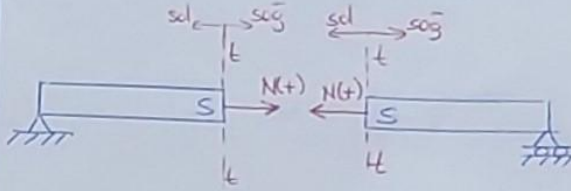
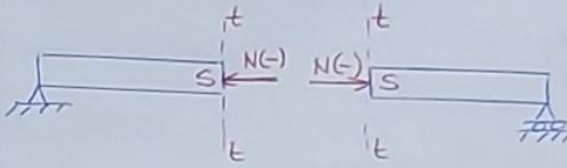


3) Normal kuvvetin işareti : (N)

Normal kuvvet N , dikkate alınan kesitin sol veya sağ tarafında kalan dış kuvvetlerin (reaksiyon kuvvetleri dahil) kesitin S ağırlık merkezinden geçen eksen üzerindeki izdüşümlerinin cebrik toplamına eşittir.

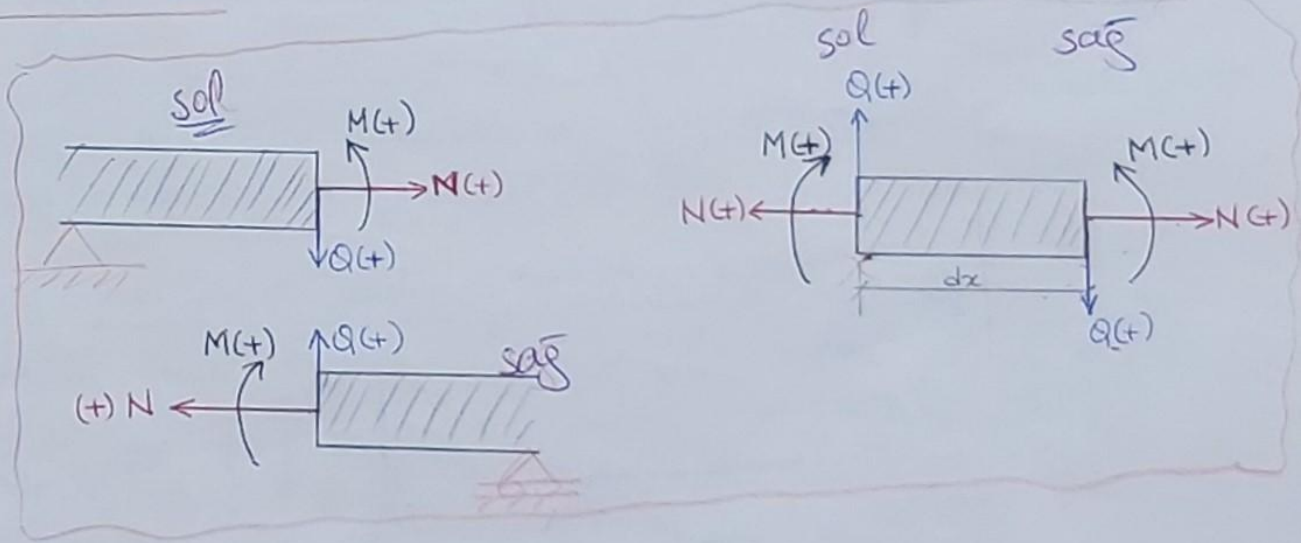


N , kesitten dışarıya doğru yönelirse çekme meydana gelir ve işareti (+) dir.



N , kesitten içeriye doğru yönelirse basıncı meydana gelir ve işareti (-) dir.

Özet olarak;



MOMENT (M_e), KESME KUVVETİ (Q) ve NORMAL KUVVET (N) DİYAGRAMLARININ ÇİZİLMESİ,

M_e , Q ve N diyagramlarının çizimi için üç yöntem vardır:

1. Kesit alma metodu
2. İntegral Metodu.
3. Alan Metodu.

1. KESİT ALMA METODU:

1. Önce kirişin mesnet tepkileri bulunur.
2. Her iki kuvvet arasından kesit alınır.
3. Alınan kesit ile kiriş sağ ve sol olarak iki parçaya ayrılır; ve iç kuvvetler yerleştirilerek denge denklemleri uygulanır.
4. Elde edilen denklemlere sınır şartları uygulanarak diyagramların eğrileri elde edilir.
5. Moment denkleminde; moment eğrisi, kesme kuvveti ($\sum F_y = 0$) denkleminde; Q eğrisi, Normal kuvvet ($\sum F_x = 0$) " " ; N eğrisi elde edilir.
6. Süperpozisyon yöntemiyle kirişin tamamı için M_e , Q , N diyagramları elde edilir.

N, Q, M Diyagramlarının çizimiyle ilgili notlar.

