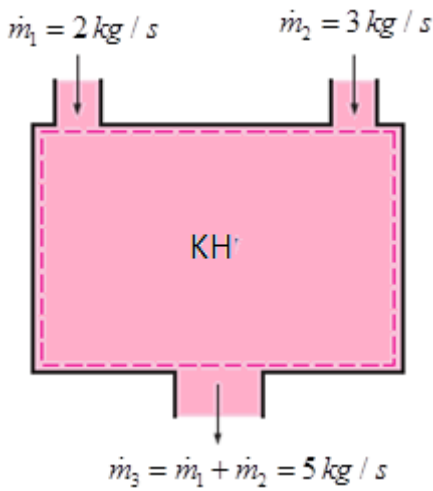


5. KÜTLE, BERNOULLİ VE ENERJİ DENKLEMLERİ

DAİMİ AKIŞ PROSESLERİ İÇİN KÜTLE DENGESİ

Bir daimi akış prosesinde, kontrol hacmi içerisindeki kütle miktarı zamanla değişmez: ($m_{KH} = \text{sabit}$) Bu durumda, kütlelenin korunumu ilkesi gereği kontrol hacmine giren toplam kütle miktarı, kontrol hacmini terk eden toplam kütle miktarına eşit olmalıdır. Daimi akış proseslerini incelerken, bizi ilgilendiren makineye giren ve çıkan kütle miktarları değil, birim zamanda akan kütle miktarı $\dot{m}$ dir. Birden fazla giriş ve çıkışı olan genel bir daimi akış sistemi için kütlelenin korunumu ilkesi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\sum_{giren} \dot{m} = \sum_{çıkan} \dot{m} \quad kg / s \quad (1)$$



Şekil 1 İki girişli ve bir çıkışlı daimi akış sistemi için kütlelenin korunumu ilkesi

Şekil 1’de İki girişli ve bir çıkışlı daimi akış sistemi görülmektedir. Burada kütlelenin korunumu gereği aşağıdaki bağıntılar yazılabilir:

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{giren} \dot{m} = \dot{m}_1 + \dot{m}_2 = 2 + 3 = 5 \text{ kg / s} \\ \sum_{çıkan} \dot{m} = \dot{m}_3 = 5 \text{ kg / s} \end{array} \right\} \sum_{giren} \dot{m} = \sum_{çıkan} \dot{m} = 5 \text{ kg / s}$$

Lüleler, yayıcılar, türbinler, kompresörler ve pompalar gibi mühendislik uygulamalarının birçoğunda bir giriş ve bir çıkış vardır. Böyle durum için, giriş halini 1 indisi ve çıkış halini 2 indisi ile gösterip toplam sembollerini kaldırabiliriz. Böylelikle (1) bağıntısı:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \rightarrow \rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2 \quad (2)$$

haline indirgenir.

Özel Durum : Sıkıştırılmaz Akış : Sıkıştırılmaz akışta yukarıdaki bağıntıda $\rho_1 = \rho_2$ olacağından sıkıştırılmaz akış için (2) bağıntısı:

$$\text{Daimi sıkıştırılmaz tek akımlı} \quad V_1 A_1 = V_2 A_2 \quad (3)$$

halini alır.

Kontrol Hacmi (KH) İçin Kütle ve Enerjinin Korunumu

- **Kütlenin korunumu:** $\dot{m}_{giren} - \dot{m}_{çıkan} = \frac{dm_{KH}}{dt}$
- $\dot{m}_{giren}$ ve $\dot{m}_{çıkan}$; kontrol hacmine giren ve çıkan toplam kütledebiler, dm_{KH}/dt ise kontrol hacmi içerisindeki kütle miktarının değişim hızı.
- **Enerjinin korunumu:** $\dot{E}_{giren} - \dot{E}_{çıkan} = \frac{dE_{KH}}{dt}$

Kontrol hacmine birim zamanda giren ve çıkan toplam enerjiler (Isı, İş ve Kütle ile birim zamanda transfer edilen net enerji)	Kontrol hacmi sınırları içindeki enerjinin (İç, Kinetik, Potansiyel, vb enerjilerinin toplamı) birim zamandaki değişimi
---	---

Kütlenin Korunumu İlkesi

Bir kontrol hacmi için **kütlenin korunumu ilkesi**: Δt zaman aralığında kontrol hacmine giren veya çıkan net kütle geçişi, Δt süresinde kontrol hacmi içerisindeki net kütle değişimine (artışa ya da azalmaya) eşittir şeklinde ifade edilir. Yani,

$$\left(\begin{array}{c} \Delta t \text{ zaman aralığında} \\ \text{KH'ne giren} \\ \text{toplam kütle} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \Delta t \text{ zaman aralığında} \\ \text{KH'nden çıkan} \\ \text{toplam kütle} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \Delta t \text{ zaman aralığında} \\ \text{KH içindeki net kütle} \\ \text{değişimi} \end{array} \right)$$

ya da

$$m_{\text{giren}} - m_{\text{çıkan}} = \Delta m_{\text{KH}} \quad (\text{kg}) \quad (5-10)$$

Kütlesel debi cinsinden:

$$\dot{m}_{\text{giren}} - \dot{m}_{\text{çıkan}} = dm_{\text{KH}}/dt \quad (\text{kg/s})$$

Kütlesel ve Hacimsel Debiler, Ortalama Hız

- ❖ Bir en kesit alanından birim zamanda akan kütle miktarına **kütlesel debi** denir ve $\dot{m}$ ile gösterilir
- ❖ Değişim zamana bağlı olarak gerçekleşir.

- **Kütlesel debinin değişimi:**

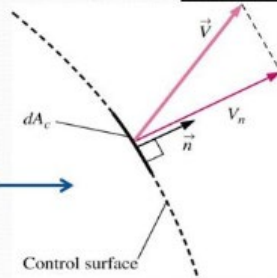
$$\delta \dot{m} = \rho V_n dA_c \quad \dot{m} = \int_{A_c} \rho V_n dA_c \quad (\text{kg/s})$$

- **Ortalama hız (borunun tüm en kesit alanı üzerindeki V_n hızlarının ortalama değeri):**

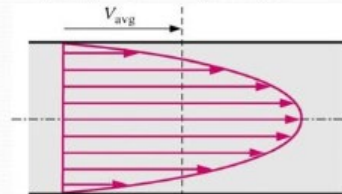
$$V_{\text{ort}} = \frac{1}{A_c} \int_{A_c} V_n dA_c$$

- **Ortalama hız cinsinden kütlesel debi:**

$$\dot{m} = \rho V_{\text{ort}} A_c \quad (\text{kg/s})$$



Bir yüzey için dik hız V_n , hızın yüzeye dik bileşenidir.

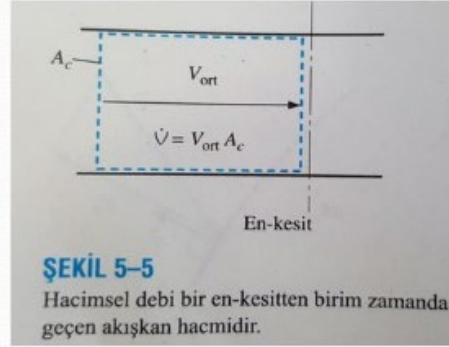


Ortalama hız V_{ort} , bir en kesitteki V_n hızlarının ortalama değeridir.

Kütlesel ve Hacimsel Debiler, Ortalama Hız

- Hacimsel debi (bir en kesitten birim zamanda geçen akışkanın hacmi):

$$\dot{V} = \int_{A_c} V_n dA_c = V_{ort} A_c = \mathbf{V A_c} \text{ (m}^3/\text{s)}$$



- Kütlesel debi ve hacimsel debi arasındaki bağıntı:

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = \dot{V} / \nu \quad \begin{array}{l} \text{Özgöl hacim} \\ \text{(birim kütlenin hacmi)} = 1 / \rho \end{array}$$

Daımi Akış Prosesleri İçin Kütle Dengesi

- Daimi akış (kontrol hacmi içerisindeki kütle miktarı zamanla değişmez)

$$\sum_{giren} \dot{m} = \sum_{çıkan} \dot{m}$$

- Bir giriş ve çıkış varsa (tek akımlı) (ör: türbinler, pompalar, kompresörler v.b.)

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \longrightarrow \rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2$$

- Bu ifadeye Süreklilik Denklemi denir

Sıkıştırılamaz Akış

- Sıkıştırılamaz akış halinde yoğunluk değişmediğinden, **SÜREKLİLİK DENKLEMİ:**

$$\sum_{giren} \dot{V} = \sum_{çıkan} \dot{V}$$

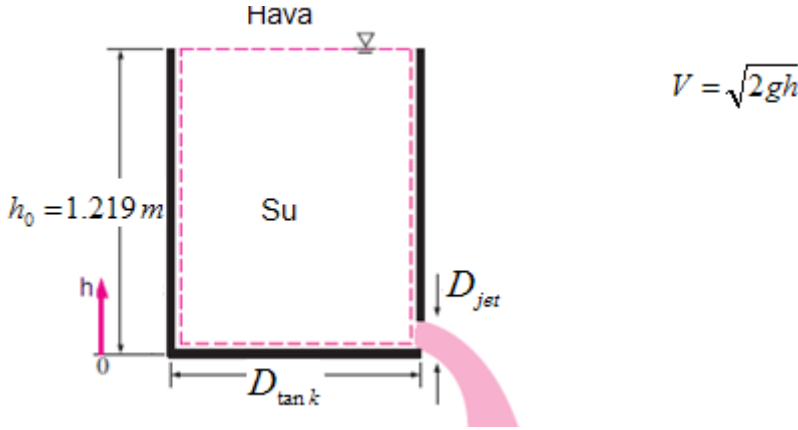
- **Tek akımlı:**

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 \rightarrow V_1 A_1 = V_2 A_2$$

!!! Sıkıştırılamaz (sabit yoğunluğa sahip) maddelerin giriş ve çıkıştaki hacimsel debileri de kütleli debileri gibi sabittir.

Örnek 1 Bir tanktan su boşaltılması

$D = 0.914\text{ m}$ çapında $h_0 = 1.219\text{ m}$ yüksekliğinde ve üst yüzeyi atmosfere açık silindirik bir tank başlangıçta su ile doludur. Tankın taban kenarında bulunan boşaltma tapası çekiliyor ve 1.27 cm çapındaki bir su jeti dışarı fışkırıyor. Su jetinin ortalama hızı $V = \sqrt{2gh}$ bağıntısıyla verilmektedir. Burada h tank içindeki suyun delik merkezinden olan yüksekliği (değişken), g ise yerçekimi ivmesidir. Tank içindeki su seviyesinin tabandan itibaren $h = 0.609\text{ m}$ yüksekliğe düşmesi için geçecek olan süreyi belirleyiniz.



Zamanla değişen bir kontrol hacmi için:

$$\dot{m}_{giren} - \dot{m}_{çıkan} = \frac{dm_{KH}}{dt}$$
$$\dot{m}_{çıkan} = (\rho VA)_{çıkan} = \rho \sqrt{2gh} A_{jet} = \rho \sqrt{2gh} \frac{\pi D_{jet}^2}{4}$$

şeklinde yazılabilir. Suyun yoğunluğu sabittir. Herhangi bir anda tank içerisindeki suyun kütlesi:

$$m_{KH} = \rho V = \rho A_{tank} h = \rho \frac{\pi D_{tank}^2}{4} h \rightarrow \frac{dm_{KH}}{dt} = \rho \frac{\pi D_{tank}^2}{4} \frac{dh}{dt}$$

olacaktır. Bu bağıntılar kütle dengesi bağıntısında yerine konursa:

$$\dot{m}_{giren} - \dot{m}_{çıkan} = \frac{dm_{KH}}{dt} \rightarrow 0 - \rho \sqrt{2gh} (\pi D_{jet}^2 / 4) = \frac{\rho (\pi D_{tank}^2 / 4) dh}{dt}$$

Bu bağıntıda sadeleştirmeler yapılırsa:

$$-\sqrt{2gh}D_{jet}^2 = \frac{D_{tank}^2 dh}{dt} \rightarrow \int_0^t dt = -\left(\frac{D_{tank}}{D_{jet}}\right)^2 \frac{1}{\sqrt{2g}} \int_{h_0}^h \frac{dh}{\sqrt{h}} \text{ ve}$$

$$t = \left(\frac{D_{tank}}{D_{jet}}\right)^2 \sqrt{\frac{2}{g}} (h_0^{1/2} - h^{1/2})$$

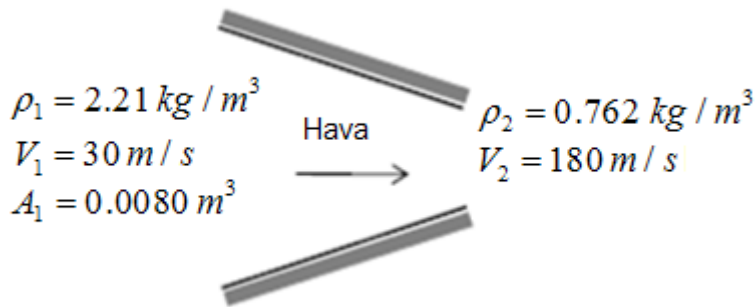
$$t = \left(\frac{0.914}{0.0127}\right)^2 \sqrt{\frac{2}{9.81}} [(1.219)^{0.5} - (0.609)^{0.5}] = 5179.46 \times 0.4515 \times 0.3236 = 757s$$

Örnek 2 Hava lüleye $\rho_1 = 2.21 \text{ kg} / \text{m}^3$ yoğunluk ve $V_1 = 30 \text{ m} / \text{s}$ hız ile giriyor. Lüleyi

$\rho_2 = 0.762 \text{ kg} / \text{m}^3$ yoğunluk ve $V_2 = 180 \text{ m} / \text{s}$ hız ile terk ediyor. Lülenin giriş kesitinin alanı $A_1 = 0.0080 \text{ m}^2$ olduğuna göre (a) Lüleden geçen kütleli debiyi ve (b) Lülenin çıkış kesitinin alanını belirleyiniz.

$$\dot{m} = \rho_1 A_1 V_1 = 2.21 \times 0.008 \times 30 = 0.5334 \text{ kg} / \text{s}$$

$$\dot{m} = \rho_2 A_2 V_2 \rightarrow A_2 = \frac{\dot{m}}{\rho_2 V_2} = \frac{0.5334}{0.762 \times 180} = 0.00387 \text{ m}^2$$



Örnek 3 Yoğunluğu $\rho = 1.25 \text{ kg} / \text{m}^3$ olan hava bir iklimlendirme sisteminin kanalına $\dot{V} = 0.212 \text{ m}^3 / \text{s}$ lik hacimsel debi ile girmektedir. Kanalın çapı 0.254 m olduğuna göre, havanın kanal girişindeki hızını ve kütleli debisini hesaplayınız.

