frac{1}{\frac{1}{Arz}}}$$

Vergileendirme ve Sübvansiyon

* t miktar vergi uygulanması * k miktar sübvansiyon

$$\rightarrow Q^s = f(p - t)$$

$$Q^d = f(p + k)$$

- vergi varsa denklemden p'den vergi miktarını çıkar
 - sübvansiyon varsa denklemden p'ye sübvansiyon miktarını ekle

= Tüketim ve Tasarruf Fonksiyonu =

$$Tüketim = \text{Otonom Tüketim} + \left(\frac{\text{marginal tüketim eğimi}}{\text{eğimi}} \right) \cdot (\text{hane halkları})$$

$$C = a + b \cdot Y$$

$$a > 0 \rightarrow a > b < 1$$

$$S = Y - C \rightarrow \text{Tasarruf Fonksiyonu}$$

$$= Y - (a + bY)$$

$$= -a + (1-b)Y$$

= Yatırımlar

$$Y = C + I$$

$$= a - bY + I$$

$$Y = \frac{a + I}{1 - b}$$

$$Y = C + S$$

Hane halkları = Tüketim + Tasarruf

$$C = Y - S \rightarrow \text{tüketim fonksiyonu}$$

$$MPS + MPC = 1$$

$$MPC = b$$

$$MPS = 1 - b$$

Toplam Gelir > Toplam maliyet $\rightarrow$ Kâr

Toplam Gelir < Toplam maliyet $\rightarrow$ Kâr

Toplam gelir = Toplam maliyet = bazar baki

$TC(Q) = \text{Toplam Gelir}$
 $TFC(Q) = \text{Toplam sabit maliyet}$
 $TVC(Q) = \text{Toplam değişken maliyet}$

$k \rightarrow \text{sabit maliyet}$
 $v \rightarrow \text{değişken maliyet}$
 $q \rightarrow \text{toplam ürün miktarı}$
 $p \rightarrow \text{fiyat}$

(3)

Toplam maliyet Fonksiyonu

$$TC(Q) = k + v \cdot q$$

Toplam Kar Fonksiyonu

$$\begin{aligned}
 TP(Q) &= TR(Q) - TC(Q) \\
 &= (k + v \cdot q) - (p \cdot q) \\
 &= -k + (p - v)q
 \end{aligned}$$

Toplam Gelir Fonksiyonu

birim fiyat $\times$ toplam satış miktarı

$$TR(Q) = p \cdot q$$

Başabaş Üretim miktarı $\neq 1$

$$Q_0 = \frac{k}{p - v} \Rightarrow \text{Üretim miktarı} = \frac{\text{sabit maliyet}}{\text{fiyat} - \text{değişken maliyet}}$$

SONUÇ

Limit

paydaki fonksiyon derecesi $>$ paydadaki fonksiyon derecesi $\Rightarrow x > y = \infty$

paydaki fonksiyon derecesi $<$ paydadaki fonksiyon derecesi $\Rightarrow x < y = 0$

paydaki fonksiyon derecesi = paydadaki fonksiyon derecesi $\Rightarrow$ katsayıyı büyük olan efit

▲ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ ile $f(a)$ arasındaki ilişkiler

* $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ olabilir

* $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq f(a)$ olabilir * $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \rightarrow a$ tanımlı değildir.

* $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ $f(x)$ yoktur
 $f(a)$ tanımlıdır

* $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ $f(x)$ yoktur
 $f(a)$ tanımlı değildir

Türev

Üstleri katsayı ile çarparken üstleri bir azalt!

Bir fonksiyonun sabitle çarpımı

$$\frac{d}{dx} [c \cdot f(x)] = c \cdot f'(x)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dx} [f(x) \cdot g(x)] &= f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) \\
 &= \text{Türevi çarp} + \text{fonksiyonları çarp}
 \end{aligned}$$

İki fonksiyonun bölümlerinin Türevi

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g(x)^2} \Rightarrow \frac{(1. \text{türevi} \cdot 2. \text{fonksiyon}) - (1. \text{fonk.} \cdot 2. \text{türevi})}{2. \text{fonksiyonun karesi}}$$

Fonksiyonun kuvvetlerinin Türevi

$$\frac{d}{dx} [f(x)]^n = n [f(x)]^{n-1} \cdot f'(x) \Rightarrow \text{kuvvet} \cdot (\text{fonksiyon}) \cdot (\text{türevi})$$

zincir kuralı $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$ $g(u)$ gibi düşün

Ardışık Türev

Kaç ağız varsa o kadar türev al.