1. Bir kirisin herhangi bir yerindeki eğilme momentinin türevi, kesme kuvvetine eşittir.

$$\frac{dM}{dx} = Q$$

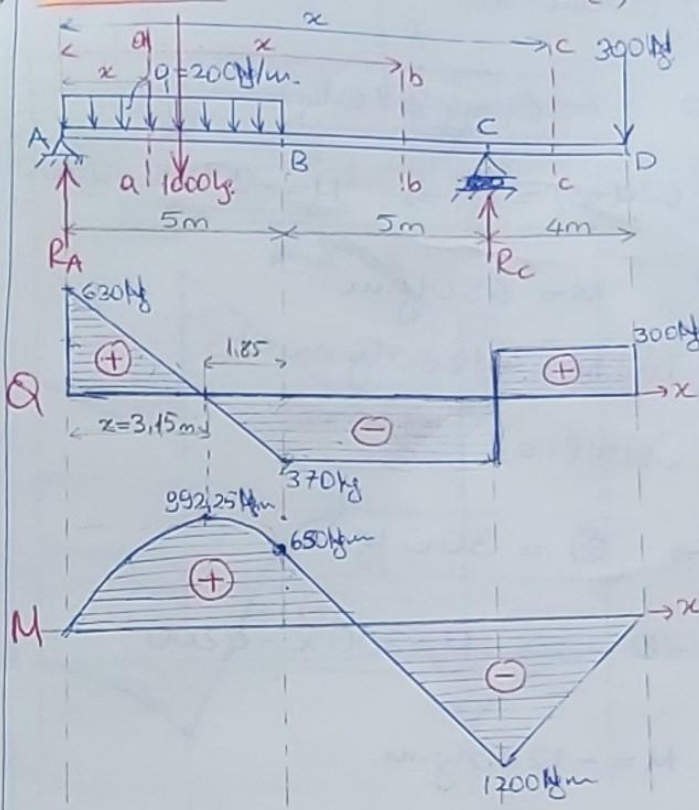
2. Momentin II. türevi veya kesme kuvvetinin I. türevi birim yükün ters işaretli sıddetine eşittir.

$$\frac{d^2M}{dx^2} = \frac{dQ}{dx} = -q$$

3. Kesme kuvvetinin sıfır olduğu yerde, moment maksimum veya minimumdur.
4. Konsol kirislerde moment daima negatiftir.
5. Tekil yükün altında kesme kuvveti yatay bir doğru, moment eğimli bir doğrudur.
6. Düzgün yayılı yükün altında Q azalan bir doğru şeklinde, Me ile 2° den parabolüdür.
7. Üçgen yayılı yükün altında Q, 2° den bir parabel Me, ile 4. dereceden bir parabolüdür.
8. Yalnız konsol kirislerde mesnet tepkilerini bulmadan ancak serbest uçtan başlamak şartıyla; Q, M diyagramları çizilebilir.
9. Sabit ve hareketli mesnetler dışardan bir moment uygulanmadığı müddetçe moment tasarımları.
10. Mafsallar sadece yatay ve dikey kuvvetler taşır. Moment taşımaz.

örnek: 8. (ÇIKMALI KİRİŞ)

(24)



Şekildeki gibi yüklenen bir ucü çıkmalı kiriste, Q ve M diyagramlarını, bağıntılarını çıkararak çiziniz.

Çözüm:

Reaksiyon kuvvetleri:

$$\sum M_A = 0: -1000(2,5) + R_C(10) - 300(14) = 0$$

$$R_C = 670 \text{ N}$$

$$\sum M_C = 0:$$

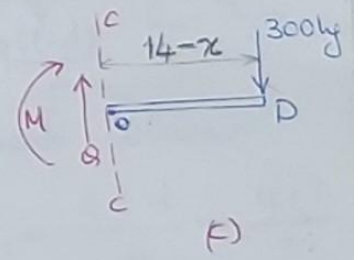
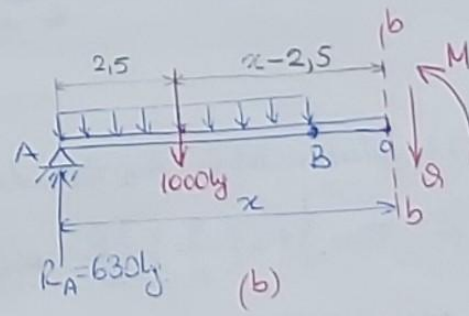
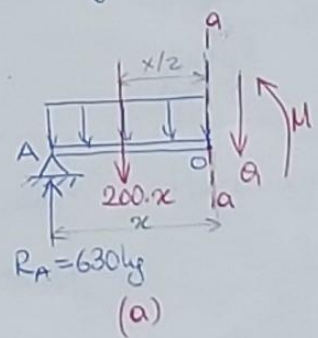
$$R_A(10) - 1000(7,5) + 300(4) = 0$$

$$R_A = 630 \text{ N}$$

$\sum F_y = 0$: şartından bu reaksiyon kuvvetlerinin doğruluğu sağlanabilir

Q ve M bağıntılarının bulunması:

Kiriş üzerinde yük şartlarının değiştiği noktalar: A, B, C, D dir. Buna göre kiriste AB, BC ve CD gibi üç bölge mevcuttur.



AB bölgesi ($0 \leq x \leq 5$) (Şekil: a)

$$\sum F_y = 0: 630 - 200x - Q = 0 \Rightarrow Q = -200x + 630$$

$$\sum M_o = 0: M + 200x\left(\frac{x}{2}\right) - 630(x) = 0 \Rightarrow M = -100x^2 + 630x$$

$Q = 0$ için M maksimumdur.

$$Q = 0 = -200x + 630 \Rightarrow x = 3,15 \text{ m} \Rightarrow M_{\max} = 992,25 \text{ Nm}$$

