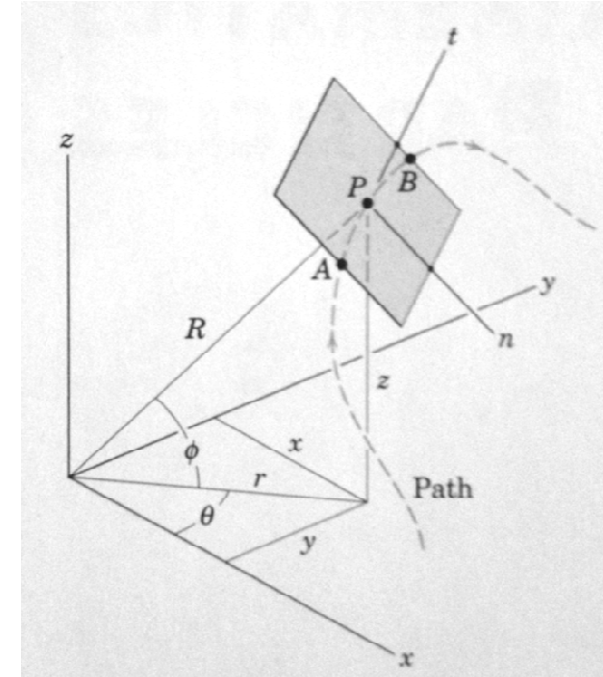
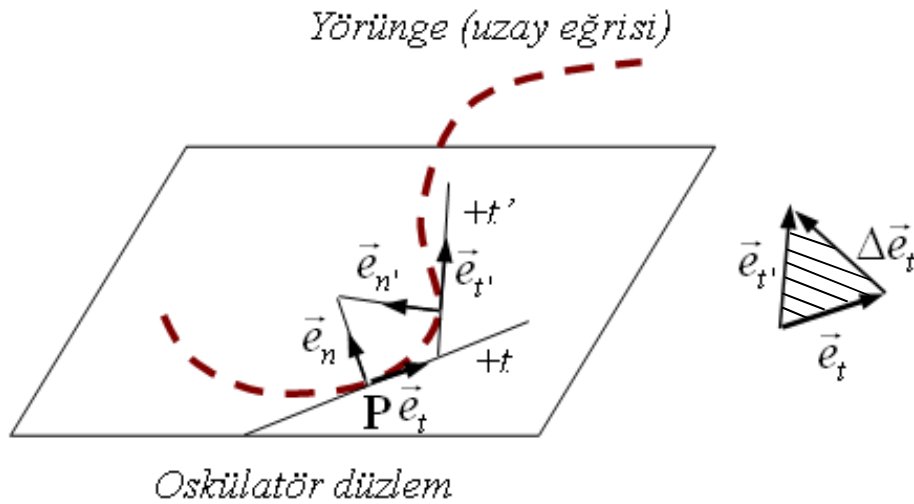


UZAYDA EĞRİSEL HAREKET

(Space Curvilinear Motion)

Uzayda Doğal Koordinatlar

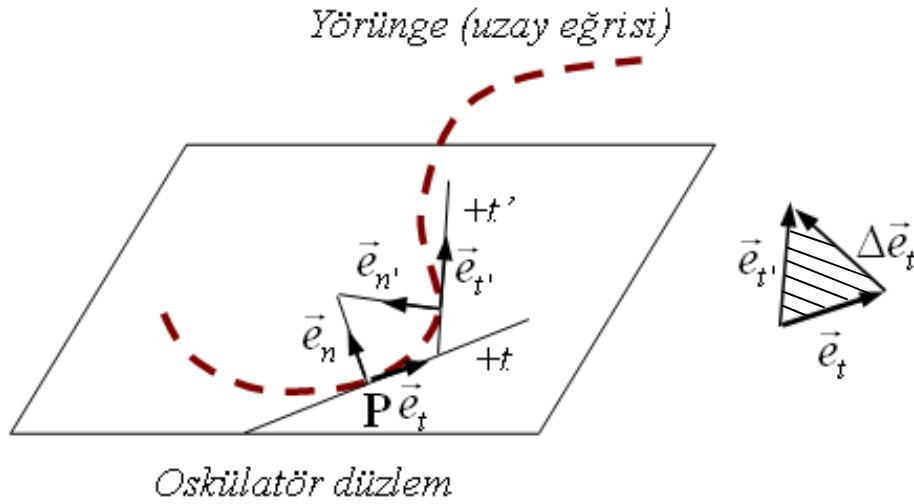
Parçacığın bir uzay eğrisi boyunca hareket etmesi halinde daha önce düzlemsel hareket için doğal koordinatlar kullanılarak çıkarılan formüller geçerlidir. Fakat bir uzay eğrisine üzerindeki herhangi bir noktadan çizilmiş teğete sonsuz sayıda dik çıkılabilir. $\vec{e}_t$ ve $\vec{e}_{t'}$ vektörlerini doğrultularına sadık kalarak aynı başlangıca taşırsak şekildeki gibi taralı bir düzlem belirlenir. P' nin hemen civarındaki eğrisel yörünge parçası da bu düzlem içindedir. P' nin yakın komşuluğunda eğriye en iyi uyan bu düzleme **“oskülatör düzlem”** denir.