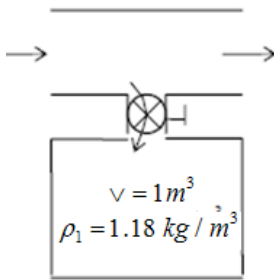
$$V = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{4\dot{V}}{\pi D^2} = \frac{4 \times 0.212}{\pi \times 0.254^2} = 1.0627 \text{ m} / \text{s}; \quad \dot{m} = \rho \dot{V} = 1.25 \times 0.212 = 0.265 \text{ kg} / \text{s}$$



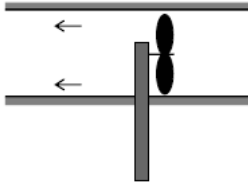
Örnek 4 $\forall = 1 m^3$ hacmindeki rijit bir tank başlangıçta yoğunluğu $\rho_1 = 1.18 kg / m^3$ olan hava ile doludur. Tank vana ile yüksek basınç hattına bağlıdır. Vana açılıyor ve havanın yoğunluğu $\rho_2 = 7.20 kg / m^3$ oluncaya kadar tanka hava girmesine müsaade ediliyor. Tankta giren havanın kütlesini belirleyiniz.

Kütle dengesi: $m_g - m_{\text{çıkış}} = \Delta m_{\text{sistem}} = m_2 - m_1 \rightarrow m_g = m_2 - m_1 = \rho_2 \forall - \rho_1 \forall$

$$m_g = m_2 - m_1 = \rho_2 \forall - \rho_1 \forall = (7.20 - 1.18) \times 1 = 6.02 kg \text{ hava tanka girmiş.}$$

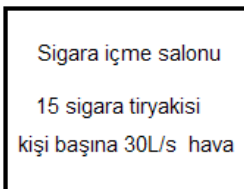


Örnek 5 Bir banyonun havalandırma fanı $\dot{V} = 30 L / s$ debiye sahiptir ve kesintisiz çalışmaktadır. İçerideki havanın yoğunluğu $1.20 kg / m^3$ olduğuna göre bir günde dışarıya atılan hava miktarını belirleyiniz.



$$\dot{m}_{\text{hava}} = \rho \dot{V}_{\text{hava}} = 1.2 \times 0.03 = 0.036 kg / s; \quad m = \dot{m}_{\text{hava}} \Delta t = 0.036 \times (24 \times 3600) = 3110 kg$$

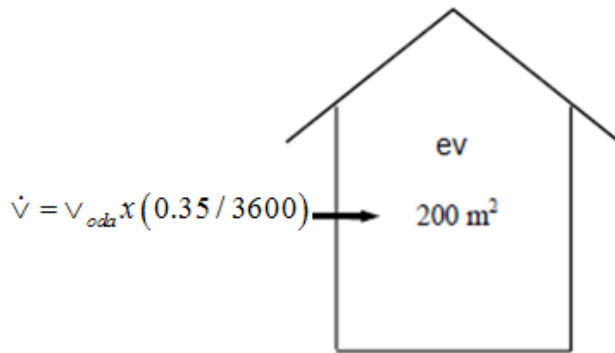
Örnek 6 Bir sigara içme salonu 15 sigara tiryakisine hizmet verecektir. Sigara içme salonları için kişi başına minimum taze hava ihtiyacı $\dot{V} = 30 L / s$ olarak belirlenmiştir. (ASHRAE, Standard 62, 1989). Salona verilmesi gereken taze havanın minimum debisini ve hava hızının $8 m / s$ 'yi geçmesi istenmediğine göre kanalın çapını hesaplayınız.



$$\dot{V}_{hava} = \dot{V}_{hava \text{ kişi başı}} \times \text{insan sayısı} = 30 \times 10^{-3} \times 15 = 0.45 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$\dot{V}_{hava} = VA = V \frac{(\pi D^2)}{4} \rightarrow D = \sqrt{\frac{4 \dot{V}_{hava}}{\pi V}} = \sqrt{\frac{4 \times 0.45}{\pi \times 8}} = 0.268 \text{ m}$$

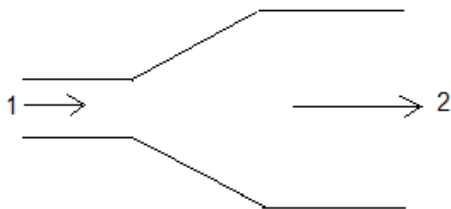
Örnek 7 Konut olarak kullanılan bir binanın minumum taze hava ihtiyacı saatte 0.35 hava değişimi olarak belirlenmiştir (ASHRAE, Standard 62, 1989). Yani her saatte bir konuttaki tüm havanın %35'i taze dış ortam havası ile değiştirilmelidir. Yüksekliği 2.7 m ve alanı 200 m^2 olan bir konutun havalandırma ihtiyacı sadece bir fan ile karşılanacağına göre, takılacak fanın debisini L/dakika biriminde belirleyiniz. Ortalama hava hızının $6 \text{ m} / \text{s}$ yi geçmesi istenmediğine göre kanalın çapını belirleyiniz.



$$v_{oda} = 2.7 \times 200 = 540 \text{ m}^3; \quad \dot{V} = v_{oda} \times (0.35 / 3600) = 540 \times 0.35 / 3600 = 0.0525 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$\dot{V} = VA = V \left(\frac{\pi D^2}{4} \right) \rightarrow D = \sqrt{\frac{4 \dot{V}}{\pi V}} = \sqrt{\frac{4 \times 0.0525}{\pi \times 6}} = 0.1055 \text{ m}$$

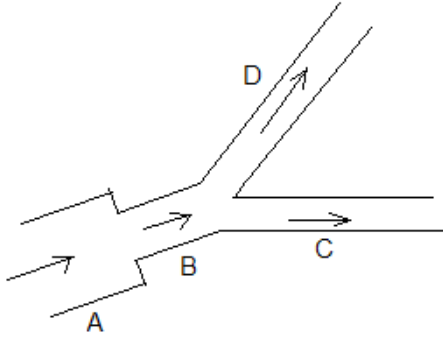
Örnek 8 5 cm çaplı bir boruda su hızı 4.5 m/s 'dir. Bu hızı 0.5 m/s değerine düşürmek için konik bir parça kullanılarak boru çapı arttırılmaktadır. Gerekli boru çapını ve debiyi bulunuz.



$$\text{Debi:} \quad \rightarrow \quad \dot{V} = V_1 \frac{\pi D_1^2}{4} = 4.5 \frac{\pi (0.05)^2}{4} = 8.834 \times 10^{-3} \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$\text{Debi} \quad \dot{V} = V_1 A_1 = V_2 A_2 \rightarrow V_1 \frac{\pi D_1^2}{4} = V_2 \frac{\pi D_2^2}{4} \rightarrow D_2 = \sqrt{\frac{V_1}{V_2}} D_1 = \sqrt{\frac{4.5}{0.5}} 0.05 = 0.15 \text{ m};$$

Örnek 9 Şekilde görülen çatallı borunun A kesitinde çapı 50 cm, akış hızı 2 m/s, B kesitinde çapı 30 cm, C kesitinde çapı 20 cm, D kesitinde çapı 25 cm ve akış hızı 4 m/s dir. Akışkan su olduğuna göre kesitlerden geçen kütleli, hacimsel debileri ve bilinmeyen hızları bulunuz.



$$A_A = 0.19635 \text{ m}^2$$

$$A_B = 0.07069 \text{ m}^2$$

$$A_C = 0.03141 \text{ m}^2$$

$$A_D = 0.04909 \text{ m}^2$$

$$\dot{V} = V_A A_A = V_B A_B = V_C A_C + V_D A_D$$

$$A_A = \frac{\pi D_A^2}{4} = \frac{\pi \times 0.5^2}{4} = 0.19635 \text{ m}^2; \quad A_B = 0.07069 \text{ m}^2; \quad A_C = 0.03141 \text{ m}^2 \quad A_D = 0.04909 \text{ m}^2$$

$$\dot{V} = V_A A_A = 2 \times 0.19635 = 0.3927 \text{ m}^3 / \text{s} \quad \dot{m}_A = \rho \dot{V} = 1000 \times 0.3927 = 392.7 \text{ kg} / \text{s}$$

$$V_B = \frac{\dot{V}}{A_B} = \frac{0.3927}{0.07069} = 5.55 \text{ m} / \text{s}; \quad \dot{V}_D = V_D A_D = 4 \times 0.04909 = 0.1963 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$\dot{V}_C = \dot{V}_B - \dot{V}_D = 0.3927 - 0.1963 = 0.1963 \text{ m}^3 / \text{s}; \quad \dot{m}_C = \rho \dot{V}_C = 1000 \times 0.1963 = 196.3 \text{ kg} / \text{s}$$

$$V_C = \dot{V}_C / A_C = 0.1963 / 0.03141 = 6.25 \text{ m} / \text{s}$$

Bernoulli Denklemi

- **Bernoulli denklemi** basınç, hız ve yükseklik arasındaki ilişkiyi temsil eden yaklaşık bir bağıntıdır ve net sürtünme kuvvetlerinin ihmal edilebilir olduğu daimi, sıkıştırılamaz akış bölgelerinde geçerlidir.
- Bir akışkan parçacığının bir akım çizgisi boyunca daimi akışı esnasında akış, kinetik ve potansiyel enerjilerinin toplamının sabit kaldığını ifade eder.
- Denklemin türetilmesindeki ana yaklaşım, viskoz etkilerin atalet, yerçekimi ve basınç etkilerine oranla ihmal edilebilir derecede düşük olduğudur.

Bernoulli Denklemi olarak anılan sürtünmesiz bir akışta basınç, hız ve yükseklik arasındaki bağıntı sürekli akış enerji denklemi ile yakından ilişkilidir. Bir akım çizgisi boyunca hareket eden bir parçacık için aşağıdaki bağıntı yazılabilir.

$$\text{Daimi akış} \quad \int \frac{dP}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = \text{sabit} \quad (\text{bir akım çizgisi boyunca}) \quad (4)$$

Sıkıştırılamaz akış durumunda, ilk terim de tam diferansiyel olur ve bir akım çizgisi boyunca

$$\text{Daimi sıkıştırılamaz akış:} \quad \frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = \text{sabit} \quad (\text{bir akım çizgisi boyunca}) \quad (5)$$

sonucunu verir. Bu denklem akışkanlar mekaniğinde daimi, sıkıştırılamaz akışlar için bir akım çizgisi boyunca viskoz olmayan akış bölgelerinde sıklıkla kullanılan **Bernoulli denklemi**dir. Bernoulli denklemi ayrıca aynı akım çizgisi üzerinde iki nokta arasında:

$$\text{Daimi sıkıştırılamaz akış:} \quad \frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 = \text{sabit} \quad (6)$$

şeklinde yazılabilir. Bernoulli Denklemi, bir akım çizgisi boyunca hareket eden akışkan parçacığına uygulanan momentumun korunumu ilkesinden elde edilir. Burada:

- P / ρ birim kütle için **akış enerjisi**,
- $V^2 / 2$ birim kütle için **kinetik enerji**,
- gz birim kütle için **potansiyel enerjidir**.

Statik, Dinamik ve Durma Basınçları

Bernoulli Denklemi, Bir akışkan parçacığının bir akım çizgisi boyunca daimi akışı sırasında, akış, kinetik ve potansiyel enerjilerinin toplamının sabit kaldığını ifade eder.

$$\text{Daimi sıkıştırılmaz akış: } \frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = \text{sabit} \quad (\text{bir akım çizgisi boyunca})$$

(5) bağıntısı ρ ile çarpılırsa aşağıdaki bağıntı elde edilir:

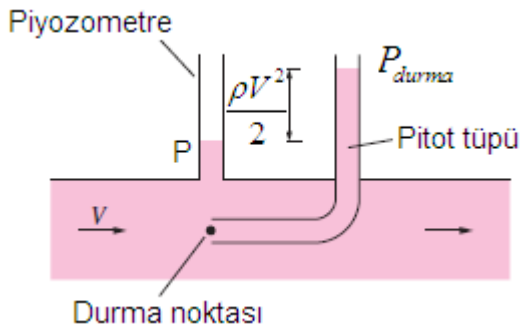
$$\text{Daimi sıkıştırılmaz akış: } P + \frac{\rho V^2}{2} + \rho gz = \text{sabit} \quad (\text{bir akım çizgisi boyunca}) \quad (7)$$

Burada her terim basınç birimindedir. Bu yüzden her terim bir tür basıncı temsil etmektedir.

