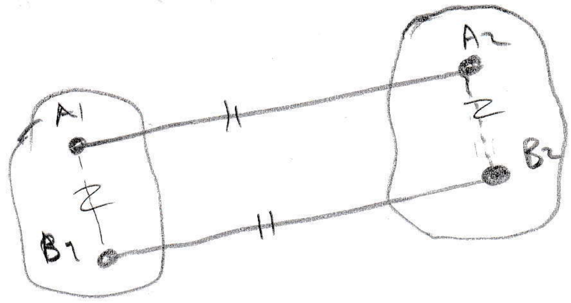
4. RİJİT CİSİMLERİN KİNEMATİĞİ

4.1. Giriş

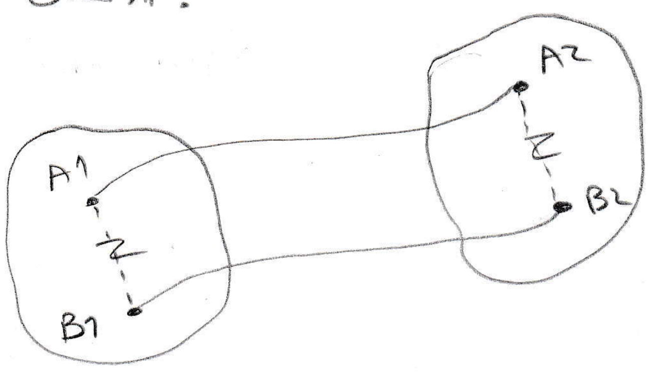
→ Bu bölümde rijit cisimlerin kinematiği ele alınacaktır. Rijit cismi oluşturan çeşitli parçacıkların zaman, konum, hız ve ivmeleri arasında var olan ilişkiler araştırılacaktır.

→ Rijit cismin hareketini aşağıdaki gibi sınıflandırmak uygundur.

1. Öteleme : Eğer bir cismin içindeki herhangi bir düz çizginin yönü, hareket esnasında aynı kalıyorsa bu cisme, öteleme yapıyor denir. Ayrıca öteleme hareketinde, rijit cismi oluşturan parçacıkların hepsinin birbirine paralel yollar izlediği gözlenebilir. Eğer bu yollar düz çizgiler halindeyse, harekete "doğrusal öteleme" denir; eğer yollar eğri çizgiler halinde ise, harekete "eğrisel öteleme" denir.



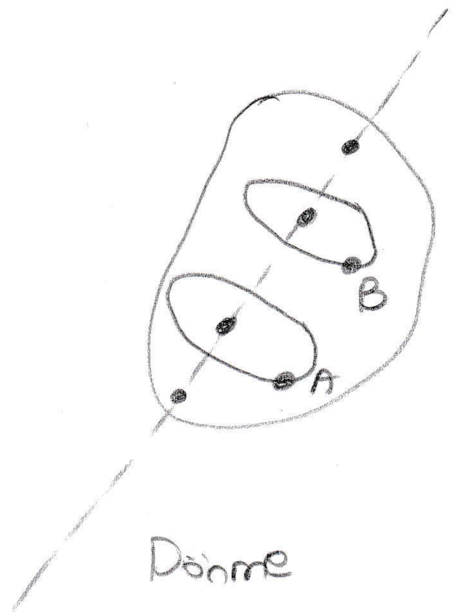
Doğrusal öteleme



Eğrisel öteleme

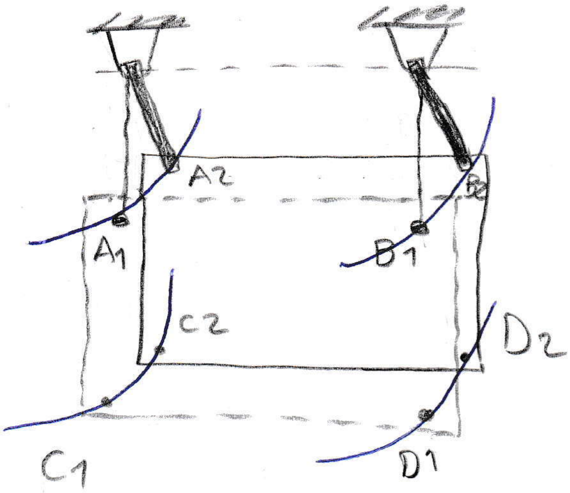
Öteleme hareketi, "kayarak öteleme" veya "sürüklenme" olarak da tanımlanabilir.

2- Sabit bir eksen etrafında dönme: Bu harekette rijit cismi oluşturan paracacıklar, merkezleri aynı sabit eksen üzerinde olan daireler boyunca, birbirlerine paralel düzlemlerde hareket ederler. Dönme ekseni denilen bu eksen rijit cismi keserse, bu eksen üzerine yerleştirilmiş paracacıkların hızı ve ivmesi sıfır olur.

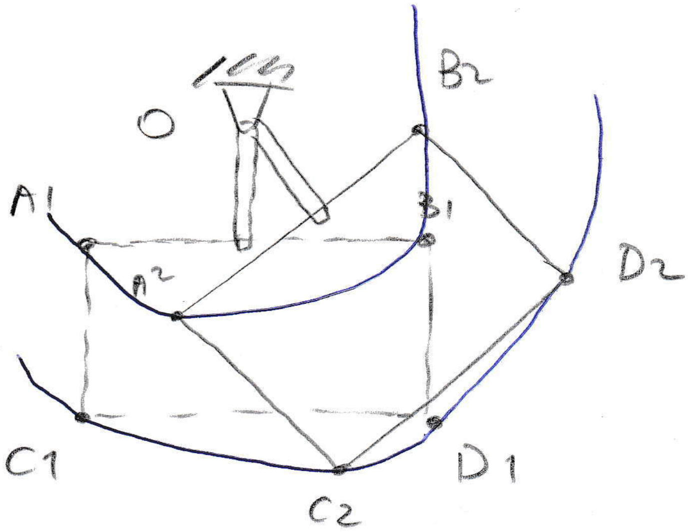


Dönme

Dönme, eğrisel ötelemenin belirli çeşitleriyle karıştırılmamalıdır. Örnek olarak, Şekil (a)'da gösterilen levha eğrisel öteleme yapar, bütün paracacıkları birbirine paralel daireler boyunca hareket ederler. Şekil (b)'de gösterilen levha dönme yapar, bütün parçacıkları eşmerkezli daireler boyunca hareket ederler.



Eğrisel öteleme



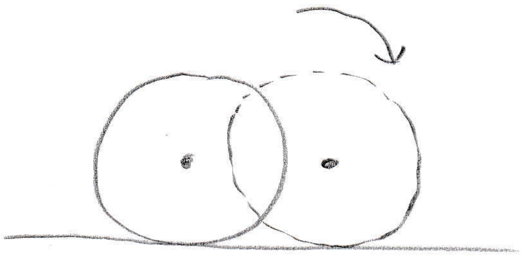
Dönme

Birinci durumda, levha üzerine çizilen herhangi bir düz çizgi aynı doğrultuda kalırken, ikincideyse O noktası sabit kalır.