$\vec{e}_n$ de bu düzlemedir. P'deki hız ve ivme vektörleri de bu düzlemde yer alır. Ortogonal birim vektör takımını doğal koordinatlarda tamamlamak üzere P noktasında

$$\vec{e}_b = \vec{e}_t \times \vec{e}_n$$

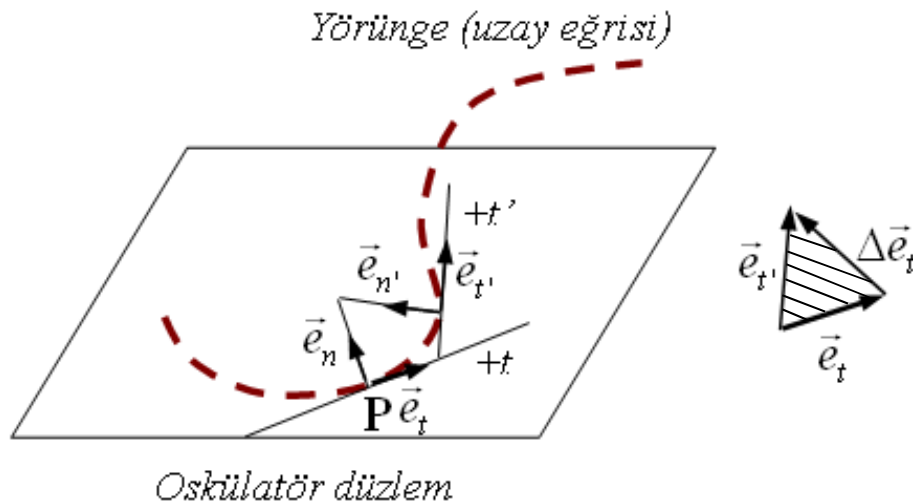
tarafından tanımlanan 3. birim vektör yazılır ve bu birim vektöre “**binormal birim vektör**” denir.



Uzayda Doğal Koordinatlar

İvmenin **binormal bileşeni** yoktur.

$$\vec{v} = v\vec{e}_t \quad \vec{a} = \dot{v}\vec{e}_t + \frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n$$



Kartezyen Koordinatlar (x-y-z)

KONUM VEKTÖRÜ

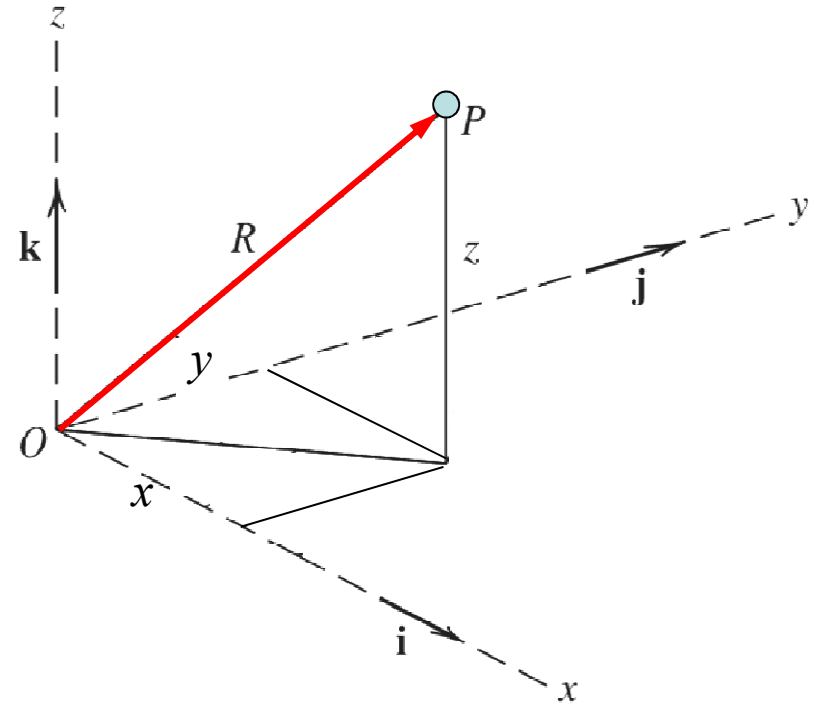
$$\vec{R} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

