

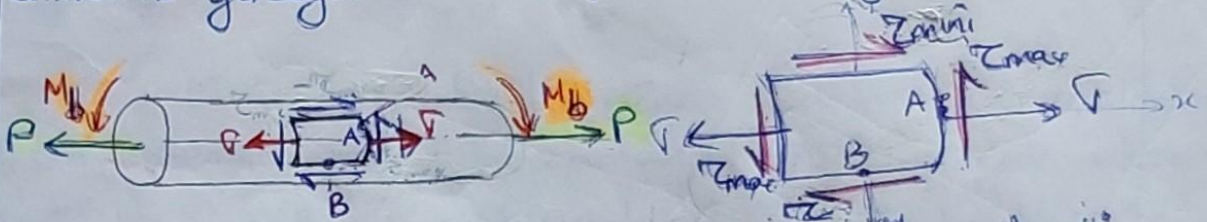
2018-2019

8

II. Burulma momenti ile normal kuvvetlerin birlikte tesir etmesi hali: $(M_b + N)$

Millerin büyük bir kısmı bu şekilde çalışır. Civatalar ve saplamalarda sıkıştırılırken hem burulmaya hem de çekmeğe çalışılır.

Burulmaya ve çekme kuvvetine zorlanan bir milin silindirik yüzeyinden alınmış bir dikdörtgen disk düşünelim.



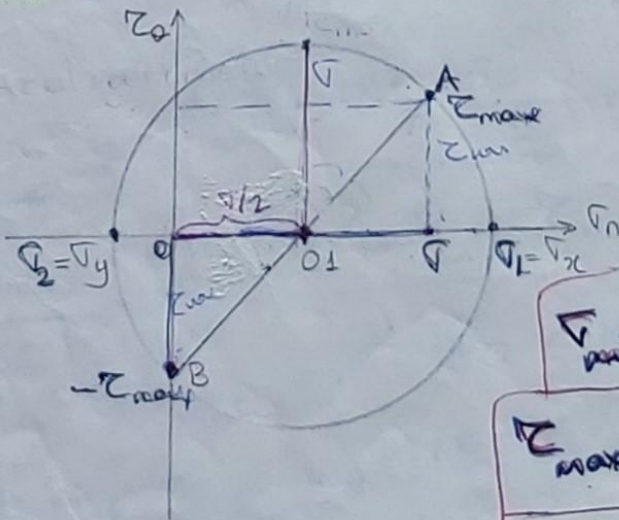
Burulmadan dolayı milde meydana gelen kayma gerilmesi:

$$\tau = \frac{16 M_b}{\pi D^3}$$

Çekme kuvvetinden meydana gelen normal gerilme:

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

Diskin alt ve üst yüzeylerinde ise yalnız kayma gerilmeleri vardır. Bu diske ait Mohr dairesi aşağıdaki gibi olur.



A (τ, τ_{max}) : Diskin dikey yan yüzleri
B $(0, -\tau_{max})$: Diskin yatay yüzleri

Asal gerilmeleri:

$$\sigma_{max} = \sigma_x = \sigma_1 = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

Bulunan bu en büyük gerilmelerin ($\sigma_{max} \leq \sigma_{em}$ $\tau_{max} \leq \tau_{em}$) ⑨ malzemenin emniyet gerilmelerinden küçük olmaları lazımdır.

En büyük kayma gerilmesinin bulunduğu düzlem, milin eksenine ile Mohr dairesindeki $\frac{\alpha}{2}$ açısını yapan kesit düzlemleridir.

En büyük normal gerilmenin bulunduğu düzlemde, milin eksenine ile saat akrebi yönünde $\frac{\alpha}{2} + 45^\circ$ açı yapan düzlemlerdir.

ÖRNEK: 1500 dev/dak. ile dönen 30 BG güç nakleden 4 cm çapında mil, aynı zamanda $75 \cdot 10^3$ N. luk eksenell çekme kuvvetinin etkisindedir. $\sigma_{em} = 12 \cdot 10^3$ N/cm², $\tau_{em} = 3500$ N/cm² old. göre; milde meydana gelen en büyük normal ve kayma gerilmelerini bulunuz.