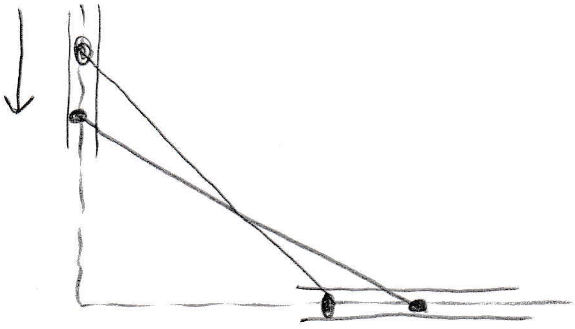
Her bir parçacık bir düzlemde hareket ettiği için cismin sabit bir eksene göre dönüşüne "düzlemsel hareket" denir.

3. <u>Genel düzlemsel hareket</u>: Düzlemsel hareketin yani cismin bütün parçacıklarının paralel düzlemlerde hareket ettiği durumun başka birçok türü vardır. Ya dönme

ya da öteleme olan herhangi bir düzlemsel harekete genel düzlemsel hareket denir.

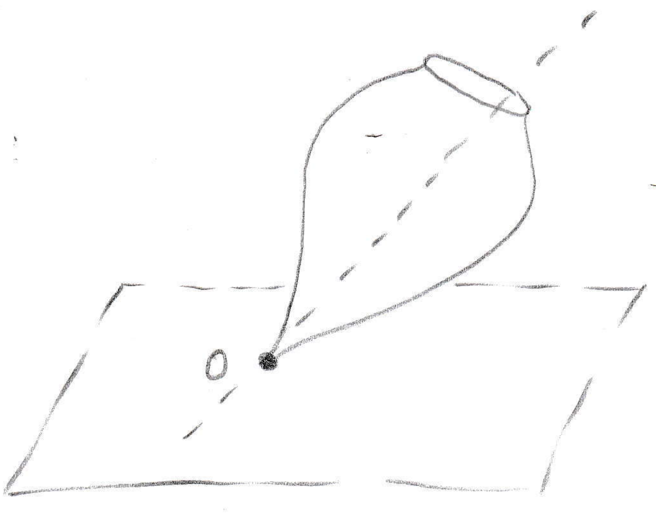


Yuvarlanan teker



Kayan çubuk

4- Sabit bir noktaya göre hareket: Sabit bir O noktasına tutturulmuş rijit bir cismin üç boyutlu hareketine sabit bir noktaya göre hareket denir. Örnek olarak pürüzlü bir yüzeyde hareket eden topaç verilebilir.



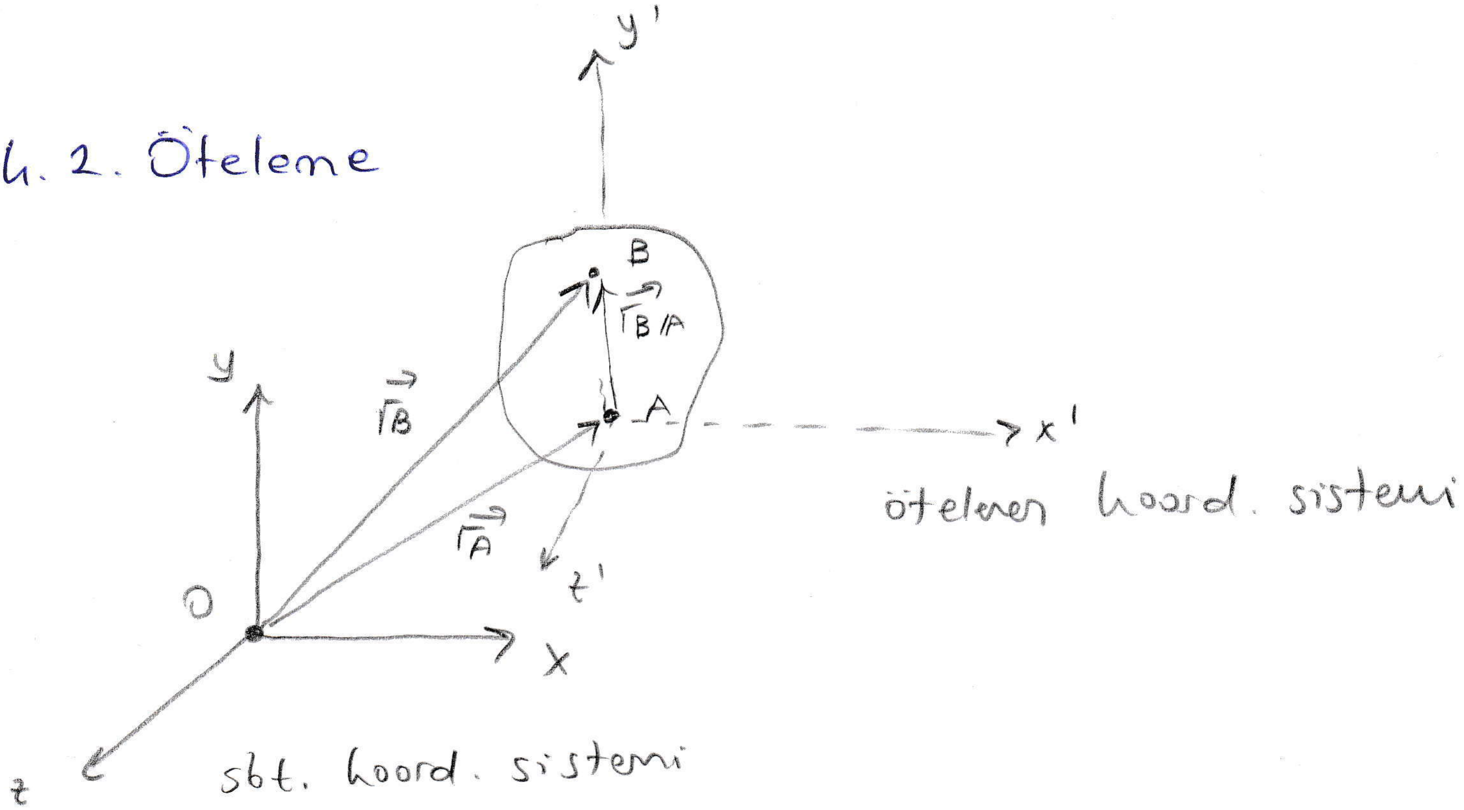
Topaç hareketi

5- Genel hareket: Rijit bir cismin yukarıda anlatılan sınıfların hiç birisine girmeyen her hareketine "genel hareket" denir.

→ Rijit cisim hareketinin kinematiği incelenirken, rijit cisimler tek başına bir cisim yani tekil cisim (blok, çubuk, dairesel eleman) olarak ve bağlı cisimler topluluğu (mekanizma) olarak ele alınmaktadır.

→ Bir rijit cisim hareketini tam olarak tanımlamak için rijit cisim üzerinde iki parçacığın hareketini mutlak olarak ve bağıl olarak tanımlamak gerekir.

