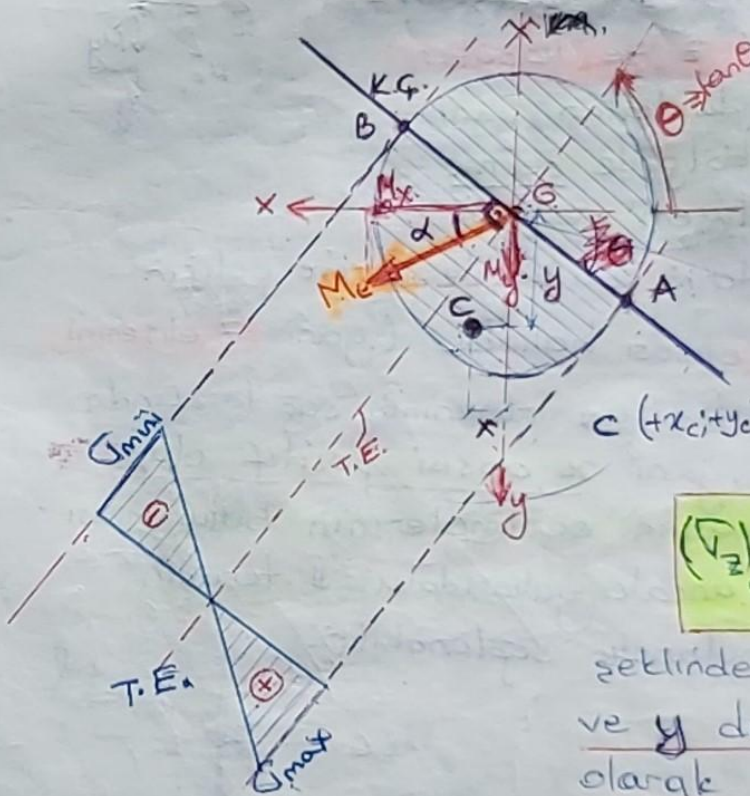


EĞİK EĞİLME: Kuvvetler eizgisinin kesitiñ asal ek-
senlerinden biri ile cakışmaması halinde eğilmeye
"eğik eğilme" denir. Bu durumda ilk olarak en çok
karsılaştığımız hal olan kesitiñ y eksenine göre simet-
rik olması halini ele alalım. Eğilme momenti x eksenini
ile α açısı yaparsa, momentin x ve y eksenleri
üzerindeki izdüşümleri sırası ile:



ŞEKİL:3-

$$M_x = M_e \cos \alpha \quad (D)$$

$$M_y = -M_e \sin \alpha \quad \text{olur}$$

Bu durumda; koordi-
natları $C(x, y)$ olan her-
hangi bir C noktasında-
 $C(x_c, y_c)$ ki gerilme:

$$(\sigma_z)_c = \frac{M_x}{I_x} y - \frac{M_y}{I_y} x \quad (E)$$

şeklinde olur. Burada M_x, M_y, x
ve y değerleri yerlerine işaretliyle
olarak konulmalıdır. $\sigma_z = 0$ yapı-
larak tarafsız eksen denklemini
elde edilir. (D) ve (E) formüllerinden:

tarafsız eksen denklemini $(\sigma_z = 0)$

$$0 = \frac{M_e \cos \alpha}{I_x} y - \frac{M_e \sin \alpha}{I_y} x \quad \Delta$$

$$\frac{\cos \alpha \cdot y}{I_x} = \frac{\sin \alpha}{I_y} x \Rightarrow y = \frac{I_x \sin \alpha}{I_y \cos \alpha} x$$

$$y = \left(\tan \theta \frac{I_x}{I_y} \right) x$$

TARAFSIZ
EKSEN
DENKLEMİ

$$y = A x$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = A$$

elde edilir

Kesit çevresi üzerinde tarafsız eksene iki taraftan en uzak noktalar **A** ve **B** ise, bu noktalarda gerilme sırasıyla σ_{max} ve σ_{min} olur. Bu değerleri:

$$\sigma_{max} = \sigma_z|_A = \frac{M_x}{I_x} y_A - \frac{M_y}{I_y} x_A$$

$$\begin{cases} A(-x_A, y_A) \\ B(+x_B, -y_B) \end{cases}$$

$$\sigma_{min} = \sigma_z|_B = \frac{M_x}{I_x} (-y_B) - \frac{M_y}{I_y} x_B$$

şeklinde hesaplanır. **A** ve **B** noktalarından tarafsız eksene paraleller çizilerek gerilme diyagramı şekil:3 teki gibi elde edilir. Eğik eğilme halinde de

$$\sigma_{max} \leq \sigma_{sch(een)}, \quad |\sigma_{min}| \leq \sigma_{basn(een)}$$

kosullarının her ikisinde sağlatılarak gerekli hesaplamalar yapılır.

Eğik eğilme halinde de, kesit tarafsız eksen etrafında rijid bir levha gibi döner. Bu durumda elastik eğrinin eğrilik vektörünün x ve y bileşenleri

$$\frac{1}{\rho_x} = \frac{M_x}{E I_x}, \quad \frac{1}{\rho_y} = \frac{M_y}{E I_y}$$

Bilesik eğrilik te:

$$\frac{1}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{1}{\rho_x}\right)^2 + \left(\frac{1}{\rho_y}\right)^2} \quad \text{şeklinde elde edilir.}$$

NOT: (x, y) eksen takımının asal eksenler olmaması halinde $I_{xy} \neq 0$ olacağı için **(E)** gerilme ifadesi:

$$\sigma_z = \left(\frac{M_x I_y + M_y I_{xy}}{I_x I_y - I_{xy}^2} \right) y + \left(\frac{M_y I_x + M_x I_{xy}}{I_x I_y - I_{xy}^2} \right) x$$