ÇÖZÜM:

$$n = 1500 \text{ dev/dak}$$

$$H = 30 \text{ BG}$$

$$P = 75000 \text{ N}$$

$$\phi D = 4 \text{ cm}$$

$$\sigma_{em} = 12 \cdot 10^3 \text{ N/cm}^2$$

$$\tau_{em} = 3500 \text{ N/cm}^2$$

$$M_b = 716200 \frac{H}{n} = 716200 \frac{30}{1500}$$

$$M_b = 14324 \text{ N.cm}$$

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{75 \cdot 10^3}{\pi 4^2} \approx 5970 \text{ N/cm}^2$$

$$\tau_{max} = \frac{16 M_b}{\pi D^3} = \frac{16(14324)}{\pi 4^3} \approx 1140 \text{ N/cm}^2$$

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} = \frac{5970}{2} + \sqrt{\left(\frac{5970}{2}\right)^2 + (1140)^2} = 2985 + 3195$$

$$\sigma_{max} = 6180 \text{ N/cm}^2, \tau_{max} = 3195 \text{ N/cm}^2$$

$$\text{Kontrol: } \sigma_{max} \leq \sigma_{em} \Rightarrow 6180 \leq 12000 \text{ --- EMNİYETLİ}$$

$$\tau_{max} \leq \tau_{em} \Rightarrow 3195 \leq 3500 \text{ --- EMNİYETLİ}$$

($\tau_{max} \leq \tau_{em}$ $\sigma_{max} \leq \sigma_{em}$) ⑨
 Bulunan bu en büyük gerilmelerin (τ_{max} σ_{max}) malzemenin emniyet gerilmelerinden küçük olmaları lazımdır.

En büyük kayma gerilmesinin bulunduğu düzlem, milin eksenine ile Mohr dairesindeki $\frac{\alpha}{2}$ açısını yapan kesit düzlemleridir.

En büyük normal gerilmenin bulunduğu düzlemde, milin eksenine ile saat akrebi yönünde $\frac{\alpha}{2} + 45^\circ$ açı yapan düzlemlerdir.

ÖRNEK: 1500 dev/dak. ile dönen 30 BG güç nakleden 4 cm çapında mil, aynı zamanda $75 \cdot 10^3$ N. luk eksenell çekme kuvvetinin etkisindedir. $\tau_{em} = 12 \cdot 10^3$ N/cm², $\sigma_{em} = 3500$ N/cm² old. göre; milde meydana gelen en büyük normal ve kayma gerilmelerini bulunuz.

ÇÖZÜM:

$$n = 1500 \text{ dev/dak}$$

$$H = 30 \text{ BG}$$

$$P = 75000 \text{ N}$$

$$\phi D = 4 \text{ cm.}$$

$$\tau_{em} = 12 \cdot 10^3 \text{ N/cm}^2$$

$$\sigma_{em} = 3500 \text{ N/cm}^2$$

$$M_b = 716200 \frac{H}{n} = 716200 \frac{30}{1500}$$

$$M_b = 14324 \text{ N.cm}$$

$$\tau = \frac{P}{A} = \frac{75 \cdot 10^3}{\pi 4^2} \approx 5970 \text{ N/cm}^2$$

$$\tau_{max} = \frac{16 M_b}{\pi D^3} = \frac{16(14324)}{\pi 4^3} \approx 1140 \text{ N/cm}^2$$

$$\tau_{max} = \frac{\tau}{2} + \sqrt{\left(\frac{\tau}{2}\right)^2 + \tau^2} = \frac{5970}{2} + \sqrt{\left(\frac{5970}{2}\right)^2 + (1140)^2} = 2985 + 3195$$