4.2. Öteleme



$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_{B/A}$$

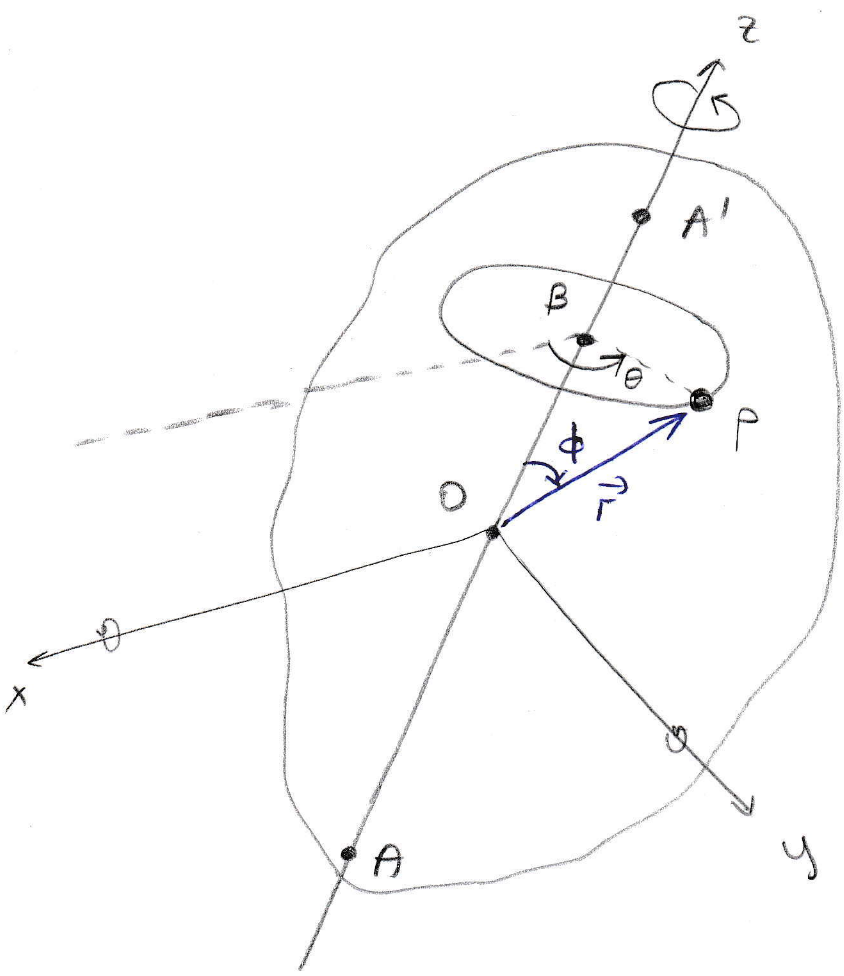
→ Ötelemenin daha önceki tanımından $\vec{r}_{B/A}$ vektörünün doğrultusunun sabit kalması gerektiğini biliyoruz, büyüklüğü de sabit olmalıdır, çünkü A ile B aynı rijit cisme aittir. Dolayısıyla $\vec{r}_{B/A}$ vektörünün türevi sıfırdır.

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A$$

→ Dolayısıyla rijit bir cisim öteleme yaparken, aynı anda cismin bütün noktalarının hızı ve ivmesi aynıdır. Eğrisel öteleme durumunda, hız ve ivmenin hem yönü hem de büyüklüğü her an degişir. Doğrusal öteleme durumunda, cismin bütün paraacıkları birbirine paralel düz çizgiler boyunca hareket eder ve hareketin tamamında hızlarıyla ivmeleri aynı yönde kalır.

4.3. Sabit Bir Eksene Göre Dönme



→ Sabit AA' ekseni etrafında dönen rijit bir cismi alalım. P cisim üzerinde bir nokta ve $\vec{r}$ ise sbt bir gözlem çerçevesine göre konum vektörü olsun. Daha uygun olsun diye, çerçeve merkezinin AA' üzerindeki O noktasında olduğunu ve z ekseninin AA' ile çakıştığını kabul edelim. B noktası, P'nin AA' ekseni üzerindeki izdüşümü olsun; çünkü P'nin, B'den sbt uzaklıkta olması gerektiği için B merkezli ve ϕ yarıçaplı bir daireyi tanımlayacaktır, burada ϕ, $\vec{r}$'nin AA' ile yaptığı açıdır.

→ P noktasının ve cismin tamamının konumu, BP doğrusunun zx düzlemiyle yaptığı θ açısıyla tam olarak tanımlanır. θ açısı, cismin açısal koordinatı olarak bilinir ve A'den saat yönünün tersine olduğunda pozitiftir. Açısal koordinat radyan (rad) cinsinden veya bazen de derece (°) veya devir (dev) cinsinden ifade edilir.

$$1 \text{ dev} = 2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

→ Bir P parçacığın hızının $\vec{v} = d\vec{r}/dt$ olduğunu ve $\vec{v}$ hız vektörünün P'nin yörüngesine teğet olduğunu ve büyüklüğünün $v = ds/dt$ olduğunu biliyoruz.

→ Cisim Δs kadar döndüğünde P ile tanımlanan yay uzunluğu aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\Delta s = (BP)\,\Delta\theta = (r\sin\phi)\,\Delta\theta$$

Her iki tarafı Δt ile bölerek Δt sıfıra giderken limitte aşağıdaki sonuca varırız.

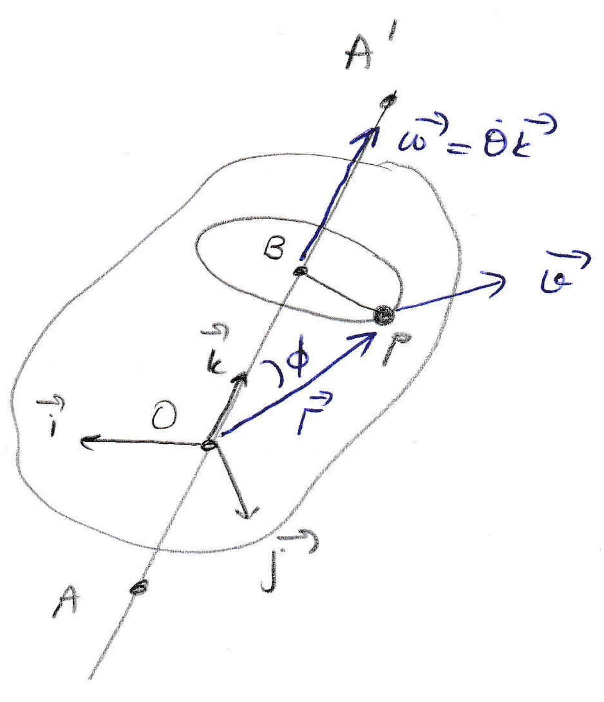
$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(r.\sin\phi)\,\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{(r.\sin\phi)\,\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$v = \frac{ds}{dt} = r\dot{\theta}\sin\phi$$

Eğer AA' boyunca $\vec{\omega} = \dot{\theta}\vec{k}$ vektörünü çizer ve $\vec{\omega}\times\vec{r}$ vektör çarpımını oluşturursak elde edeceğimiz sonuç bir öncekinin aynısı olur.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\omega}\times\vec{r}$$



→ Doğrultusu dönme ekseni boyunca olan,

$$\vec{\omega} = \omega \vec{k} = \dot{\theta} \vec{k}$$

vektörüne cismin "açısal hızı" denir ve büyüklük olarak açısal koordinatın değişim hızı θ'ya eşittir; yönüyse cismin dönme yönünden sağ el kuralıyla elde edilebilir.

