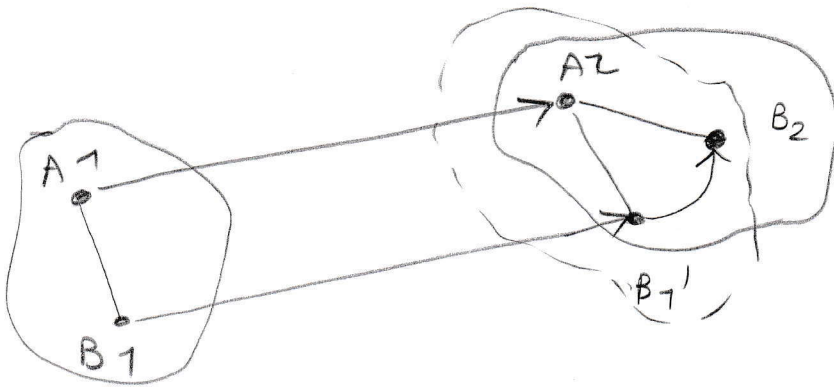


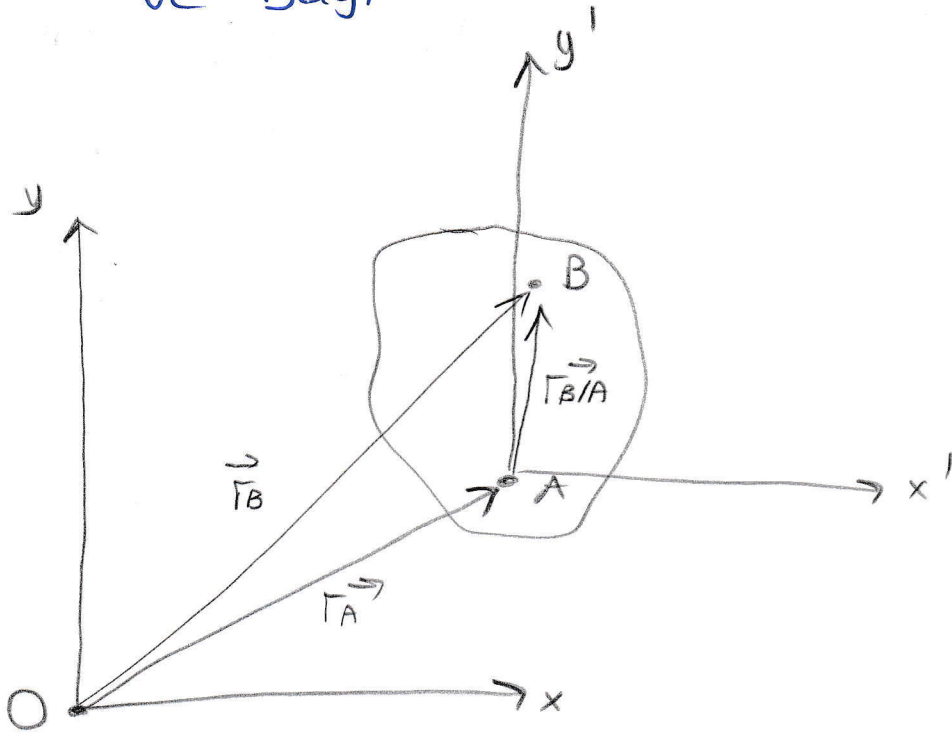
4.5. Genel Düzlemsel Hareket

→ Genel düzlemsel hareket, her zaman bir ötelemeyle bir dönmenin toplamı olarak dengelenebilir. Örn; tekerlek için yuvarlanma hareketi, cubuk eleman için biyel hareketi.

→ Genel düzlemsel hareket yapan rijit bir levhanın iki parçacığı olan A ve B için, B'nin A'ya tutturulan aeraeveye ve sabit bir yöne göre hareketi, dönmedir. A ile hareket eden fakat dönmeyen bir gözlemciye göre, B parçacığının, merkezi A olan dairesel bir yayı takip ettiği görülecektir.



4.6. Genel Döğlemsel Harekette Ötelenen Eksenler ile Mutlak ve Bağıl Hız Analizi



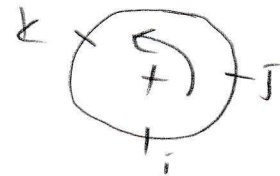
$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_{B/A}$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A}$$

$$(\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}, \quad \vec{v}_{B/A} = \vec{\omega} \times \vec{r}_{B/A})$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \vec{r}_{B/A}$$

veya

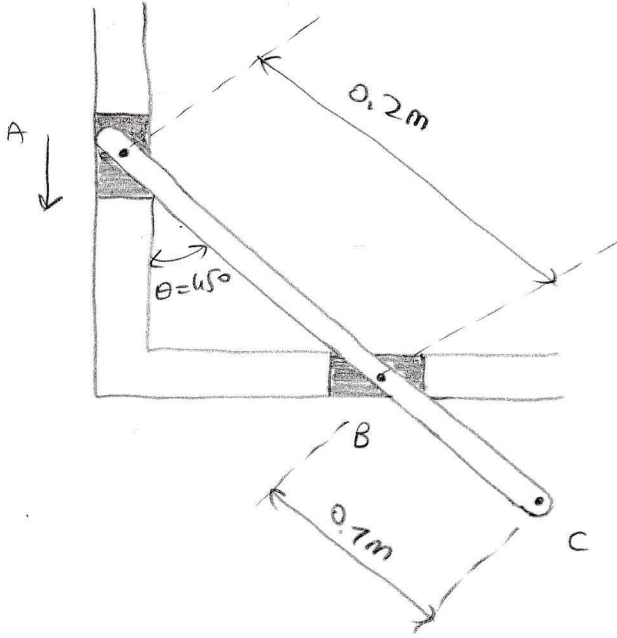


$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{\omega} \times \vec{r}_{A/B}$$