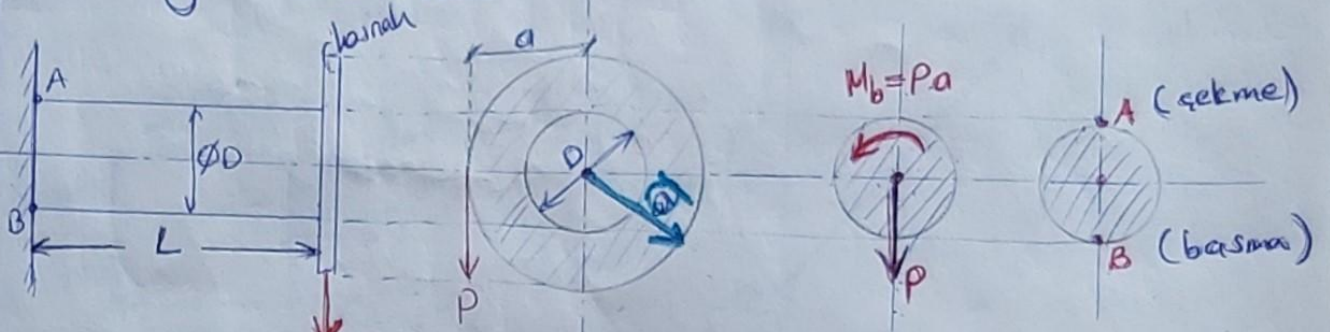
$$\tau_{max} = 6180 \text{ N/cm}^2, \quad \sigma_{max} = 3195 \text{ N/cm}^2$$

Kontrol:
 $\tau_{max} \leq \tau_{em} \Rightarrow 6180 \leq 12000$ --- EMNİYETLİ

$\sigma_{max} \leq \sigma_{em} \Rightarrow 3195 \leq 3500$ --- EMNİYETLİ

III. Burulma ile eğilmenin birlikte tesir etmesi hali: (10)

Krank milleri, ^(güç iletim milleri) transmisyon milleri hem eğilmeye hemde burulmaya zorlanırlar.



Şekildeki dairesel keşitli milin, bir ucu ankastre mesnetlendirilmiş olup diğer ucunda ~~da~~ kasnağa da eksantrik P kuvveti tesir etmektedir.

* P kuvveti milin ekseninin ucuna indirgenirse, bir P kuvveti ile $M_b = P \cdot a$ momenti meydana gelir.

* P kuvveti kesme kuvveti olarak tesir etmektedir. Fakat bu tesir ihmal edilmektedir. **(İHNAL)**.

* P kuvveti mesnette alınan şubuk eksenine dik kesitte;

$$M_{eg} = P \cdot L$$

eğilme momenti meydana getirir. Bu eğilme momenti kesitin A noktasında çekme, B noktasında da en büyük basma gerilmesi meydana getirir.

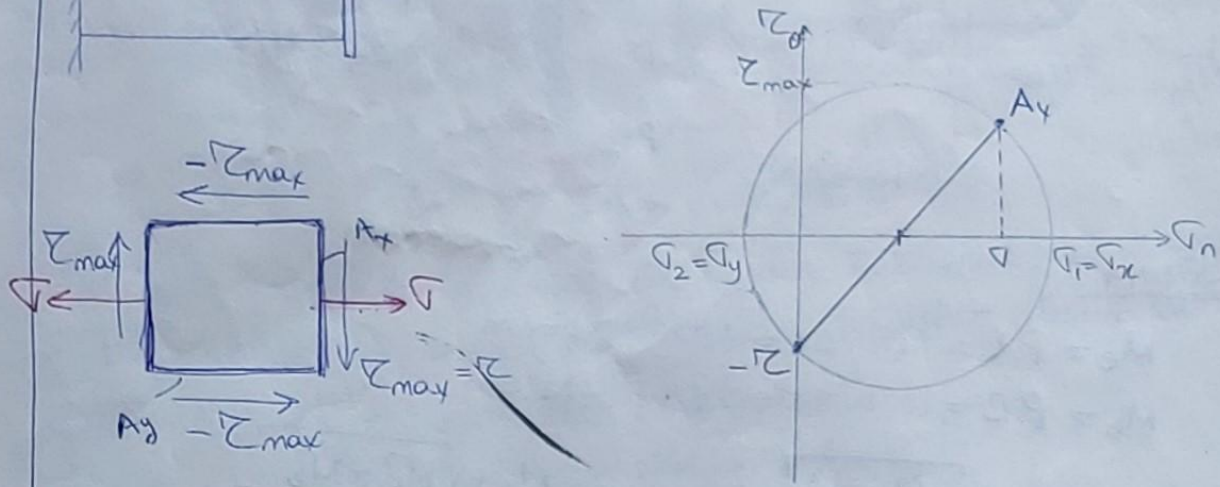
$$\sigma_{1,2} = \frac{M_{eg}}{I} = \frac{P \cdot L}{\frac{\pi D^3}{32}} = \frac{32 P \cdot L}{\pi D^3} \Rightarrow \sigma_{1,2} = \frac{32 P \cdot L}{\pi D^3}$$