HIZ

$$\vec{v} = \dot{\vec{R}} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$$

İVME

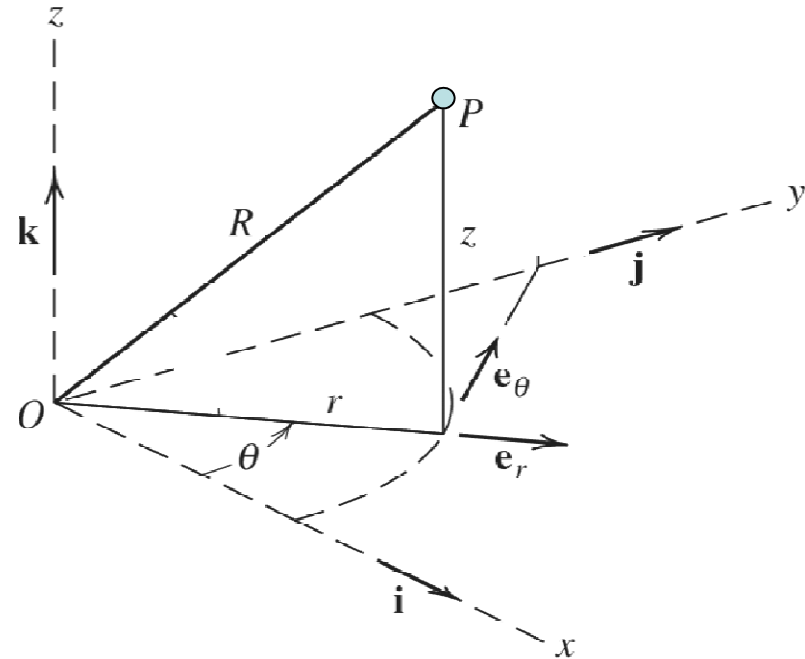
$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{R}} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}$$



İki boyutlu durumda $\vec{r}$ olan konum vektörü üç boyutta $\vec{R}$ olmaktadır.

Silindirik Koordinatlar (r - θ - z)

İki boyuttaki kutupsal koordinatlar ifadelerine sadece z koordinatı ve iki zaman türevi eklenmektedir. z 'nin birim vektörü şiddeti ve doğrultusunda değişiklik olmayan $\vec{k}$ 'dır.



Silindirik Koordinatlar (r- θ -z)

KONUM VEKTÖRÜ

$$\vec{R} = r\vec{e}_r + z\vec{k}$$

HIZ

$$\vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta + \dot{z}\vec{k}$$

$$v_r = \dot{r} \quad , \quad v_\theta = r\dot{\theta} \quad , \quad v_z = \dot{z}$$