→ Vektörel analize dayalı bir yöntemdir. Burada $\vec{v}_A$ ve $\vec{v}_B$ mutlak hız iken $\vec{v}_{B/A}$ B'nin A'ya göre ve $\vec{v}_{A/B}$ A'nın B'ye göre bağıl hızını göstermektedir.

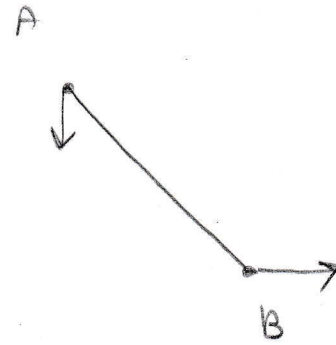
→ Genel döğlemsel hareket yapan rijit bir cismin açısal hızı $\vec{\omega}$, referans noktasından bağımsızdır.

3. Şekilde gösterilen bağlantı, sabit oluklarda hareket eden A ve B'deki iki blok tarafından hareket ettirilmektedir. A'nın hızı aşağı doğru 2 m/s olduğuna göre, B'nin $\theta = 45^\circ$ olduğu andaki hızını belirleyiniz.



$$v_A = 2 \text{ m/s} \downarrow$$

$$\theta = 45^\circ \rightarrow v_B = ? \rightarrow$$



AB çubuğunun A ve B ucu ötelenirken A'dan bakan bir gözlemciye göre B noktası AB yarıçaplı dairesel bir yörüngede ötelenir. Dolayısıyla AB çubuğu genel düzlemsel hareket yapmaktadır.

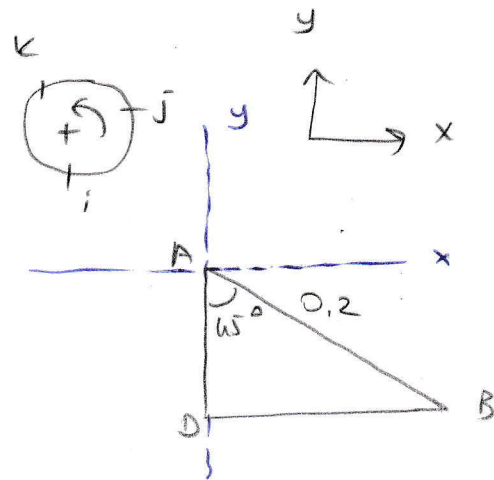
$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{B/A}$$

$$\vec{v}_B = v_B \vec{i}$$

$$\vec{v}_A = -2 \vec{j}$$

$$\vec{\omega}_{AB} = +\omega \vec{k}$$

$$\vec{r}_{B/A} \rightarrow \text{orijin A} \rightarrow \vec{r}_{B/A} = 0,2 \cdot \sin 45 \vec{i} - 0,2 \cdot \cos 45 \vec{j}$$



$$v_B \vec{i} = -2\vec{j} + \omega \vec{h} \times (0,2 \sin 45^\circ \vec{i} - 0,2 \cos 45^\circ \vec{j})$$

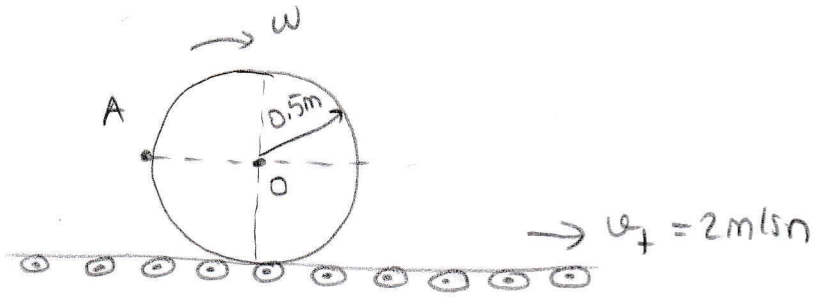
$$v_B \vec{i} = -2\vec{j} + 0,2 \sin 45^\circ \omega \vec{j} + 0,2 \cos 45^\circ \omega \vec{i}$$

$$v_B = 0,2 \cos 45^\circ \omega$$

$$0 = -2 + 0,2 \sin 45^\circ \omega \rightarrow \omega = 14,14 \text{ rad/s}$$

$$v_B = 2 \text{ m/s}$$

4- Şekilde gösterilen silindir, 2 m/s'n hızla hareket eden bir taşıyıcı bantın yüzeyi üzerinde serbestçe yuvarlanmaktadır. Silindir ve bant arasında herhangi bir kayma meydana gelmediğini varsayarak, A noktasının hızını belirleyiniz. Silindir gösterilen anda $\omega = 15$ rad/s'lik saat yönü bir açısal hızı sahiptir.

