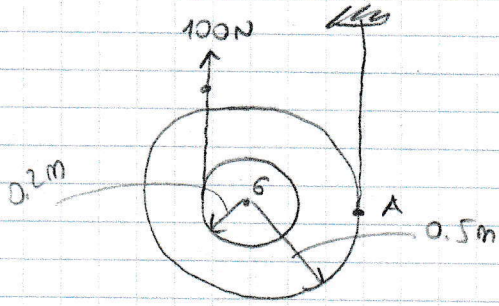


14- Şekildeki makaranın kütlesi 8 kg, eylemsizlik yarıçapı  $k_G = 0.35$  m'dir. Kütlesi ihmal edilebilir ipler, şekilde gösterildiği gibi, istediği göbeğe ve dış çevreye sarılmış olduğuna göre, makaranın açısal hızını belirleyiniz. Kaymadan yuvarlanıyor.



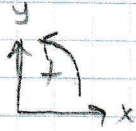
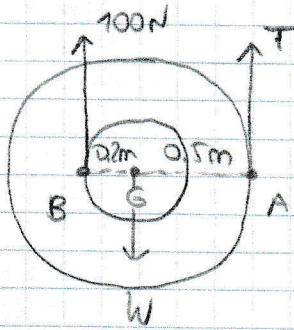
$$m = 8 \text{ kg}$$

$$k_G = 0.35 \text{ m}$$

$$\alpha = ?$$

Makara genel dairesel hareket yapıyor. Hareket denklemleri;

$$\left. \begin{aligned} \sum F_x &= m(a_G)_x \\ \sum F_y &= m(a_G)_y \\ \sum M_G &= I_G \alpha \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} G \text{ cismin} \\ \text{geometrik} \\ \text{merkezinde} \\ \text{yer aldığı için} \\ \text{ağırlığın tesiri var.} \end{array}$$



$$I_G = m k_G^2 = 8 \cdot 0.35^2 = 0.98 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = m a_G$$

$$\sum M_G = I_G \alpha$$

$$\sum F_y = m a_G \Rightarrow 100 + T - W = m a_G \Rightarrow 100 + T - 8 \cdot 9.81 = 8 a_G$$

$$T + 21.52 = 8 a_G$$

$$\sum M_G = I_G \alpha \Rightarrow -100 \cdot 0.2 + T \cdot 0.5 = 0.98 \alpha \Rightarrow 20 + 0.5 T = 0.98 \alpha$$

Elimizde 3 bilinmeyen ve 2 denklem var. İlave bir bağıntı gerekiyor. Kaymadan yuvarlandığı için  $a_G$  ve  $\alpha$  birbirini cinsinden yazılabilir.

$$a_G = \alpha r \Rightarrow a_G = 0.5 \alpha$$

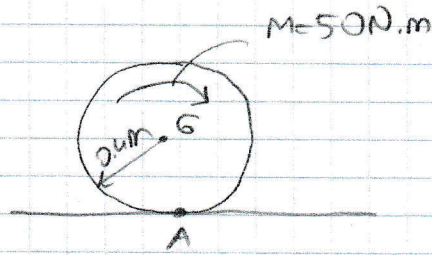
Böylece 3 denklemini gördüğümüzde aşağıdaki sonuçları elde ederiz.

$$\alpha = 10.3 \text{ rad/s}^2$$

$$a_G = 5.16 \text{ m/s}^2$$

$$T = 19.8 \text{ N}$$

15. Şekilde gösterilen 250 N'luk tekerleğin yarıçapı  $k_G = 0.2$  m'dir. Tekereğe 50 N.m'lik bir moment uygulandığına göre, G'yle merkezine ivmesini belirleyiniz. Tekerlek ve A'daki düzlem arasındaki statik ve kinetik sürtünme katsayıları, sırasıyla  $\mu_s = 0.3$  ve  $\mu_k = 0.25$ 'dir.

