

7- RİJİT CİSMİN DÜZLEMSEL KİNETİĞİNDE İŞ VE ENERJİ YÖNTEMİ

→ Kinetik enerji

Ötelenme hareketi yapan cismin kinetik enerjisi

$$T = \frac{1}{2} m v_G^2$$

Sabit bir ^{noktadan geçen} eksen etrafında dönme hareketi yapan cismin kinetik enerjisi

$$O = G \text{ ise } T = \frac{1}{2} I_O \omega^2 \quad (I_O = I_G)$$

$$O \neq G \text{ ise } T = \frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2 \quad \text{veya} \quad T = \frac{1}{2} I_O \omega^2$$

Genel düzlemsel hareket yapan cismin kinetik enerjisi

$$T = \frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2$$

→ İş

Değişken kuvvetin yaptığı iş ($F = F(s)$)

$$U_F = \int F(s) ds$$

Sabit kuvvetin yaptığı iş ($F = F_c$)

$$U_{F_c} = F (F_c \cdot \cos \theta) \cdot \Delta s$$

Ağırlık kuvvetinin yaptığı iş. (W)

$$U_W = F W \cdot \Delta y$$

Yay kuvvetinin yaptığı iş (F_s)

$$U_{F_s} = - \left(\frac{1}{2} k s_2^2 - \frac{1}{2} k s_1^2 \right)$$

Değişken kuvvet çiftinin yaptığı iş ($M = M(\theta)$)

$$U_M = \int M(\theta) d\theta \quad (\theta, \text{rad})$$

$$U_{M_c} = M \cdot \Delta \theta$$

→ İş yapmayan kuvvetler

Cisim kaymadan yuvarlanırken sürtünme kuvveti iş yapmaz.

Sabit noktalara etkiyen kuvvetler (örneğin mesnet tepkileri) iş yapmaz.

Yer değiştirmelerine dik doğrultulardaki kuvvetler iş yapmaz.

→ İş ve enerji ilkesi

$$T_1 + \Sigma U_{1-2} = T_2$$

→ Potansiyel enerji

$$V = V_g + V_e$$

$$V_g = \mp W \cdot y_s$$

$$V_e = + \frac{1}{2} k s^2$$

→ Enerjinin korunumu

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

→ Konservatif kuvvetlerin yaptığı iş

$$(E_{U1-2})_{\text{kons.}} = V_1 - V_2$$

→ Enerji kaybı

$$(E_{U1-2})_{\text{kons. olm.}} = T_2 - T_1$$

→ $G = g$

Ötelenme hareketi

$$P = F \cdot v \quad (\text{Watt})$$

Dönme hareketi

$$P = M \cdot \omega \quad (\text{Watt})$$

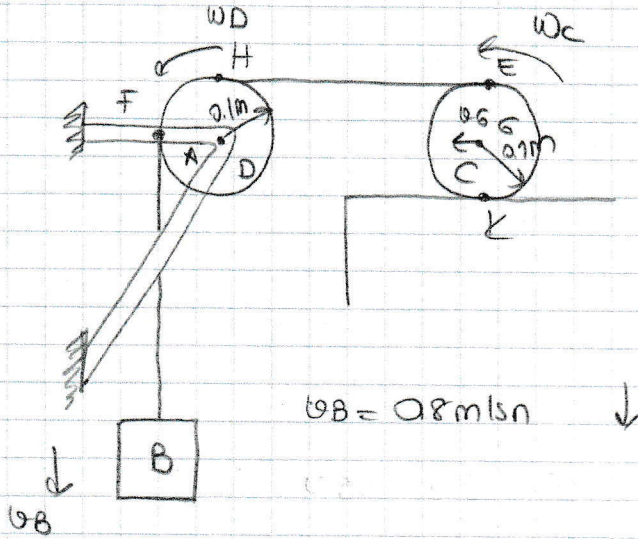
Genel dairesel hareket

$$P = F \cdot v + M \cdot \omega \quad (\text{Watt})$$

RİJİT CİSMİN DÜZLEMSEL KİNETİĞİNDE İŞ VE ENERJİ

YÖNTEMİ

1. Şekilde gösterilen üç elemanlı sistem, 6 kg'lık B bloğu, 10 kg'lık D dışki ve 12 kg'lık C silindirden oluşmaktadır. Silindire sarılı ihmal edilebilir kütleli kesintisiz bir ip, dışki üzerinden geçirilten sonra bloğa bağlanmıştır. Blok 0.8 m/s'n hızla aşağı doğru hareket ettiğine ve silindir kaymadan yuvarlandığına göre, sistemin bu andaki toplam kinetik enerjisini belirleyiniz.