BC bölgesi: ($5 \leq x \leq 10$) (şekil: b)

$$\sum F_y = 0 : 630 - 1000 - Q = 0$$

$$Q = -370 \text{ kg}$$

$$\sum M_o = 0 : M + 100(x - 2.5) - 630x = 0 \Rightarrow M = -370x + 2500$$

$$x = 5 \text{ için: } Q = -370 \text{ kg; } M = 650 \text{ kg.m}$$

$$x = 10 \text{ için: } Q = -370 \text{ kg; } M = -1200 \text{ kg.m}$$

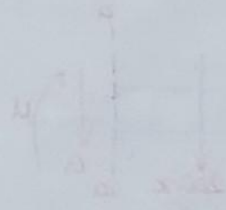
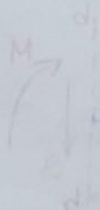
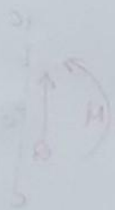
CD bölgesi: ($10 \leq x \leq 14$) (şekil: c)

$$\sum F_y = 0 : Q - 300 = 0 \Rightarrow Q = 300 \text{ kg}$$

$$\sum M_o = 0 : -M - 300(14 - x) = 0 \Rightarrow M = 300x - 4200$$

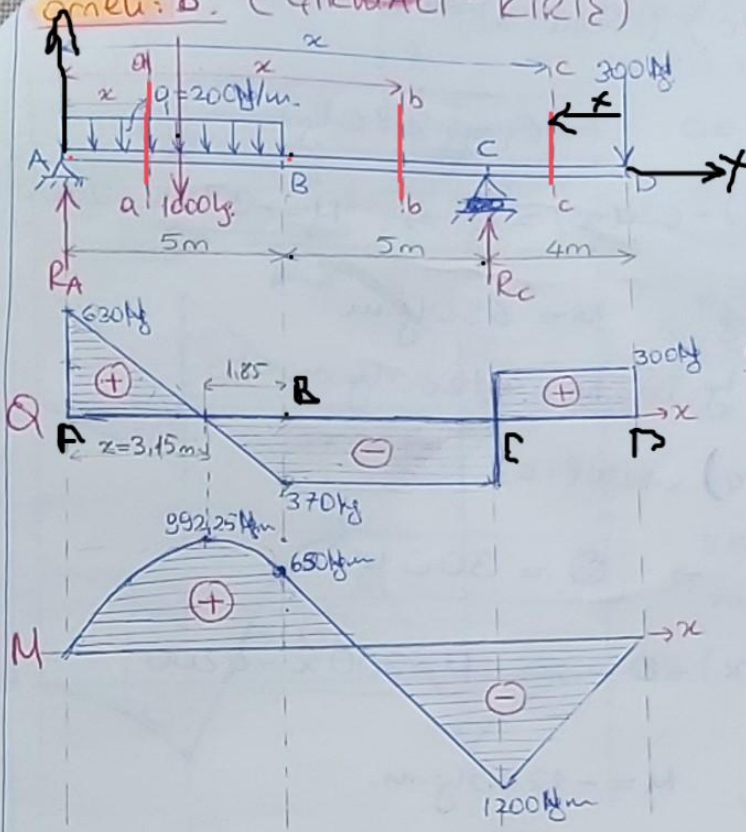
$$x = 10 \text{ için: } Q = 300 \text{ kg, } M = -1200 \text{ kg.m}$$

$$x = 14 \text{ için: } Q = 300 \text{ kg, } M = 0$$



Örnek: 8. (ÇIKMALI KİRİŞ)

(24)



Şekildeki gibi yüklenen bir ucü çıkmalı kiriste, Q ve M diyagramlarını, bağıntılarını çıkararak çizin.

Çözüm:

Reaksiyon kuvvetleri:

$$\sum M_A = 0: -1000(2.5) + R_C(10) - 300(14) = 0$$

$$R_C = 670 \text{ N} \uparrow$$

$$\sum M_C = 0:$$

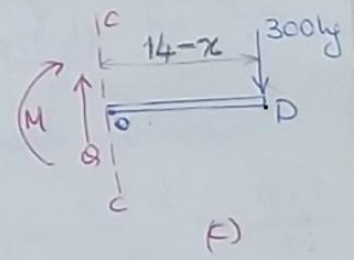
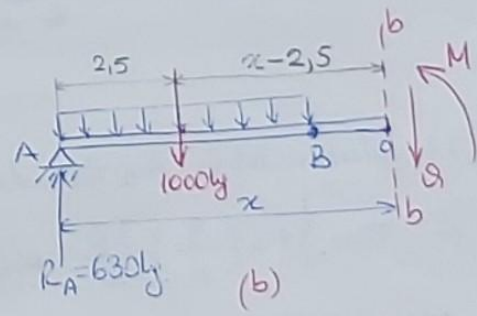
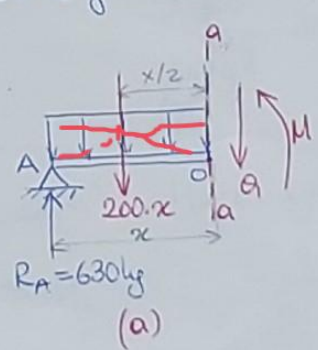
$$R_A(10) - 1000(7.5) + 300(4) = 0$$

$$R_A = 630 \text{ N} \uparrow$$

$\sum F_y = 0$: şartından bu reaksiyon kuvvetlerinin doğruluğu sağlanabilir

Q ve M bağıntılarının bulunması:

Kiriş üzerinde yük şartlarının değiştiği noktalar: A, B, C, D dir. Buna göre kiriste AB, BC ve CD gibi üç bölge mevcuttur.