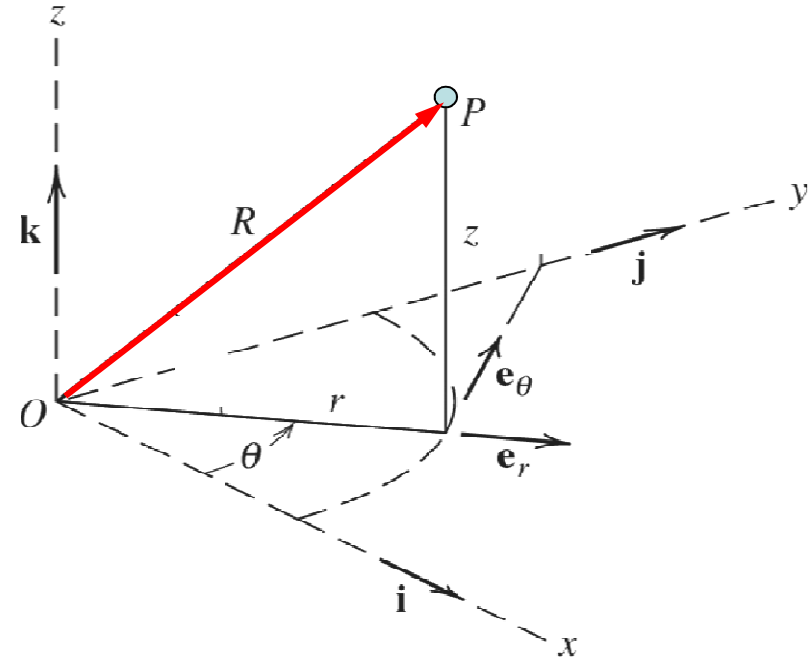
$$v = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2 + v_z^2}$$

İVME

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{e}_\theta + \ddot{z}\vec{k}$$

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 \quad , \quad a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} \quad , \quad a_z = \ddot{z}$$

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2 + a_z^2}$$



Küresel Koordinatlar (R- θ - ϕ)

Küresel koordinat sistemi parçacığın yörüngesini radyal R mesafesi ve θ ve ϕ açıları ile tanımlar. θ düzleminden olan uzaklık ϕ açısı ile verilir, yani ϕ , konum vektörü ile θ düzlemi arasındaki açıdır. $\vec{e}_R$, $\vec{e}_\theta$ ve $\vec{e}_\phi$ birim vektörleri birbirine diktir ve pozitif yönleri koordinatların arttığı yönlerdir.

$\vec{e}_R$ birim vektörü, R'nin artıp θ ve ϕ 'nin sabit kaldığı yönü işaret eder. Diğer iki birim vektör de benzer şekilde tanımlanır.

Küresel Koordinatlar (R- θ - ϕ)

HIZ

$$\vec{v} = v_R \vec{e}_R + v_\theta \vec{e}_\theta + v_\phi \vec{e}_\phi$$

$$v_R = \dot{R} \quad , \quad v_\theta = R \dot{\theta} \cos \phi \quad , \quad v_\phi = R \dot{\phi}$$

$$v = \sqrt{v_R^2 + v_\theta^2 + v_\phi^2}$$

İVME

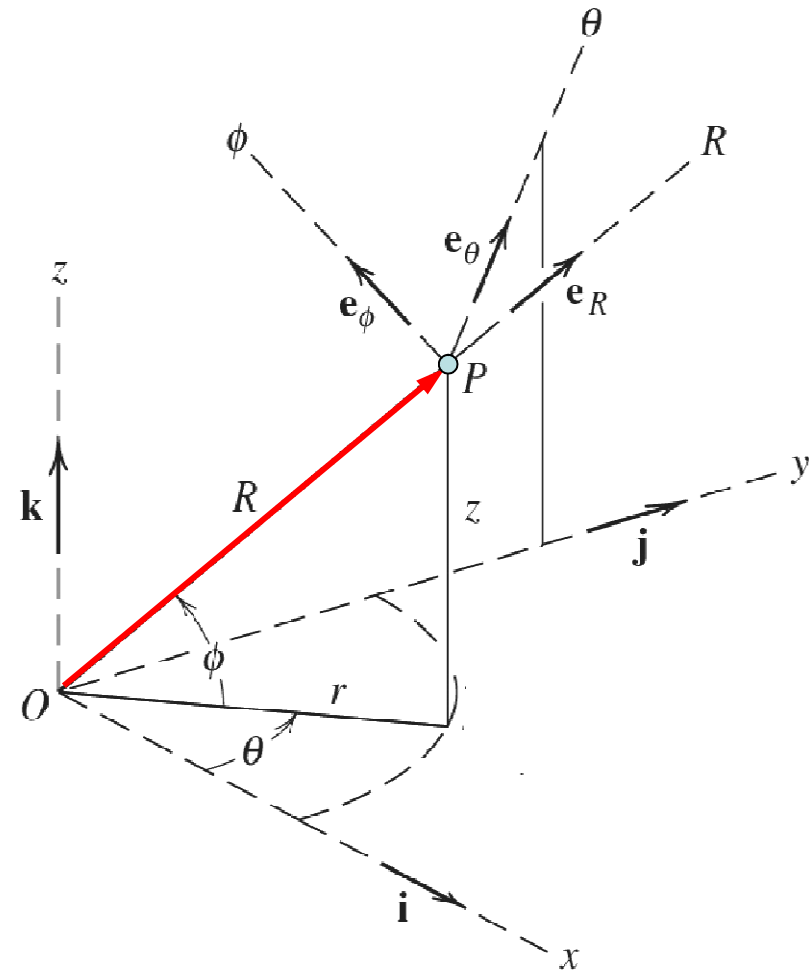
$$\vec{a} = a_R \vec{e}_R + a_\theta \vec{e}_\theta + a_\phi \vec{e}_\phi$$