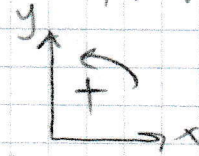
$$\begin{aligned} m_B &= 6 \text{ kg} \\ m_D &= 10 \text{ kg} \\ m_C &= 12 \text{ kg} \end{aligned}$$

C silindiri genel düzlemsel hareket,

D dışki sbt. A noktası etrafında dönme hareketi, ve

B bloğu, doğrusal ötelenme hareketi yapıyor.

$$\Sigma E = ?$$



$$v_B = v_F = \omega_D r_D \Rightarrow 0.8 = \omega_D \cdot 0.1 \Rightarrow \omega_D = 8 \text{ rad/s}$$

$$v_H = \omega_D r_D \Rightarrow v_H = 8 \cdot 0.1 = 0.8 \text{ m/s}$$

$$v_H = v_E = 0.8 \text{ m/s}$$

K noktası C silindiri için dönme merkezidir. $v_K = 0$ (DM)

$$v_E = \omega_C r_E / \text{DM} \Rightarrow 0.8 = \omega_C \cdot 0.2 \Rightarrow \omega_C = 4 \text{ rad/s}$$

$$v_G = \omega_C r_G / \text{DM} \Rightarrow v_G = 4 \cdot 0.1 = 0.4 \text{ m/s}$$

$$T_B = \frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 0.8^2 = 1.92 \text{ J}$$

$$T_D = \frac{1}{2} I_D \omega_D^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} m_D r_D^2 \right) \cdot \omega_D^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 0.1^2 \cdot 8^2 = 1.6 \text{ J}$$

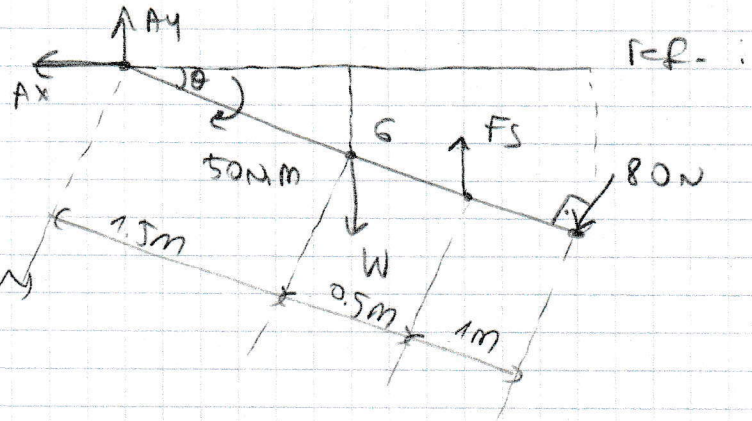
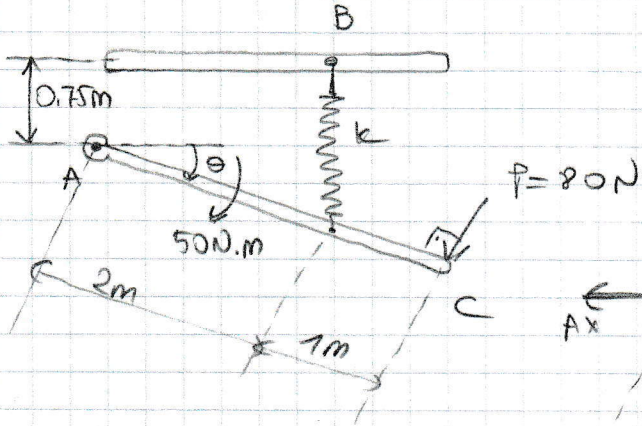
$$T_C = \frac{1}{2} m_C v_G^2 + \frac{1}{2} I_C \omega_C^2 = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 0.4^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 0.1^2 \cdot 4^2 = 0.96 + 0.08 \approx$$

$$T_C = 1.04 \text{ J}$$

$$\Sigma E = T_B + T_D + T_C = 1.92 + 1.6 + 1.04 = 4.56 \text{ J}$$

2. Şekilde gösterilen 10 kg kütleli çubuk, 50 N.m'lik bir moment ve daimi çubuğun ucunda dikey uygulanan bir $P=80$ N kuvvetinin etkisindedir. Ayrıca, gerilmemiş haldeki uzunluğu 0.5 m olan yay, B'deki tekerlekli kılavuzlar dolayısıyla dikey konumda kalmaktadır. Çubuk aşağı doğru $\theta=0^\circ$ den $\theta=90^\circ$ kadar döndüğünde jaman, üzerine etkiyen bütün kuvvetlerin yaptığı toplam işi belirleyiniz.

$$\begin{aligned} m &= 10 \text{ kg} & k &= 30 \text{ N/m} \\ M &= 50 \text{ N.m} \\ P &= 80 \text{ N} \\ l_0 &= 0.5 \text{ m} \\ \theta_0 &= 0^\circ \\ \theta &= 90^\circ \\ \Sigma U &= ? \end{aligned}$$



$$U_w = W y = 10 \cdot 9.81 \cdot 1.5 \sin 90^\circ \text{ J}$$

$$U_w = 147.15 \text{ J}$$

$$U_M = M \Delta \theta = 50 \left(\frac{\pi}{2} - 0 \right) = 50 \cdot \frac{3.1416}{2} = 78.54 \text{ J}$$

$$U_{Fs} = - \left(\frac{1}{2} k s_2^2 - \frac{1}{2} k s_1^2 \right)$$

$$l_1 = 0.5 \text{ m} \quad s_1 = 0.75 - 0.5 = 0.25 \text{ m}$$

$$l_2 = 2 \cdot \sin 90^\circ = 2 \quad s_2 = (2 + 0.75) - 0.5 = 2.25 \text{ m}$$

$$U_{Fs} = - \frac{1}{2} \cdot 30 (2.25^2 - 0.25^2) = -75 \text{ J}$$

$$P \text{ kuvvetinin aldığı yol} = \frac{\pi}{2} \cdot r = \frac{\pi}{2} \cdot 3 = 4.7124 \text{ m}$$