AB bölgesi ($0 \leq x \leq 5$) (Şekil: a)

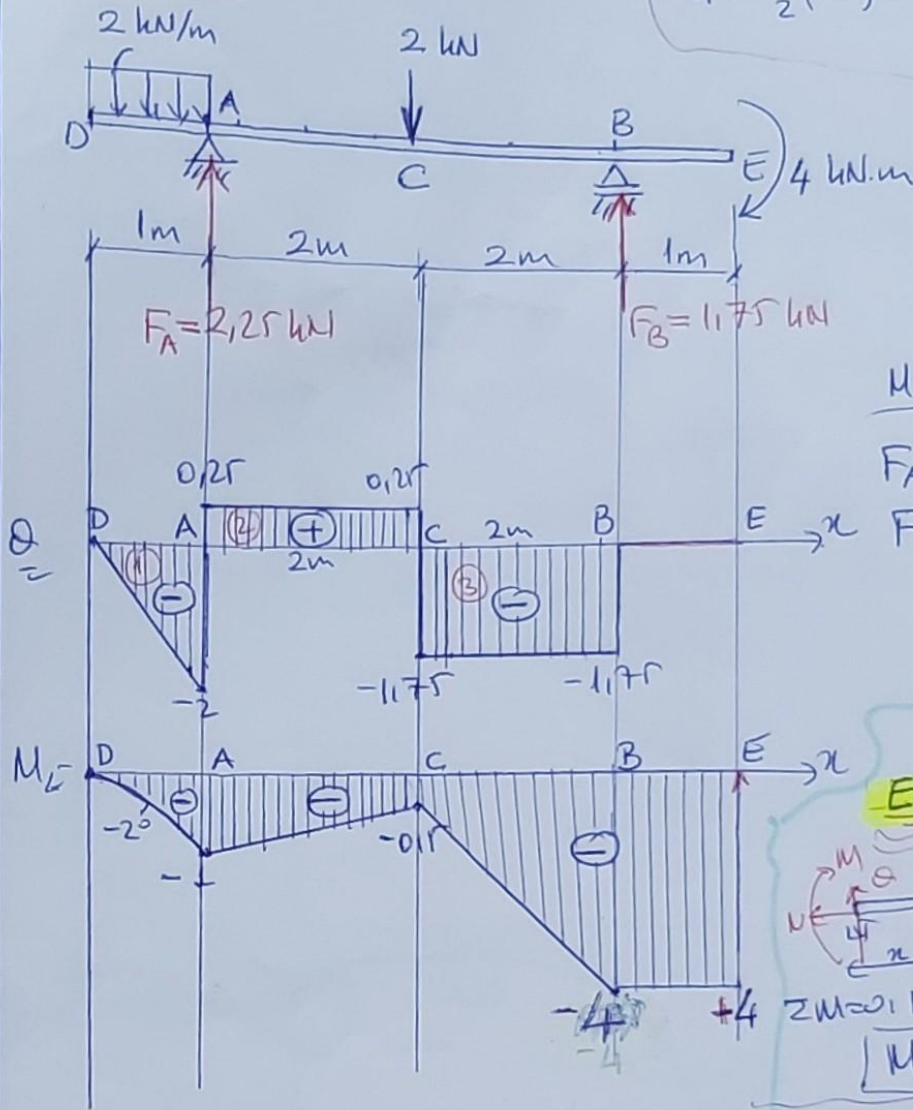
$$\sum F_y = 0: 630 - 200x - Q = 0 \Rightarrow Q = -200x + 630$$

$$\sum M_o = 0: M + 200x\left(\frac{x}{2}\right) - 630(x) = 0 \Rightarrow M = -100x^2 + 630x$$

$Q = 0$ için M maksimumdur.

$$Q = 0 = -200x + 630 \Rightarrow x = 3.15 \text{ m} \Rightarrow M_{\max} = 992.25 \text{ Nm}$$

ÖRNEK 1



ALAN YÖZÜMÜ?

$$A_1 = -\frac{1}{2}(2 \cdot 1) = -1, \quad A_2 = +(0.25 \cdot 2) = +0.5$$

$$A_2 = +0.5$$

$$A_3 = -(1.75 \cdot 2)$$

$$A_3 = -3.5 \text{ kN.m}$$

$$M_E = +4 \text{ kN.m}$$

Mesnet tepkileri

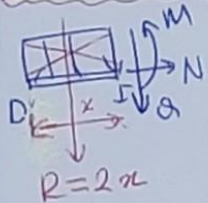
$$F_A = 2.25 \text{ kN}$$

$$F_B = 1.75 \text{ kN}$$

EB: $0 \leq x_4 \leq 1 \text{ m}$

$$\begin{aligned} \sum F_y = 0 \\ Q = 0 \\ \sum M = 0: M + 4 = 0 \\ M = -4 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

DA: $0 \leq x_1 \leq 1 \text{ m}$

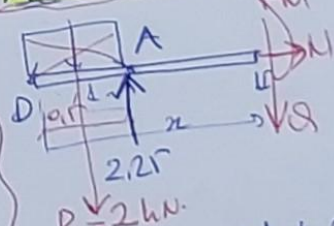


$$\begin{aligned} \sum F_y = 0: Q + 2x = 0 \\ Q = -2x \\ -x = 0: Q_D = 0 \\ -x = 1: Q_A = -2 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_D = 0: M + (2x) \left(\frac{x}{2} \right) = 0 \\ M = -x^2 \\ -x = 0: M_D = 0 \\ -x = 1: M_A = -1 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