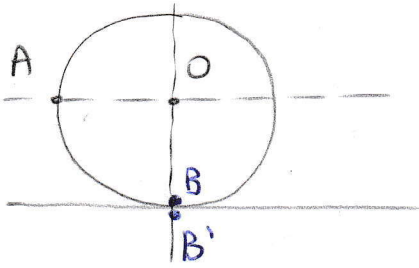


serbestçe yuvarlanma:
sbt ivmeli dönerek ötelenme hareketi

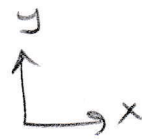
$$v_t = 2 \text{ m/s}$$

$$v_A = ?$$

$$\omega = 15 \text{ rad/s} \quad \curvearrowright$$



$$v_t = v_{B'} = v_B = 2 \text{ m/s}$$



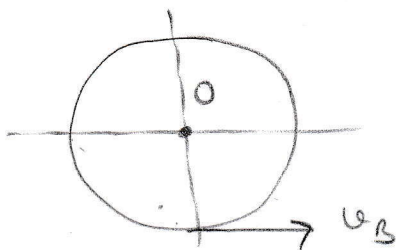
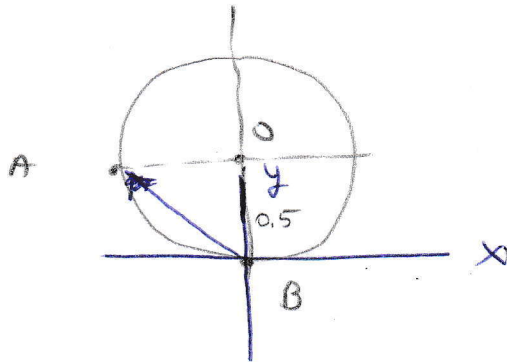
$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{\omega} \times \vec{r}_{A/B}$$

$$\vec{v}_A = ?$$

$$\vec{v}_B = 2\vec{i}$$

$$\vec{\omega} = -15\vec{k}$$

$$\vec{r}_{A/B} = -0.5\vec{i} + 0.5\vec{j}$$

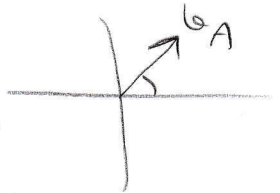


$$\vec{v}_A = 2\vec{i} - 15\vec{k} \times (-0,5\vec{i} + 0,5\vec{j})$$

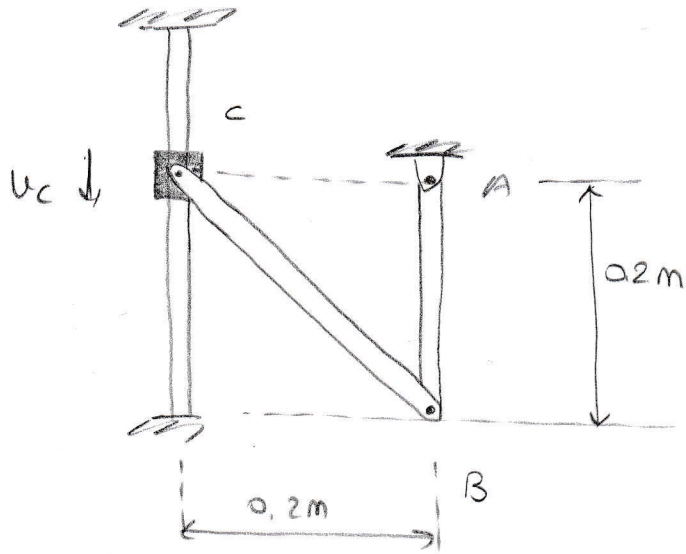
$$\vec{v}_A = 2\vec{i} + 7,5\vec{j} + 7,5\vec{i}$$

$$\vec{v}_A = 9,5\vec{i} + 7,5\vec{j} \rightarrow v_A = \sqrt{9,5^2 + 7,5^2} \rightarrow v_A = 12,1 \text{ m/s}$$

$$\theta_A = \tan^{-1} \frac{7,5}{9,5} \rightarrow \theta_A = 38,3^\circ$$



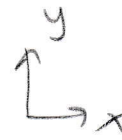
5- Şekildeki C bileziği 2 m/s'lik bir hızla aşağı doğru hareket etmektedir. CB ve AB'nin bu andaki açısal hızını belirleyiniz.



$$v_C = 2 \text{ m/s} \downarrow$$

$$\omega_{CB} = ?$$

$$\omega_{AB} = ?$$



C bileziği doğrusal ötelenme hareketi yapıyor.

AB çubuğu sabit A noktası etrafında dönme hareketi yapıyor.