$$U_P = P \cdot s = 80 \cdot 4.7124 = 376.992 \text{ J}$$

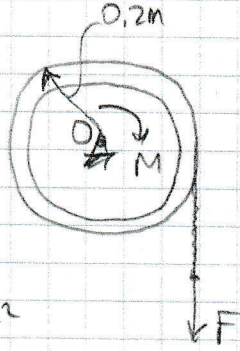
$$U_A = 0$$

$$\Sigma U = U_w + U_M + U_{Fs} + U_P + U_A$$

$$\Sigma U = 147.15 + 78.54 - 75 + 376.992 + 0$$

$$\Sigma U = 527.682 \text{ J}$$

3- Şekilde gösterilen 30 kg'lık disk merkezinden mafsallanmıştır. Diskin, duğer halden harekete başlayarak 20 rad/s'n'lik bir ağısal hıza ulaşması için gerekli devir sayısını belirleyiniz. Disk üzerine, çevresine sarılı ip aracılığıyla uygulanan sabit $F=10\text{ N}$ kuvveti ve 5 N.m 'lik sabit bir moment etki etmektedir. Hesaplamaada ipin kütlesini ihmal ediniz.



$$\begin{aligned} m &= 30\text{ kg} \\ \omega_0 &= 0 \\ \omega &= 20\text{ rad/s} \\ \theta &=? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= 10\text{ N} \\ M &= 5\text{ N.m} \end{aligned}$$

Sbt. O noktası etrafında dönme hareketi.
 $\theta = 0$

$$I_O = \frac{1}{2} m r^2$$

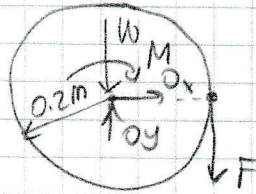
$$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$$

$$T_1 = 0$$

$$T_2 = \frac{1}{2} I_O \omega_2^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m r^2 \right) \omega_2^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 0,2^2 \cdot 20^2 = 120\text{ J}$$

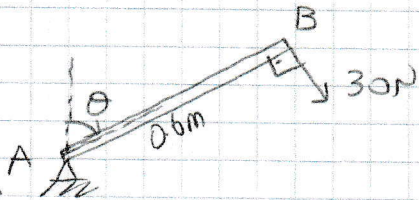
$$\sum U_{1-2} = U_F + U_M = F \cdot s + M \cdot \theta = F \cdot r \cdot \theta + M \cdot \theta = 10 \cdot 0,2 \cdot \theta + 5 \cdot \theta = 7\theta$$

$$0 + 7\theta = 120\text{ J} \Rightarrow \theta = 17,14\text{ rad} = 17,14 \cdot \frac{1}{2\pi} = 2,73\text{ dev}$$



İş yapan kuvvetler F kuvveti ve M momenti

4- Şekilde gösterilen 5 kg'lık düğün cubuk üzerine, daima diğ olarak uygulanan 30 N'lık bir kuvvet etki etmektedir. Cubuk, $\theta=0^\circ$ olduğunda saat yönü $\omega_1=10\text{ rad/s}$ ağısal hıza sahip olduğuna göre, $\theta=90^\circ$ olduğundaki ağısal hızını belirleyiniz.



$$\begin{aligned} m &= 5\text{ kg} \\ P &= 30\text{ N} \\ \theta &= 0^\circ \quad \omega_1 = 10\text{ rad/s} \\ \theta &= 90^\circ \quad \omega_2 = ? \end{aligned}$$

Cisim sbt. A noktası etrafında dönme hareketi yapıyor. O halde $T = \frac{1}{2} I_A \omega^2$ alabiliriz.

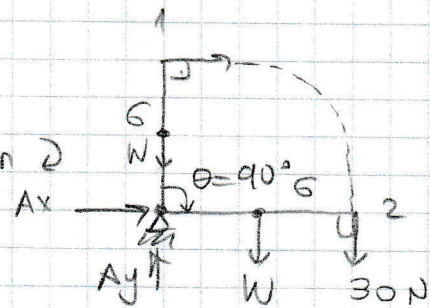
$$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$$

$$T_1 = \frac{1}{2} I_A \omega_1^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} m l^2 \right) \omega_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 0,6^2 \cdot 10^2 = 30\text{ J}$$

$$T_2 = \frac{1}{2} I_A \omega_2^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} m l^2 \right) \omega_2^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 0,6^2 \cdot \omega_2^2 = 0,3 \omega_2^2$$

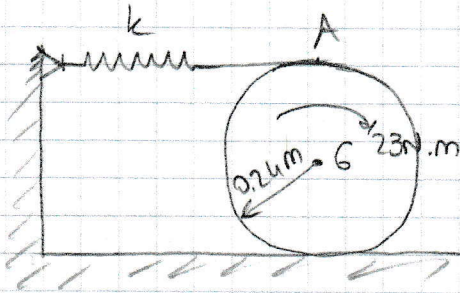
$$\sum U_{1-2} = U_P + U_W = 30 \left(\frac{2\pi r}{4} \right) + W \cdot 0,3 = 30 \cdot \frac{\pi \cdot 0,6}{2} + 5 \cdot 9,81 \cdot 0,3 = 42,99\text{ J}$$

$$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2 \Rightarrow 30 + 42,99 = 0,3 \omega_2^2 \Rightarrow \omega_2 = 15,6\text{ rad/s}$$