şeklinde dir. Yine $\sigma_z = 0$ yapılarak tarafsız eksen ve yukarıda-
kine benzer olarak da σ_{max} , σ_{min} hesaplanır ve gerilme diyag-
ramı çizilir

Kesit çevresi üzerinde tarafsız eksene iki taraftan en uzak noktalar A ve B ise, bu noktalarda gerilme sırasıyla σ_{max} ve σ_{min} olur. Bu değerleri:

$$\sigma_{max} = \sigma_z|_A = \frac{M_x}{I_x} y_A - \frac{M_y}{I_y} x_A$$

$$\begin{cases} A(-x_A, y_A) \\ B(+x_B, -y_B) \end{cases}$$

$$\sigma_{min} = \sigma_z|_B = \frac{M_x}{I_x} (-y_B) - \frac{M_y}{I_y} x_B$$

şeklinde hesaplanır. A ve B noktalarından tarafsız eksene paraleller çizilerek gerilme diyagramı şekil:3 teki gibi elde edilir. Eğik eğilme halinde de

$$|\sigma_{max}| \leq \sigma_{\text{serm}} \quad , \quad |\sigma_{min}| \leq \sigma_{\text{basms (serm)}}$$

kosullarının her ikisinde sağlatılarak gerekli hesaplamalar yapılır.

Eğik eğilme halinde de, kesit tarafsız eksen etrafında rijid bir levha gibi döner. Bu durumda elastik eğrinin eğrilik vektörünün x ve y bileşenleri

$$\frac{1}{\rho_x} = \frac{M_x}{E I_x} \quad , \quad \frac{1}{\rho_y} = \frac{M_y}{E I_y}$$

Bilesik eğrilik te:

$$\frac{1}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{1}{\rho_x}\right)^2 + \left(\frac{1}{\rho_y}\right)^2} \quad \text{şeklinde elde edilir.}$$

NOT: (x, y) eksen takımının asal eksenler olmaması halinde $I_{xy} \neq 0$ olacağı için **(E)** gerilme ifadesi:

$$\sigma_z = \left(\frac{M_x I_y + M_y I_{xy}}{I_x I_y - I_{xy}^2} \right) y + \left(\frac{M_y I_x + M_x I_{xy}}{I_x I_y - I_{xy}^2} \right) x$$

şeklinde dir. Yine $\sigma_z = 0$ yapılarak tarafsız eksen ve yukarıda-
kine benzer olarak da σ_{max} , σ_{min} hesaplanır ve gerilme diyag-
ramı çizilir

EĞİLME MOMENTİNİN İŞARET KURALI

$$\tau_z = \frac{M_x}{I_x} y - \frac{M_y}{I_y} x$$

(-) işareti eğilme momenti işin konulan kuraldan gelmektedir:

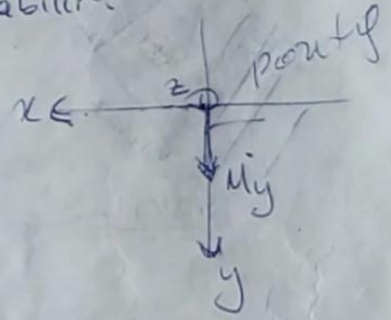
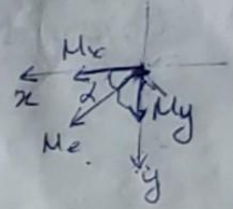
M_x momentinin pozitif olması halinde (yani çubuğun eğilme yönü, y yi z 'te kapatan yönde) x ekseninin altında kalan, yani y ordinatı pozitif olan bölgede çekme gerilmeleri meydana getirmesi gerekir.

Yukarıdaki formülde ilk terim bu koşulu yerine getirir.

M_y momentinin pozitif olması halinde (yani z eksenini

x e kapatan yönde) ise y ekseninin sağ tarafında çekme, sol tarafında, yani x apsisi pozitif olan

noktalarda, negatif basınç gerilmelerinin bulunması gerekir. Bu koşul ise ancak yukarıdaki 2. terimin önüne (-) işareti konularak sağlanabilir.



$$\sigma_z = \left(\frac{M_x I_y + M_y I_{xy}}{I_x I_y - I_{xy}^2} \right) y - \left(\frac{M_y I_x + M_x I_{xy}}{I_x I_y - I_{xy}^2} \right) x$$

$\sigma_z = 0$ 1 yapılarak T.E. yeri bulunur.

$$y = \frac{M_y I_x + M_x I_{xy}}{M_x I_y + M_y I_{xy}} x \text{ bulunur} \therefore \text{T.E. denklemini}$$

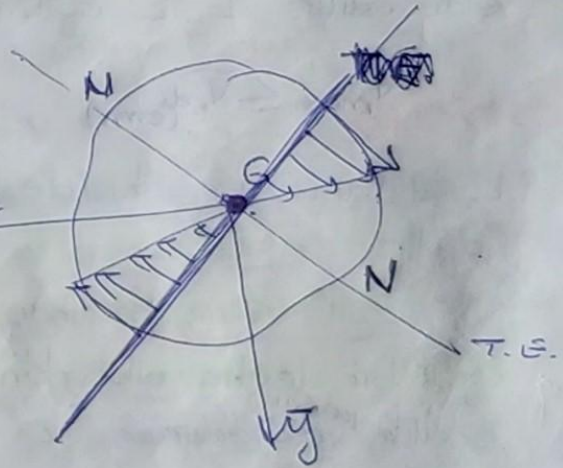
Bu doğru G ağırlık merkezinden geçer. $\sigma_{\max}$ ve $\sigma_{\min}$ gerilmeleri T.E. den en uzak iki noktada oluşur.