Burulma momenti ise, milin kesitinin çevresinde olmak üzere en büyük kayma gerilmesi meydana getirir. (P \cdot a)

$$\tau_{max} = \frac{M_b}{I_p} = \frac{M_b}{\frac{\pi D^3}{16}} = \frac{16 M_b}{\pi D^3} \Rightarrow \tau_{max} = \frac{16 M_b}{\pi D^3} = \frac{16 P \cdot a}{\pi D^3}$$

$$M_b = P \cdot a$$

Mile üstten bakıldığında; mesnete yakın alınacak bir disk iki eksenli gerilme haline zorlanır



Buna göre asal gerilmeler:

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} \leq \tau_{\max} : \text{En büyük kayma gerilmesi}$$

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 = \sigma_{\text{avg}} + \tau_{\max} : \text{En büyük normal gerilme}$$

σ ve $\tau_{\max}$ gerilmeleri kesitte tesir eden eğilme ve burulma momentleri cinsinden yerine konursa:

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{32 \cdot P \cdot l}{\pi D^3} \cdot \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{16 M_b}{\pi D^3}\right)^2} = \frac{16}{\pi D^3} \sqrt{M_{\text{eg}}^2 + M_b^2}$$

$$\tau_{\max} = \frac{\sqrt{M_{\text{eg}}^2 + M_b^2}}{2W}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma}{2} + \tau_{\max} = \frac{32 \cdot P \cdot l}{\pi D^3} \cdot \frac{1}{2} + \tau_{\max}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\text{eg}} + \sqrt{M_{\text{eg}}^2 + M_b^2}}{2W}$$

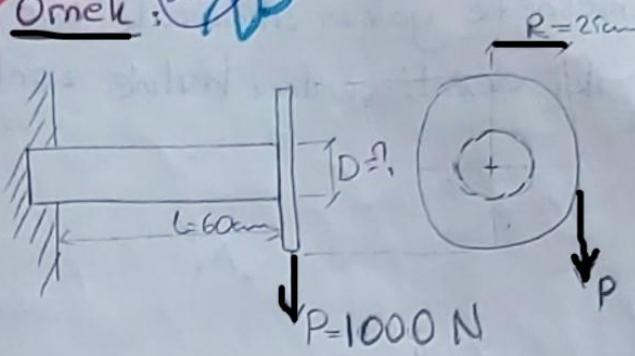
$$\sigma_{\max} = \frac{16}{\pi D^3} \left(M_{\text{eg}} + \sqrt{M_{\text{eg}}^2 + M_b^2} \right)$$

dur

Çubuğun bu iki zorlamayı emniyetle kaldırabilmesi için:

$$\tau_{\max} \leq \tau_{\text{em}} = \tau_w, \quad \sigma_{\max} \leq \sigma_{\text{em}} \text{ olması gerekir.}$$

Örnek: Adi



Şekildeki sistemde, emniyetli D mil çapını bulunuz.

$$\tau_{em} = 1250 \text{ N/cm}^2$$

$$\tau_{em} = 325 \text{ N/cm}^2$$

Çözümü:

$$M_e = P \cdot l = 1000 \cdot 60 = 60 \cdot 10^3 \text{ N.cm}$$

$$M_b = P \cdot R = 1000 \cdot 25 = 25 \cdot 10^3 \text{ N.cm}$$

$$\tau_{max} = \frac{M_e + \sqrt{M_e^2 + M_b^2}}{2W} \Rightarrow W = \frac{M_e + \sqrt{M_e^2 + M_b^2}}{2\tau_{em}}$$

$$W = \frac{60 \cdot 10^3 + \sqrt{(60 \cdot 10^3)^2 + (25 \cdot 10^3)^2}}{2 \cdot 1250} = 50 \text{ cm}^3$$

$$W_{daire} = \frac{\pi D^3}{32} = 50 \Rightarrow D = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 50}{\pi}} \Rightarrow \boxed{D = 8 \text{ cm}}$$