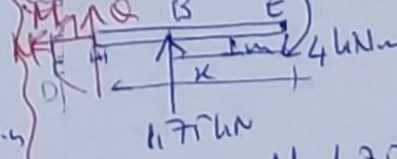
Parabol is bulukları

AC: $1 \leq x_2 \leq 3 \text{ m}$



$$\begin{aligned} \sum F_y = 0 \\ Q + 2.25 = 0 \\ Q = -0.25 \text{ kN} \\ \sum M_A = 0: M + 2(x - 0.5) - 2.25(x - 1) = 0 \\ -x = 1 \Rightarrow M_A = -1 \text{ kN.m} \\ -x = 3 \Rightarrow M_C = -0.5 \text{ kN.m} \\ M = 0.25x - 1.25 \end{aligned}$$

BC: $1 \leq x_3 \leq 3 \text{ m}$



$$\begin{aligned} \sum F_y = 0 \\ Q + 1.75 = 0 \\ Q = -1.75 \\ \sum M_B = 0: M - 1.75(x - 1) + 4 = 0 \\ -x = 1: M_E = -4 \text{ kN.m} \\ -x = 3: M_C = -0.5 \\ M = 1.75x - 5.75 \end{aligned}$$

2. ALAN YÖNTEMİ

Kesme kuvveti (Q) ve Eğilme momenti (M) Diyagramlarının pratik olarak çizilmesi:

Kesme kuvveti diyagramının çizimi:

Reaksiyon kuvvetleri hesaplandıktan sonra "kesme kuvveti" diyagramı şu noktalara dikkat edilerek çizilir:

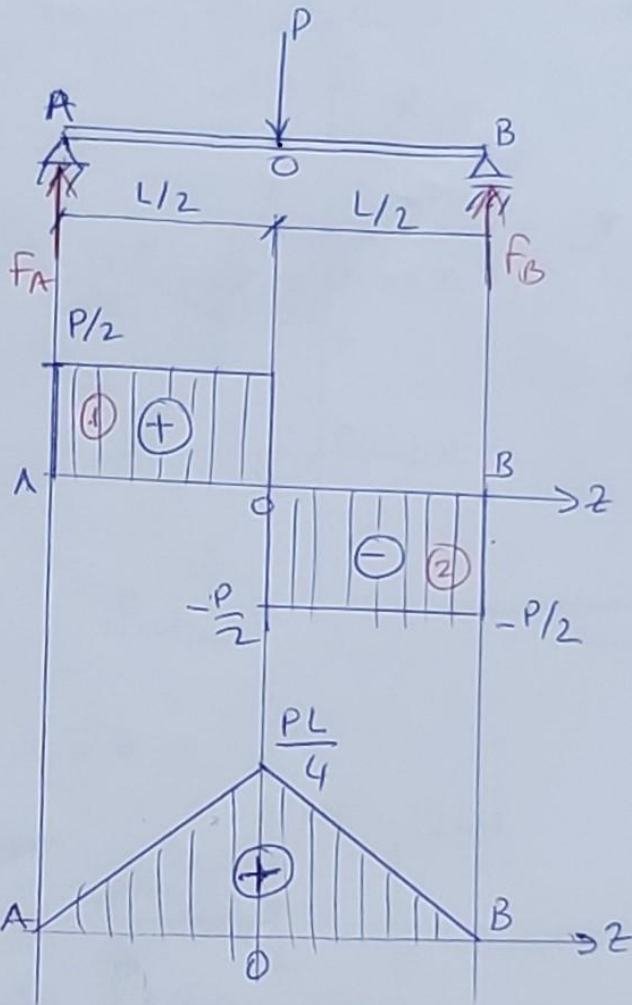
- Kirişte aşağı veya yukarıya doğru olan kuvvetler, kesme kuvveti diyagramında aynı yönde ve siddetleri kadar yer değiştirme meydana getirirler.
- Diyagram, yükün bulunmadığı aralıklarda x eksenine paralel bir doğrudur. Yükün düzgün yayılı olduğu kısımlarda birinci dereceden, yükün üçgen yayılı olduğu yerlerde II. dereceden bir eğridir.

Eğilme momenti diyagramının çizimi:

- Herhangi bir kesitteki eğilme momentinin değeri, kendisinden bir önce alınan kesitteki eğilme momenti ile bu iki kesit arasında kalan kesme kuvveti diyagramı alanının cebirsel toplamına eşittir.
- Eğilme momenti diyagramındaki eğri dereceleri, kesme kuvveti diyagramındakilerden bir fazladır.