ASAL EKSEN TAKIMINDA

$I_{xy} = 0$ olduğundan

$$\sigma_z = \frac{M_x}{I_x} y - \frac{M_y}{I_y} x \quad (\text{öncelikle simetri kolu elde edilir})$$

$$y = \tan \alpha \frac{I_x}{I_y} x \quad \text{T.E. denklemi}$$



ÖRNEK 1) $\times$ yap

EĞİLME EĞİLME ÖRNEKLERİ

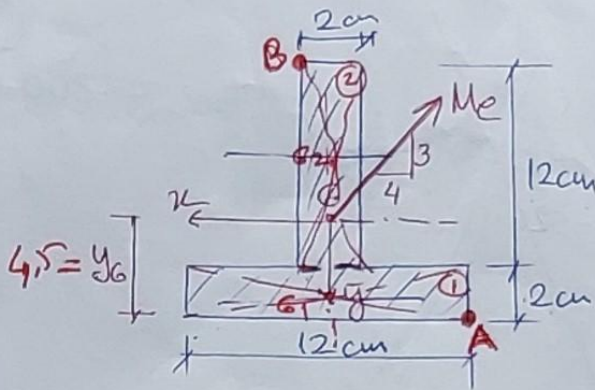
Şekildaki eğik eğilme probleminde;

$$(\sigma_{em})_{\text{çekme}} = 10^3 \text{ N/cm}^2,$$

$$(\sigma_{em})_{\text{basma}} = 800 \text{ N/cm}^2 \text{ dir.}$$

a) Kesitin taşıyabileceği M_e momentini bulunuz

b) Kesit üzerinde gerilme diy. çiziniz.



ÇÖZÜM 1) $y_c = \frac{(2 \cdot 12)(1) + (2 \cdot 12)(8)}{(2 \cdot 12) + (2 \cdot 12)} = 4,5 \text{ cm}$

$$I_{\bar{x}} = \left[\frac{12 \cdot 2^3}{12} (4,5-1)^2 (2 \cdot 12) \right] + \left[\frac{2 \cdot 12^3}{12} + (8-4,5)^2 (12 \cdot 2) \right] = 884 \text{ cm}^4$$

$$I_{\bar{y}} = \left[\frac{2(12)^3}{12} \right] + \left[\frac{12 \cdot 2^3}{12} \right] = 296 \text{ cm}^4$$

$$M_x = -M_e \frac{4}{5} = -0,8 M_e, \quad M_y = +M_e \frac{3}{5} = +0,6 M_e$$

$$\sigma_z = -\frac{M_x}{I_{\bar{x}}} y + \frac{M_y}{I_{\bar{y}}} x = M_e \left[-\frac{0,8}{884} y + \frac{0,6}{296} x \right]$$

$$\sigma_z = 0: \frac{0,8}{884} y = \frac{0,6}{296} x \Rightarrow y \approx 2,24x \Rightarrow \theta \approx 66^\circ \text{ T.E.}$$

A(-6; 4,5) $\sigma_A = M_e \left[-\frac{0,8}{884} (4,5) + \frac{0,6}{296} (-6) \right] = -0,0162 M_e = \sigma_{\min}$

B(12; -9,5) $\sigma_B = M_e \left[-\frac{0,8}{884} (-9,5) + \frac{0,6}{296} (12) \right] = +0,0106 M_e = \sigma_{\max}$

$$|\sigma_{\min}| \leq (\sigma_{em})_{\text{basma}} \text{ ve } \sigma_{\max} \leq (\sigma_{em})_{\text{çekme}} \text{ şartları sağlanmalıdır}$$

$$-0,0162 M_e = -800 \Rightarrow M_e \approx 49383 \text{ N.cm}$$

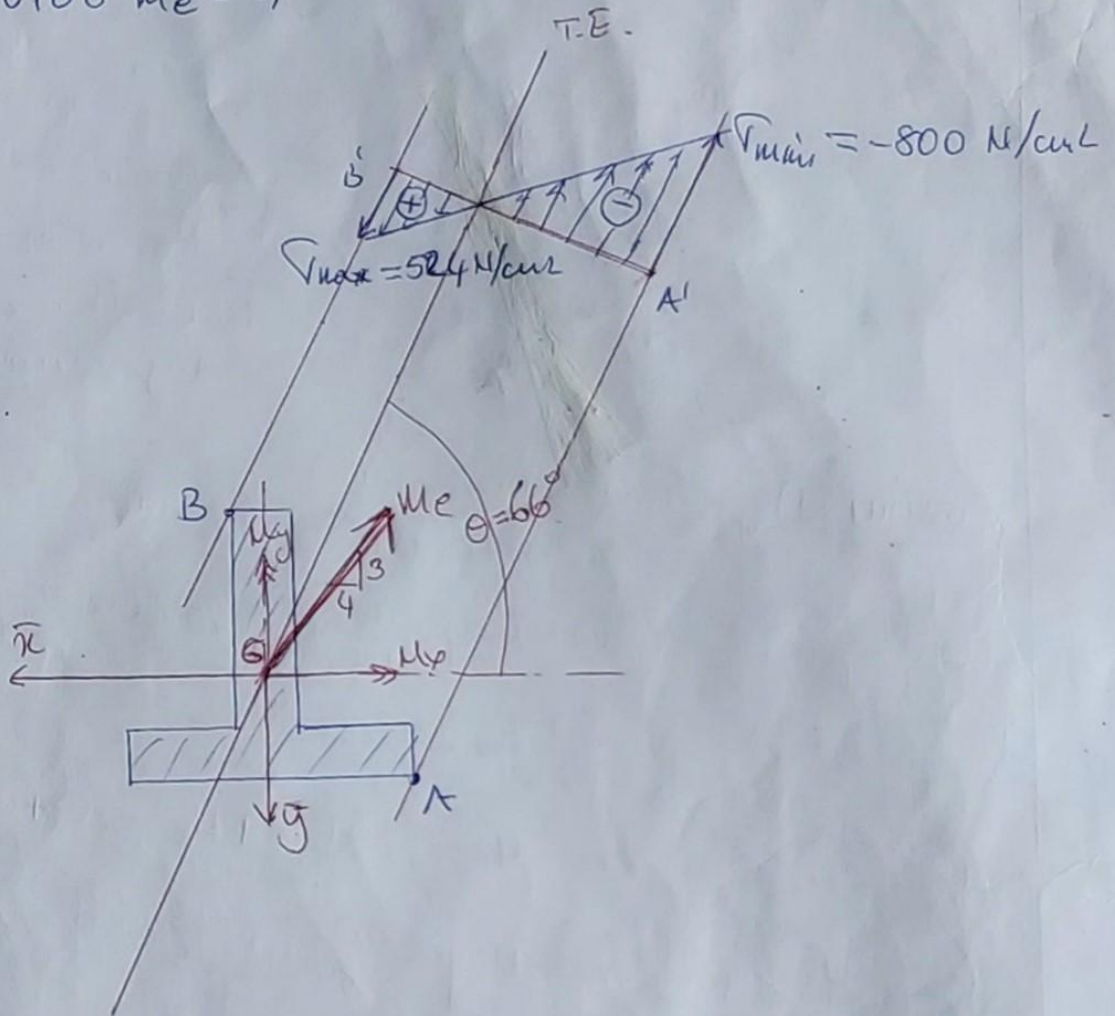
$$0,0106 M_e = 1000 \Rightarrow M_e \approx 94340 \text{ N.cm}$$