$$a_R = \ddot{R} - R \dot{\phi}^2 - R \dot{\theta}^2 \cos^2 \phi$$

$$a_\theta = \frac{\cos \phi}{R} \frac{d}{dt} (R^2 \dot{\theta}) - 2R \dot{\theta} \dot{\phi} \sin \phi$$

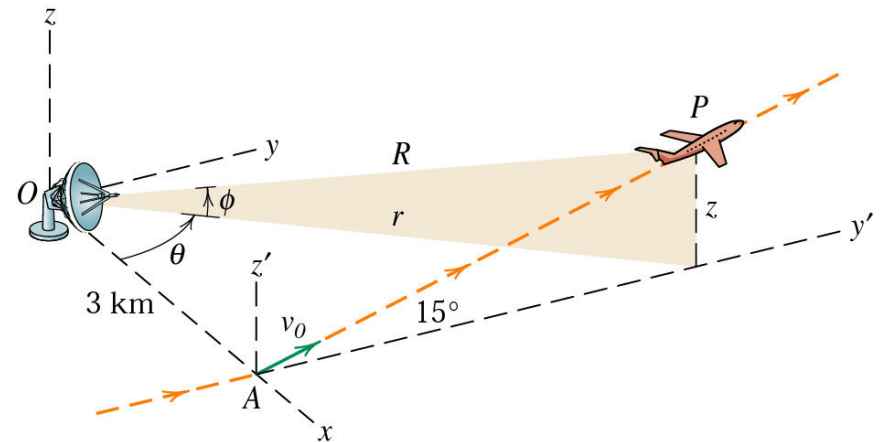
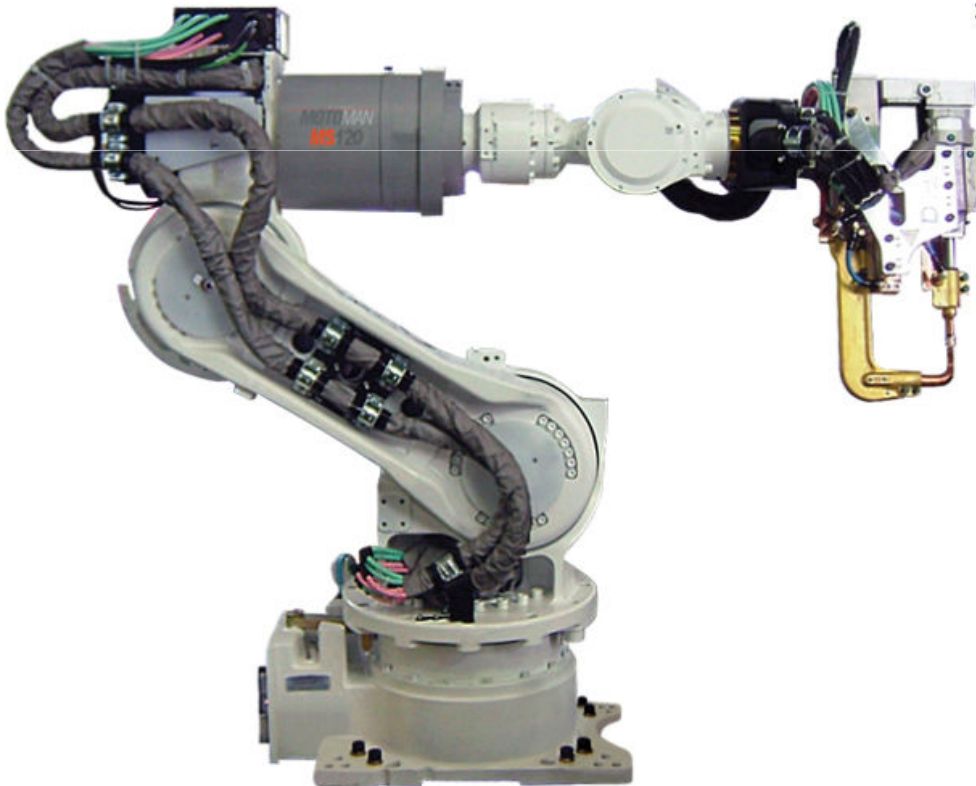
$$a_\phi = \frac{1}{R} \frac{d}{dt} (R^2 \dot{\phi}) + R \dot{\theta}^2 \cos \phi \sin \phi$$