BC çubuğu genel düzlemsel hareket yapıyor.

$$\vec{v}_C = -2\vec{j}$$

$$\vec{v}_B = \vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{B/A}$$

$$\vec{\omega}_{AB} = \omega_{AB} \vec{k}$$

$$\vec{r}_{B/A} = -0.2\vec{j}$$

$$\vec{v}_B = \omega_{AB} \vec{k} \times \{-0.2\vec{j}\}$$

$$\vec{v}_B = 0.2\omega_{AB} \vec{i}$$



$$\vec{v}_B = \vec{v}_C + \vec{\omega}_{BC} \times \vec{r}_{B/C}$$

$$\vec{v}_B = 0,2 \omega_{AB} \vec{i}$$

$$\vec{v}_C = -2 \vec{j}$$

$$\vec{\omega}_{BC} = \omega_{BC} \vec{k}$$

$$\vec{r}_{B/C} = 0,2 \vec{i} - 0,2 \vec{j}$$

$$0,2 \omega_{AB} \vec{i} = -2 \vec{j} + \omega_{BC} \vec{k} \times \{ 0,2 \vec{i} - 0,2 \vec{j} \}$$

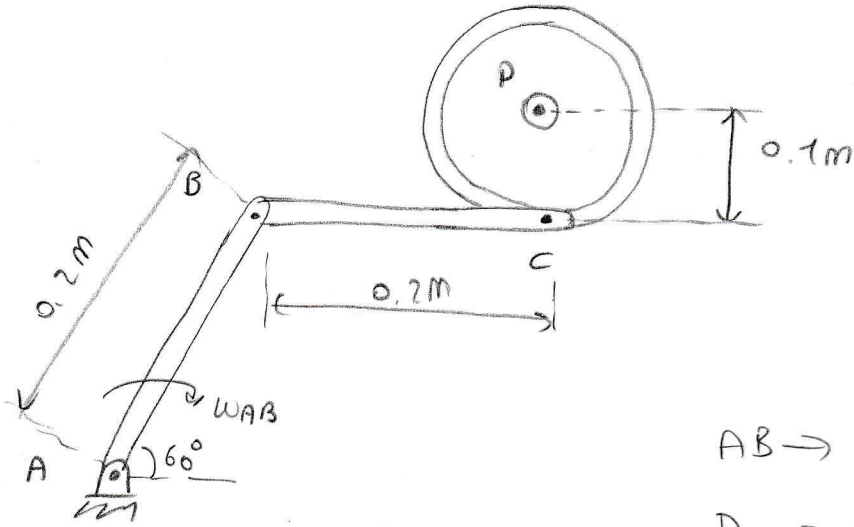
$$0,2 \omega_{AB} \vec{i} = -2 \vec{j} + 0,2 \omega_{BC} \vec{j} + 0,2 \omega_{BC} \vec{i}$$

$$0,2 \omega_{AB} = 0,2 \omega_{BC} \rightarrow \omega_{AB} = \omega_{BC}$$

$$0 = -2 + 0,2 \omega_{BC} \rightarrow \omega_{BC} = 10 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{AB} = 10 \text{ rad/s}$$

6- Şekilde gösterilen bağlantının AB çubuğu $\theta = 60^\circ$ olduğu anda 30 rad/sn saat yönü bir açısal hız sahiptir. Bağlantının BC kolunun ve tekerleğin bu andaki açısal hızlarını belirleyiniz?



$$\theta = 60^\circ \rightarrow \omega_{AB} = 30 \text{ rad/sn}$$

$$\omega_{BC} = ?$$

$$\omega_D = ?$$

AB $\rightarrow$ sbt A noktası etrafında dönme

D $\rightarrow$ sbt. D noktası etrafında dönme

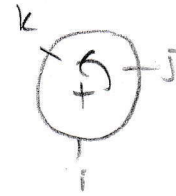
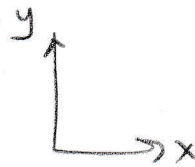
BC $\rightarrow$ genel düzlüksel hareket

$$\vec{v}_B = \vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{B/A}$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_B$$

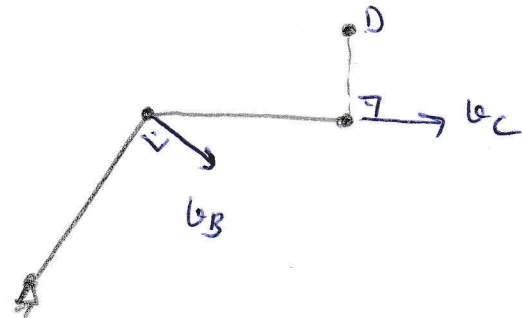
$$\vec{\omega}_{AB} = -30 \vec{k}$$

$$\vec{r}_{B/A} = 0,2 \cdot \cos 60^\circ \vec{i} + 0,2 \cdot \sin 60^\circ \vec{j}$$



$$\vec{v}_B = -30 \vec{k} \times \{ 0,2 \cos 60^\circ \vec{i} + 0,2 \sin 60^\circ \vec{j} \}$$

$$\vec{v}_B = -3 \vec{j} + 5,2 \vec{i}$$



$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{\omega}_{BC} \times \vec{r}_{C/B}$$

$$\vec{v}_C = v_C \vec{i}$$

$$\vec{v}_B = 5,2 \vec{i} - 3 \vec{j}$$

$$\vec{\omega}_{BC} = \omega_{BC} \vec{k}$$

$$\vec{r}_{C/B} = 0,2 \vec{i}$$

$$v_C \vec{i} = 5,2 \vec{i} - 3 \vec{j} + \omega_{BC} \vec{k} \times \{ 0,2 \vec{i} \}$$