Küçük moment, kesitin emniyetle taşıyabileceği momenttir,

$$M_e = 49383 \text{ N.cm}$$

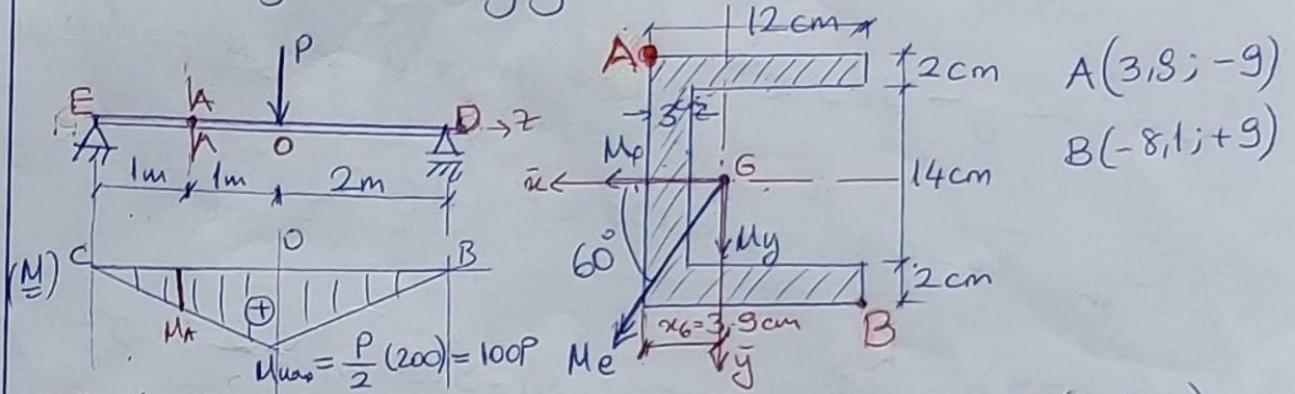
$$b) \quad \sigma_A = -0,0162 M_e = -0,0162(43383) \approx -800 \text{ N/cm}^2$$

$$\sigma_B = 0,0106 M_e = 0,0106(43383) \approx 524 \text{ N/cm}^2$$



ÖRNEK: 2) Şekildeki kirişin eğilmeye göre en çok zorlanan kesitinin A köşe noktasındaki gerilme $\sigma_A = -10^4 \text{ N/cm}^2$ olarak ölçülmüştür. Buna göre:

- Kirişe yüklenen P kuvvetinin değerini hesaplayınız.
- Bu P değeri için sol mesnetten 1m uzaklıktaki kesitte gerilme diyagramını çiziniz.



ÇÖZÜM: Kirişte en çok zorlanan kesit, O kesitidir. (Ortası)

Bu kesitte Moment: $M_e = \frac{P}{2} (200) \Rightarrow M_{max} = M_e = 100P$

$$G(x_6, y_6); \Rightarrow x_6 = \frac{2(12 \cdot 2)6 + (14 \cdot 3)(1.5)}{2(12 \cdot 2) + (14 \cdot 3)} = 3.9 \text{ cm}$$

$$I_x = \frac{12 \cdot 18^3}{12} - \frac{9(14)^3}{12} \approx 3774 \text{ cm}^4$$

$$I_y = 2 \left[\frac{2 \cdot 12^3}{12} + (6 - 3.9)^2 (2 \cdot 12) \right] + \left[\frac{14 \cdot 3^3}{12} + (3.9 - 1.5)^2 (14 \cdot 3) \right]$$

$$I_y \approx 1061 \text{ cm}^4$$

genel denklem

$$a) \sigma_z = \frac{M_x}{I_x} y - \frac{M_y}{I_y} x \quad \left. \begin{array}{l} \sigma_A = -10^4 \text{ N/cm}^2 \\ \text{verilmiştir} \end{array} \right\} \quad A(3.9; -9 \text{ cm})$$

$$-10^4 = \sigma_A = \frac{M_x}{I_x} y_A - \frac{M_y}{I_y} x_A$$

$$M_x = M_e \cos 60^\circ = (100P) \cos 60^\circ = 50P$$

$$M_y = -M_e \sin 60^\circ = -(100P) \sin 60^\circ = -86.6P$$

$$-10^4 = \frac{50P}{3774} (-9) - \frac{86.6P}{1061} (3.9) \Rightarrow P = 22860 \text{ N}$$

b) Mesnetten 1m sağdaki kesitteki Moment: M_{eA}

$$M_{eA} = \frac{P}{2} (100) = \frac{22860}{2} (100) \Rightarrow M_{eA} = 1143 \cdot 10^3 \text{ N.cm}$$