→ P parçacığının ivmesi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{\omega} \times \vec{r})$$

$$= \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$= \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v}$$

$$\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

Burada $\vec{k}$'nın büyüklüğü ve yönünün sabit olduğunu hatırlarsak, $\vec{\omega} = \omega \vec{k} = \dot{\theta} \vec{k}$ türevini aldığımızda aşağıdaki sonucu elde ederiz.

$$\vec{\alpha} = \alpha \vec{k} = \dot{\omega} \vec{k} = \ddot{\theta} \vec{k}$$

→ Dolayısıyla sabit bir eksene göre dönen bir cismin açısal ivmesi dönme ekseni boyunca yönlendirilmiş bir vektördür ve büyüklüğü, açısal hızın değişim oranı $\dot{\omega}$'ye eşittir.

→ $\vec{a}$ ivmesi iki vektörün toplamıdır. Burada birinci vektör $\vec{\alpha} \times \vec{r}$ çarpımına eşittir; P ile tanımlanan daireye teğettir ve bu sebeple ivmenin teğetsel bileşenini temsil eder. İkinci vektör ise $\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$ üçlü çarpımına eşittir. Burada $\vec{\omega} \times \vec{r}$, P ile tanımlanan daireye teğet olduğu için üçlü vektör çarpımı dairenin merkezi B'ye doğrudur ve bu sebeple ivmenin normal bileşenini temsil eder.

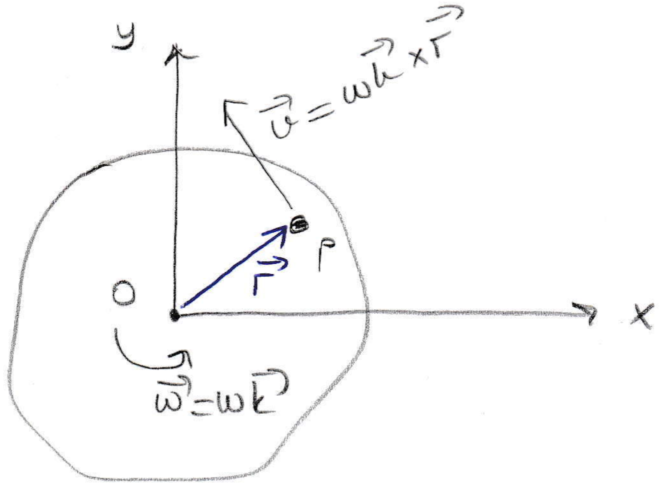
→ Böylece dönme hareketinin kinematik analizinden elde edilen bağıntılar aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (m/s) \qquad \vec{\omega} = \omega \vec{k} = \dot{\theta} \vec{k} \quad (rad/s)$$

$$\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad (m/s^2) \qquad \vec{\alpha} = \alpha \vec{k} = \dot{\omega} \vec{k} = \ddot{\theta} \vec{k} \quad (rad/s^2)$$

4.3.1. Temsili bir levha parçasının dönmesi

→ Rijit bir cismin sabit bir eksene göre dönmesi, dönme eksenine dik referans düzleminde temsili bir levhanın hareketiyle tanımlanabilir. xy-düzlemini referans düzlemi olarak seçelim, şekil düzlemi ve kağıdın dışına doğru olan z ekseniyle çakıştığını kabul edelim.



→ $\vec{\omega} = \omega\vec{k}$ olduğunu ve $\vec{\omega}$ skalerinin pozitif değerinin, temsili levhanın saat yönünün tersine dönmesine ve negatif değerinin de saat yönüne karşılık geldiğini biliyoruz. Böylece levha üzerindeki herhangi bir P noktasının hızını vektörel ve skaler formda aşağıdaki gibi ifade ederiz.

$$\vec{v} = \omega\vec{k} \times \vec{r}$$

$$v = \omega r$$

→ Levha üzerindeki herhangi bir P noktasının ivmesi vektörel ve skaler formda aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\vec{a} = \alpha \vec{k} \times \vec{r} - \omega^2 \vec{r}$$

$$\vec{a_t} = \alpha \vec{k} \times \vec{r} \qquad a_t = \alpha r$$

$$\vec{a_n} = -\omega^2 \vec{r} \qquad a_n = \omega^2 r$$

→ Eğer $\vec{a_t}$ skaleri pozitifse teğetsel bileşen $\vec{a_t}$ saat yönünün tersinedir ve $\vec{a_n}$ skaleri negatifse saat yönünedir. Normal bileşen $\vec{a_n}$'nin yönü her zaman $\vec{r}$'nin tersinedir, yani O'ya doğrudur.

4.4. Rijit Bir Cismin Sabit Bir Eksene Göre Dönmesini Tanımlayan Denklemler

→ Sabit bir AA' ekseni etrafında dönen rijit bir cismin açısal koordinatı θ, t'nin fonksiyonu olarak gösterilebildiği anda hareketi bilinir. Ancak uygulamada, rijit cismin dönmesi, nadiren θ ve t arasındaki ilişkiyle tanımlanır. Daha çok hareket şartları cismin sahip olduğu açısal ivme türüyle belirlenecektir. Buna göre α, ω ve θ arasında zaman içermeyen bir bağıntı aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\alpha = \omega \frac{d\omega}{d\theta}$$

→ Özellikle iki tür dönme durumuyla sık karşılaşılır.

1. Düzgün dönme: Bu durumun özelliği açısal ivmenin sıfır olması gerçeğidir. Dolayısıyla açısal hız sabittir ve açısal koordinat aşağıdaki gibi verilir.

$$\theta = \theta_0 + \omega t$$

2- Düzgün ivmelenen dönme: Bu durumda açısal ivme sabittir. Açısal hız, açısal koordinat ve zaman arasındaki ilişkiyi ifade eden bağıntılar aşağıdaki gibi verilir.

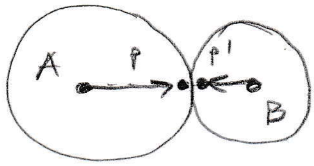
$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

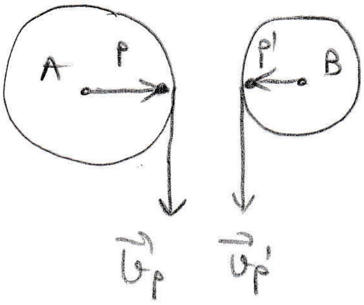
$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha (\theta - \theta_0)$$

4.4.1. Dönme hareketi yapan bağlı cisimler topluluğu ile ilgili uygulama örnekleri

→ Dişli çarklar, diskler: Diskler arasında kayma yoktur ve bu nedenle $s = \rho\theta$ geçerlidir.



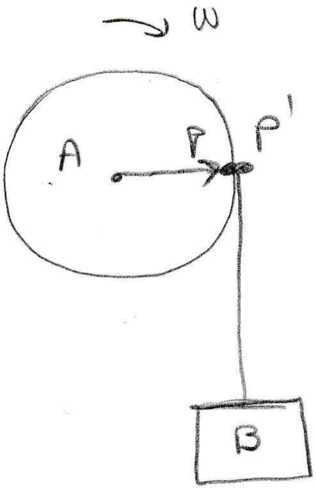
$s_P = s_{P'}$ — $\boxed{\theta_A r_A = \theta_B r_B}$



$v_P = v_{P'}$ $\boxed{\omega_A r_A = \omega_B r_B}$

$(a_P)_t = (a_{P'})_t$ $\boxed{\alpha_A r_A = \alpha_B r_B}$

→ Bağlı kütleler: Burada B kütlesi ötelenirken P' noktası da aynı hız ve aynı ivme ile ötelenir.