$$a = \sqrt{a_R^2 + a_\theta^2 + a_\phi^2}$$



Küresel Koordinatlar (R- θ - ϕ)

Küresel koordinat sistemi en sıklıkla uçak ve uzay araçlarının konumlarının radar ile gözlemlerinde ve robot kollarının konum ve hareketlerinin tanımında kullanılır.

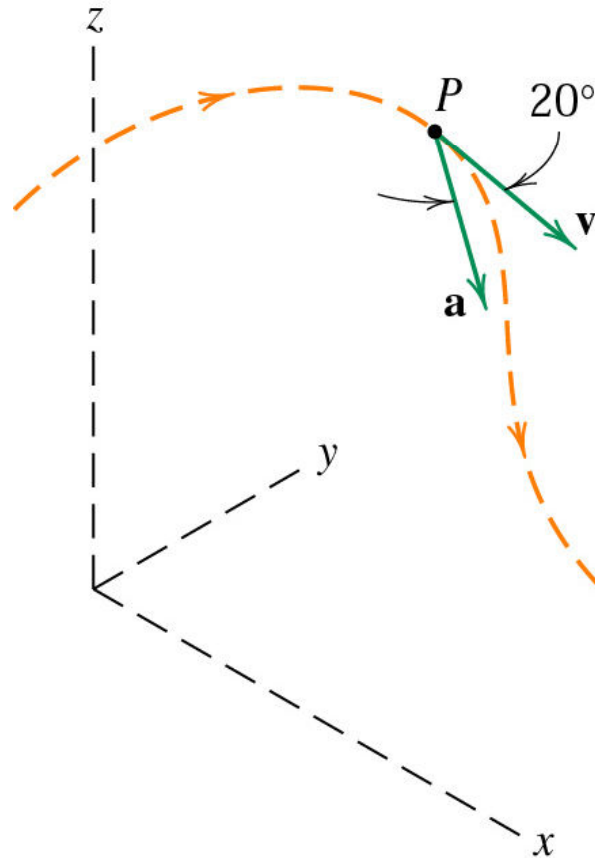


PROBLEMLER

1. P parçacığı uzay eğrisi boyunca hareket etmekte ve görülen an için hızı

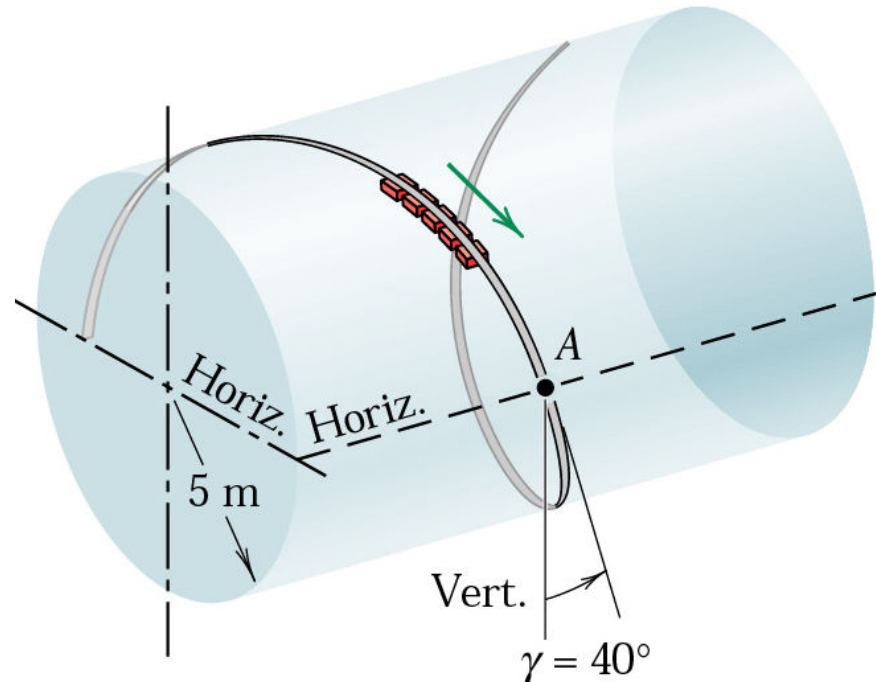
$\vec{v} = 4\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$ m/s olarak verilmektedir. Aynı anda $\vec{a}$ ivmesinin şiddeti 8 m/s²'dir.