Buna göre:

$$M_x = 0,5 M_e = 0,5 (1.143.10^3) = 571500 \text{ N.cm.}$$

$$M_y = -0,866 M_e = -0,866 (1143.10^3) = -989838 \text{ N.cm}$$

$$\sigma_z = \frac{571500}{3774} y - \frac{989838}{1061} x$$

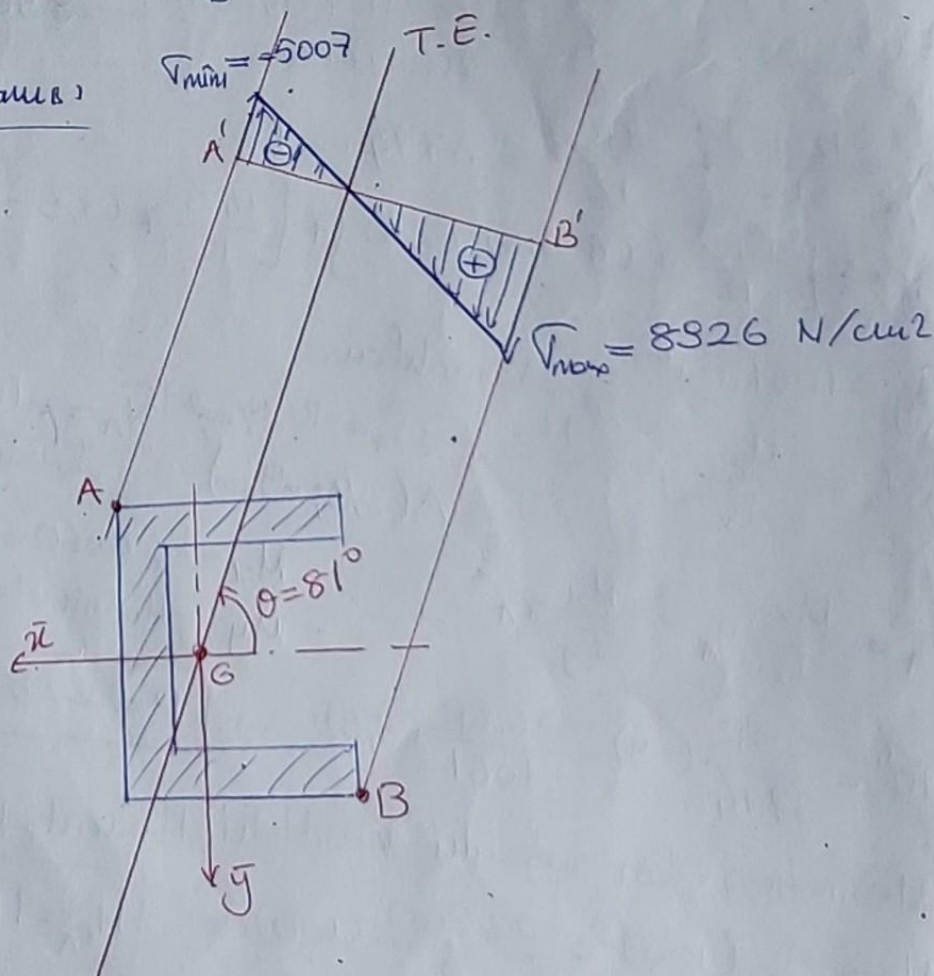
$$\sigma_z = 152 y - 933 x$$

A kesitindeki gerilme denklemi

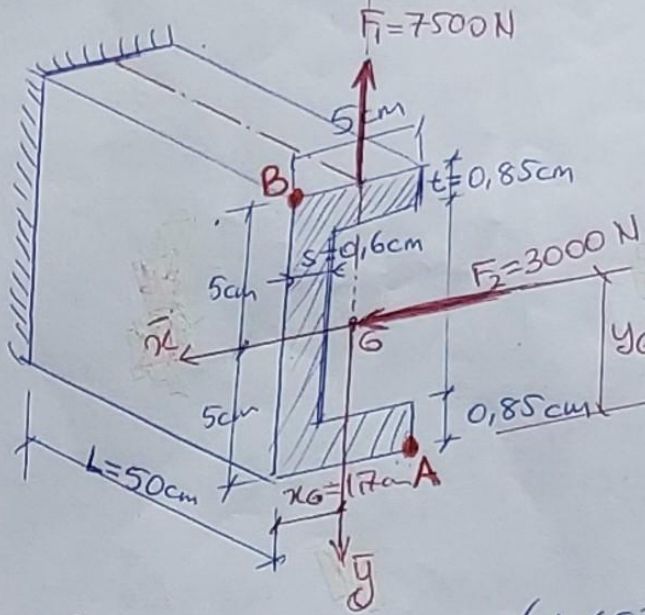
T.E. için: $\sigma_z = 0$: $y = 6,138 x \Rightarrow \theta \approx 81^\circ$

A (3,9 ; -9) $\sigma_{\min} = \sigma_z|_A = 152(-9) - 933(3,9) = -5007 \text{ N/cm}^2$
 B (-8,1 ; +9) $\sigma_{\max} = \sigma_z|_B = 152(+9) - 933(-8,1) = +8926 \text{ N/cm}^2$

Gerilme diyagramı:



ÖRNEK 13) Şekilde görülen L profili kiriş ^{bir} uçundan ankastre mesnetlenmiş ve diğer ucuyla yatay ve dikey kuvvetler uygulanmıştır



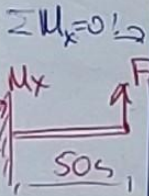
a) T.E. bulunuz

b) En büyük eğilme gerilmesini hesaplayıp kesit üzerinde gerilme dağılımını çiziniz