İş yapan kuvvetler, P ve W

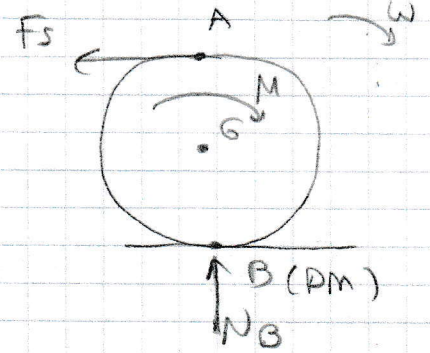
5- Şekilde gösterilen 200 N ağırlığındaki tekerleğin G kütle merkezine göre eylemsizlik yarıçapı $k_G = 0.18 \text{ m}$ 'dir. Tekerlek, 23 N.m'lik saat yönünde bir momentin etkisinde olduğuna ve kaymadan yuvarlandığına göre, G kütle merkezi 0.15 m hareket ettikten sonraki açısal hızını belirleyiniz. Yay katsayısı $k = 160 \text{ N/m}$ 'dir ve yay, momentin uygulandığı başlangıç anında gerilmemiş durumdadır.



$$\begin{aligned} k &= 160 \text{ N/m} \\ W &= 200 \text{ N} \\ k_G &= 0.18 \text{ m} \\ M &= 23 \text{ N.m} \\ r_G &= 0.15 \text{ m} \\ W &= ? \quad W_1 = 0 \\ S_0 &= 0 \end{aligned}$$

Tekerlek genel düzlemsel hareket yapıyor. 0 halde,

$$T = \frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2$$



İş yapan kuvvetler F_s ve M

$$T_1 + \Sigma U_{1-2} = T_2$$

$$T_1 = 0$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2$$

$$v_G = \omega r_G / \text{dm} = 0.24 \omega$$

$$T_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{200}{9.81} (0.24 \omega)^2 + \frac{1}{2} (m \cdot k_G^2) \omega^2$$

$$T_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{200}{9.81} (0.24 \omega)^2 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{200}{9.81} \cdot 0.18^2 \right) \omega^2$$

$$T_2 = 0.59 \omega^2 + 0.33 \omega^2$$

$$T_2 = 0.92 \omega^2$$

$$\Sigma U_{1-2} = U_{F_s} + U_M = -\frac{1}{2} k s_A^2 + M \cdot \theta \quad (U_{N_B} = 0)$$

$$s_A = r_A / \text{dm} \theta = 0.48 \theta$$

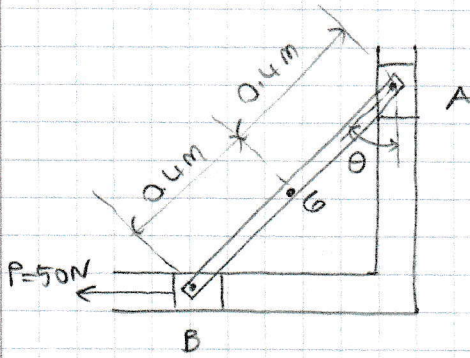
$$s_G = r_G / \text{dm} \theta \approx 0.15 = 0.24 \theta \Rightarrow \theta = 0.625 \text{ rad}$$

$$s_A = 0.48 \theta = 0.48 \cdot 0.625 = 0.3$$

$$\Sigma U_{1-2} = -\frac{1}{2} \cdot 160 \cdot 0.3^2 + 23 \cdot 0.625 = -7.2 + 14.375 = 7.175 \text{ J}$$

$$T_1 + \Sigma U_{1-2} = T_2 \Rightarrow 0 + 7.175 = 0.92 \omega^2 \Rightarrow \omega = 2.8 \text{ rad/s}$$

6- Şekilde gösterilen 10 kg'lık çubukun uçları oluklar boyunca hareket edebilmektedir. Çubuk, $\theta = 0^\circ$ başlangıç anında hareketsizdir. B'deki kayıcı blok üzerine $P = 50$ N'lık bir yatay kuvvet uygulandığına göre, çubukun $\theta = 45^\circ$ anındaki açısal hızını belirleyiniz. A ve B bloklarının kütlesini ihmal ediniz.



$$\begin{aligned} m &= 10 \text{ kg} \\ \theta &= 0^\circ \quad \omega_0 = 0 \\ P &= 50 \text{ N} \\ \theta &= 45^\circ \quad \omega = ? \end{aligned}$$