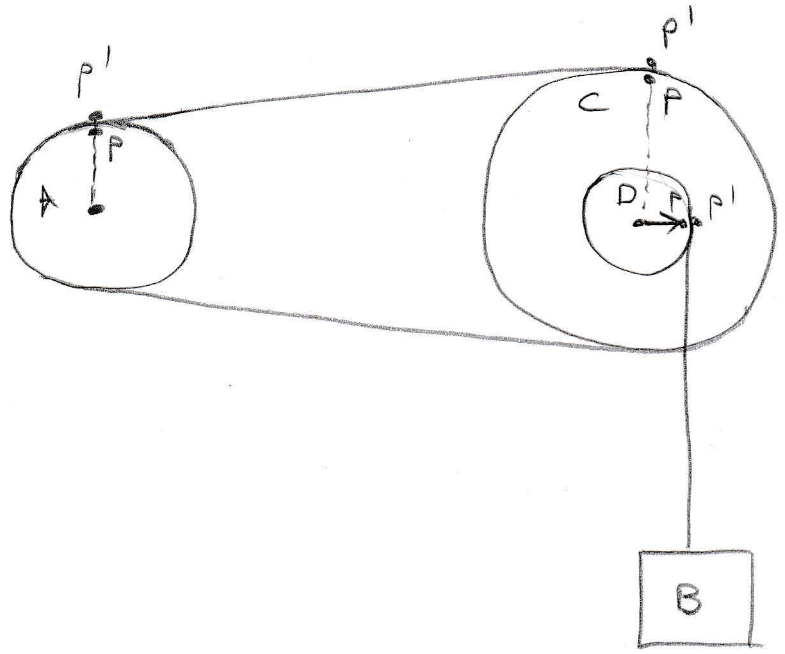


$\boxed{s_B = \theta_A r_A}$

$v_B = v_{P'} = v_P = \omega r_{P/A} \rightarrow$ $\boxed{v_B = \omega_A r_A}$

$a_B = a_{P'} = (a_P)_t = \alpha r_{P/A} \rightarrow$ $\boxed{a_B = \alpha_A r_A}$

→ Kayış-kasnak mekanizmaları



B ile D arasındaki ilişki

$$s_B = \theta_D r_D$$

$$v_B = \omega_D r_D$$

$$a_B = \alpha_D r_D$$

D ile C arasındaki ilişki

$$\theta_D = \theta_C$$

$$\omega_D = \omega_C$$

$$\alpha_D = \alpha_C$$

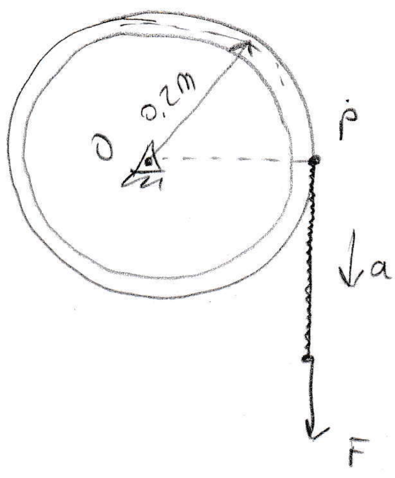
C ile A arasındaki ilişki

$$\theta_C r_C = \theta_A r_A$$

$$\omega_C r_C = \omega_A r_A$$

$$\alpha_C r_C = \alpha_A r_A$$

1- Şekilde gösterildiği gibi, başlangıçta hareketsiz duran bir tekerlek etrafında bir ip sarılıdır. İpe, t saniye cinsinden olmak üzere, $a = 4t \ m/sn^2$ ivmesi veren bir kuvvet uygulandığına göre, a- tekerleğin açısal hızını, b- OP çizgisinin radyan cinsinden ölçülen açısal konumunu zamanın fonksiyonu olarak belirleyiniz.



$a = 4t \ m/sn^2 \rightarrow$ değ. ivmeli hareket

$w_0 = 0$

$w = ? \quad \theta = ?$

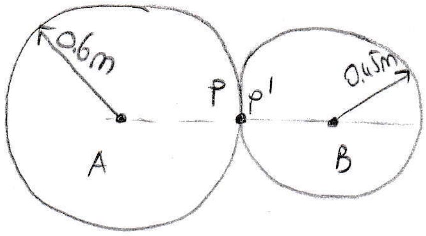
Cisim sbt. bir nokta etrafında dönme hareketi yapıyor.

$a = \alpha r \rightarrow 4t = \alpha \cdot 0{,}2 \rightarrow \alpha = 20t \ rad/sn^2$

$\alpha = \frac{dw}{dt} \rightarrow dw = \alpha \, dt \rightarrow \int_{w_0}^{w} dw = \int_0^t 20t \, dt \rightarrow w = 10t^2 \ rad/sn$

$w = \frac{d\theta}{dt} \rightarrow d\theta = w dt \rightarrow \int_0^{\theta} d\theta = \int_0^t 10t^2 dt \rightarrow \theta = \frac{10t^3}{3} \ rad$

2- Şekilde gösterilen A dişli, durağan halden başlayarak, bir motor vasıtasıyla $\alpha_A = 2\ rad/sn^2$'lik sabit bir açısal ivme ile döndürülüyor. Dişler arasında herhangi bir kayma meydana gelmediğine göre, B dişlisinin, A dişli 10 devir yaptıktan hemen sonraki açısal hız ve açısal ivmesini belirleyiniz.



$W_{0A} = 0$

$\alpha_A = 2\ rad/sn^2 \rightarrow sbt$

$\theta_A = 10\ dev \rightarrow \quad w_B = ? \quad \alpha_B = ?$

$$\theta_A = 10\ dev \rightarrow 10\ dev \cdot \frac{2\pi rad}{1 dev} = 62,83\ rad \rightarrow \theta_A = 62,83\ rad.$$

$v_P = v_{P'} \rightarrow w_A r_A = w_B r_B \rightarrow w_A$'yı da bilmiyoruz.