ÇÖZÜM: $G(x_G; y_G) = G(1,687; 5) = G(1,7 \text{ cm}; 5 \text{ cm})$

$I_{x_G} \approx 20702 \text{ cm}^4$, $I_{y_G} \approx 3307 \text{ cm}^4$

Eğilme Momentlerinin en büyük değerleri mesnette olur



$\sum M_x = 0 \Rightarrow M_x - F_1 \cdot L = 0 \Rightarrow M_x = F_1 \cdot L$, $\sum M_y = 0 \Rightarrow M_y + F_2 \cdot L = 0 \Rightarrow M_y = -F_2 \cdot L$

$M_x = + F_1 \cdot L = + (7500)(50) = 375.000 \text{ N} \cdot \text{cm} = 375 \text{ kN} \cdot \text{cm}$

$M_y = - F_2 \cdot L = - (3000)(50) = -150.000 \text{ N} \cdot \text{cm} = -150 \text{ kN} \cdot \text{cm}$

$\tau_z = \frac{M_x}{I_{x_G}} y - \frac{M_y}{I_{y_G}} x \Rightarrow \tau_z = \frac{375000}{20702} y - \frac{150000}{3307} x$

$\tau_z = 18,2y - 45,4x$

a) T.E. $\tau_z = 0 \Rightarrow y = 2,485x \Rightarrow \theta \approx 68^\circ$ T.E. yeri

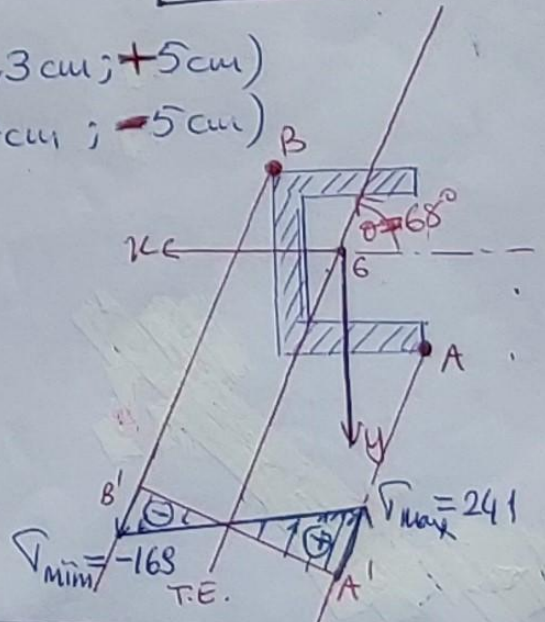
b) T.E. en uzak noktalar: A $(-3,3 \text{ cm}; +5 \text{ cm})$
B $(+1,7 \text{ cm}; -5 \text{ cm})$

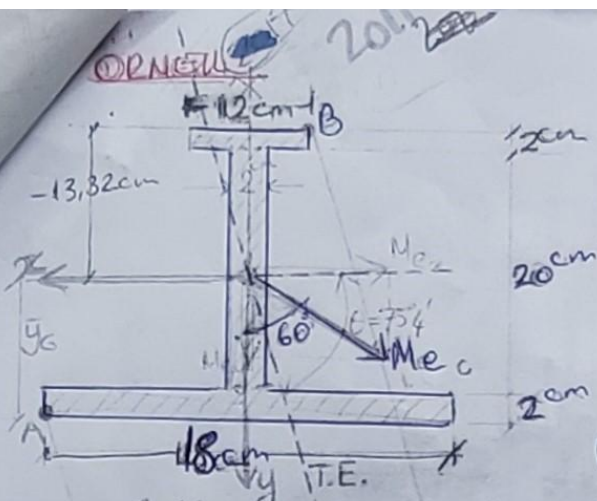
$\tau_z|_A = 18,2(+5) - 45,4(-3,3)$

$\tau_{\max} = \tau_z|_A \approx 241 \text{ kN/cm}^2$

$\tau_{\min} = \tau_z|_B = 18,2(-5) - 45,4(+1,7)$

$\tau_{\min} = \tau_z|_B \approx -169 \text{ kN/cm}^2$





Şekildeki kesit M_e eğilme momenti etkisindedir.

$\tau_{em} = 14 \cdot 10^3 \text{ N/cm}^2$ için kesitin emniyetle taşıyabileceği M_e değerini hesaplayınız ve şekil üzerinde doğru düğüm ramını çiziniz.

(NOT: Sistem $M_x + M_y$ etkisindedir)

CÖZÜM $\bar{y}_G = \frac{(18 \cdot 2) \cdot 1 + 20 \cdot 2 (2+10) + (12 \cdot 2) \cdot 23}{(18 \cdot 2) + (20 \cdot 2) + (12 \cdot 2)} \approx 10,68 \text{ cm}$

$$I_x = \frac{18 \cdot 2^3}{12} + (18 \cdot 2) (\bar{y}_G - 1)^2 + \frac{20 \cdot 2^3}{12} + (20 \cdot 2) (10 + 2 - \bar{y}_G)^2 + \frac{12 \cdot 2^3}{12} + (24 - 1 - \bar{y}_G) (12 \cdot 2)$$

$$I_x = 8439,09 \text{ cm}^4 \approx 8440 \text{ cm}^4$$

$$I_y = \frac{2 \cdot 18^3}{12} + \frac{20 \cdot 2^3}{12} + \frac{2 \cdot 12^3}{12} = 1273,33 \text{ cm}^4$$

$$I_{xy} = 0$$

$$M_x = -M_e \sin 60^\circ = -0,866 M_e$$

$$M_y = -M_e \cos 60^\circ = -0,5 M_e$$

$$\tau_z = \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x$$

$$\tau_z = \frac{-M_x}{I_x} y - \frac{M_y}{I_y} x$$

$$\tau_z = M_e \left[\frac{-0,866}{8439,09} y - \frac{0,5}{1273,33} x \right]$$

$$\tau_z = 0 \text{ için } y = -3,83 x \Rightarrow \tan \theta = \frac{y}{x} = -3,83 \Rightarrow \theta = -75^\circ 4'$$