$D = 8 \text{ cm}$ lık çapın kayma gerilmesini sağlayıp sağlamadığını bakalım.

$$\tau_{max} = \frac{\sqrt{M_e^2 + M_b^2}}{2W} = \frac{\sqrt{(60 \cdot 10^3)^2 + (25 \cdot 10^3)^2}}{2 \cdot 50} = 650 \text{ N/cm}^2$$

$$\tau_{em} = 325 \text{ N/cm}^2 \Rightarrow 650 > 325 \text{ N/cm}^2$$

$\tau_{max} \quad \tau_{em}$

O halde mil çapını arttırmak için $\tau_{max} = \tau_{em}$ şartını uygulayalım.

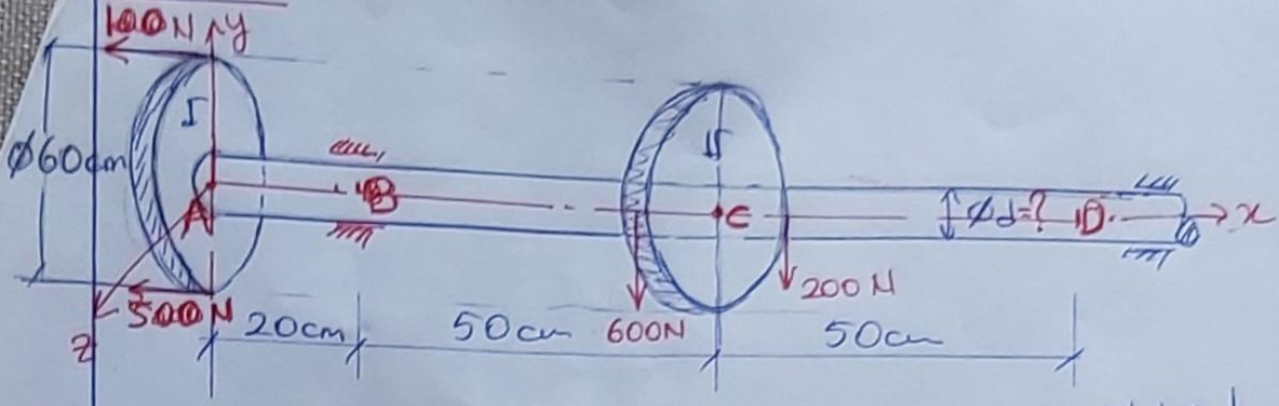
$$\tau_{em} = \frac{\sqrt{M_e^2 + M_b^2}}{2W} \Rightarrow W = \frac{\sqrt{M_e^2 + M_b^2}}{2\tau_{em}} = 100 \text{ cm}^3$$

Emniyetli mil çapı:

$$\frac{\pi D^3}{32} = 100 \Rightarrow D = \sqrt[3]{\frac{3200}{\pi}} \Rightarrow \boxed{D = 10 \text{ cm}}$$

Emniyetli mil çapı

ÖRNEK:



Mile bağlı kasnakların çapı 60 cm'dir. I. kasnaktaki kayışlar yatay durumda olup; II. kasnaktaki kayışlar düşey durumdadır. Kasnak ağırlıkları 1500 N'dur.

$$\tau_{em} = 400 \text{ N/cm}^2, \quad \tau_{em} = 1200 \text{ N/cm}^2 \text{ dir.}$$

AC arasında: $M_b = 12.000 \text{ N.cm}$,
 $(M_{eg}) = 23.000 \text{ N.cm}$, verildiğine göre;

Transmisyon milinin d çapını hesaplayınız.