- P **statik basınç**tır. Akışkanın gerçek termodinamik basıncını ifade eder. Özellik tablolarında kullanılan basınçla aynıdır.
- $\rho V^2 / 2$ **dinamik basınç**tır. Hareket halindeki bir akışkan durmaya zorlandığında akışkanda meydana gelen basınç artışını ifade eder.
- ρgz **hidrostatik basınç**tır. Değeri seçilen referans seviyesine bağlı olduğundan tam anlamıyla belirli bir basıncı ifade etmez. Yüksekliğin, yani akışkan ağırlığının etkilerini hesaba katar. Statik, dinamik ve potansiyel basınçların toplamı **toplam basınç**tır. Statik ve dinamik basınçların toplamı durma basıncı olarak adlandırılır ve aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$P_{\text{durma}} = P + \frac{\rho V^2}{2} \quad kPa \quad (8)$$

Durma basıncı, akış içerisindeki bir noktada akışkanı izentropik olarak durmaya zorlayan basıncı ifade eder. Statik, dinamik ve durma basınçları Şekil 2'de gösterilmiştir.



$$V = \sqrt{\frac{2(P_{\text{durma}} - P)}{\rho}}$$

Şekil 2: Statik, dinamik ve durma basınçları

Belirli bir noktadaki statik ve durma basınçları ölçüldüğünde, o noktadaki akışkan hızı (7) bağıntısından elde edilen aşağıdaki bağıntıyla hesaplanabilir:

$$V = \sqrt{\frac{2(P_{durma} - P)}{\rho}} \quad (9)$$

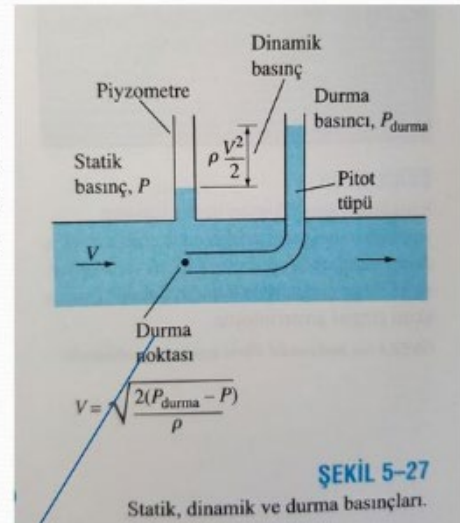
Denklem (8), Şekil 1' de görüldüğü gibi, **Statik basıncı** ölçen **Piyezometre tüpü** ve **durma basıncını** ölçen **Pitot tüpü** beraberce kullanıldığında akış hızını ölçmede kullanışlıdır. Piyezometre tüpü, basitçe delik düzlemi akış yönüne paralel olacak şekilde bir çepere açılan ve **statik basınç deliği** olarak adlandırılan küçük bir deliğe yerleştirilir ve statik basıncı ölçer. Durma basıncını ölçen Pitot tüpü akışkanın basınç etkisini tam algılamak için açık ucu akışa doğru yerleştirilmiş küçük bir borudur. Eğer ölçülecek basınçlar atmosfer basıncının altındaysa ya da gaz akışkanların basınçları ölçülecekse piyezometre tüpü işe yaramaz. Bu durumda yine statik basınç deliği ve pitot tüpü kullanılabilir ancak bunların, U manometresi vb basınç dönüştürücü gibi diğer ölçüm cihazlarına bağlanması gerekir.

Pitot Tüpü

- Statik, Dinamik ve Durma basınçları yandaki gibi bir düzenekle ölçülebilir. Bu şekilde durma basıncının ölçülmesi, kanal veya borudaki hızın hesaplanmasına olanak verir. Bu esasa göre çalışan ölçüm ağıtlarına **PİTOT TÜPÜ** adı verilir.

$$\underbrace{P}_{\text{Statik basınç}} + \underbrace{\rho \frac{V^2}{2}}_{\text{Dinamik basınç}} = P_{durma}$$

$$V = \sqrt{\frac{2(P_{durma} - P_{statik})}{\rho}}$$



Bir akışın içerisinde durgun bir cisim daldırıldığında, akışkan cismin ön kısmında durmaya zorlanır (durma noktası)

Bernoulli Denklemi

- Daimi, sıkıştırılamaz akış: $\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = \text{sabit}$
- Enerji denkleminden iş, ısı ve kayıp terimlerini atarsak, elde ettiğimiz denkleme Bernoulli Denklemi denir.

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 = \text{sabit}$$

Statik, Dinamik ve Durma Basınçları

- **Bernoulli** Denklemi, her bir terim basınç biriminde olacak şekilde de ifade edilebilir. Bu durumda terimler şu isimleri alır:

$$\underbrace{P}_{\text{Statik basınç}} + \underbrace{\rho \frac{V^2}{2}}_{\text{Dinamik basınç}} + \underbrace{\rho gz}_{\text{Hidrostatik basınç}} = \underbrace{P_T}_{\text{Toplam basınç}}$$

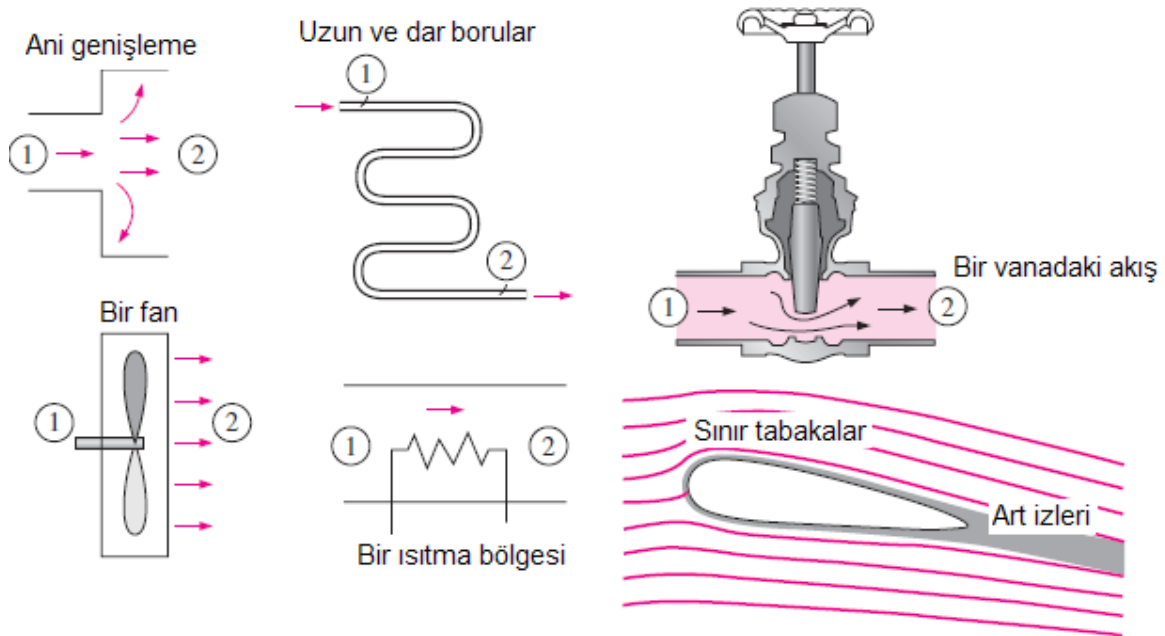
DURMA BASINCI, P_{durma}

Akışkanı durmaya zorlayan basınç

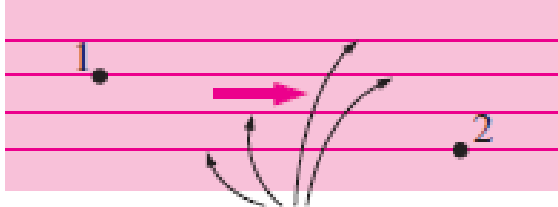
Bir akışın içerisine durgun bir cisim daldırıldığında, akışkan, cismin ön kısmında durmaya zorlanır (durma noktası)

Bernoulli Denklemi Sınırlamaları

- Daimi akış (Bir noktada zaman içerisinde hiçbir değişim (hız, akış yönü v.b.) yoktur.)
- Sürtünmesiz akış (sürtünme etkileri ihmal edilir)
- Mil işinin olmaması (pompa, türbin gibi akım çizgilerinin bozulmasına neden olan ve akışkan parçacıklarıyla enerji etkileşimine giren makinaların bulunduğu akış kesimlerinde uygulanamaz)
- Sıkıştırılamaz akış (sıvılar vb.)
- Isı geçişinin olmaması (ısıtma, soğutma kesimleri gibi önemli sıcaklık değişimlerinin olduğu akış bölgelerinde kullanılamaz)
- Bir akım çizgisi boyunca akış (farklı akım çizgileri için farklı eşitlikler oluşturulur)



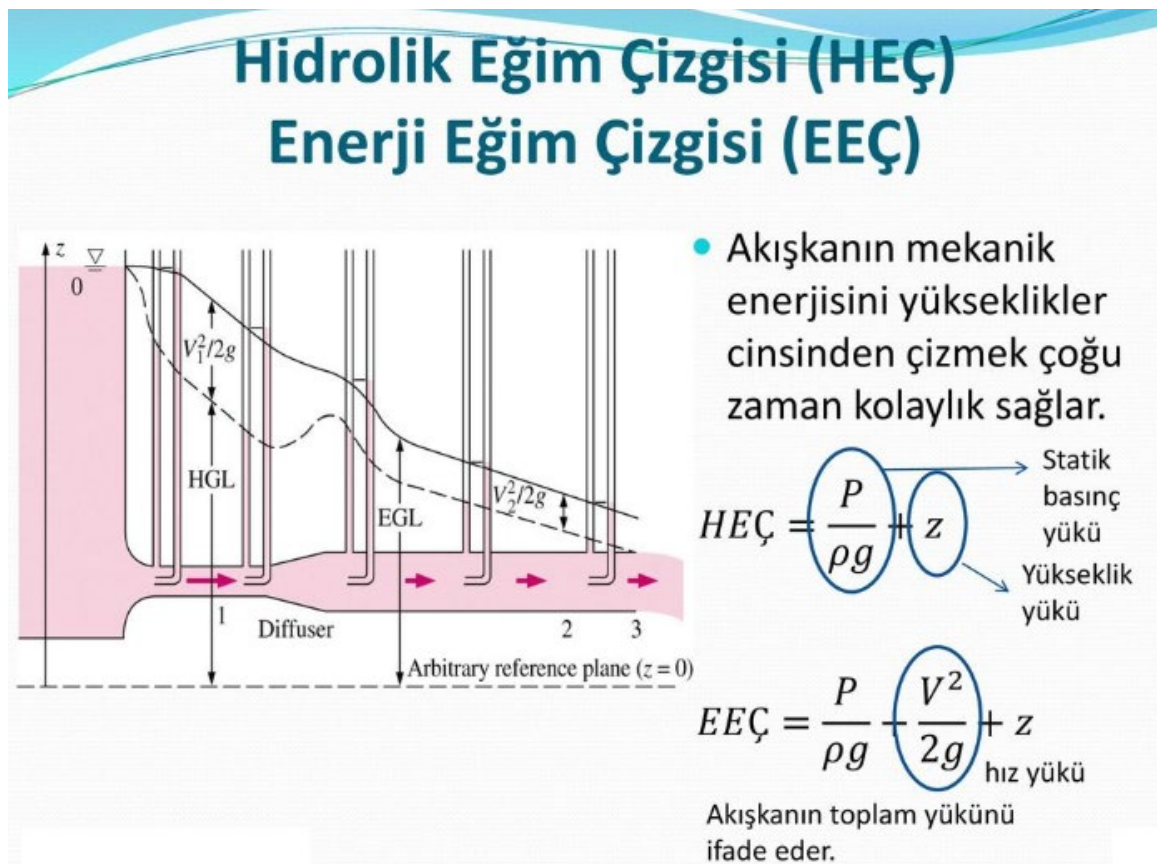
Şekil 3 Bir akış kesiminde akım çizgili yapıyı bozarak Bernoulli Denklemi geçersiz kılan elemanlar ve sürtünme etkileri