$$v_C \vec{i} = 5,2 \vec{i} - 3 \vec{j} + 0,2 \omega_{BC} \vec{j}$$

$$v_C = 5,2 \text{ m/s}$$

$$0 = -3 + 0,2 \omega_{BC} \rightarrow \omega_{BC} = 15 \text{ rad/s}$$

$$\vec{v}_C = \vec{\omega}_D \times \vec{r}_{C/D}$$

$$\vec{v}_C = 5,2 \vec{i}$$

$$\vec{\omega}_D = \omega_D \vec{k}$$

$$\vec{r}_{C/D} = -0,1 \vec{j}$$

$$5,2 \vec{i} = \omega_D \vec{k} \times \{ -0,1 \vec{j} \}$$

$$5,2 \vec{i} = 0,1 \omega_D \vec{i}$$

$$5,2 = 0,1 \omega_D \rightarrow \omega_D = 52 \text{ rad/s}$$

4.7. Düzlemsel Harekette Ani Dönme Merkezi

→ Genel düzlemsel hareket yapan bir cismin üzerinde veya dışında hızı anlık olarak sıfır olan noktalar vardır ve cismin hareketi anlık olarak herdi döneleme gibi bir eksen etrafında dönme hareketi ile aynıdır. Bu noktalar bilindiği takdirde hesaplamak istenen noktanın hızı skaler işlemlerle kolayca hesaplanabilir. Örneğin genel düzlemsel hareket yapan bir cisim üzerinde bir B noktasının hızı

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \vec{r}_{B/A}$$

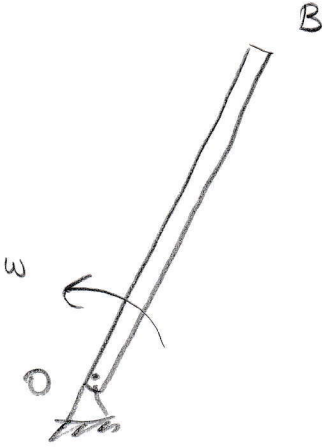
ile hesaplanırken $\vec{v}_A = 0$ ise B noktasının hızı

$$v_B = \omega r_{B/A}$$

skaler işlemiyle hesaplanabilir. Burada A noktası gibi hızı anlık olarak sıfır olan noktalara "ani dönme merkezi" (AD_M, DM, IC) denir. B noktasının hızına mutlak hız denir.

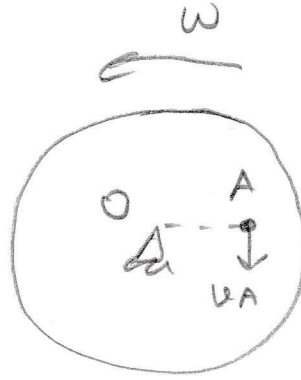
→ Dönme merkezinin yerini belirleyelim.

(1) Mutlak dönme merkezi



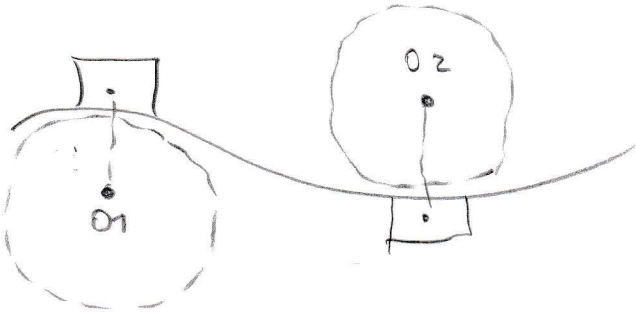
D noktası = DM

$$v_B = \omega r_{B/O}$$

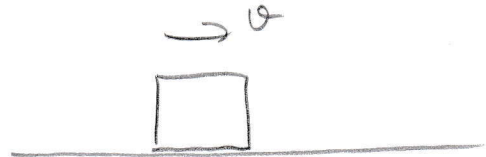


D noktası = DM

$$v_A = \omega r_{A/O}$$

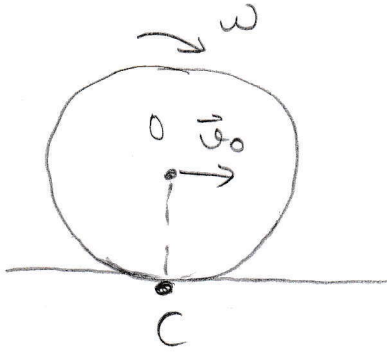


DM = O1 ve O2 noktaları

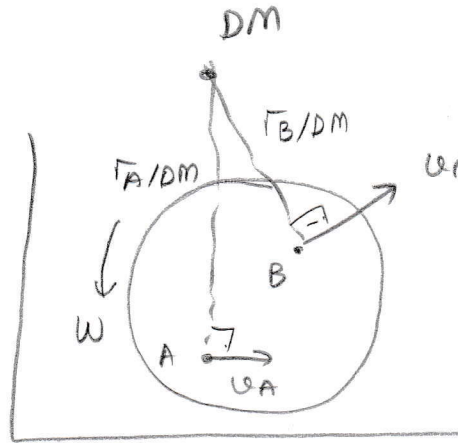
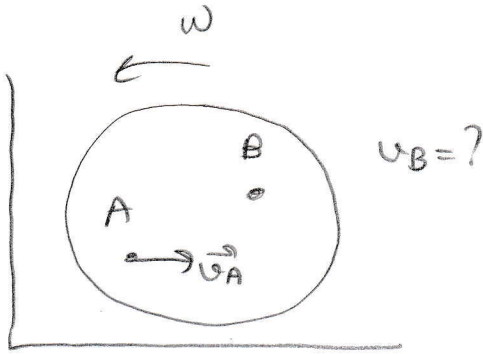