2. Türev Testi

$y = f(x)$ fonksiyonu için $f''(x) > 0 \Rightarrow$ yukarı bükümlü

$f''(x) < 0 \Rightarrow$ aşağı bükümlü

Kapalı fonksiyon $\Rightarrow$ 0'a eşitse kapalı,
0'a eşit değilse açık

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{f(x,y)}{dx}}{\frac{f(x,y)}{dy}}$$

Toplam / Ortalama / Marginal Maliyet

Toplam Maliyet $\Rightarrow TC(q) = f(q) \Rightarrow TC(q) = \underline{\underline{AC(q) \cdot q}}$ ($q = \text{mal miktarı}$)

Ortalama Maliyet $\Rightarrow AC(q) = \frac{f(q)}{q} = \frac{TC(q)}{q}$

Marginal Maliyet $\Rightarrow$ Toplam maliyetin türevini alarak bulunur

Toplam / Ortalama / Marginal Gelir

Talep fonksiyonu $\Rightarrow p = f(q)$

Fiyat = $f(\text{miktar})$

Toplam Gelir $\Rightarrow TR(q) = p \cdot q = f(q) \cdot q$

= fiyat $\cdot$ (miktar)

= $f(q) \cdot q$

Ortalama gelir $\Rightarrow AR(q) = \frac{TR(q)}{q} = \frac{f(q) \cdot q}{q} = \frac{p \cdot q}{q} = \underline{\underline{p}}$

marginal gelir $\Rightarrow MR(q) = (p + q) \frac{df(q)}{dq} \Rightarrow$ Toplam Gelirin Türevi Marginal Gelir

ORTALAMA / MAKSİMUM KÂR

Kâr Fonksiyonu $\Rightarrow \pi(q) = TR(q) - TC(q) = p \cdot q - TC(q)$

= Toplam Gelir - Toplam Maliyet = (fiyat $\cdot$ miktar) - $f(q)$

Maksimum Kâr $\Rightarrow$ Kâr fonksiyonunun 1. türevini sıfır yapan değer

2. türevini negatif yapmayı ile bulunur. $TR''(q) < TC''(q)$ varsa maksimum kâr vardır.

1. Türevi 0'a eşit değilse 2. türevi 0'a negatifse bulunur.

Tüketim Tasarruf Fonksiyonu

$$Y = C + S \Rightarrow \text{milli gelir} = \text{Tüketim} + \text{Tasarruf}$$

$$C = Y - S \quad C = a + bY \quad \Rightarrow \quad \text{marginal tüketim fonksiyonu}$$

marginal tüketim fonksiyonu

$$f'(Y) = b$$

Y'nin türevi b'yi verir.

$$S = -a + (1-b)Y \rightarrow \text{Tasarruf fonksiyonu}$$

$$\frac{dC}{dY} = b \quad (Y'nin türevi b'yi verir) \rightarrow b \Rightarrow \text{marginal tüketim meylî}$$

$$\frac{dS}{dY} = (-b-1) \rightarrow \text{marginal tasarruf meylî}$$

$$S = -a(1-b)Y$$

$$\text{Esneklik} = Y = f(x) \rightarrow x'in \ Y'ye \ göre \ esnekli\ğ i$$

$$|E_T| > 1 \rightarrow \text{Talep esnek}$$

$$|E_T| = 1 \rightarrow \text{Talep birimi esnek}$$

$$|E_T| < 1 \rightarrow \text{Talep esnek de\ğ il}$$

$$E = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\frac{\Delta y}{y}}{\frac{\Delta x}{x}} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{x}{y}$$

$$= \frac{Y'nin \ türevi}{x'in \ türevi} \times \frac{x \ \text{fonksiyonu}}{y \ \text{fonksiyonu}}$$

$\rightarrow$ Önce formülü çözümüle sonra veriler değeri yaz sonuc bul.