Bu konum için yörüngesinin ρ eğrilik yarıçapı ile hızının şiddetindeki $\dot{v}$ değişimini hesaplayınız.



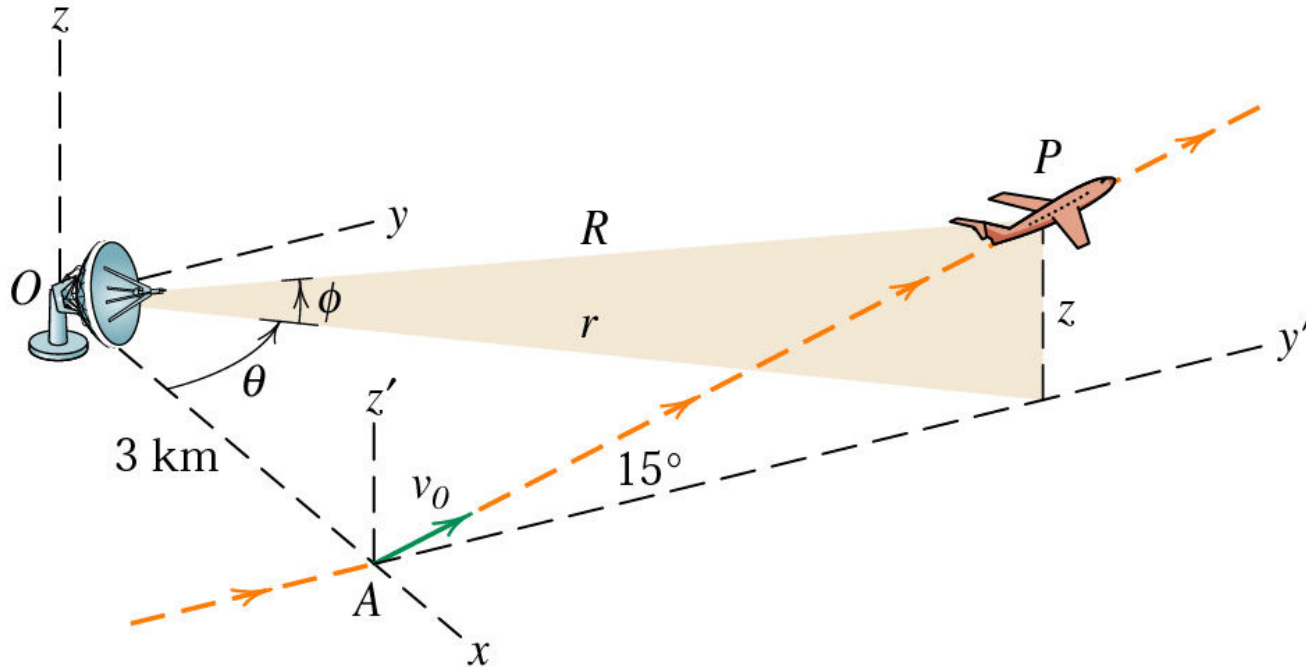
PROBLEMLER

2. Tirbuşon “corkscrew” adı verilen bir lunapark oyuncağı, yolcularını yatay silindirik bir helisin yatık eğrisi boyunca dolaştırmaktadır. A konumundan geçerken, vagonların hızı 15 m/s olup bu noktada yörüngeye teğet doğrultuda ölçülen ivme bileşeni **$g \cos \gamma$** ‘dır. Silindirik helisin efektif yarıçapı 5 m ve helis açısı $\gamma = 40^\circ$ ’dir. A noktasından geçerken yolcuların ivmesinin şiddetini hesaplayınız.