Akım çizgileri

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2$$

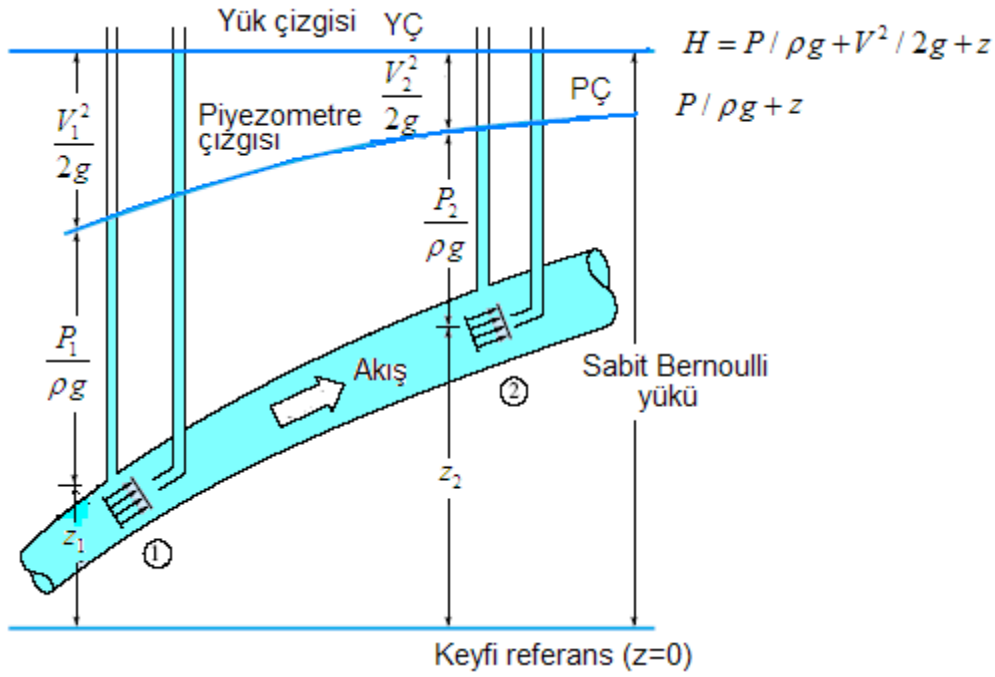
Şekil 4 Akış dönümsüz olduğunda, Bernoulli Denklemi akış boyunca herhangi iki nokta arasında uygulanabilir



Mekanik enerji seviyesini, genellikle Bernoulli denklemindeki terimleri yükseklik cinsinden ifade ederek grafikte gösterebiliriz. Bu, Bernoulli denklemindeki her terim g 'ye bölünerek gerçekleştirilebilir:

$$\frac{P}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + z = H = \text{sabit} \quad (\text{bir akım çizgisi boyunca})$$

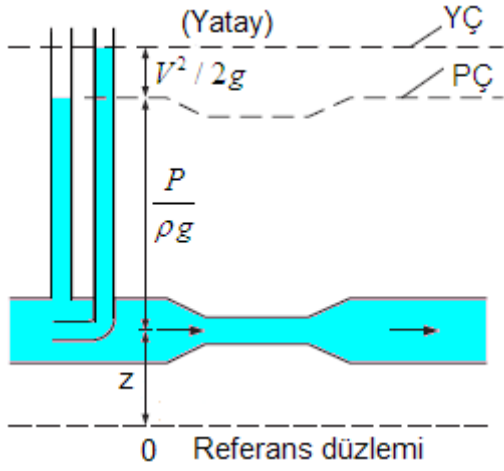
H akışkanın toplam yüküdür. Bernoulli yükler cinsinden: *Sıkıştırılabilirlik ve sürtünme etkilerinin ihmal edilebildiği daimi akış esnasında bir akım çizgisi boyunca basınç, hız ve yükseklik yüklerinin toplamı sabittir* şeklinde açıklanabilir.



Şekil 5 Sürtünmesiz akışta yük ve piyezometre çizgileri

Bernoulli denkleminin yararlı bir görsel yorumlaması, bir akışın iki seviye çizgisini çizmektir. Şekil 5' de Sürtünmesiz akışta yük ve piyezometre çizgileri görülmektedir. Sürtünmesiz akışta yük ve piyezometre çizgileri Yük çizgisi (YÇ veya EEÇ) (Enerji seviye hattı), toplam Bernoulli sabiti $H = P / \rho g + V^2 / 2g + z$ 'nin yüksekliğini gösterir. İş ve ısı eklemesi ve çıkarması olmayan bir akışta, denklem (5), (YÇ) sabit bir yüksekliğe sahiptir. Piyezometre çizgisi (PÇ veya HEÇ), yükseklik ve basınç yükü $z + P / \rho g$ yüksekliğini gösterir. Piyezometre seviyesi, akışa iliştirilmiş bir piyezometre tüpünde sıvının yükselebileceği yüksekliktir. Şekil 5 bir kanalın 1 ve 2 kesitlerinde sürtünmesiz akış için YÇ ve PÇ' yi gösterir. Piyezometre tüpleri $z + P / \rho g$ ve böylece PÇ' yi açıklar. Pitot durma noktası hız tüpleri, YÇ'ye karşılık gelen toplam $z + P / \rho g + V^2 / 2g$ yi ölçer. Bu özel durumda YÇ sabittir ve PÇ hızdaki düşüşten ötürü yükselir.

Akışkanın kendisinin de ayrıca z yükseklik yükünün (referans düzlemi borunun merkez çizgisi alınmadığı sürece) olduğunu gözönünde bulundurarak, PÇ ve YÇ şu şekilde tanımlanabilir: Statik basınç ve yükseklik yüklerinin toplamını ifade eden çizgiye, $P / \rho g + z$, PÇ denir. Akışkanın toplam yükünü ifade eden çizgiye, $P / \rho g + V^2 / 2g + z$, YÇ yük çizgisi denir. YÇ ve PÇ arasındaki fark $V^2 / 2g$ dinamik yükü verir.



Şekil 6 İdealleştirilmiş Bernoulli tipi akışta YÇ yataydır ve yüksekliği sabit kalır. Ancak, eğer akış hızı akış boyunca değişiyorsa PÇ için aynı durum söz konusu değildir.

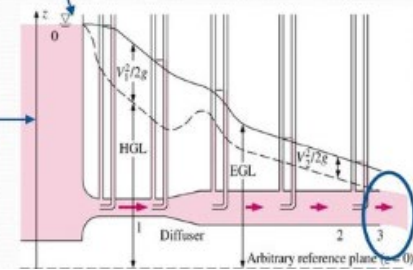
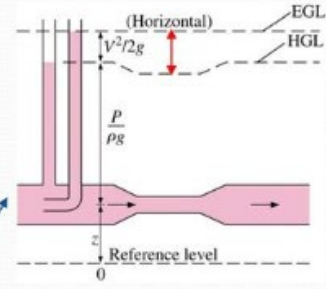
Şekil 6'de görüldüğü gibi idealleştirilmiş Bernoulli tipi akışta yÇ yataydır ve yüksekliği sabit kalır. Ancak, eğer akış hızı akış boyunca değişiyorsa PÇ için aynı durum söz konusu değildir.

Hidrolik Eğim Çizgisi (HEÇ) Enerji Eğim Çizgisi (EEÇ)

$\frac{P}{\rho g}$	Basınç yükü; P statik basıncını meydana getiren akışkan sütunu yüksekliği
$\frac{V^2}{2g}$	Hız yükü; akışkanın sürtünmesiz serbest düşmesi sırasında V hızına ulaşması için gerekli olan yükseklik
z	Yükseklik yükü; akışkanın potansiyel enerjisini temsil eder

Hidrolik Eğim Çizgisi (HEÇ)-Enerji Eğim Çizgisi (EEÇ)

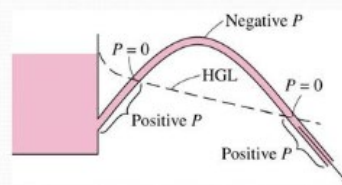
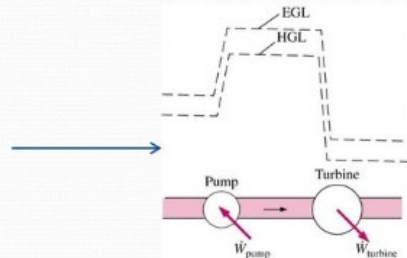
- Su depoları ve göller gibi durgun haldeki kütlelerde HEÇ ve EEÇ sıvının serbest yüzeyi ile çakışır. Serbest yüzeyin yüksekliği z , hız ve statik basınç sıfır olduğundan, hem EEÇ, hem de HEÇ'i gösterir.
- EEÇ, her zaman HEÇ'in $V^2/2g$ 'lik düşey mesafe kadar üzerinde olur.
- İdeal Bernoulli akışında EEÇ yatay bir doğrudur. Akış hızı sabit olduğunda HEÇ'de aynı şekilde sabit kalır. Ancak akış kesiti değişiyorsa HEÇ için aynı şeyi söyleyemeyiz.
- Boru çıkışında basınç yükü sıfırdır (atmosferik basınç) ve bu nedenle HEÇ boru çıkışı ile çakışır.



Gerçek akış koşullarında, EEÇ sürtünme kayıplarından dolayı yavaşça düşer. Bir büyük kayıp (vana, engel) veya iş eksilmesinden (türbin) dolayı keskin bir şekilde düşer. EEÇ sadece iş eklenmesi (örneğin pompa veya pervane ile) varsa yükselebilir. HEÇ genellikle kayıplar veya iş iletimine göre EEÇ nin davranışını izler, hız azalırsa yükselir, artarsa düşer.

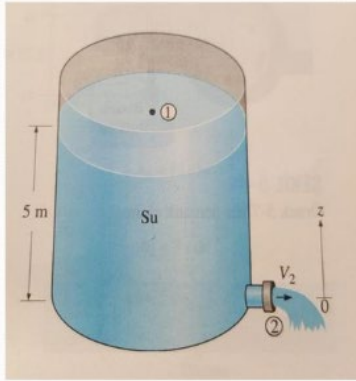
Hidrolik Eğim Çizgisi (HEÇ) Enerji Eğim Çizgisi (EEÇ)

- Akışkana enerji verildiğinde HEÇ ve EEÇ dik bir yükseliş, akışkandan enerji çekildiğinde ise dik bir düşüş sergiler.
- HEÇ'in akışkanla kesiştiği noktalarda akışkanın basıncı (etkin basınç) SIFIR olur. Bu kesişim noktalarının üzerinde basınç negatif, altında kalan akış kesimlerinde basınç pozitifdir.

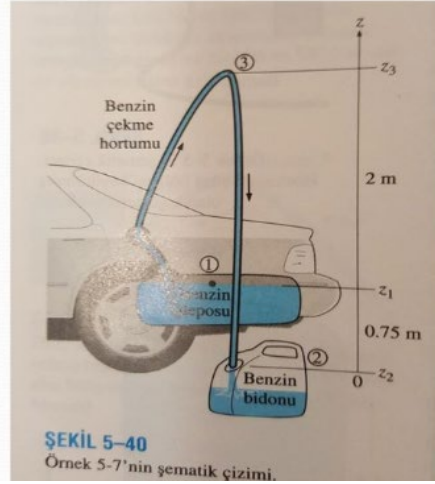


5-5 Bernoulli Denkleminin Uygulamaları

Örnek 5-6



Örnek 5-7

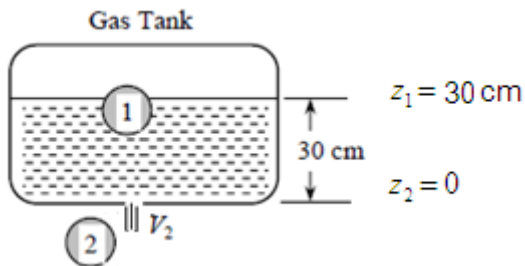


Çengel 5.40 Yerden 3000 m yükseklikte uçan bir uçağın hızını ölçmek için bir Pitot-statik tüpü kullanılıyor. Okunan basınç farkı 3 kPa ise uçağın hızını belirleyiniz.

$$z_1 = z_2; \quad V_2 = 0; \quad \frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + g z_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + g z_2 \rightarrow$$

$$V_1 = \sqrt{\frac{2(P_2 - P_1)}{\rho}} = \sqrt{\frac{2 \times 3000}{0.909}} = 81.2 \text{ m/s} = \frac{81.2 \times 10^{-3}}{1/3600} \text{ km/h} = 292 \text{ km/h}$$

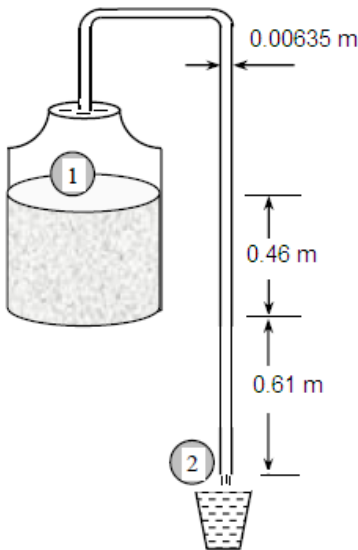
Çengel 5.41 Bir araba bozuk bir yolda ilerlerken arka tarafı sivri bir kayaya çarpıyor ve benzin deposundakinin tabanında küçük bir delik oluşuyor. Depodaki benzinin yüksekliği 30 cm olduğuna göre, delikten akan benzinin ilk hızını belirleyiniz. Hızın zamanla nasıl değişeceğini ve deponun kapağı sıkıca kapatıldığında akışın bundan nasıl etkileneceğini tartışınız.



$$V_1 \cong 0; \quad P_1 = P_{atm}; \quad P_2 = P_{atm} \quad z_1 = 0.3 \text{ m}; \quad z_2 = 0$$

$$\frac{\cancel{V_1}}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \frac{\cancel{V_2}}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + \cancel{gz_2} \quad V_2 = \sqrt{2gz_1} = \sqrt{2 \times 9.81 \times 0.3} = 2.43 \text{ m/s}$$

Çengel 3.42 Bir ofisteki içme suyu ihtiyacı büyük su şişeleri ile karşılanmaktadır. Çapı 6.35 mm olan plastik borunun bir ucu yüksek bir sehpanın üzerine konulan şişenin içine daldırılırken, üzerinde açma kapama vanası bulunan diğer ucu ise şişenin 0.61 m aşağısında tutulur. Şişe tamamen dolu iken su seviyesi yüksekliği 0.46 m olduğuna göre, **(a)** şişe ilk açıldığında ve **(b)** şişe neredeyse boşalmak üzere iken 236.45 ml hacmindeki bir bardağı doldurmak için geçecek olan minimum süreyi belirleyiniz.