DM → ∞

(2) Bağlı dönme merkezi:



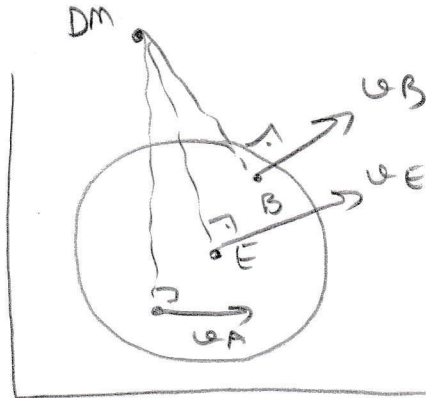
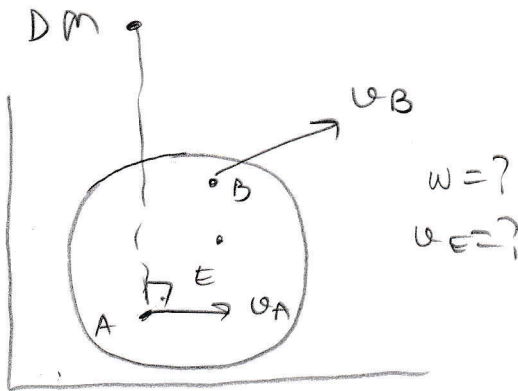
Kaymadan yuvarlanan disk
Alt platform hareketli ise
C noktası DM'dir.