A dişli için $w^2 = w_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$ kullanılır.

$$w^2 = 0^2 + 2 \cdot 2 \cdot (62,83 - 0) \rightarrow w = 15,9\ rad/sn$$

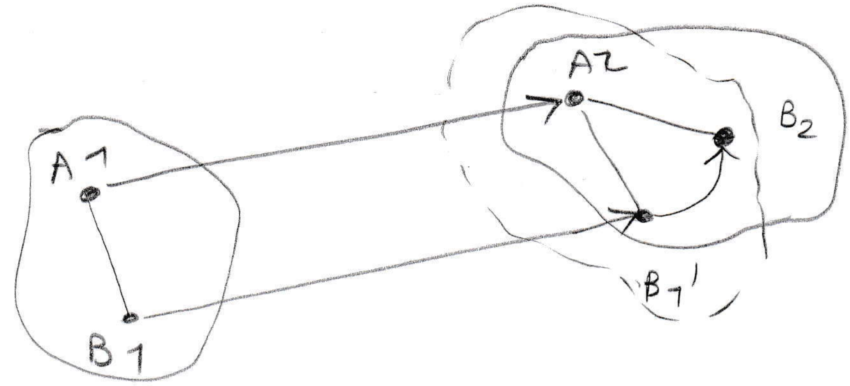
$$w_A r_A = w_B r_B \rightarrow 15,9 \cdot 0,6 = w_B \cdot 0,45 \rightarrow w_B = 21,2\ rad/sn$$

$$(a_P)_t = (a_{P'})_t \rightarrow \alpha_A r_A = \alpha_B r_B \rightarrow 2 \cdot 0,6 = \alpha_B \cdot 0,45 \rightarrow \alpha_B = 2,67\ rad/sn^2$$

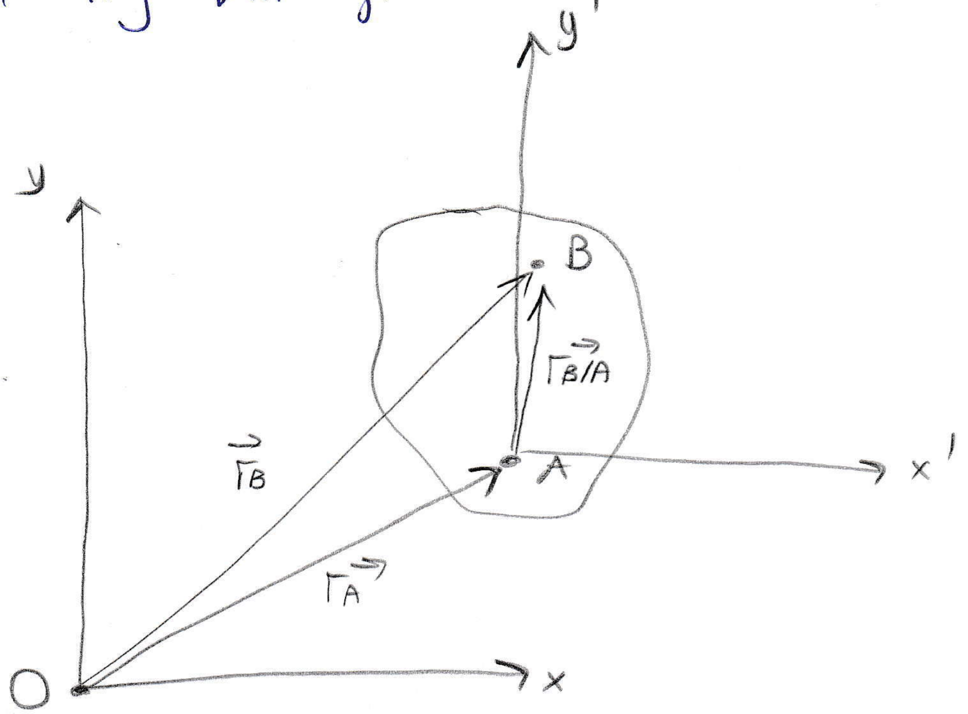
4.5. Genel Düzlemsel Hareket

⟶ Genel düzlemsel hareket, her zaman bir ötelemeyle bir dönmenin toplamı olarak düşünülebilir. Örn; tekerlek için yuvarlanma hareketi, çubuk eleman için biyel hareketi.

⟶ Genel düzlemsel hareket yapan rijit bir levhanın iki parçacığı olan A ve B için, B'nin A'ya tutturulan çerçeveye ve sabit bir yöne göre hareketi, dönmedir. A ile hareket eden fakat dönmeyen bir gözlemciye göre, B parçacığının, merkezi A olan dairesel bir yayı takip ettiği görülecektir.



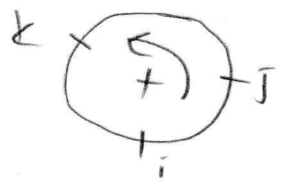
4.6. Genel Düzlemsel Harekette Ötelenen Eksenler ile Bağıl Hız Analizi



$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_{B/A}$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A} \qquad \left(\vec{v} = \vec{w} \wedge \vec{r}, \quad \vec{v}_{B/A} = \vec{w} \times \vec{r}_{B/A} \right)$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{w} \times \vec{r}_{B/A}$$ veya

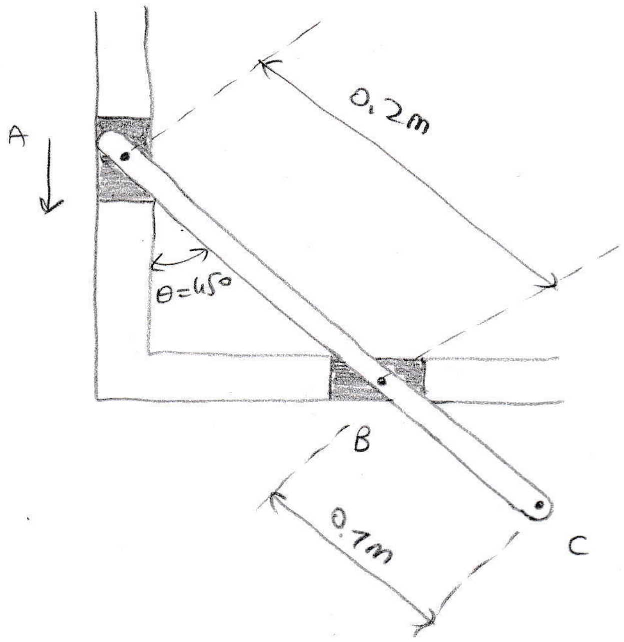


$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{w} \times \vec{r}_{A/B}$$

⟶ Vektörel analize dayalı bir yöntemdir.

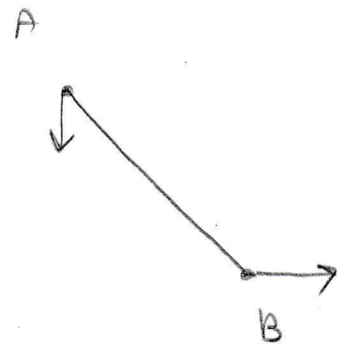
⟶ Genel düzlemsel hareket yapan rijit bir cismin açısal hızı $\vec{w}$, referans noktasından bağımsızdır.

3- Şekilde gösterilen bağlantı, sabit oluklarda hareket eden A ve B'deki iki blok tarafından hareket ettirilmektedir. A'nın hızı aşağı doğru 2 m/sn olduğuna göre, B'nin $\theta = 45°$ olduğu andaki hızını belirleyiniz.