$$V_1 \cong 0; \quad P_1 = P_2 = P_{atm}; \quad z_2 = 0$$

$$(a) \quad z_1 = 0.46 + 0.61 = 1.07 \text{ m}$$

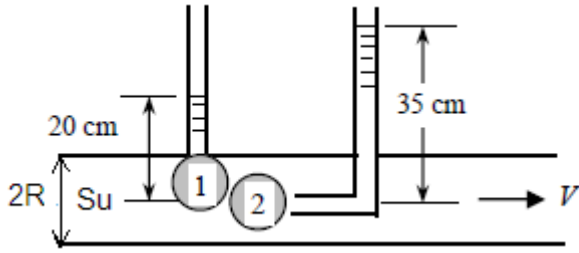
$$\frac{\cancel{V_1}}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \frac{\cancel{V_2}}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 \quad \rightarrow \quad V_2 = \sqrt{2gz_1} = \sqrt{2 \times 9.81 \times (0.61 + 0.46)} = 4.581 \text{ m/s}$$

$$A = \pi D^2 / 4 = \pi \times (0.00635)^2 / 4 = 3.177 \times 10^{-5}; \quad \Delta t = \frac{V}{\dot{V}} = \frac{V}{AV_2} = \frac{0.23645 \times 10^{-3}}{3.177 \times 10^{-5} \times 4.581} = 1.63 \text{ s}$$

$$(b) \quad z_1 = 0.61 \text{ m}; \quad V_2 = \sqrt{2gz_1} = \sqrt{2 \times 9.81 \times 0.61} = 3.459 \text{ m/s};$$

$$\Delta t = \frac{V}{\dot{V}} = \frac{V}{AV_2} = \frac{0.23645 \times 10^{-3}}{3.177 \times 10^{-5} \times 3.459} = 2.15 \text{ s}$$

Çengel 5.43 Bir piyezometre ve bir pitot tüpü 3 cm çapındaki yatay bir su borusuna takılıyor ve su sütunu yükseklikleri piyezometrede 20 cm ve Pitot tüpünde 35 cm olarak ölçülüyor (Her ikisi de borunun üst yüzeyinden ölçülüyor). Borunun merkezindeki hızı belirleyiniz.

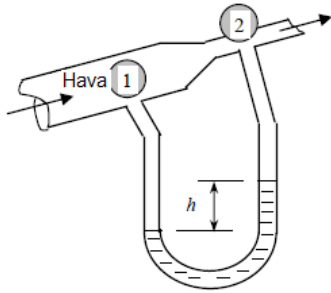


durma hızı $V_2 = 0$

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + g z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + g z_2; \quad \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2 - P_1}{\rho g} = \frac{\rho g (h_{pitot} + R) - \rho g (h_{piezo} + R)}{\rho g} = (h_{pitot} - h_{piezo})$$

$$V_1 = \sqrt{2g(h_{pitot} - h_{piezo})} = \sqrt{2 \times 9.81(0.35 - 0.2)} = 1.72 \text{ m/s}$$

Çengel 5.55 110 kPa ve 50°C'deki hava, 6 cm çapındaki eğimli bir kanal içerisinde 45 L/s'lik debi ile yukarı doğru akmaktadır. Kanal çapı daha sonra bir redüksiyon ile 4 cm'ye düşürülmektedir. Redüksiyon giriş ve çıkışı arasındaki basınç değişimi, bir sulu manometre ile ölçülmektedir. Manometre kollarının boruya bağlandığı iki nokta arasındaki yükseklik 0.20 m dir. Manometrenin iki kolundaki sıvı seviyeleri arasındaki yükseklik farkını belirleyiniz.



$$\rho_{hava} = \frac{P}{RT} = \frac{110000}{287 \times (50 + 273)} = 1.186 \text{ kg/m}^3;$$

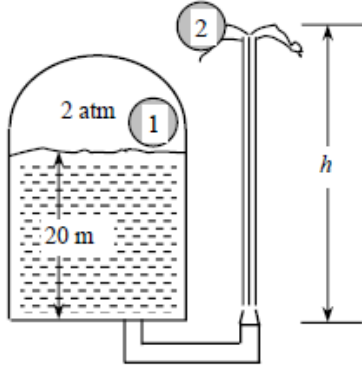
$$V_1 = \frac{\dot{V}}{\pi D_1^2 / 4} = \frac{0.045}{\pi (0.06)^2 / 4} = 15.9 \text{ m/s}; \quad V_2 = \frac{\dot{V}}{\pi D_2^2 / 4} = \frac{0.045}{\pi (0.04)^2 / 4} = 35.8 \text{ m/s};$$

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + g z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + g z_2 \rightarrow P_1 - P_2 = \rho_{hava} \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \rho_{hava} g (z_2 - z_1)$$

$$P_1 - P_2 = \rho_{hava} \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \rho_{hava} g (z_2 - z_1) = 1.19 \left[\frac{(35.8)^2 - (15.9)^2}{2} + 9.81 \times 0.2 \right] = 614 \text{ N/m}^2$$

$$h = \frac{P_1 - P_2}{\rho_{su} g} = \frac{614}{1000 \times 9.81} = 0.0626 \text{ m}$$

Çengel Problem 5.59 Bir tanktaki su seviyesi zeminden 20 m yüksekliktedir. Tankın tabanına bir hortum bağlı olup hortumun ucunda takılı bulunan fıskiye'nin yönü yukarı çevrilmiştir. Tankın kapağı hava sızdırmamaktadır ve su yüzeyinin üzerindeki hava basıncı 2 atmosferdir (etkin basınç olarak) Sistem deniz seviyesindedir. Su akımının çıkacağı maksimum yüksekliği belirleyiniz.



$$\rho = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3; \quad V_1 \cong 0 \quad V_2 = 0; \quad z_1 = 20 \text{ m}; \quad P_{1, \text{etkin}} = P_1 - P_{\text{atm}} = 2 \text{ atm} = 2 \times 101325 \text{ Pa};$$

$$P_2 = P_{\text{atm}} = 101325 \text{ Pa};$$

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \rightarrow \frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{P_{\text{atm}}}{\rho g} + z_2 \quad z_2 = \frac{P_1 - P_{\text{atm}}}{\rho g} + z_1$$

$$z_2 = \frac{P_1 - P_{\text{atm}}}{\rho g} + z_1 = \frac{P_{1, \text{etkin}}}{\rho g} + z_1 = \frac{2 \times 101325}{1000 \times 9.81} + 20 = 40.65 \text{ m}$$

5-6 GENEL ENERJİ DENKLEMİ

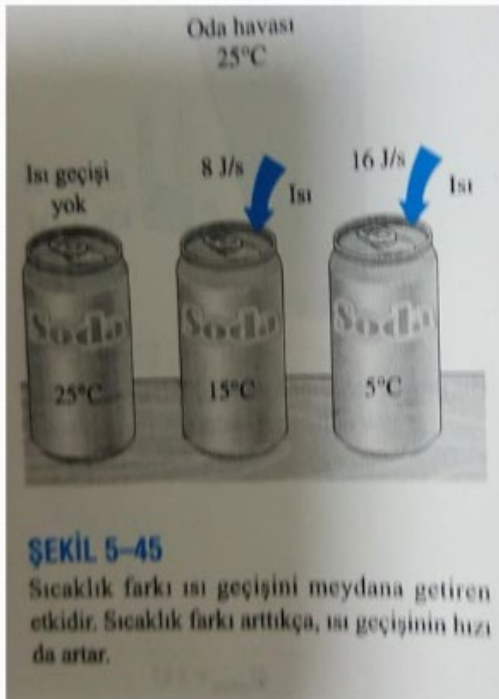
Basit, sıkıştırılabilir sistemler için sistemin enerjisi; iç enerji, kinetik enerji ve potansiyel enerjilerin toplamından oluşur ve birim kütle için aşağıdaki gibi yazılır:

$$e = u + ke + pe = u + \frac{V^2}{2} + gz$$

Isı ile enerji geişı, Q

- Belirli bir kütleye sahip tek fazlı maddelerin ısı enerjilerindeki değişim, sıcaklıklarının değişimiyle sonuçlanır ve bu yüzden, sıcaklık, ısı enerjinin iyi bir göstergesidir.
- Isı enerji, kendiliğinden, azalan sıcaklık yönünde hareket eder ve sıcaklık farkından dolayı bir sistemden diğer bir sisteme olan ısı enerji geçişine ısı geçişi denir.
- Birim zamandaki ısı geçişi, ısı geçiş hızı olarak adlandırılır ($\dot{Q}$)

Isı ile enerji geçişi, Q



- ✓ Isı geçişinin yönü her zaman yüksek sıcaklıktaki cisimden düşük sıcaklıktaki cisme doğrudur.
- ✓ Cisimlerin sıcaklıkları eşitlendiğinde, ısı geçişi sona erer.
- ✓ Isı geçişinin olmadığı bir proses **adyabatik proses** olarak adlandırılır.
- ✓ Adyabatik proses:

- 1) Sistem çok iyi yalıtılmıştır
- 2) Sistem ve ortam aynı sıcaklıktadır.

İş ile enerji geçişi, W

- ✓ Bir mesafe boyunca etki eden kuvvet ile meydana gelen enerji etkileşimine **iş** denir
- ✓ Birim zamanda yapılan iş, **güç** olarak adlandırılır ($\dot{W}$).
- ✓ Buhar ve gaz türbinleri iş üretir (akışkanın enerjisini alır); kompresör, pompa, fan ve karıştırıcılar iş tüketir (akışkana enerji aktarır ve akışkanın enerjisini artırır) .

Mil işi

Mil işi

Birçok akış sisteminde, mili kontrol yüzeyinden çıkıntı yapan; pompa, türbin, fan ya da kompresör gibi akım makinaları bulunur ve bu gibi makinalardan olan iş geçişi basitçe **mil işi**, W_{mil} olarak ifade edilir. Dönen bir mil aracılığıyla iletilen güç, mil torku T_{mil} ile orantılıdır ve

$$\dot{W}_{mil} = \omega T_{mil} = 2\pi n T_{mil} \quad (5-52)$$

şeklinde ifade edilir. Burada ω rad/s biriminde milin açısal hızı ve n milin birim zamanda yaptığı devir sayısı olarak tanımlanır ve genellikle devir/dakika birimi ile ifade edilir.

Basınç Kuvvetleri Tarafından Yapılan İş

$$\left(\begin{array}{c} \text{Bir kontrol hacmine} \\ \text{birim zamanda} \\ \text{ısı ve iş geçişi} \\ \text{ile geçen net enerji} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Kontrol hacmi} \\ \text{içerisindeki} \\ \text{enerji miktarının birim} \\ \text{zamandaki değişimi} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Kütle akış ile} \\ \text{kontrol yüzeyinden} \\ \text{çıkan} \\ \text{net enerji debisi} \end{array} \right)$$

akış enerjisi e

$$\dot{Q}_{\text{net giren}} + \dot{W}_{\text{mil,net giren}} = \frac{d}{dt} \int_{KH} e \rho dV + \sum_{\text{çıkan}} \dot{m} \left(\frac{P}{\rho} + u + \frac{V^2}{2} + gz \right) - \sum_{\text{giren}} \dot{m} \left(\frac{P}{\rho} + u + \frac{V^2}{2} + gz \right) \quad (5-62)$$

ya da

$$\dot{Q}_{\text{net giren}} + \dot{W}_{\text{mil,net giren}} = \frac{d}{dt} \int_{KH} e \rho dV + \sum_{\text{çıkan}} \dot{m} \left(h + \frac{V^2}{2} + gz \right) - \sum_{\text{giren}} \dot{m} \left(h + \frac{V^2}{2} + gz \right) \quad (5-63)$$

$$h = P/\rho + u = \text{entalpi}$$

5-7 Daimi Akışların Enerji Analizi

$$\dot{m} \left(\frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 \right) + \dot{W}_{\text{pompa}} = \dot{m} \left(\frac{P_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 \right) + \dot{W}_{\text{türbin}} + \dot{E}_{\text{mek,kayıp}} \quad (5-73)$$

ifadesini elde ederiz. Burada $\dot{W}_{\text{pompa}}$ pompa mili vasıtasıyla verilen mil gücüdür, $\dot{W}_{\text{türbin}}$ türbin mili vasıtasıyla üretilen (alınan) mil gücü ve $\dot{E}_{\text{mek,kayıp}}$ ise boru şebekesindeki sürtünme kayıplarına ek olarak pompa ve türbin kayıplarından oluşan toplam mekanik güç kaybıdır:

$$\dot{E}_{\text{mek,kayıp}} = \dot{E}_{\text{mek,kayıp,pompa}} + \dot{E}_{\text{mek,kayıp,türbin}} + \dot{E}_{\text{mek,kayıp,borular}}$$

Daimi akışlar için kontrol hacmi içerisindeki enerji miktarının değişimi sıfırdır:

$$\dot{Q}_{\text{net giren}} + \dot{W}_{\text{mil,net giren}} = \sum_{\text{çıkan}} \dot{m}_{\text{ç}} \left(h + \frac{V^2}{2} + gz \right)_{\text{ç}} - \sum_{\text{giren}} \dot{m}_{\text{g}} \left(h + \frac{V^2}{2} + gz \right)_{\text{g}} \quad (11)$$