Tarafsız eksen kesit üzerinde ökeklilik olarak çizilirse bu eksen kesitin iki taraftan en uzak noktaları A ve B olacaktır.

$$A(9 \text{ cm}; 10,68 \text{ cm}) ; B(-6 \text{ cm}; -13,32 \text{ cm}) C(-9; 8,68)$$

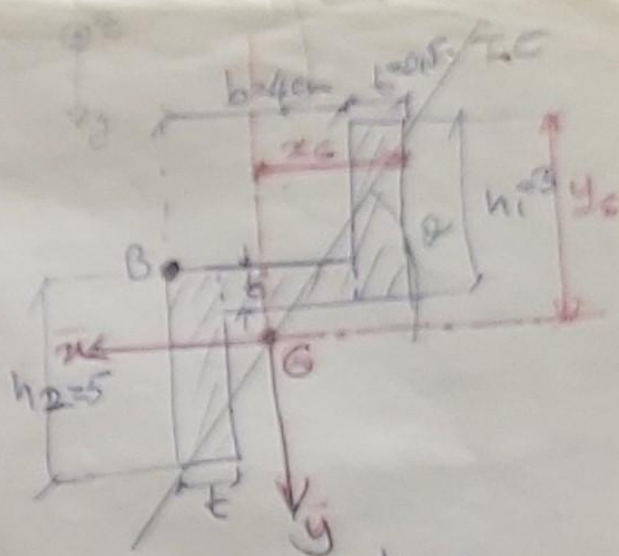
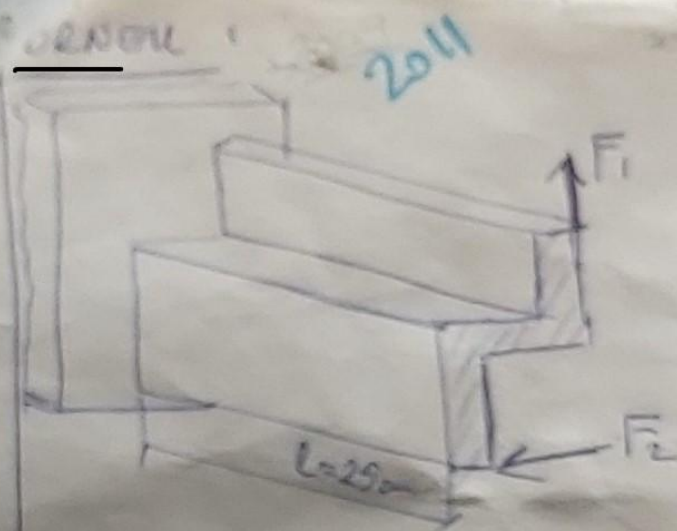
$$\tau_B = \tau_{\max} = M_e \left[-\frac{0,866}{8439,09} (-13,32) - \frac{0,5}{1273,33} (-6) \right] = 0,00372 M_e = \tau_{\max}$$

$$\tau_A = \tau_{\min} = M_e \left[-\frac{0,866}{8439,09} (10,68) - \frac{0,5}{1273,33} (9) \right] = -0,00463 M_e = \tau_{\min}$$

Görüldüğü ki $|\tau_{\min}| > \tau_{\max}$ dir. Öyleyse $|\tau_{\min}| \leq \tau_{em}$ olmalıdır.

$$\tau_B = +0,00372 (30,2) = +0,112344 \text{ kN.m} \quad 0,00463 M_e \leq 14 \cdot 10^3$$

$$\tau_A = -0,00463 (30,2) = -0,139826 \text{ kN.m} \quad M_e = 3023758 \text{ N.cm} \approx 30,2 \text{ kN.m}$$



Şekilde görülen taşıyıcı sistemde ortaya çıkan en büyük eğilme gerilmesini hesaplayınız.

Verilenler: $F_1 = 1000 \text{ N}$, $b = 4 \text{ cm}$, $h_1 = 3 \text{ cm}$, $A = 5,78 \text{ cm}^2$
 $F_2 = 1500 \text{ N}$, $t = 0,5 \text{ cm}$, $h_2 = 5 \text{ cm}$, $l = 25 \text{ cm}$

$$G(x_c, y_c) = G(2,6; 4,1)$$

$$I_x = 19 \text{ cm}^4, I_y = 17 \text{ cm}^4, I_{xy} = 13,7 \text{ cm}^4$$

$$M_x = F_1 \cdot l = (1000)(25) = 25.000 \text{ N} \cdot \text{cm}$$

$$M_y = F_2 \cdot l = (1500)(25) = 37.500 \text{ N} \cdot \text{cm}$$

$$\sigma_z = \frac{M_x I_y + M_y I_{xy}}{I_x I_y - I_{xy}^2} y - \frac{M_y I_x + M_x I_{xy}}{I_x I_y - I_{xy}^2} x$$

$$= \frac{(25000)(17) \cdot 10^5 + 37500(13,7)}{19 \cdot 17 - (13,7)^2 \cdot 10^8} y - \frac{(37500)(19) \cdot 10^5 + 25000(13,7) \cdot 10^5}{19 \cdot 17 - (13,7)^2 \cdot 10^8} x$$

$$\sigma_z = 6,83 y - 7,79 x \quad (\text{N/mm}^2)$$

$$\sigma_z = 0 \Rightarrow y = 1,12 x \Rightarrow \tan \theta = 1,12 \Rightarrow \theta = 48^\circ 24'$$

T: E en uzak nokta: B(19; -16) mm

$$(\sigma_z)_{\max} = 6,83(-16) - 7,79(19) = -259 \text{ N/mm}^2$$

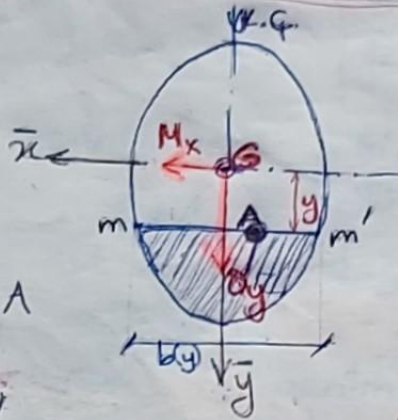
$$(\sigma_z)_{\max} = -259 \text{ N/mm}^2$$

(Q + M_e) KESMELİ EĞİLME (Bileşik Durum)

Bu bölümde çubuk kesitine M eğilme momenti ile Q kesme kuvvetinin birlikte etkimesi hali incelenecektir. Bu hale "kısmeli eğilme" denir.