A ve B öteleniyor.
AB çubuğu genel
düzlemsel hareket yapıyor

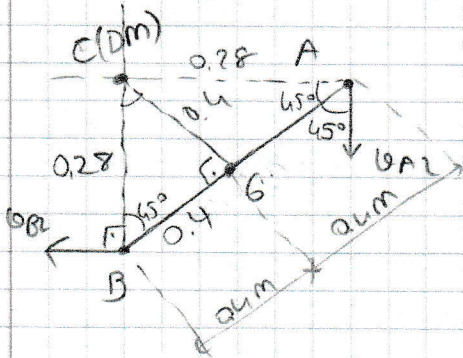
$$T = \frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2$$

$$I_G = \frac{1}{12} m l^2 = \frac{1}{12} \cdot 10 \cdot 0.8^2 = 0.533 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$T_1 = 0$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot v_G^2 + \frac{1}{2} \cdot 0.533 \cdot \omega^2 = 5 v_G^2 + 0.267 \omega^2$$

$$v_G = \omega r_{G/DM} \Rightarrow r_{G/DM} = ?$$

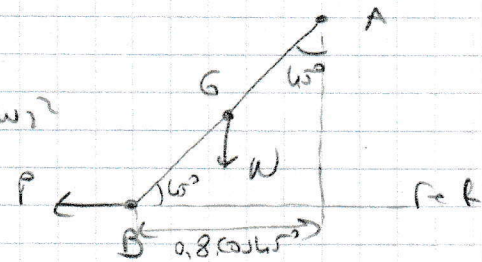


$$r_{G/DM} = 0.6 \text{ m} \Rightarrow v_G = \omega r_{G/DM} = 0.6 \omega$$

$$T_2 = 5 v_G^2 + 0.267 \omega^2$$

$$T_2 = 5 \cdot (0.6 \omega)^2 + 0.267 \omega^2$$

$$T_2 = 1.067 \omega^2$$

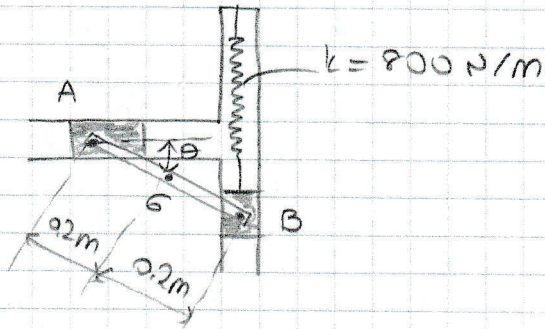


$$\begin{aligned} \Sigma U_{1-2} &= U_W + U_P = W \cdot \Delta y + P \cdot \Delta x = 10 \cdot 9.81 \cdot (0.4 - 0.4 \cdot \cos 45) + 50(0.8 \cos 45) \\ &= 10 \cdot 9.81 \cdot 0.12 + 50 \cdot 0.566 = 40.272 \text{ J} \end{aligned}$$

$$T_1 + \Sigma U_{1-2} = T_2$$

$$0 + 40.272 = 1.067 \omega^2 \Rightarrow \omega = 6.16 \text{ rad/s}$$

7. Şekilde gösterilen 10 kg'lık AB çubuğunun uçları yatay ve dikey oluklarda hareket edebilmektedir. Katsayısı $k=800 \text{ N/m}$ olan yay $\theta=0^\circ$ iken uzamamış durumdadır. $\theta=30^\circ$ iken duran halden serbest bırakılan AB'nin $\theta=0^\circ$ olduğu andaki açısal hızlarını belirleyiniz. Kayan blokların kütlelerini ihmal ediniz.



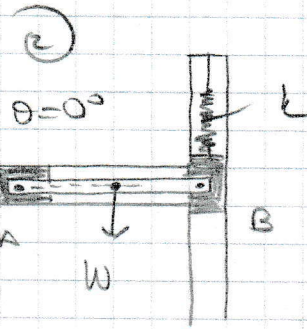
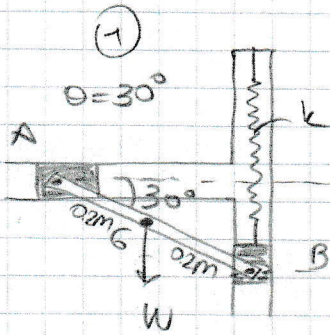
$$m=10 \text{ kg}$$

$$k=800 \text{ N/m}$$

$$\theta=0^\circ \rightarrow s=0$$

$$\theta_0=30^\circ \rightarrow \omega_0=0$$

$$\theta=0^\circ \rightarrow \omega=?$$



$$\theta=0^\circ \rightarrow s=0$$

$$\theta=30^\circ \rightarrow s=0.4 \sin 30 = 0.2$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2 \rightarrow T_1 + V_{e1} + V_{g1} = T_2 + V_{e2} + V_{g2}$$

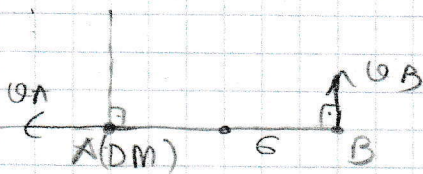
$$T_1 = 0$$

$$V_1 = V_{e1} + V_{g1} = +\frac{1}{2} k s_1^2 - W \cdot 0.2 \sin 30 = \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot 0.2^2 - 10 \cdot 9.81 \cdot 0.2 \sin 30$$

$$V_1 = 16 - 9.81 = 6.19 \text{ J}$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m \omega_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \omega_G^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{12} m l^2 \right) \omega_2^2 = 5 \omega_G^2 + 0.067 \omega_2^2$$

$\omega_G = \omega_2 r_{G/DM} \rightarrow r_{G/DM} = ? \rightarrow T_2$ 'yi elde etmeye çalıştığım için 2. durumda uygun DM'yi buluruz.