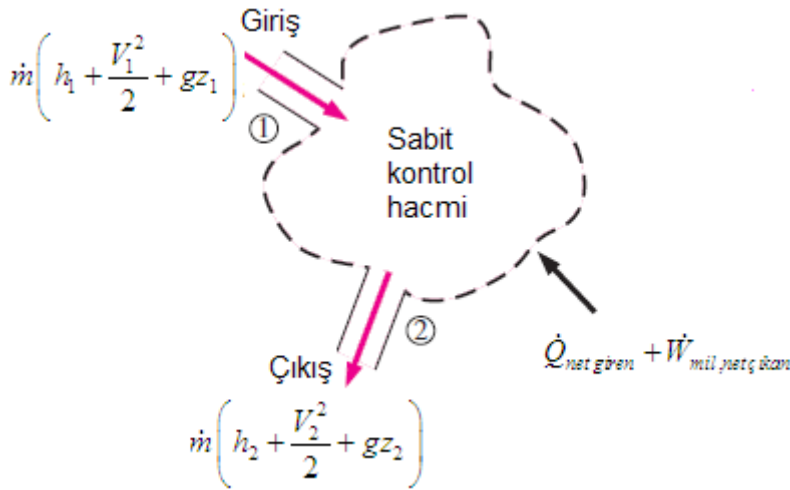
Bu ifade, daimi akış esnasında bir kontrol hacmine ısı ve iş geçişleri ile birim zamanda birim zamanda olan net enerji geçişinin, kütle ile birlikte giren ve çıkan enerji akışı hızlarının farkına eşit olduğunu belirtir. Uygulamadaki bir çok problemde sadece tek giriş ve tek çıkış vardır (Şekil 6). Bu gibi tek akımlı makinelerde kütle debisi sabit kaldığından (6) denklemi:

$$\dot{Q}_{net\ giren} + \dot{W}_{mil\ net\ giren} = \dot{m} \left[(h_2 - h_1) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \right] \quad (12)$$

haline indirgenir. Burada alt indis 1 girişi ve alt indis 2 ise çıkışı temsil eder. (12) bağıntısı her iki tarafı da $\dot{m}$ 'e bölerek birim kütle için yazılır ve yeniden düzenlenirse:

$$w_{mil\ net\ giren} + h_1 + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = h_2 + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 - q_{net\ giren} \quad (13)$$

halini alır.



(13) Bağıntısında $h = u + P / \rho$ entalpi tanımını kullanarak denklemi tekrar düzenlersek daimi akış denklemi aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\underbrace{w_{mil\ net\ giren} + \frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1}_{giren\ mekanik\ enerji} = \underbrace{\frac{P_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2}_{çıkan\ mekanik\ enerji} + \underbrace{(u_2 - u_1 - q_{net\ giren})}_{e_{mek\ kayıp} = Mekanik\ enerji\ kaybı} \quad (14)$$

Burada u akışkanın iç enerjisi, P / ρ akış enerjisi, $V^2 / 2$ kinetik enerjisi ve gz ise potansiyel enerjisi olup hepsi birim kütle için verilmiştir. Bu bağıntılar hem sıkıştırılabilir hem de

sıkıştırılmaz akışlar için geçerlidir. (14) Denkleminde sol taraf giren mekanik enerjiyi ifade ederken, sağ tarafındaki ilk üç terim çıkan mekanik enerjiyi ifade eder. Eğer akış sürtünme gibi tersinmezlikleri içermeyen ideal bir akış ise, toplam mekanik enerji korunmalı ve parantez içindeki terim $(u_2 - u_1 - q_{net\ giren}) = 0$ olmalıdır. Yani

$$ideal\ akış\ (mekanik\ enerji\ kaybı\ yok)\quad u_2 - u_1 = q_{net\ giren}$$

(14) denkleminde $w_{mil,net\ giren} = w_{pompa} - w_{türbin}$ ve $e_{mek\ kayıp} = u_2 - u_1 - q_{net\ giren}$ alınırsa:

$$\frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 + w_{pompa} = \frac{P_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 + w_{türbin} + e_{mek\ kayıp} \quad (15)$$

şeklinde yazılabilir. Burada w_{pompa} verilen mekanik enerji (bir pompa, fan, kompresörden vb ötürü), $w_{türbin}$ ise üretilen (alınan) mekanik enerjidir. (15) denklemi kütleli debi $\dot{m}$ ile çarpılırsa:

$$\dot{m} \left(\frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 \right) + \dot{W}_{pompa} = \dot{m} \left(\frac{P_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 \right) + \dot{W}_{türbin} + \dot{E}_{mek\ kayıp} \quad (16-a)$$

ifadesini elde ederiz. Burada $\dot{W}_{pompa}$ pompa mili vasıtasıyla verilen mil gücüdür. $\dot{W}_{türbin}$, türbin mili vasıtasıyla üretilen (alınan) mil gücü, $\dot{E}_{mek\ kayıp}$ ise boru şebekesindeki sürtünme kayıplarına ek olarak pompa ve türbin kayıplarından oluşan toplam mekanik güç kaybıdır.

$$\dot{E}_{mek\ kayıp} = \dot{E}_{pompa\ mek\ kayıp} + \dot{E}_{türbin\ mek\ kayıp} + \dot{E}_{borular\ mek\ kayıp}$$

$$\dot{m} \left(\frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 \right) + \dot{W}_{pompa} = \dot{m} \left(\frac{P_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 \right) + \dot{W}_{türbin} + \dot{E}_{pompa\ mek\ kayıp} + \dot{E}_{türbin\ mek\ kayıp} + \dot{E}_{borular\ mek\ kayıp} \quad (16-b)$$

Kural olarak tersinmez pompa ve türbin kayıpları, borulama sistemindeki diğer elemanlardan kaynaklanan tersinmez kayıplardan ayrı olarak göz önüne alınır. Böylece enerji denklemi en yaygın haliyle aşağıdaki üç denklemden maksada uygun olarak herhangi biriyle ifade edilebilir:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{m} \left(\frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 \right) + \dot{W}_{pompa,f} = \dot{m} \left(\frac{P_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 \right) + \dot{W}_{türbin,\zeta} + \dot{E}_{borular}; \\ \dot{W}_{pompa,f} = \dot{m} w_{pompa,f} = \dot{m} (w_{pompa} - e_{pompa \text{ mek kayıp}}); \quad \dot{W}_{türbin,\zeta} = \dot{m} w_{türbin,\zeta} = \dot{m} (w_{türbin} + e_{türbin \text{ mek kayıp}}) \end{array} \right\} J / s$$

(17-a)

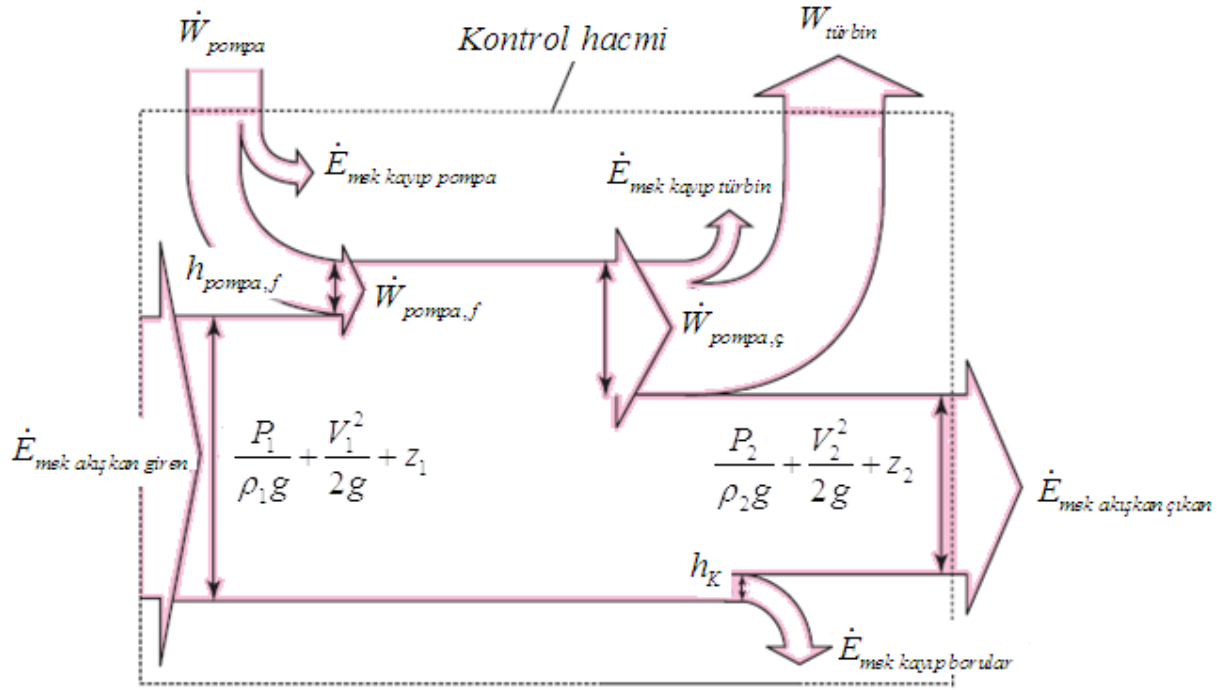
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 + w_{pompa,f} = \frac{P_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 + w_{türbin,\zeta} + e_{borular \text{ mek kayıp}}; \\ w_{pompa,f} = w_{pompa} - e_{pompa \text{ mek kayıp}}; \quad w_{türbin,\zeta} = w_{türbin} + e_{türbin \text{ mek kayıp}} \end{array} \right\} J / kg \text{ (17-b)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{P_1}{\rho_1 g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_{pompa,f} = \frac{P_2}{\rho_2 g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{türbin,\zeta} + h_K \\ h_{pompa,f} = h_{pompa} - h_{pompa \text{ mek kayıp}}; \quad h_{türbin,\zeta} = h_{türbin} + h_{türbin \text{ mek kayıp}}; \quad h_K = h_{borular \text{ mek kayıp}} \end{array} \right\} metre \text{ (17-c)}$$

Burada $h_{pompa,f} = \frac{w_{pompa,f}}{g} = \frac{\dot{W}_{pompa,f}}{\dot{m}g} = \frac{\eta_{pompa} \dot{W}_{pompa}}{\dot{m}g}$ akışkana pompa vasıtasıyla aktarılan

faydalı yüktür. Benzer şekilde $h_{türbin,\zeta} = \frac{w_{türbin,\zeta}}{g} = \frac{\dot{W}_{türbin,\zeta}}{\dot{m}g} = \frac{\dot{W}_{türbin}}{\eta_{türbin} \dot{m}g}$ de türbin ile akışkandan

çekilen yüktür. Son olarak $h_K = \frac{e_{borular \text{ mek kayıp}}}{g} = \frac{\dot{E}_{borular \text{ mek kayıp}}}{\dot{m}g}$



Pompa ve türbin içeren bir akış sistemi için mekanik enerji akış diyagramı

Özel durum: Mekanik iş makinelerinin bulunmadığı ve sürtünmenin ihmal edilebilir olduğu sıkıştırılamaz akış

Bu durumda $h_{pompa} = 0$; $h_{türbin} = 0$ ve $h_K = 0$ olacağından (17-c) denklemi:

$$\frac{P_1}{\rho_1 g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho_2 g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \quad (18)$$

Bernoulli denklemine indirgenir.

5-3 Mekanik Enerji ve Verim

- **Mekanik enerji**, *ideal türbin gibi ideal mekanik makinalar ile tamamen ve doğrudan mekanik işe dönüştürülebilen enerji formu* olarak tanımlanabilir. Kinetik ve potansiyel enerjiler bilinen mekanik enerjilerdir.
- Bir pompa, akışkanın basıncını artırarak akışkana mekanik enerji aktarır; bir türbin ise akışkanın basıncını azaltarak akışkandan mekanik enerji çeker.
- Akan bir akışkanın basıncı, mekanik enerjisiyle de bağdaştırılır.

5-3 Mekanik Enerji ve Verim

- Akmakta olan akışkanın birim kütle başına mekanik enerjisi:

$$e_{mek} = \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz$$

Akışkanın kinetik enerjisi

Akışkanın potansiyel enerjisi

Akışkanın akış enerjisi

- Sıkıştırılabilir bir akış esnasında mekanik enerji değişimi:

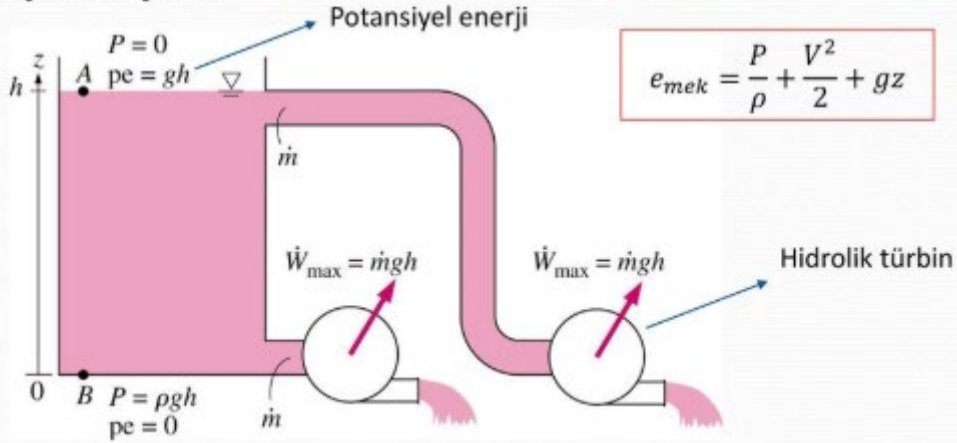
$$\Delta e_{mek} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \quad kJ/kg$$

- Akış hızında ve yükseklikte herhangi bir değişiklik olmaması halinde, ideal bir hidrolik türbinde üretilen güç türbindeki basınç düşüşü ile orantılıdır.