$$v_A = \omega r_{A/DM}$$

$$r_{A/DM} = \frac{v_A}{\omega}$$

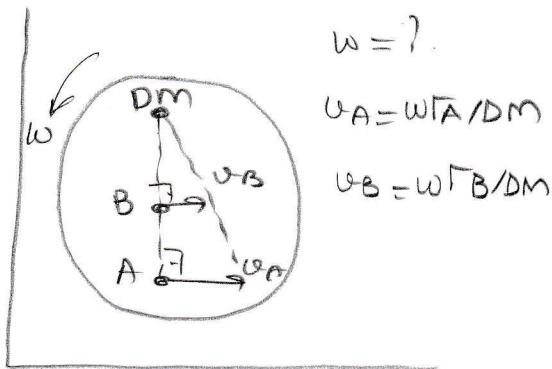
$$v_B = \omega r_{B/DM}$$



$$v_A = \omega r_{A/DM}$$

$$v_B = \omega r_{B/DM}$$

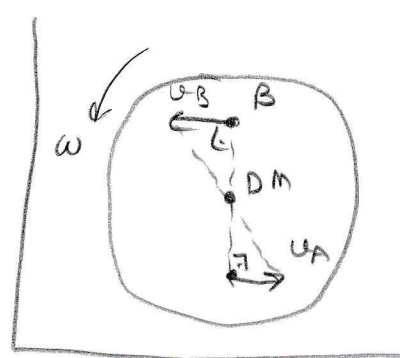
$$v_E = \omega r_{E/DM}$$



$$\omega = ?$$

$$v_A = \omega r_{A/DM}$$

$$v_B = \omega r_{B/DM}$$

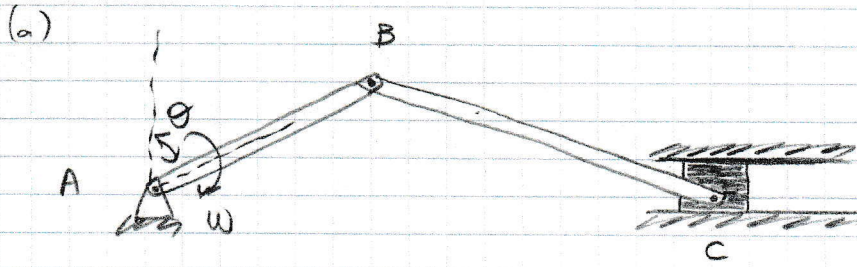


$$\omega = ?$$

$$v_A = \omega r_{A/DM}$$

$$v_B = \omega r_{B/DM}$$

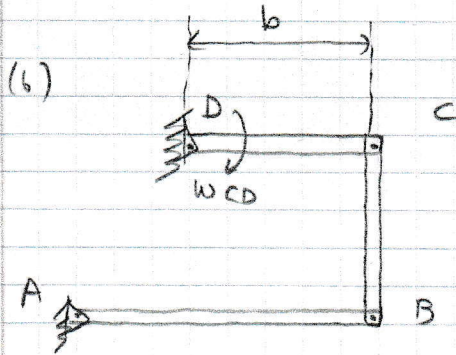
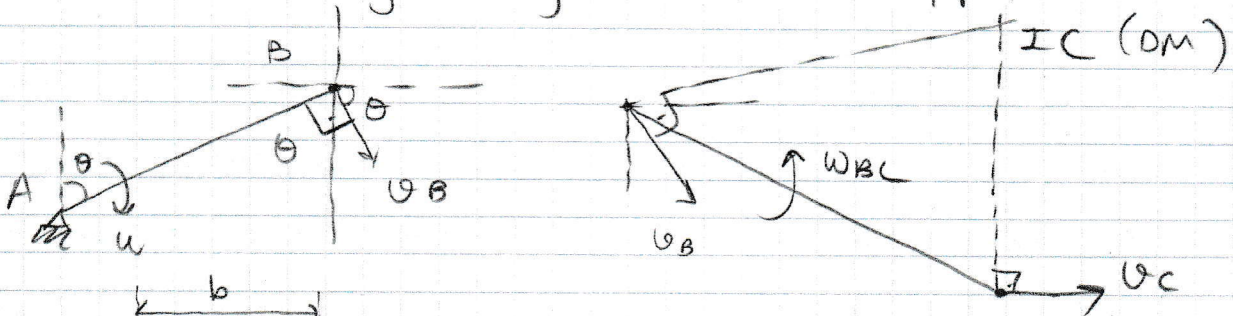
7-Şekil (a)'da gösterilen BC krank mili ve Şekil (b)'de gösterilen CB bağlantısının, sıfır hızlı anlık dönme merkezini belirleyiniz.



AB bağlantısı sabit. A noktası etrafında dönme hareketi yapıyor.

C pistonu doğrusal ötelenme hareketi yapıyor.

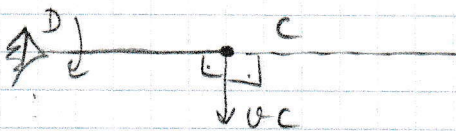
BC bağlantısı genel düzlemsel hareket yapıyor.



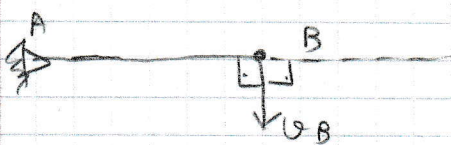
CD bağlantısı sabit. D noktası etrafında dönme hareketi yapıyor.

AB bağlantısı sabit A noktası etrafında dönme hareketi yapıyor.

BC bağlantısı genel düzlemsel hareket yapıyor.

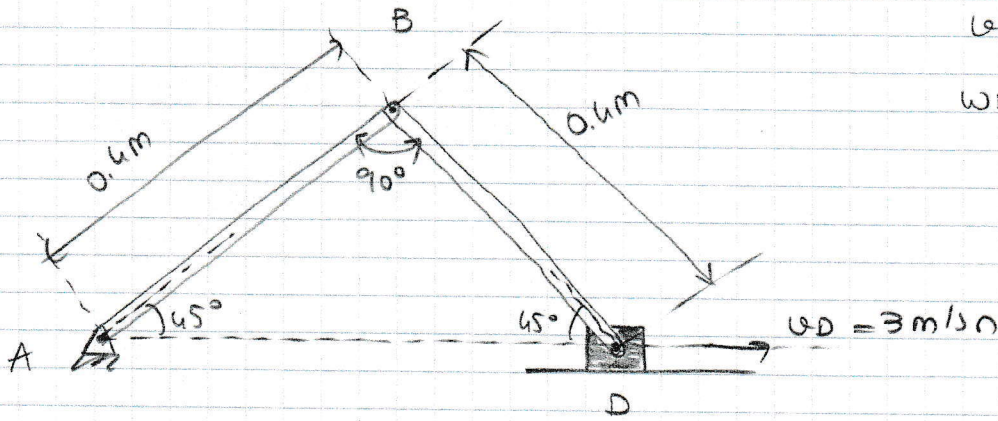


$IC(DM) \rightarrow \infty \Rightarrow \omega_{BC} = 0 \Rightarrow B$ (bağlantısı anlık olarak öteleniyor).



$$\vec{v}_B = \vec{v}_C + \vec{\omega}_{BC} \times \vec{r}_{BC} \Rightarrow \vec{v}_B = \vec{v}_C$$

8. Şekilde gösterilen D bloğu 3 m/s'n hızla hareket etmektedir. Şekilde gösterilen anda, BD ve AB bağlantılarının açısal hızlarını ve B noktasının hızını döme merkezi yöntemi belirleyiniz.



$$v_D = 3 \text{ m/s}$$

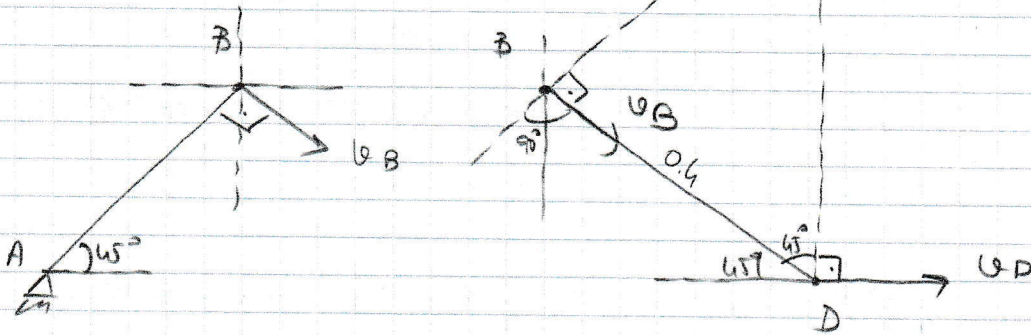
$$\omega_{BD} = ? \quad \omega_{AB} = ? \quad v_B = ?$$

AB bağlantısı sbt. A noktası etrafında döme hareketi yapıyor.