$$r_{G/DM} = 0.2 \text{ m} \quad \omega_G = \omega_2 \cdot 0.2$$

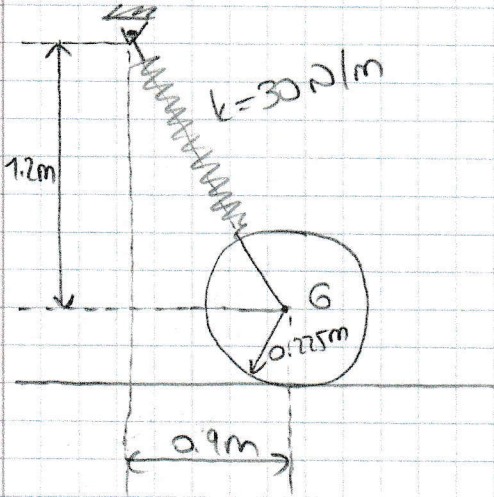
$$T_2 = 5 \omega_G^2 + 0.067 \omega_2^2 = 5 \cdot (\omega_2 \cdot 0.2)^2 + 0.067 \omega_2^2$$

$$T_2 = 0.267 \omega_2^2$$

$$V_2 = V_{e2} + V_{g2} = \frac{1}{2} k s_2^2 + 0 = 0$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2 \rightarrow 0 + 6.19 = 0.267 \omega_2^2 + 0 \rightarrow \omega_2 = 4.815 \text{ rad/s}$$

8. Şekilde gösterilen 15 kg'lık disk, uzamamış haldeli uzunluğu 0.3 m olan $k=30 \text{ N/m}$ katsayılı yayla bağlanmıştır. Disk, gösterilen konumda iken duran halden serbest bırakıldığına ve kaymadan yuvarlandığına göre 0.9 m yer değiştirdiği andaki açısal hızını belirleyiniz.



$$m=15 \text{ kg}$$

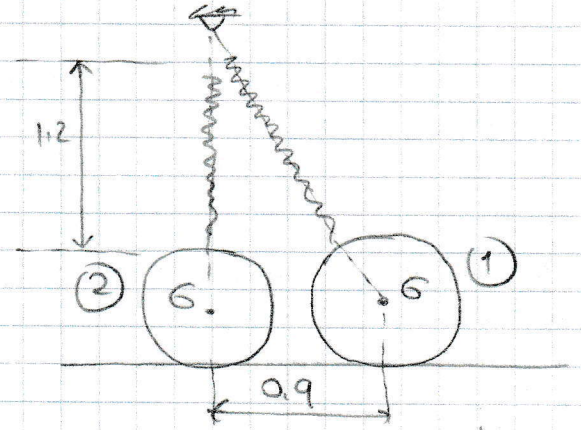
$$l_0=0.3 \text{ m}$$

$$k=30 \text{ N/m}$$

$$s_0=0.9 \text{ m}$$

$$\omega=?$$

$$\omega_0=0$$



$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

$$T_1 = 0$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot v_G^2 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} m r^2 \right) \omega^2 = 7.5 v_G^2 + 0.19 \omega^2$$

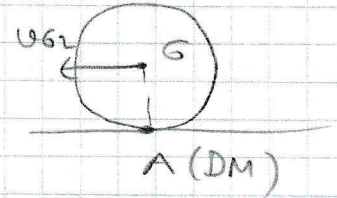
$$v_G = \omega r_{G/DM} \Rightarrow r_{G/DM} = ? \Rightarrow ? \text{ durum için}$$

$$r_{G/DM} = 0.225 \text{ m} \Rightarrow v_G = 0.225 \omega$$

$$T_2 = 7.5 v_G^2 + 0.19 \omega^2$$

$$T_1 = 7.5 (0.225 \omega)^2 + 0.19 \omega^2$$

$$T_2 = 0.38 \omega^2 + 0.19 \omega^2 \Rightarrow T_2 = 0.57 \omega^2$$



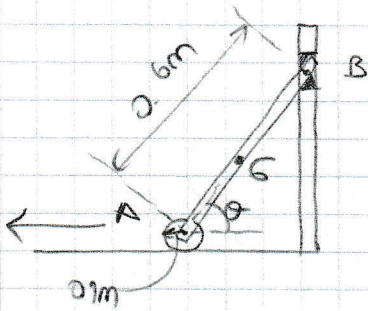
$$V_1 = V_{e1} + V_{g1} = \frac{1}{2} k s_1^2 + 0 = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot (1 - 0.3)^2 = 15 (\sqrt{1.2^2 + 0.9^2} - 0.3)^2 \Rightarrow$$

$$V_1 = 15 \cdot 1.44 = 21.6 \text{ J}$$

$$V_2 = V_{e2} + V_{g2} = \frac{1}{2} k s_2^2 + 0 = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot (1.2 - 0.3)^2 = 12.15 \text{ J}$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2 \Rightarrow 0 + 21.6 = 0.57 \omega^2 + 12.15 \Rightarrow \omega = 4.07 \text{ rad/s}$$

9- Şekilde gösterilen 10 kg'lık homojen disk, 5 kg'lık düğün AB çubuğuna bağlanmıştır. Sistem, $\theta = 60^\circ$ iken duragan halden serbest bırakıldığında göre, çubuğun $\theta = 0^\circ$ olduğu andaki açısal hızını belirleyiniz. Diskin kaymadan yuvarlandığını varsayınız. Kılavuz boyunca sürtünme, ve B'deki bileziğin kütlesini ihmal ediniz.



$$m_A = 10 \text{ kg} \quad \theta = 60^\circ \quad \omega_0 = 0$$

$$m_{AB} = 5 \text{ kg} \quad \theta = 0^\circ \quad \omega = ?$$

Sistem 5 kg'lık AB çubuğundan ve 10 kg A diskinden oluşuyor. Her bir kütlenin kinetik ve Potansiyel enerjisini araştırınız.