Isı (veya termal) enerji *doğrudan ve tamamen* mekanik işe dönüştürülemediğinden mekanik enerji DEĞİLDİR.

Bir Tanktaki Suyun Mekanik Enerjisi

- Hidrolik türbin, suyu ister tankın tabanından, ister üst yüzeyinden alsın , birim kütle başın aynı işi üretir ($w_{\text{türbin}}=gh$)
- Tankın tabanı referans düzlemi seçilmek yoluyla; bir tankın tabanındaki suyun mekanik enerjisi, deponun serbest yüzeyi de dahil olmak üzere herhangi bir derinlikteki mekanik enerjisine eşittir.



Mekanik Verim

Bir makinenin ya da prosesin mekanik verimi:

$$\eta_{mek} = \frac{\text{Alınan mekanik enerji}}{\text{Verilen mekanik enerji}} = \frac{E_{mek,alınan}}{E_{mek,verilen}} = 1 - \frac{E_{mek,kayıp}}{E_{mek,verilen}}$$

Pompa, Türbin Verimi

Faydalı pompalama gücü =
akışkanın mekanik enerjisinin
artış hızı

- Pompa (akışkana mekanik enerji verilir):

$$\eta_{pompa} = \frac{\text{Akışkanın mekanik enerjisindeki artış}}{\text{Verilen mekanik enerji}} = \frac{\Delta \dot{E}_{mek,akışkan}}{\dot{W}_{mil,giren}} = \frac{\dot{W}_{pompa,f}}{\dot{W}_{pompa}}$$

$$\Delta \dot{E}_{mek,akışkan} = \dot{E}_{mek,çıkan} - \dot{E}_{mek,giren}$$

- Türbin (akışkandan mekanik enerji çekiliyor):

$$\eta_{türbin} = \frac{\text{Alınan mekanik enerji}}{\text{Akışkanın mekanik enerjisindeki azalış}} = \frac{\dot{W}_{mil,çıkan}}{|\Delta \dot{E}_{mek,akışkan}|} = \frac{\dot{W}_{türbin}}{\dot{W}_{türbin,\chi}}$$

$$\Delta \dot{E}_{mek,akışkan} = \dot{E}_{mek,giren} - \dot{E}_{mek,çıkan}$$

Türbin tarafından akışkandan çekilen
mekanik güç=akışkanın mekanik
enerjisinin azalma hızı

Elektrik motoru, Jeneratör Verimi

- Elektrik motoru

$$\eta_{motor} = \frac{\text{Alınan mekanik güç}}{\text{Verilen elektriksel güç}} = \frac{\dot{W}_{mil,çıkan}}{\dot{W}_{elektrik,giren}}$$

- Jeneratör

$$\eta_{jeneratör} = \frac{\text{Alınan elektriksel güç}}{\text{Verilen mekanik güç}} = \frac{\dot{W}_{elektrik,çıkan}}{\dot{W}_{mil,giren}}$$

!!! Genellikle bir pompa, motoru ile ve bir türbin de jeneratörü ile beraber satılmaktadır. Bu nedenle, pompa-motor ve türbin-jeneratör gruplarının birleşik ya da toplam verimleri ile ilgileniriz.

Makine Grupları Verimi

- Pompa-Motor Grubu**

$$\eta_{pompa-motor} = \eta_{pompa} \cdot \eta_{motor} = \frac{\dot{W}_{pompa,f}}{\dot{W}_{elektrik,giren}} = \frac{\Delta \dot{E}_{mek,akiskan}}{\dot{W}_{elektrik,giren}}$$

Verilen elektriksel güç

akışkanın mekanik enerjisinin artış hızı

- Türbin-Jeneratör Grubu**

$$\eta_{türbin-jen} = \eta_{türbin} \cdot \eta_{jeneratör} = \frac{\dot{W}_{elektrik,çıkan}}{\dot{W}_{türbin,ç}} = \frac{\dot{W}_{elektrik,çıkan}}{|\Delta \dot{E}_{mek,akiskan}|}$$

Alınan elektriksel güç
akışkanın mekanik enerjisinin azalma hızı

Türbin-jeneratör grubunun toplam verimi, türbin verimi ile jeneratör veriminin çarpımıdır ve akışkanın mekanik enerjisinin elektrik enerjisine dönüşüm oranını gösterir.

5-7 Daimi Akışların Enerji Analizi

$$\frac{P_1}{\rho_1 g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_{pompa} = \frac{P_2}{\rho_2 g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{türbin} + \underbrace{h_k}_{\text{Sürtünme kayıpları}}$$

- Bu durumda her bir terim eşdeğer akışkan sütunu yüksekliği cinsinden ifade edilmiş olur. Bu terimlere YÜK adı verilir.

$$\frac{P}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + z = \text{Basınç yükü} + \text{Hız yükü} + \text{Potansiyel yük} = \text{HİDROLİK YÜK } H$$

- Enerji olarak,

$$\frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 + w_{pompa} = \frac{P_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 + w_{türbin} + e_{mek,kayıp}$$

Kinetik Enerji Düzeltme Faktörü, α

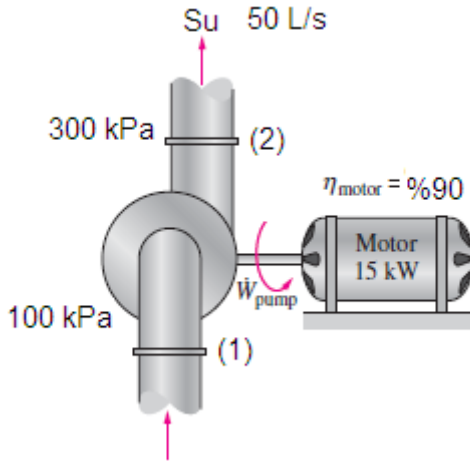
Ortalama hızı V_{ort} , $V_{ort} = \dot{m} / \rho A$ bağıntısından türetilmişti. Fakat Gaspard Coriolis'in ortaya koyduğu gibi bir toplamın karesi, elemanların karelerinin toplamına eşit olmadığından bir akışın $V^2 / 2$ ifadesi ile elde edilen kinetik enerjisi, akışın gerçek kinetik enerjisi değildir. Bu hata enerji denklemindeki $V^2 / 2$ terimleri yerine $\alpha V^2 / 2$ yazılarak düzeltilebilir. Burada α kinetik enerji düzeltme faktörüdür. Yuvarlak bir boru içerisindeki laminar akış için $\alpha = 2$ ve yuvarlak borudaki türbülanslı akış için ise $\alpha = 1.04 - 1.11$ arasındadır. Bu sebeple yuvarlak boruda türbülanslı akış için $\alpha = 1$ alınabilir. Kinetik enerji düzeltme faktörleri hesaba dahil edildiğinde *daimi sıkıştırılmaz akış* için (16) ve (17) denklemleri:

$$\dot{m} \left(\frac{P_1}{\rho} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2} + g z_1 \right) + \dot{W}_{pompa} = \dot{m} \left(\frac{P_2}{\rho} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2} + g z_2 \right) + \dot{W}_{türbin} + \dot{E}_{mek kayıp} \quad (19)$$

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + z_1 + h_{pompa} = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + z_2 + h_{türbin} + h_K \quad (20)$$

halini alır.

Çengel Örnek 5.12 Bir su dağıtım şebekesinin pompasına, verimi %90 olan 15 kW'lık elektrik motoru ile güç sağlanmaktadır. Pompadan 50 L/s'lik debiyle su çekilmektedir. Giriş ve çıkış borularının çapları aynıdır ve pompa boyunca olan yükseklik farkı ihmal edilmektedir. Pompanın giriş ve çıkışında basınçlar sırasıyla 100 kPa ve 300 kPa (mutlak) olarak ölçülüyorsa; (a) pompanın mekanik verimini, (b) su pompa içerisinden geçerken mekanik verimsizlikten dolayı suda meydana gelen sıcaklık artışını belirleyiniz.



$$z_1 \cong z_2; \quad D_1 = D_2 \quad \text{old. dan} \quad A_1 = \pi D_1^2 / 4 = A_2 \quad \dot{V} = \rho A_1 V_1 = \rho A_2 V_2 \rightarrow V_1 = V_2 \text{ ve}$$

$$\alpha_1 = \alpha_2; \quad \dot{V} = 50 \text{ L/s} = 0.05 \text{ m}^3 / \text{s}; \quad \dot{m} = \rho \dot{V} = 1000 \times 0.05 = 50 \text{ kg/s}$$

(a) Motor %90 verimle çalışıyor. O halde motorun Pompaya ilettiği mekanik güç:

$$\dot{W}_{pompa} = \eta_{motor} \dot{W}_{elektrik} = 0.9 \times 15000 = 13500 \text{ W}$$

Pompanın mekanik verimini belirleyebilmek için, akışkan pompadan geçerken akışkanın mekanik enerjisinde meydana gelen artışı bilmemiz gerekir:

$$\dot{m} \left(\frac{P_1}{\rho} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2} + g z_1 \right) + \dot{W}_{pompa, f} = \dot{m} \left(\frac{P_2}{\rho} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2} + g z_2 \right) + \dot{W}_{türbin, \zeta} + \dot{W}_{borular mek kayıp} \rightarrow$$

$$\dot{W}_{pompa, f} = \dot{m} \left(\frac{P_2 - P_1}{\rho} \right) = 50 \left(\frac{300000 - 100000}{1000} \right) = 10000 \text{ W}$$

$$\text{Pompanın mekanik verimi: } \eta_{pompa} = \frac{\dot{W}_{pompa, f}}{\dot{W}_{pompa}} = \frac{10000}{13500} = 0.741 \text{ veya } \%74.1$$

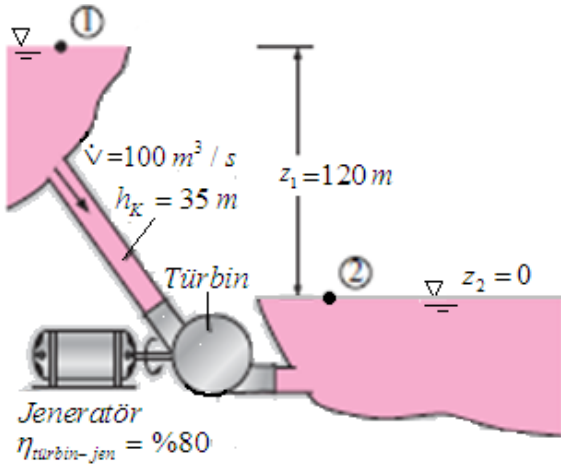
(b) Pompadan verilen 13500 W'lık mekanik gücün sadece 10000 W'ı akışkana mekanik enerji olarak aktarılır. Geriye kalan 3500 W'lık kısmı sürtünme etkilerinden dolayı ısı enerjisiye dönüşür ve bu kayıp mekanik enerji, akışkanın ısıtılma etkisi olarak kendini gösterir.

$$\Delta \dot{E}_{mek \text{ kayıp}} = \dot{W}_{pompa \text{ mil}} - \Delta \dot{E}_{mek \text{ akışkan}} = 13500 - 10000 = 3500 = \dot{m}(u_2 - u_1) = \dot{m}c\Delta T$$

$$\Delta T = \frac{\dot{E}_{mek \text{ kayıp}}}{\dot{m}c} = \frac{3500}{50 \times 4180} = 0.0167 \text{ } ^\circ C$$

Çengel Örnek 5.13 Barajdan hidrolik güç üretimi

Bir hidrolik güç santralinde su, 120 m yükseklikten, $100 \text{ m}^3 / \text{s}$ debiyle, elektrik gücü üreten bir türbine doğru akmaktadır. 1 ve 2 noktaları arasında (türbin hariç olmak üzere) borulama sisteminde meydana gelen toplam tersinmez yük kaybı 35 m olarak belirleniyor. Türbin jeneratör grubunun toplam verimi %80 olduğuna göre, üretilecek elektrik gücünü hesaplayınız.



$$\rho_{su} = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3; \quad \dot{m} = \rho \dot{V} = 1000 \times 100 \text{ kg} / \text{s}$$

2 noktasını referans noktası olarak alalım. Bu durumda $z_2 = 0$ olur. Ayrıca 1 ve 2 noktaları atmosfere açık olduğundan $P_1 = P_2 = P_{atm}$ ve her iki noktada akış hızları ihmal edilebilir: $V_1 = V_2 = 0$. Böylece, daimi sıkıştırılamaz akış için enerji denklemi:

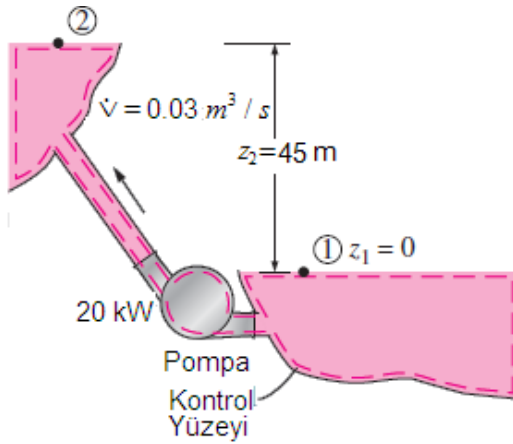
$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \sum h_{pompa, f} = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{türbin, \zeta} + h_K; \quad h_{türbin, \zeta} = z_1 - h_K = 120 - 35 = 85 \text{ m}$$

$$\dot{W}_{türbin, \zeta} = \dot{m} w_{türbin} = \dot{m} g h_{türbin, \zeta} = 10^5 \times 9.81 \times 85 = 83385000 \text{ W} = 83385 \text{ kW}$$

olarak hesaplanır. Öyleyse, ideal çalışan bir türbin-jeneratör grubu bu kaynaktan 83385 kW elektrik üretecektir. Gerçek grubun ürettiği güç ise:

$$\dot{W}_{elektrik} = \eta_{türbin\ jeni} \dot{W}_{türbin,\zeta} = 0.8 \times 83385 = 66708 \text{ kW} = 66.7 \text{ MW}$$