ÇÖZÜM: Milde meydana gelen en büyük τ_{max} :

$$\tau_{max} = \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{M_e^2 + M_b^2} \leq \tau_{em} = 400 \text{ N/cm}^2 \text{ olmalıdır}$$

$$\tau_{max} = \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{(23.000)^2 + (12.000)^2} \leq \tau_{em} = 400 \text{ N/cm}^2$$

$$d \geq 6,9 \text{ cm}$$

Milde meydana gelen en büyük τ_{max} :

$$\tau_{max} = \frac{16}{\pi d^3} (M_e + \sqrt{M_e^2 + M_b^2}) \leq \tau_{em} = 1200 \text{ olmalıdır}$$

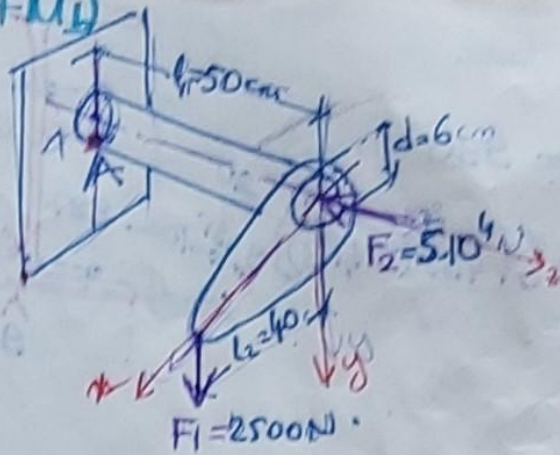
$$\frac{16}{\pi d^3} (23.000 + \sqrt{(23.000)^2 + (12.000)^2}) \leq 1200$$

$$d = \sqrt[3]{207} \Rightarrow d \geq 5,9 \text{ cm}$$

○ HALDE EMNİYETLİ MİL ÇAP: $\phi d \leq 7 \text{ cm}$ alınmalıdır.

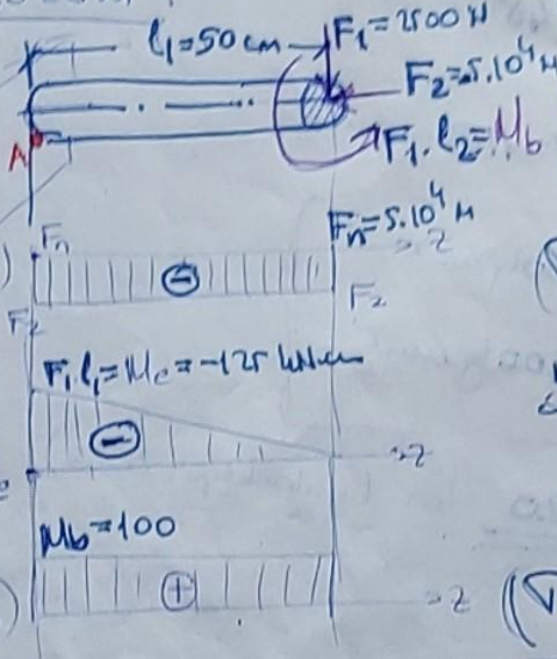
(N+M_e+M_b)

Örnek



Gubuğun mesnetlendiği kesiti A noktasında ortaya çıkan asal gerilmeleri, asal doğrultuları ve τ_{max} gerilmelerini hesaplayınız.

ÇÖZÜM



$$F_n = -F_2 = 5 \cdot 10^4 \text{ N} = -50 \text{ kN}$$

$$M_x = M_e = F_1 l_1 = -(2500)(50) = -125 \text{ kNm}$$

$$M_b = F_1 \cdot l_2 = (2500)(40) = 100 \text{ kNm}$$

$$\sigma_z = \frac{F_n}{A} + \frac{M_x}{I_x} y_A$$

$$y_A = \frac{d}{2} = 3 \text{ cm}, \quad I_x = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi \cdot 6^4}{64} = 63,6172 \text{ cm}^4$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 6^2}{4} = 28,27 \text{ cm}^2$$

$$(\sigma_z)_A = -\frac{50}{28,27} - \frac{125}{63,6}(3) = -1,77 - 5,89$$

$$(\sigma_z)_A = -7,67 \text{ kN/cm}^2$$

$$(\tau_b)_A = \frac{16 M_b}{\pi d^3}$$

$$(\tau_b)_A = \frac{16(100)}{\pi (6)^3} = 2,36 \text{ kN/cm}^2$$

$$(\tau_b)_A = 2,36 \text{ kN/cm}^2$$