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

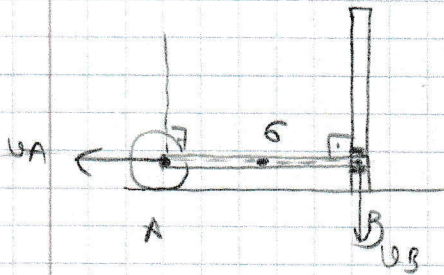
$$T_1 = 0$$

$$T_2 = T_{2A} + T_{2AB} = \left(\frac{1}{2} m_A v_{GA}^2 + \frac{1}{2} I_{GA} \omega_A^2 \right) + \left(\frac{1}{2} m_{AB} v_{GB}^2 + \frac{1}{2} I_{GB} \omega_{AB}^2 \right) \sim$$

$$T_2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot v_{GA}^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m_A r_A^2 \right) \omega_A^2 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot v_{GB}^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{12} (5 \cdot 0.6^2) \right) \omega_{AB}^2 \sim$$

$$T_2 = 5 v_{GA}^2 + 0.015 \omega_A^2 + 2.5 v_{GB}^2 + 0.075 \omega_{AB}^2$$

$$v_{GB} = \omega_{AB} r_{GB/DM} \sim r_{GB/DM} = ? \sim 2. \text{ durum için inceleriz.}$$



Her iki hız vektörüne disk olarak çizilen elyen A'da kesişiyor. O halde A noktası incelenen anda dönme merkezidir, e böylece A diskinin hızı da onun olarak sıfırdır.

$$r_{GB/DM} = 0.6 \text{ m} \sim v_{GB} = \omega_{AB} r_{GB/DM} \sim v_{GB} = 0.3 \omega_{AB}$$

$$v_A = 0 \sim v_{GA} = 0 \quad \omega_A = 0$$

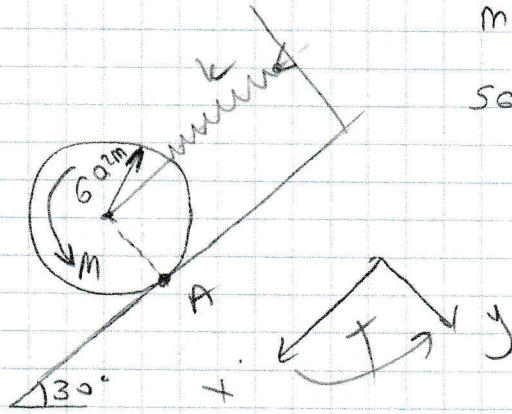
$$T_2 = 5 v_{GA}^2 + 0.015 \omega_A^2 + 2.5 v_{GB}^2 + 0.075 \omega_{AB}^2 = 0 + 0 + 2.5 (0.3 \omega_{AB})^2 + 0.075 \omega_{AB}^2 = 0.3 \omega_{AB}^2$$

$$V_1 = (V_{e1} + V_{g1})_A + (V_{e1} + V_{g1})_{AB} = 0 + 0 + 0 + \omega_{AB} \cdot 0.3 \sin 60 = 12.76 \text{ J}$$

$$V_2 = 0$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2 \sim 0 + 12.76 = 0.3 \omega_{AB}^2 + 0 \sim \omega_{AB} = 6.52 \text{ rad/s}$$

10. 20 kg'lık disk, başlangıçta duran haldedir ve yay tarafından dengede tutulmaktadır. Diskte, şekilde gösterildiği gibi, $M=30 \text{ N.m}$ moment uygulanıyor. Diskin, G kütlesi merkezinin eğik düzlem boyunca 0.8 m aralığı hareket ettirir. a) ağırlık hızını belirleyiniz. Disk kaymadan yuvarlanmaktadır.



$$m=20 \text{ kg} \quad \omega_0=0 \quad M=30 \text{ N.m}$$

$$s_0=0.8 \text{ m} \quad \omega=? \quad k=150 \text{ N/m}$$

$$T_1 + \epsilon U_{1-2} = T_2$$

$$T_1 = 0$$

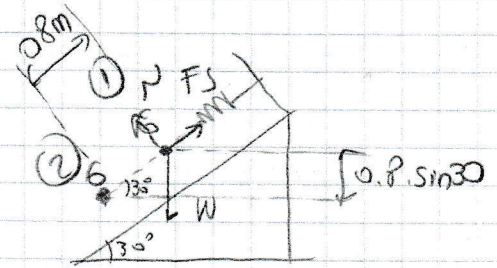
$$T_2 = \frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot v_G^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m r^2 \right) \omega_2^2 = 10 v_G^2 + 0.2 \omega_2^2$$

$$v_G = \omega_2 r_{G/DM} \quad r_{G/DM}=? \quad \rightarrow \quad A \text{ noktası } DM \quad r_{G/DM}=0.2 \text{ m}$$

$$v_G = 0.2 \omega_2 \quad \rightarrow \quad T_2 = 0.6 \omega_2^2$$

$$\epsilon U_{1-2} = U_M + U_W + U_{FS} \quad \rightarrow$$

$$\epsilon U_{1-2} = M\theta + W \cdot 0.8 \cdot \sin 30 - \left(\frac{1}{2} k s_2^2 - \frac{1}{2} k s_1^2 \right) \quad \rightarrow$$