Çengel Örnek 5.15 Su Pompalama Sırasında Oluşan Güç Kaybı



Suya 20 kW faydalı mekanik güç verebilen bir pompa ile alçaktaki bir hazneden yüksekteki bir hazneye su basılmaktadır. Yukarıdaki haznenin sebest yüzeyi, aşağıdaki serbest yüzeyinden 45 m daha yüksektir. Suyun debisi $0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ olarak ölçüldüğüne göre, bu işlem sırasında sistemde meydana gelecek tersinmez yük kaybını ve kayıp mekanik enerji gücünü hesaplayınız.

$$\rho_{su} = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3; \quad P_1 = P_2 = P_{atm}; \quad z_1 = 0; \quad V_1 = V_2 = 0 \quad \dot{m} = \rho \dot{V} = 1000 \times 0.03 = 30 \text{ kg} / \text{s}$$

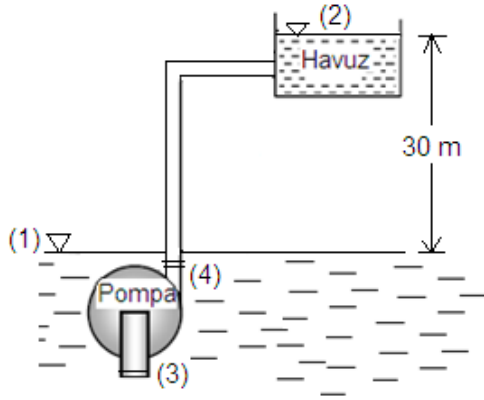
$$\dot{m} \left(\frac{V_1^2}{2} + gz_1 \right) + \dot{W}_{pompa,f} = \dot{m} \left(\frac{V_2^2}{2} + gz_2 \right) + \dot{W}_{türbin} + \dot{E}_{kayıp\ borular}$$

$$\dot{W}_{pompa,f} = \dot{m}gz_2 + \dot{E}_{borular} \rightarrow \dot{E}_{kayıp\ borular} = \dot{W}_{pompa,f} - \dot{m}gz_2 = 20000 - 30 \times 9.81 \times 45 = 6756.5 \text{ W} = 6.76 \text{ kW}$$

Mekanik kayıpların tamamının borulardaki sürtünme kayıplarından kaynaklandığı dikkate alındığında:

$$h_K = \frac{\dot{E}_{borular}}{\dot{m}g} = \frac{6756.5}{30 \times 9.81} = 22.95 \text{ m} \text{ olarak belirlenir.}$$

Çengel Problem 5.69 Yeraltı suyu, verimi %70 olan 3 kW'lık bir dalgıç pompayla serbest yüzeyi yeraltı suyunun serbest yüzeyinden 30 m yukarıda olan bir havuza basılmaktadır. Borunun emme tarafındaki çapı 7 cm ve boşaltma tarafındaki çapı ise 5 cm dir. **(a)** Suyun maksimum debisini **(b)** pompanın giriş ve çıkışı arasındaki basınç farkını belirleyiniz. Pompanın giriş ve çıkışı arasındaki yükseklik farkının ve kinetik enerji düzeltme faktörünün ihmal edildiğini ve borularda kayıp olmadığını varsayınız. ($\eta_{pompa-motor} = 0.7$).



$$\alpha = 1; \dot{W}_{elektrik} = 3000 \text{ W}; \rho = 1000 \text{ kg / m}^3; \eta_{pompa-motor} = \eta_{motor} \eta_{pompa} = 0.7; P_1 = P_2 = P_{atm}; V_1 = V_2 \cong 0$$

$$(a) \dot{W}_{pompa, f} = \eta_{pompa} \dot{W}_{pompa} = \eta_{pompa-motor} \dot{W}_{elektrik} = 0.7 \times 3000 = 2100 \text{ W}$$

Borulardaki kayıp gözardı edilirse: $\dot{E}_{mek kayıp borular} = 0$ Enerji denklemini yazalım:

$$\dot{m} \left(\frac{V_1^2}{2} + g z_1 \right) + \dot{W}_{pompa, f} = \dot{m} \left(\frac{V_2^2}{2} + g z_2 \right) + \dot{W}_{türbin} + \dot{E}_{mek kayıp borular} \rightarrow$$

$$\dot{W}_{pompa, f} = \dot{m} g z_2 \rightarrow \dot{m} = \frac{\dot{W}_{pompa, f}}{g z_2} = \frac{2100}{9.81 \times 30} = 7.14 \text{ kg / s}$$

$$\text{hac.sel debi: } \dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho} = \frac{7.14}{1000} = 0.00714 \text{ m}^3 / \text{s}$$

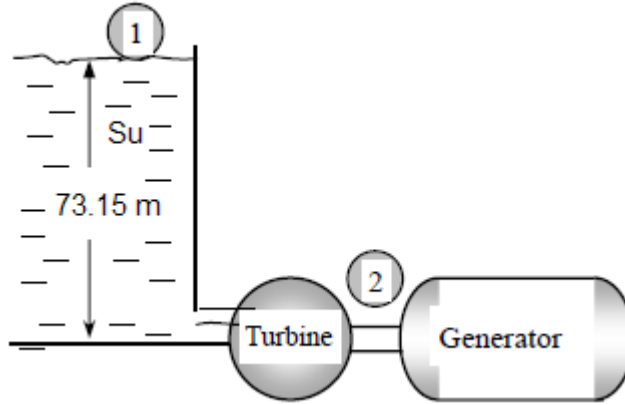
(b)

$$V_3 = \frac{\dot{V}}{A_3} = \frac{0.00714}{\pi D_3^2 / 4} = \frac{0.00714}{\pi (0.07)^2 / 4} = 1.86 \text{ m / s}; V_4 = \frac{\dot{V}}{A_4} = \frac{0.00714}{\pi D_4^2 / 4} = \frac{0.00714}{\pi (0.05)^2 / 4} = 3.64 \text{ m / s}$$

$$\dot{m} \left(\frac{P_3}{\rho} + \frac{\alpha_3 V_3^2}{2} + \alpha_3 g z_3 \right) + \dot{W}_{pompa, f} = \dot{m} \left(\frac{P_4}{\rho} + \frac{\alpha_4 V_4^2}{2} + \alpha_4 g z_4 \right) + \dot{W}_{türbin} + \dot{E}_{mek kayıp borular} \rightarrow$$

$$P_4 - P_3 = \frac{\rho \alpha (V_3^2 - V_4^2)}{2} + \frac{\dot{W}_{pompa,f}}{\dot{V}} = \frac{1000 \times 1 \times [(1.86)^2 - (3.64)^2]}{2} + \frac{2100}{0.00714} = (-4895 + 294118) = 289223 \text{ Pa}$$

Çengel Problem 5.71 Bir hidroelektrik güç santralinde su, 73.15 m yükseklikten elektrik gücü üreten bir türbine doğru akmaktadır. Türbin-jeneratör grubunun toplam verimi %83 olduğuna göre, 100 kW'lık elektrik gücü üretmek için gerekli minimum su debisini belirleyiniz.



$$\dot{E}_{mek kayıp} = 0 \quad h_K = 0; \quad \rho = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3; \quad z_2 = 0; \quad P_1 = P_2 = P_{atm}; \quad V_1 = V_2 = 0$$

$$\dot{W}_{türbin,elektrik} = 100000 \text{ W} \quad \eta_{türbin jent} = 0.83$$

$$\frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_{pompa,f} = \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{türbin,\zeta} + h_K \rightarrow h_{türbin,\zeta} = z_1$$

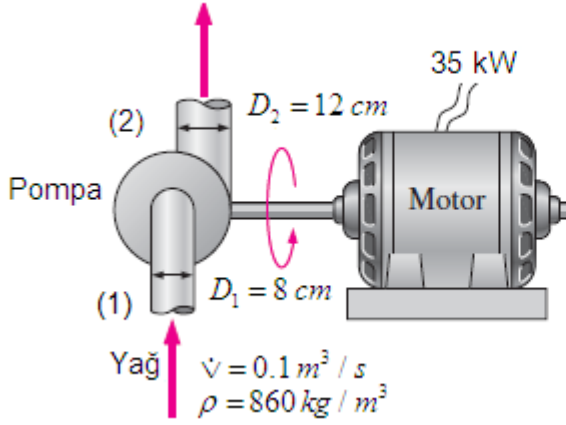
$$\dot{W}_{türbin \zeta} = \dot{m} g h_{türbin \zeta} = \dot{m} \times 9.81 \times 73.15 = 717.6 \dot{m}$$

$$\dot{W}_{türbin,elektrik} = \dot{W}_{türbin} = \eta_{türbin jent} \dot{W}_{türbin \zeta} \rightarrow 100000 = 0.83 \times 717.6 \dot{m} \rightarrow \dot{m} = 167.89 \text{ kg} / \text{s}$$

$$\dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho} = \frac{167.89}{1000} = 0.168 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Çengel Problem 5.86 Bir yağ pompası $\rho = 860 \text{ kg} / \text{m}^3$ yoğunluğundaki yağı, $\dot{V} = 0.1 \text{ m}^3 / \text{s}$ 'lık debi ile basarken, 35 kW elektrik gücü çekmektedir. Borunun giriş ve çıkış borularının çapları sırasıyla $D_1 = 8 \text{ cm}$ ve $D_2 = 12 \text{ cm}$ 'dir. Pompada meydana gelen basınç artışı 400 kPa

ve motor verimi %90 olduğuna göre, pompanın mekanik verimini belirleyiniz. Kinetik enerji düzeltme faktörü: $\alpha = 1.05$ alınız.



$$\dot{W}_{pompa} = \eta_{motor} \dot{W}_{elektrik}$$

$$\dot{W}_{pompa,f} = \eta_{pompa} \dot{W}_{pompa}$$

$$\dot{W}_{pompa,f} = \eta_{pompa} \eta_{motor} \dot{W}_{elektrik}$$

$\rho = 860 \text{ kg/m}^3$; $\dot{V} = 0.1 \text{ m}^3/\text{s}$; $\dot{E}_{elektrik} = 35000 \text{ W}$; $\Delta P = 400 \text{ kPa}$; $D_1 = 8 \text{ cm}$ ve $D_2 = 12 \text{ cm}$
 $\eta_{motor} = 0.9$; $\alpha = 1.05$ alınız.

$$\dot{W}_{pompa} = \eta_{motor} \dot{W}_{elektrik} = 0.9 \times 35000 = 31500 \text{ W};$$

$$V_1 = \frac{\dot{V}}{A_1} = \frac{0.1}{\pi(0.08)^2/4} = 19.9 \text{ m/s}; \quad V_2 = \frac{\dot{V}}{A_2} = \frac{0.1}{\pi(0.12)^2/4} = 8.84 \text{ m/s}$$

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + \sum \zeta_1 + h_{pompa f} = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + \sum \zeta_2 + \cancel{\sum \zeta_{kurbün, \zeta}} + \cancel{\sum \zeta_K} \rightarrow h_{pompa f} = \frac{P_2 - P_1}{\rho g} + \frac{\alpha(V_2^2 - V_1^2)}{2g}$$

$$h_{pompa f} = \frac{P_2 - P_1}{\rho g} + \frac{\alpha(V_2^2 - V_1^2)}{2g} = \frac{400000}{860 \times 9.81} + \frac{1.05[(8.84)^2 - (19.9)^2]}{2 \times 9.81} = 47.4 - 17 = 30.4 \text{ m}$$

$$\dot{W}_{pompa f} = \dot{m} g h_{pompa f} = \rho \dot{V} g h_{pompa f} = 860 \times 0.1 \times 9.81 \times 30.4 = 25647.3 \text{ W}$$

$$\eta_{pompa} = \frac{\dot{W}_{pompa f}}{\dot{W}_{pompa mil}} = \frac{25647}{31500} = 0.814 \text{ veya } \%81.4$$

$$\dot{W}_{pompa\ f} = \dot{m}w_{pompa\ f} = \dot{m}gh_{pompa\ f}$$

$$\frac{J}{s} = \frac{kg}{s} \cdot \frac{J}{kg} = \frac{kg}{s} \cdot \frac{m}{s^2} \cdot m$$

$$\textbf{Türbinde} \quad \dot{W}_{elektrik} = \eta_{türbin\ jent} \dot{W}_{türbin\ \zeta} \qquad \dot{W}_{türbin\ \zeta} = \dot{W}_{türbin} + \dot{W}_{türbin\ kayıp}$$

$$\textbf{Pompada} \quad \dot{W}_{pompa} = \eta_{motor} \dot{W}_{elektrik} \qquad \dot{W}_{pompa\ f} = \eta_{pompa} \dot{W}_{pompa} = \underbrace{\eta_{motor} \eta_{pompa}}_{\eta_{motor-pompa}} \dot{W}_{elektrik}$$

$$\dot{W}_{pompa\ f} = \dot{W}_{pompa} - \dot{W}_{pompa\ kayıp}$$