I. KESİTİN SİMETRİK OLMASI HALİ:

Kesme kuvvetinden dolayı kayma gerilmeleri meydana gelir. Kesit y eksenine göre simetrik ve y eksenini aynı zamanda kuvvetler eksenleri olsun.



Kesit içinde herhangi bir A noktası normal gerilme:

$$\sigma_z = -\frac{M_x}{I_x} \cdot y \quad \dots (1)$$

Kayma gerilmesi τ_z 'yi τ_{zx} ve τ_{zy} bileşenlerine ayırabiliriz:

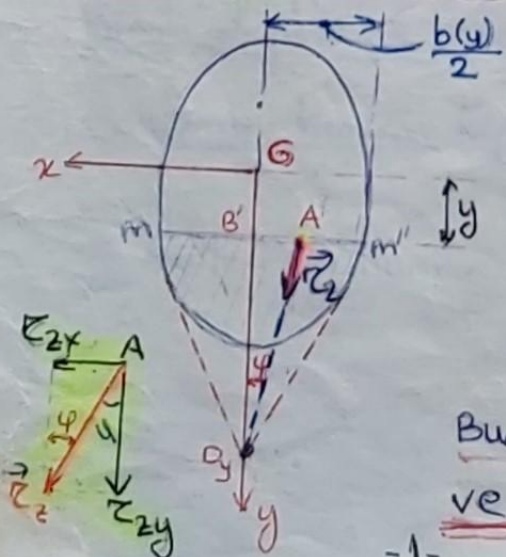
τ_{zy} gerilme bileşeni:

$$\tau_{zy} = \frac{Q_y \cdot S_x}{I_x \cdot b(y)} \quad \dots (2)$$

S_x : A'dan x eksenine paralel olarak çizilen mm' kesitinin altında kalan alanın x eksenine göre statik momenti $b(y)$: mm' kesitinin y ile değişen boyu.

(1) ve (2) formülleri; (x, y) eksen takımı, asal eksen takımı olduğu zaman doğrudur.

τ_{zx} gerilme bileşeni işareti aşağıdaki gibi hesaplanır. Kesit çevresi boyunca bileşke kayma gerilmesi, kesit çevresine teğet olmak zorundadır.



Q_y : m, m' noktalarındaki teğetlerin kesim noktası,

Bileşke kayma gerilmesi τ_z , Q_y dengeçer. Buna göre:

$$\tan \phi = \frac{AB}{BO_y} = \frac{\tau_{zx}}{\tau_{zy}} \quad \tau_{zx} = \tan \phi \cdot \tau_{zy} \quad \dots (3)$$

Buna göre kesit içinde, σ_z normal gerilmesi ve τ_z kayma gerilmesi meydana gelir.

$$\tau_z = \frac{M_x}{I_x} \cdot y, \quad \tau_z = \sqrt{\tau_{zy}^2 + \tau_{zx}^2}$$

Kesmeli eğilme halinde kesitin boyutlandırılması:
Momentin maksimum olduğu kesitte; τ_{max} ;
Kesme kuvvetinin maksimum olduğu kesitte de; τ_{max} hesaplanır.
Genellikle τ_{max} ile τ_{max} 'ın kesit içinde bulundukları noktalar farklı farklıdır. Bu nedenle kesit kontrolü:

$$\begin{aligned} \tau_{max} &\leq \tau_{em} \\ \tau_{max} &\leq \tau_{em} \end{aligned}$$

----- (4)

şartlarının ikisi de sağlanacak şekilde yapılır.

I, T, C gibi kesitlerde kesit kalınlığı bazı noktalarda ani olarak değişir. Kalınlığın ani olarak değiştiği bu noktalara "BOYUN NOKTALARI" denir. Boyun noktalarında τ_z gerilmesi ile τ_z kayma gerilmeleri birlikte bulunurlar. Burada bir "düzlem gerilme hali" söz konusu olup, asal gerilmeler:

$$\tau_1 = \frac{\tau_z}{2} + \sqrt{\left(\frac{\tau_z}{2}\right)^2 + \tau_z^2}, \quad \tau_2 = \frac{\tau_z}{2} - \sqrt{\left(\frac{\tau_z}{2}\right)^2 + \tau_z^2}$$

formülleri ile hesaplanırlar. Bu durumda maksimum kayma gerilmesi, bicim değiştirme enerjisi veya Coulomb kırılma hipotezlerine göre kontrol yapılmalıdır.

$$\tau_1 > 0, \quad \tau_2 < 0, \quad \tau_3 = 0 \text{ olduğu için!}$$

- 1.) ^(sünek malzemelerin) Maksimum kayma gerilmesi hipotezinde: $\tau_1 - \tau_2 < \tau_{em}$
- 2.) ^{enerji yığılması esas alır.)} Bicim değiştirme enerjisi hipotezinde: $\tau_1^2 + \tau_2^2 - \tau_1 \tau_2 < \tau_{em}^2$
- 3.) Coulomb kırılma hipotezinde: $\frac{\tau_1}{\tau_{(em)}} + \frac{\tau_2}{\tau_{(em)}} = 1$

formülleri kullanılır.

(Aşağıda sağda hipotezlerin karşılaştırılması
tablosu var.)