ALAN METODU ÖRNEKLERİ

ÖRNEK 2



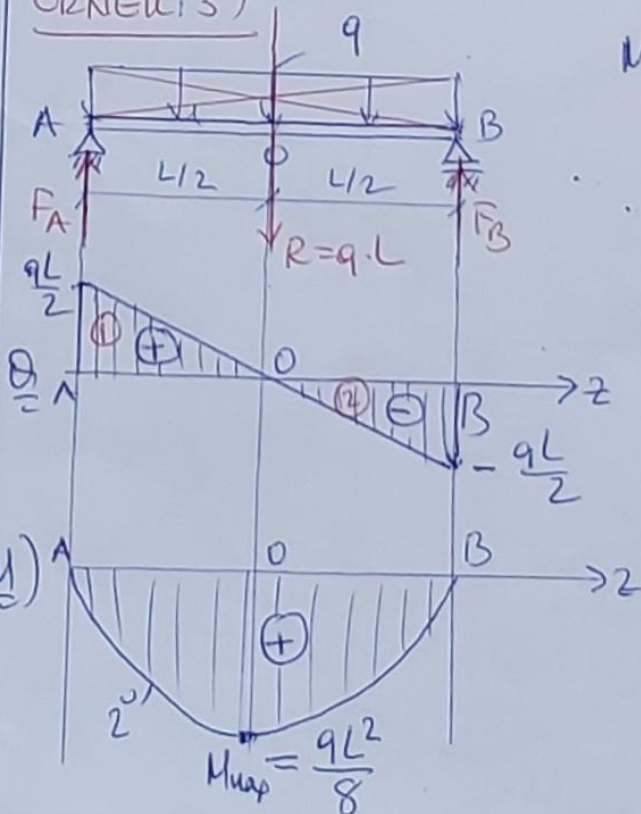
Mesnet tepkileri

$$F_A = F_B = \frac{P}{2} \uparrow$$

$$A_1 = + \left(\frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2} \right) = + \frac{PL}{4}$$

$$A_2 = - \left(\frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2} \right) = - \frac{PL}{4}$$

ÖRNEK 3

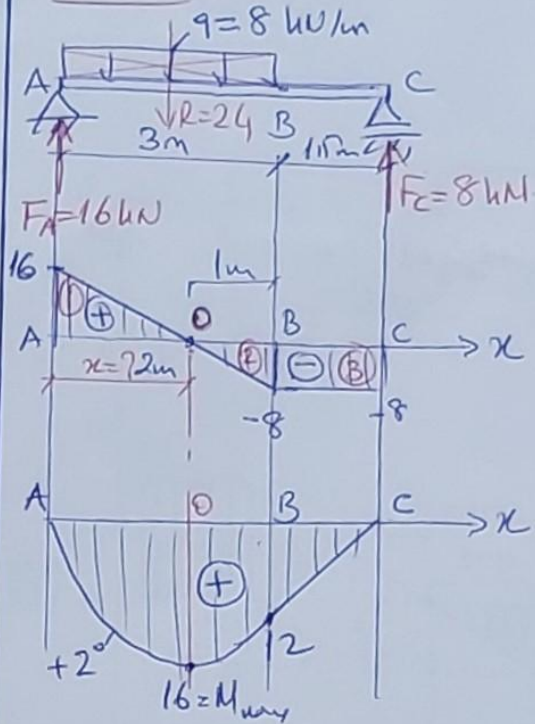


Mesnet tepkileri: $F_A = F_B = \frac{q \cdot L}{2}$

$$A_1 = + \frac{1}{2} \left(\frac{qL}{2} \cdot \frac{L}{2} \right) = \frac{qL^2}{8}$$

$$A_2 = - \frac{1}{2} \left(\frac{qL}{2} \cdot \frac{L}{2} \right) = - \frac{qL^2}{8}$$

ÖRNEK 7



Mesnet tepkileri

$$F_A = 16 \text{ kN} \uparrow, F_B = 8 \text{ kN} \uparrow$$

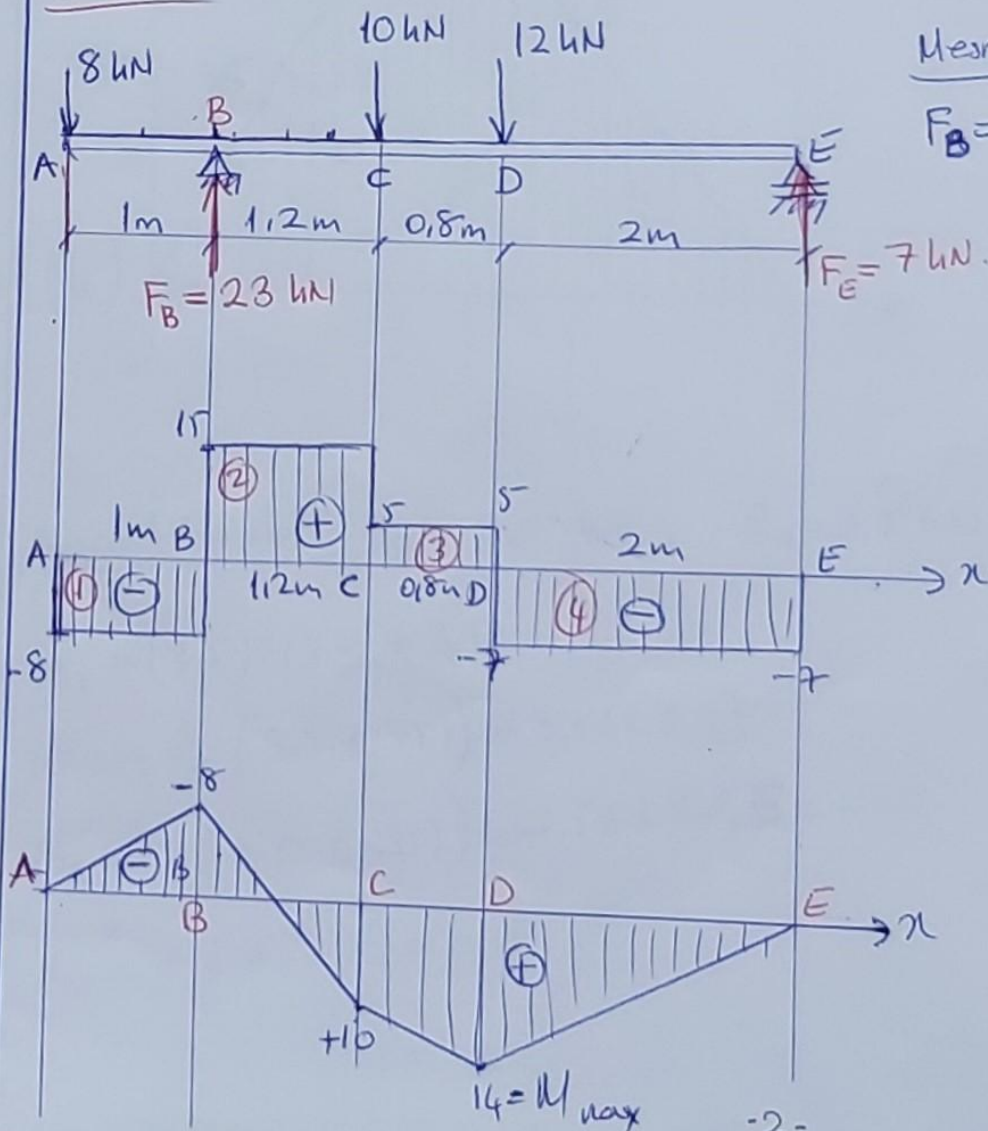
$$\frac{x}{16} = \frac{3-x}{8} \Rightarrow x = 2 \text{ m}$$