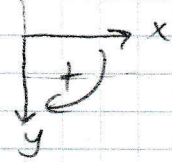
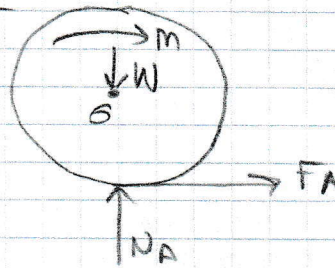


$$\begin{aligned} W &= 250 \text{ N} \\ k_G &= 0.2 \text{ m} \\ M &= 50 \text{ N.m} \\ a_G &=? \end{aligned}$$

$\mu_s = 0.3$   
 $\mu_k = 0.25$  } Kayma olup olmadığını araştırmalıyız.

Tekerlek genel düzlemsel hareket yapıyor. Hareket denklemleri;

$$\begin{aligned} \rightarrow \sum F_x &= m a_G \\ \updownarrow \sum F_y &= m (a_G)_y \\ \curvearrowright \sum M_G &= I_G \alpha \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{G cismin geometrik} \\ \text{merkezinde yer} \\ \text{aldığı için } a_G \text{'nin} \\ \text{tek bileşeni var.} \end{array} \right\}$$



$$\sum F_x = m a_G \Rightarrow F_A = \frac{250}{9.81} a_G \Rightarrow$$

$$F_A = 25.5 a_G$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -N_A + W = 0 \Rightarrow N_A = 250 \text{ N}$$

$$I_G = m k_G^2 = \frac{250}{9.81} \cdot 0.2^2 = 1.02 \text{ kg.m}^2$$

$$\sum M_G = I_G \alpha \Rightarrow M - F_A \cdot 0.4 = 1.02 \alpha \Rightarrow 50 - F_A \cdot 0.4 = 1.02 \alpha$$

$$F_A = 25.5 a_G$$

$$1.02 \alpha + F_A \cdot 0.4 = 50$$

} 3 bilinmeyen 2 denklem.

İlk önce kayma olmadığını varsayarak kinematikı kullanalım. Sonra varsayımın doğruluğunu kontrol edelim.

$$a_G = \alpha r \Rightarrow a_G = 0.4 \alpha \Rightarrow$$

$$F_A = 100 \text{ N}$$

$$a_G = 3.92 \text{ m/s}^2$$

$$\alpha = 9.81 \text{ rad/s}^2$$

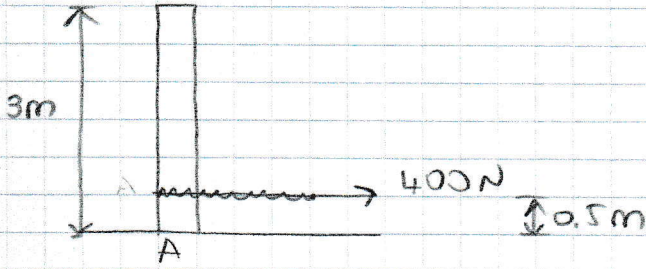
Varsayım doğrudur  $F_A \leq F_{A \max}$  olmak.  $100 \leq \mu_s N_A \Rightarrow$

$100 \leq 0.3 \cdot 250 \Rightarrow 100 \leq 75 \Rightarrow$  Varsayım yanlış, kayma var. O halde yave bağıntı olarak  $a_G - \alpha$ 'yı değil  $F_A = \mu_k N_A$ 'yı kullanmalıyız.

$$F_A = \mu_k N_A = 0.25 \cdot 250 = 62.5 \text{ N} \Rightarrow \alpha = 24.5 \text{ rad/s}^2$$