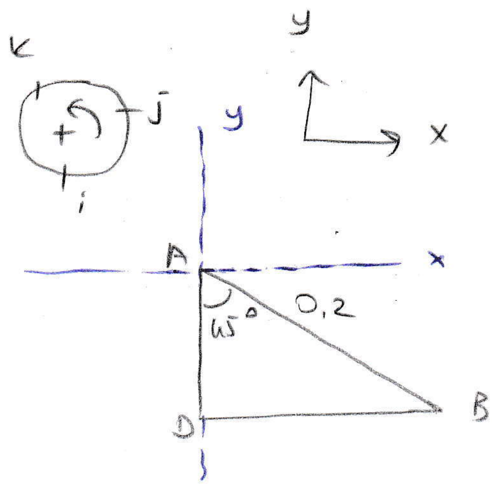


$v_A = 2\ m/sn \downarrow$

$\theta = 45° \rightarrow v_B = ? \rightarrow$



AB çubuğunun A ve B ucu ötelenirken A'dan bakan bir gözlemciye göre B noktası AB yarıçaplı dairesel bir yörüngede ötelenir. Dolayısıyla AB çubuğu genel düzlemsel hareket yapmaktadır.



$$\vec{v_B} = \vec{v_A} + \vec{w_{AB}} \times \vec{r_{B/A}}$$

$$\vec{v_B} = v_B \vec{i}$$

$$\vec{v_A} = -2\vec{j}$$

$$\vec{w_{AB}} = +w\vec{k}$$

$\vec{r_{B/A}} \rightarrow$ orijin $A \rightarrow \vec{r_{B/A}} = 0{,}2 . \sin 45\ \vec{i} - 0{,}2 . \cos 45\ \vec{j}$

$$v_B \vec{i} = -2\vec{j} + w\vec{k} \times (0{,}2 \sin 45 \vec{i} - 0{,}2 \cos 45 \vec{j})$$

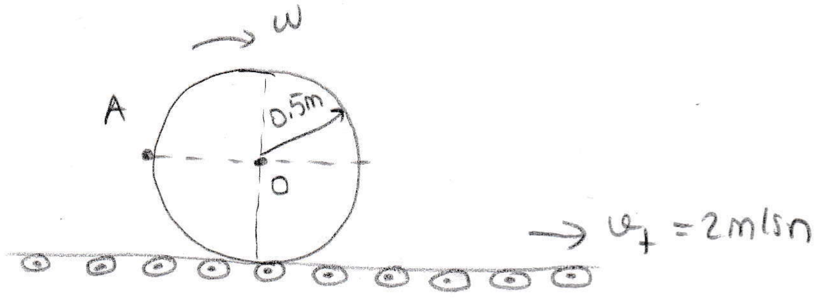
$$v_B \vec{i} = -2\vec{j} + 0{,}2 \sin 45 w \vec{j} + 0{,}2 \cos 45 w \vec{i}$$

$$v_B = 0{,}2 \cos 45 w$$

$$0 = -2 + 0{,}2 \sin 45 w \rightarrow \quad w = 14{,}14 \text{ rad/sn}$$

$$v_B = 2 \text{ m/sn}$$

4- Şekilde gösterilen silindir, 2 m/sn hızla hareket eden bir taşıyıcı bandın yüzeyi üzerinde serbestçe yuvarlanmaktadır. Silindir ve bant arasında herhangi bir kayma meydana gelmediğini varsayarak, A noktasının hızını belirleyiniz. Silindir gösterilen anda $w = 15$ rad/sn'lik saat yönlü bir açısal hıza sahiptir.

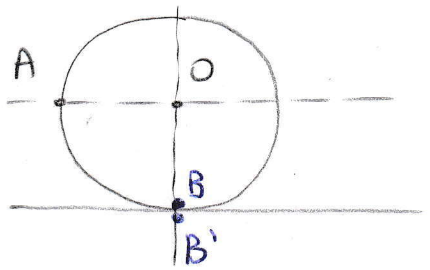


Serbestçe yuvarlanma: sbt ivmeli dönerek ötelenme hareketi

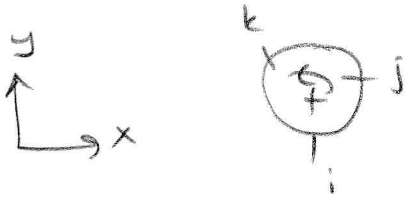
$v_t = 2$ m/sn

$v_A = ?$

$w = 15$ rad/sn



$v_t = v_{B'} = v_B = 2$ m/sn



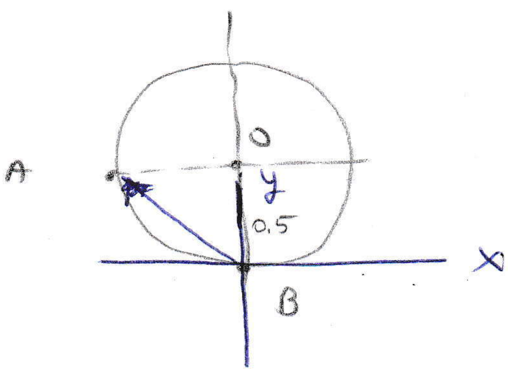
$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{w} \times \vec{r}_{A/B}$$

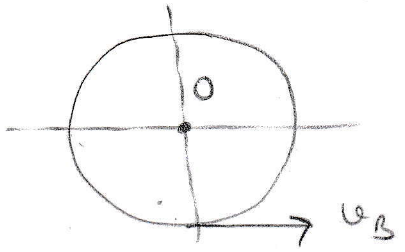
$\vec{v}_A = ?$

$\vec{v}_B = 2\vec{i}$

$\vec{w} = -15\vec{k}$

$\vec{r}_{A/B} = -0{,}5\vec{i} + 0{,}5\vec{j}$



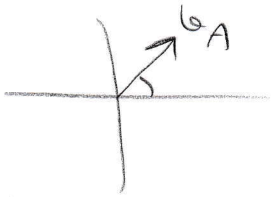


$$\vec{v}_A = 2\vec{i} - 15\vec{k} \times (-0,5\vec{i} + 0,5\vec{j})$$

$$\vec{v}_A = 2\vec{i} + 7,5\vec{j} + 7,5\vec{i}$$

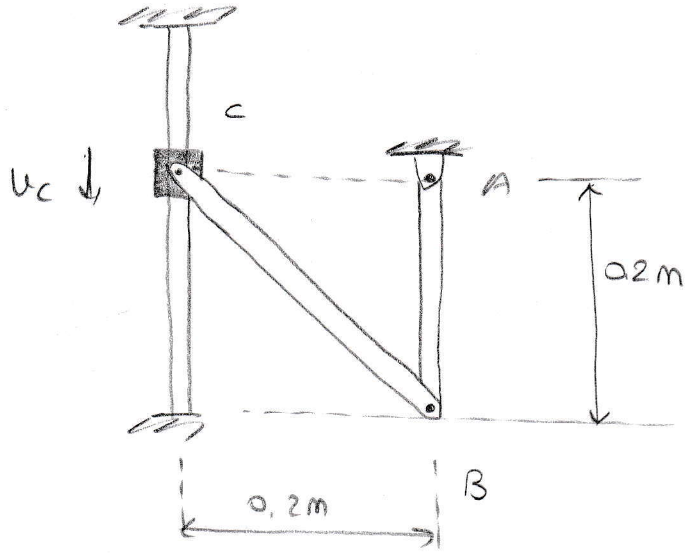
$$\vec{v}_A = 9,5\vec{i} + 7,5\vec{j} \rightarrow v_A = \sqrt{9,5^2 + 7,5^2} \rightarrow v_A = 12,1 \text{ m/sn}$$

$$\theta_A = tg^{-1}\frac{7,5}{9,5} \rightarrow \theta_A = 38,3^\circ$$



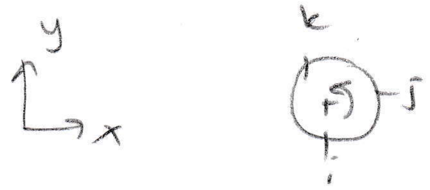
5- Şekildeki C bileziği 2 m/sn'lik bir hızla aşağı doğru hareket etmektedir. CB ve AB'nin bu andaki açısal hızını belirleyiniz.