$$A_1 = +\frac{1}{2}(16 \cdot 2) = 16$$

$$A_2 = -\frac{1}{2}(8 \cdot 1) = -4$$

$$A_3 = -(8 \cdot 1) = -12$$

ÖRNEK 8



Mesnet tepkileri

$$F_B = 23 \text{ kN} \uparrow$$

$$F_E = 7 \text{ kN} \uparrow$$

$$A_1 = -(8 \cdot 1) = -8$$

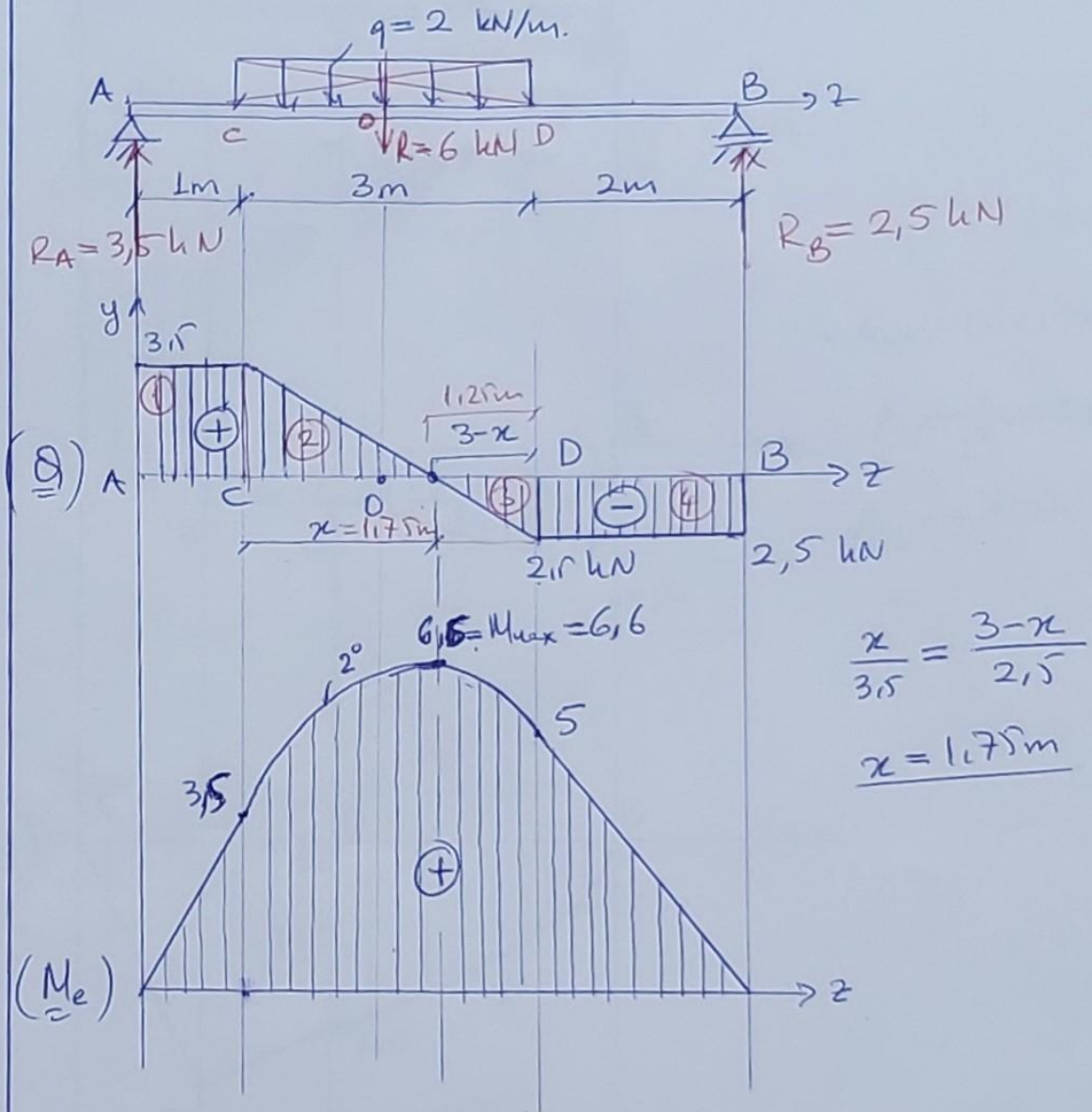
$$A_2 = +(15 \cdot 1.2) = +18$$

$$A_3 = +(5 \cdot 0.8) = +4$$

$$A_4 = -(7 \cdot 2) = -14$$

ALAN METODU İLE ÖRNEKLER

ÖRNEK 1)