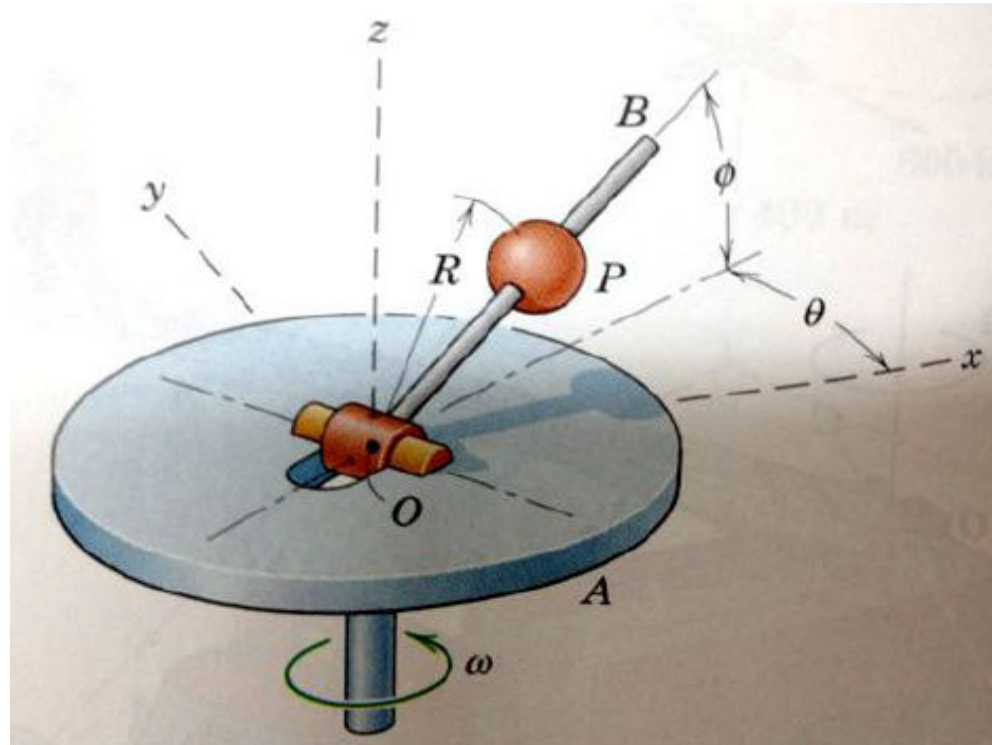
PROBLEMLER

3. Bir uçak v_0 250 km/h hız ile havalanıp $y'-z'$ düşey düzleminde 15° sabit açıda 0.8 m/s^2 ivme ile yükselmektedir. Uçuş O 'daki radar ile izlenmektedir. Kalkıştan 60 s sonra hızını silindirik koordinatlarda inceleyiniz ve bu an için $\dot{r}$, $\dot{\theta}$ ve $\dot{z}$ değerlerini hesaplayınız. (Hız bileşenlerinin $x-y$ ve $x-z$ izdüşümlerini çiziniz.)



PROBLEMLER

4. A disk düşey z eksenini etrafında sabit $\omega = \dot{\theta} = \pi/3$ rad/s hızı ile dönmektedir. Aynı anda, OB kolu sabit $\dot{\phi} = 2\pi/3$ rad/s ile yükselmektedir. $t=0$ 'da $\theta=0$ ve $\phi=0$. θ açısı sabit referans x-ekseninden ölçülmektedir. Küçük P küresi OB kolu üzerinde dışarı doğru $R=50+200t^2$ ifadesine göre kaymaktadır. Burada R milimetre, t saniyedir. $t=1/2$ s iken P'nin ivmesini belirleyiniz.



PROBLEMLER

5. Robot kolu uzayıp yükselirken robot sabit düşey eksen etrafında dönmektedir. Verilen an için, $\phi=30^\circ$, $\dot{\phi}=10$ derece/s=sabit, $l=0.5$ m, $\dot{l}=0.2$ m/s, $\ddot{l}=-0.3$ m/s², ve $\Omega=20$ derece/s=sabit. Robot kolunun tuttuğu P parçasının hızının ve ivmesinin şiddetini hesaplayınız.