$$a_G = 2.45 \text{ m/s}^2$$

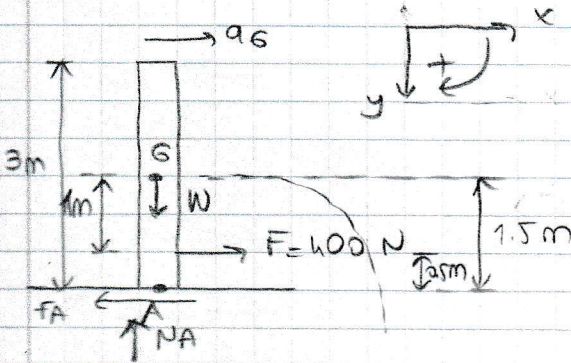
16- Şekilde gösterilen düğün ince direğin kütlesi 100 kg ve eylemsizlik momenti  $I_G = 75 \text{ kg.m}^2$  dir. Direk ve zemin arasındaki statik ve kinetik sürtünme katsayıları, sırasıyla  $\mu_s = 0.3$  ve  $\mu_k = 0.25$  olduğuna göre, direğin 400 N'lık bir yatay kuvvet uygulanması andaki açısal ivmesini belirleyiniz. Direk başlangıçta hareketsizdir.



$$m = 100 \text{ kg} \quad F = 400 \text{ N}$$

$$I_G = 75 \text{ kg.m}^2 \quad \alpha = ?$$

$\mu_s = 0.3$   
 $\mu_k = 0.25$  } Kayma olup olmadığını kontrol etmeliyiz.



Direk genel düzlemsel hareket yapıyor.  
Hareket denklemleri,

$$\begin{cases} \sum F_x = m(a_G)_x \\ \sum F_y = m(a_G)_y \\ \sum M_G = I_G \alpha \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} G \text{ cismin geometrik} \\ \text{merkezinde yer aldığı için} \\ a_G \text{ 'nin tek bileşeni var.} \end{array} \right\}$$

$$\sum F_x = m(a_G)_x \Rightarrow -F_A + F = 100 \cdot a_G \Rightarrow -F_A + 400 = 100 a_G$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -N_A + W = 0 \Rightarrow N_A = 100 \cdot 9.81 \text{ N} \Rightarrow N_A = 981 \text{ N}$$

$$\sum M_G = I_G \alpha \Rightarrow -400 \cdot 1 + F_A \cdot 1.5 = 75 \cdot \alpha \Rightarrow -400 + 1.5 F_A = 75 \alpha$$

Kayma olmadığını varsayalım

$$a_G = \alpha r \Rightarrow a_G = 1.5 \alpha \Rightarrow F_A = 300 \text{ N}$$

$$a_G = 1 \text{ m/s}^2$$

$$\alpha = 0.667 \text{ rad/s}^2$$

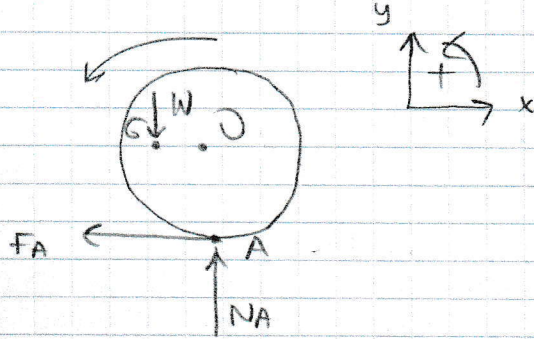
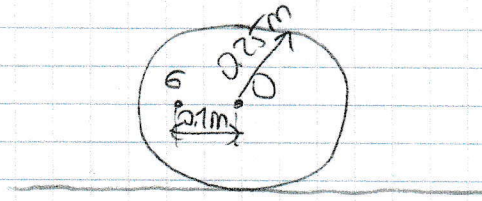
Varsayım doğruysa,  $F_A \leq F_{A \max} \Rightarrow 300 \leq \mu_s N_A \Rightarrow 300 \leq 0.3 \cdot 981 \text{ N}$

$300 \leq 294.3 \text{ N}$  sağlamadığından varsayım yanlış. O halde kayma var. Böylece ilave bağıntı  $a_G = \alpha r$  değil  $F_A = \mu_k N_A$  'dır.

$$F_A = \mu_k N_A = 0.25 \cdot 981 = 245.25 \text{ N} \quad a_G = 1.55 \text{ m/s}^2$$

$$\alpha = -0.478 \text{ rad/s}^2$$

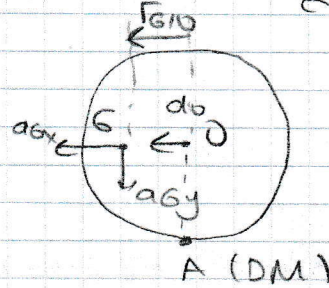
17- Şekilde gösterilen 30 kg'lık tekerleğin kütle merkezi G'dedir ve eylemsizlik yarıçapı  $k_G = 0,15$  m'dir. Tekerlek, başlangıçta hareketsiz olduğunda ve gösterilen konumdayken serbest bırakıldığına göre, acısal hızını belirleyiniz. Kayma meydana gelmemektedir.