Mesnet tepkileri: $R_B = 2.5 \text{ kN}$, $R_A = 3.5 \text{ kN}$

$$A_1 = (3.5)(1) = +3.5$$

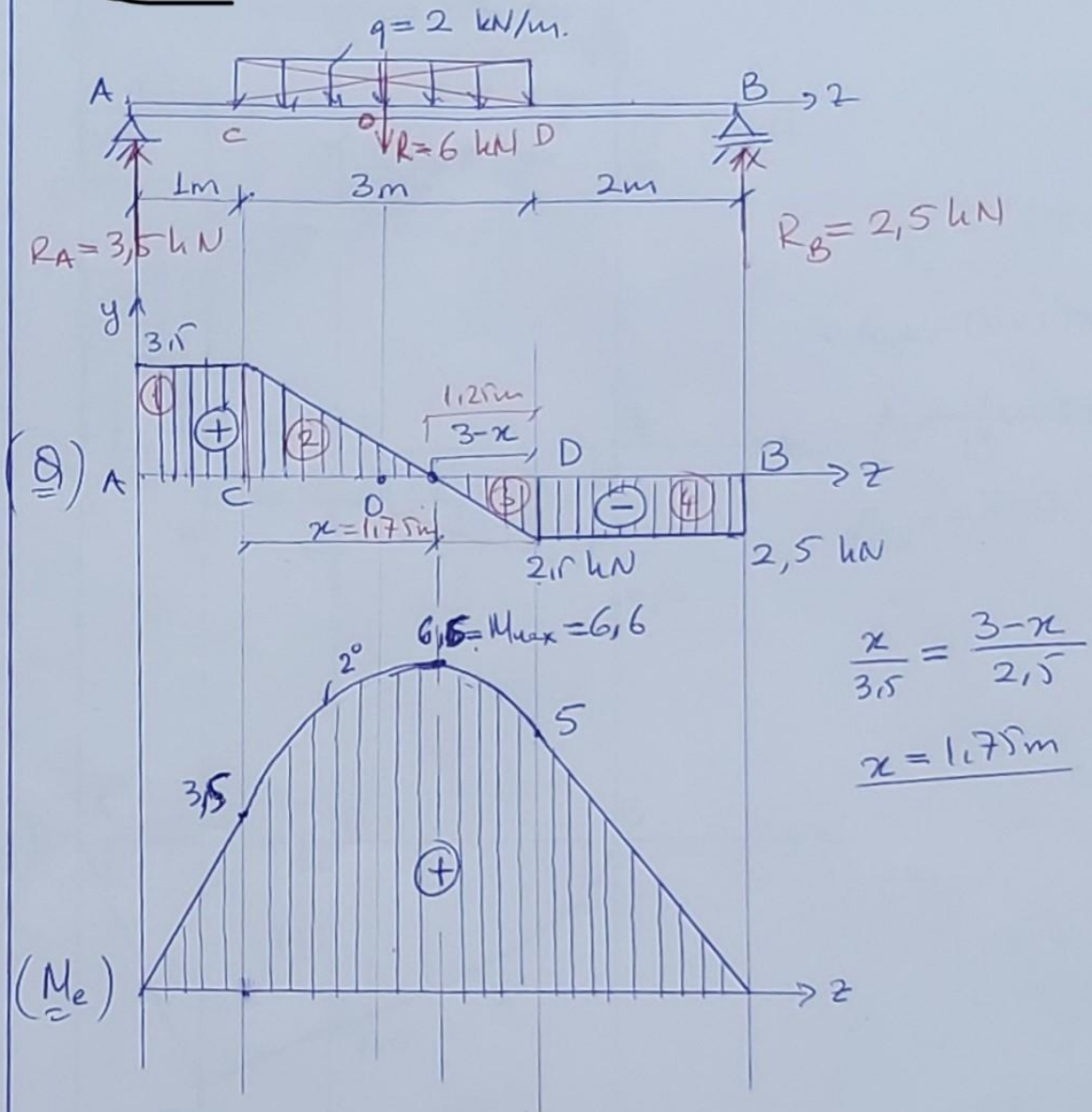
$$A_2 = \frac{1}{2} (3.5)(1.75) \approx 3.062 \approx 3.1$$

$$A_3 = -\frac{1}{2} (2.5)(1.25) = -1.562 \approx -1.6$$

$$A_4 = - (2 \cdot 2.5) = -5$$

ALAN METODU İLE ÖRNEKLER

ÖRNEK 1)



Mesnet tepkileri: $R_B = 2,5 \text{ kN}$, $R_A = 3,5 \text{ kN}$

$$A_1 = (3,5)(1) = +3,5$$

$$A_2 = \frac{1}{2} (3,5 + (-2,5)) \times 1,75 \approx 3,062 \approx 3,1$$

$$A_3 = -\frac{1}{2} (2,5 + 2,5) \times (3 - 1,75) = -1,562 \approx -1,6$$

$$A_4 = - (2 \cdot 2,5) = -5$$