Yayın başlangıçtaki durumuyla ilgili bir bilgimiz yok. Ancak başlangıçta cismin duran haldede olduğu ve yay tarafından dengede tutulduğu belirtilmiştir. O halde başlangıçta cisim statik olarak dengede idi. Statik denge denklemlerini kullanarak yay kuvvetini hesaplayabiliriz.

$$\sum F_x = 0$$

$$W \cdot \sin 30 - F_s = 0 \quad \rightarrow \quad F_s = W \cdot \sin 30 = mg \sin 30 = 98.1 \text{ N}$$

$$F_s = k \cdot s \quad \rightarrow \quad 98.1 = 150 \cdot s \quad \rightarrow \quad s = 0.654 \text{ m} = s_1$$

$$s_0 = 0.8 \text{ m} \quad \rightarrow \quad s_2 = s_1 + s_0 = 0.654 + 0.8 = 1.454 \text{ m}$$

$$\epsilon U_{1-2} = 30 \cdot \theta + 20 \cdot 9.81 \cdot 0.8 \cdot \sin 30 - \frac{1}{2} \cdot 150 (1.454^2 - 0.654^2) = 30\theta + 78.48$$

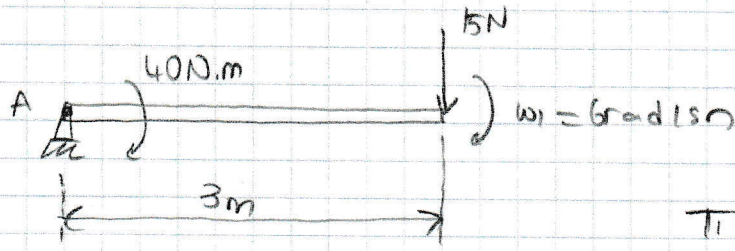
$$-126.48 = 30\theta - 48$$

$$T_1 + \epsilon U_{1-2} = T_2 \quad \rightarrow \quad 0 + 30\theta - 48 = 0.6 \omega_2^2 \quad \left. \begin{array}{l} 30\theta - 48 = 0.6 \omega_2^2 \\ s = r\theta \quad \rightarrow \quad 0.8 = 0.2\theta \quad \rightarrow \quad \theta = 4 \text{ rad} \end{array} \right\}$$

$$s = r\theta \quad \rightarrow \quad 0.8 = 0.2\theta \quad \rightarrow \quad \theta = 4 \text{ rad}$$

$$30 \cdot 4 - 48 = 0.6 \omega_2^2 \quad \rightarrow \quad \omega_2 = 10.95 \text{ rad/s}$$

16. Şekildeki 4 kg'lık ince çubuk bir kuvvet ve moment ethisindedir. Çubuğun, gösterilen andaki açısal hızı $\omega_1 = 6 \text{ rad/s}$ olduğuna göre, aşağı doğru 90° döndüğünde andaki açısal hızını belirleyiniz. Kuvvet, daima çubuğun eksenine dik uygulanmaktadır. Hareket dikey düzlemdeyir.



$$m = 4 \text{ kg}$$

$$\omega_1 = 6 \text{ rad/s} \quad \theta_0 = 0^\circ$$

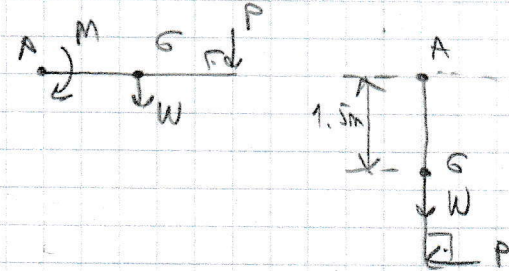
$$\theta = 90^\circ \quad \omega = ?$$

$T_1 + \Sigma U_{1-2} = T_2$ Çubuk sbt A noktası etrafında dönme hareketi yapıyor.

$$T_1 = \frac{1}{2} I_A \omega_1^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} m l^2 \right) \omega_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 3^2 \cdot \omega_1^2 \quad \sim$$

$$T_1 = 6 \omega_1^2 = 6 \cdot 6^2 = 216 \text{ J}$$

$$T_2 = \frac{1}{2} I_A \omega_2^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} m l^2 \right) \omega_2^2 = 6 \omega_2^2$$



$$\Sigma U_{1-2} = U_M + U_W + U_P = +M\theta + W \cdot y + P \cdot s \quad \sim$$

$$\Sigma U_{1-2} = 40 \cdot \frac{\pi}{2} + 4 \cdot 9,81 \cdot 1,5 + 15 \cdot \frac{2\pi r}{4} = 62,832 + 58,86 + 70,686 \quad \sim$$

$$\Sigma U_{1-2} = 192,378 \text{ J}$$

$$T_1 + \Sigma U_{1-2} = T_2$$

$$216 + 192,378 = 6 \omega_2^2 \quad \sim \quad \omega_2 = 8,25 \text{ rad/s}$$