$m = 30 \text{ kg}$   
 $k_G = 0,15 \text{ m}$   
 $\omega_0 = 0$   
 $\alpha = ?$

Tekerlek genel dülemsel hareket yapıyor. Hareket denklemleri;

G cismin geometri merkezinde olmadığı için  $a_G$ 'nin x ve y bileşeni var.



Kuvvet-inme yönteminde verilen an incelenir. Probleme göre verilen anda  $\omega_0 = 0$  dir. Ancak devamını hareket vardır. Bu yüzden inmenin varlığından söz edilebilir.

$$\left. \begin{aligned} \sum F_x &= m(a_G)_x \\ \sum F_y &= m(a_G)_y \\ \sum M_G &= I_G \alpha \end{aligned} \right\} \begin{aligned} -F_A &= -m(a_G)_x \Rightarrow F_A = 30 \cdot (a_G)_x \\ -W + N_A &= -m(a_G)_y \Rightarrow -294,3 + N_A = -30 \cdot (a_G)_y \\ -F_A \cdot 0,25 + N_A \cdot 0,1 &= (m \cdot k_G^2) \alpha \Rightarrow -F_A \cdot 0,25 + N_A \cdot 0,1 = 300,15 \alpha \end{aligned}$$

$$\Rightarrow -F_A \cdot 0,25 + N_A \cdot 0,1 = 0,675 \alpha$$

Kayma meydana gelmemektedir.  $\omega$  halde kinematik geçerli olur.

$$a_0 = \alpha r_0 / \text{DM} \Rightarrow a_0 = \alpha \cdot 0,25 \Rightarrow a_0 = 0,25 \alpha \Rightarrow \vec{a}_0 = -0,25 \alpha \vec{i}$$

$$\vec{a}_G = \vec{a}_0 + \vec{\alpha} \times \vec{r}_{G/O} - \omega^2 \vec{r}_{G/O}$$

$$-(a_G)_x \vec{i} - (a_G)_y \vec{j} = -0,25 \alpha \vec{i} + \alpha \vec{k} \times$$

$$(-0,1 \vec{j}) - 0$$

(incelenen an başlangıç anı olduğu için ve  $\omega_0 = 0$  old için burada  $\omega = 0$  alıyoruz. Ancak hareket devam ediyor. Yalnızca incelenen anda  $\omega = 0$ )

$$-(a_G)_x \vec{i} - (a_G)_y \vec{j} = -0,25 \alpha \vec{i} - 0,1 \alpha \vec{j}$$

$$(a_G)_x = 0,25 \alpha$$

$$(a_G)_y = 0,1 \alpha$$

$$-F_A \cdot 0,25 + N_A \cdot 0,1 = 0,675 \alpha \Rightarrow -(30 \cdot (a_G)_x) \cdot 0,25 + (-30(a_G)_y + 294,3) \cdot 0,1 = 0,675 \alpha \Rightarrow$$

$$-7,5 \cdot 0,25 \alpha - 0,3 \cdot 0,1 \alpha + 29,43 = 0,675 \alpha \Rightarrow -1,875 \alpha - 0,03 \alpha + 29,43 = 0,675 \alpha \Rightarrow$$

$$29,43 = 2,58 \alpha \Rightarrow \alpha = 11,4 \text{ rad/s}^2$$

$$(a_G)_x = 2,85 \text{ m/s}^2 \quad (a_G)_y = 1,14 \text{ m/s}^2 \quad F_A = 85,5 \text{ N} \quad N_A = 260,7 \text{ N}$$