$v_C = 2\, m/sn \downarrow$



$\omega_{CB} = ?$

$\omega_{AB} = ?$



C bileziği doğrusal ötelenme hareketi yapıyor.

AB çubuğu sbt A noktası etrafında dönme hareketi yapıyor.

BC çubuğu genel düzlemsel hareket yapıyor.

$\vec{v_C} = -2\vec{j}$

$\vec{v_B} = \vec{\omega_{AB}} \times \vec{r_{B/A}}$

$\vec{\omega_{AB}} = \omega_{AB}\vec{k}$

$\vec{r_{B/A}} = -0{,}2\vec{j}$

$\vec{v_B} = \omega_{AB}\vec{k} \times \{-0{,}2\vec{j}\}$

$\vec{v_B} = 0{,}2\,\omega_{AB}\,\vec{i}$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_C + \vec{\omega}_{BC} \times \vec{r}_{B/C}$$

$$\vec{v}_B = 0{,}2\, w_{AB}\, \vec{i}$$

$$\vec{v}_C = -2\vec{j}$$

$$\vec{\omega}_{BC} = \omega_{BC}\, \vec{k}$$

$$\vec{r}_{B/C} = 0{,}2\,\vec{i} - 0{,}2\vec{j}$$

$$0{,}2\, w_{AB}\vec{i} = -2\vec{j} + w_{BC}\vec{k} \times \{0{,}2\vec{i} - 0{,}2\vec{j}\}$$

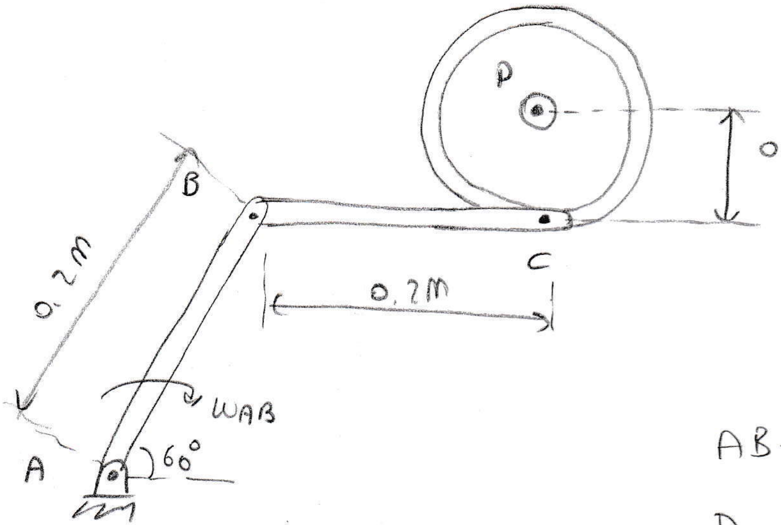
$$0{,}2\, w_{AB}\,\vec{i} = -2\vec{j} + 0{,}2\, w_{BC}\vec{j} + 0{,}2\, w_{BC}\,\vec{i}$$

$$0{,}2\, w_{AB} = 0{,}2\, w_{BC} \rightarrow w_{AB} = w_{BC}$$

$$0 = -2 + 0{,}2\, w_{BC} \rightarrow w_{BC} = 10 \text{ rad/sn}$$

$$w_{AB} = 10 \text{ rad/sn}$$

6- Şekilde gösterilen bağlantının AB çubuğu $\theta = 60°$ olduğu anda 30 rad/sn saat yönlü bir açısal hıza sahiptir. Bağlantının BC kolunun ve tekerleğin bu andaki açısal hızlarını belirleyiniz.



$\theta = 60° \rightarrow w_{AB} = 30 \text{ rad/sn}$

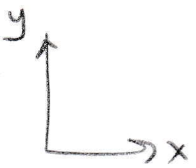
$w_{BC} = ?$

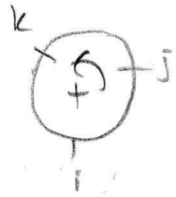
$w_D = ?$

AB → sbt A noktası etrafında dönme

D → sbt. D noktası etrafında dönme

BC → genel düzlemsel hareket





$$\vec{v_B} = \vec{w_{AB}} \times \vec{r_{B/A}}$$

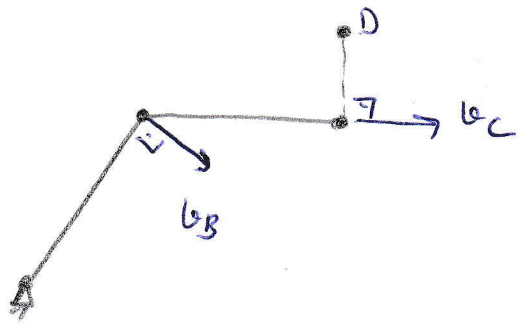
$$\vec{v_B} = \vec{v_B}$$

$$\vec{w_{AB}} = -30\vec{k}$$

$$\vec{r_{B/A}} = 0{,}2.\cos 60\vec{i} + 0{,}2.\sin 60\vec{j}$$

$$\vec{v_B} = -30\vec{k} \times \{0{,}2.\cos 60\vec{i} + 0{,}2\sin 60\vec{j}\}$$

$$\vec{v_B} = -3\vec{j} + 5{,}2\vec{i}$$



$$\vec{v_C} = \vec{v_B} + \vec{\omega}_{BC} \times \vec{r_{C/B}}$$

$$\vec{v_C} = v_C \vec{i}$$

$$\vec{v_B} = 5{,}2\vec{i} - 3\vec{j}$$

$$\vec{\omega_{BC}} = \omega_{BC} \vec{k}$$

$$\vec{r_{C/B}} = 0{,}2\vec{i}$$

$$v_C \vec{i} = 5{,}2\vec{i} - 3\vec{j} + \omega_{BC} \vec{k} \times \{ 0{,}2\vec{i} \}$$

$$v_C \vec{i} = 5{,}2\vec{i} - 3\vec{j} + 0{,}2\, \omega_{BC}\, \vec{j}$$

$$v_C = 5{,}2 \text{ m/sn}$$

$$0 = -3 + 0{,}2\,\omega_{BC} \rightarrow \omega_{BC} = 15 \text{ rad/sn}$$

$$\vec{v_C} = \vec{\omega_D} \times \vec{r_{C/D}}$$

$$\vec{v_C} = 5{,}2\vec{i}$$

$$\vec{\omega_D} = \omega_D \vec{k}$$

$$\vec{r_{C/D}} = -0{,}1\vec{j}$$

$$5{,}2\vec{i} = \omega_D \vec{k} \times \{ -0{,}1\vec{j} \}$$

$$5{,}2\vec{i} = 0{,}1\, \omega_D\, \vec{i}$$

$$5{,}2 = 0{,}1\,\omega_D \rightarrow \omega_D = 52 \text{ rad/sn}$$