D bloğu doğrusal itelenme hareketi yapıyor.

BD bağlantısı genel düzlemsel hareket yapıyor.

Döme merkezi yöntemiyle yapılan istemler skaler istemlerdir.

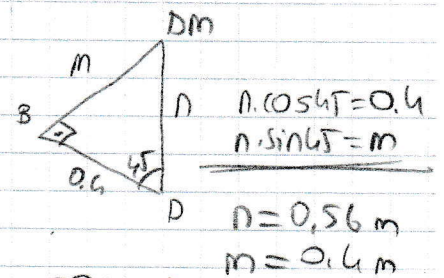


$$\omega_B = \omega_{BA} r_{B/A} = \omega_{BD} r_{B/DM}$$

$$v_D = \omega_{BD} r_{D/DM}$$

$$\left. \begin{aligned} r_{B/A} &= 0.4 \text{ m} \\ r_{B/DM} &= 0.4 \text{ m} \\ r_{D/DM} &= 0.56 \text{ m} \end{aligned} \right\}$$

$$v_D = \omega_{BD} r_{D/DM} \Rightarrow 3 = \omega_{BD} \cdot 0.56 \Rightarrow \omega_{BD} = 5.36 \text{ rad/s}$$



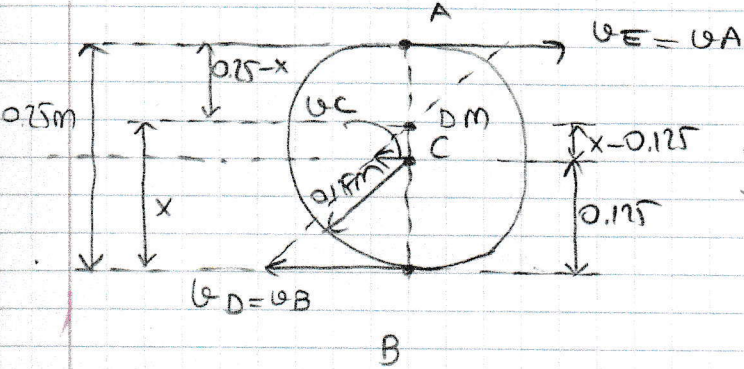
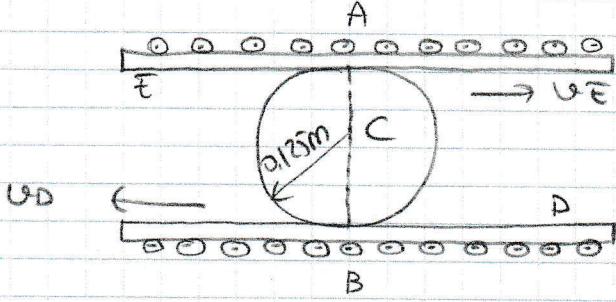
$$\begin{aligned} n \cdot \cos 45^\circ &= 0.4 \\ n \cdot \sin 45^\circ &= m \\ \hline n &= 0.56 \text{ m} \\ m &= 0.4 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\omega_B = \omega_{BA} r_{B/A} = \omega_{BD} r_{B/DM} \Rightarrow v_B = \omega_{BA} r_{B/A} = 5.36 \cdot 0.4 \Rightarrow v_B = 2.14 \text{ m/s}$$

$$\omega_{BA} = 5.36 \text{ rad/s}$$

9- Şekilde gösterilen silindirik E ve D hareketli plakaları arasında kaymadan yuvarlanmaktadır. Şekilde gösterilen anda silindirin, açısal hızını ve C merkezinin hızını belirleyiniz. (Kısme merkezi yöntemi kullanınız.)

$$\begin{aligned} v_E &= 0.25 \text{ m/s} & \omega &=? \\ v_D &= 0.4 \text{ m/s} & v_C &=? \end{aligned}$$



$v_D > v_E$. Buna göre DM'nin C noktasının üstünde old. tahmin ettik. Hızın kesin yerini bilmiyoruz.

$$\begin{aligned} v_A &= \omega r_{A/DM} \\ v_B &= \omega r_{B/DM} \\ v_C &= \omega r_{C/DM} \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} r_{A/DM} &= 0.25 - x \\ r_{B/DM} &= x \\ r_{C/DM} &= x - 0.125 \end{aligned} \right\}$$

$$v_A = \omega r_{A/DM} \Rightarrow 0.25 = \omega (0.25 - x) \Rightarrow \omega = \frac{0.25}{0.25 - x}$$

$$v_B = \omega r_{B/DM} \Rightarrow 0.4 = \omega (x) \Rightarrow \omega = \frac{0.4}{x}$$

$$v_C = \omega r_{C/DM} \Rightarrow v_C = \omega (x - 0.125) \Rightarrow \omega = \frac{v_C}{x - 0.125}$$

$$\frac{0.25}{0.25 - x} = \frac{0.4}{x} = \frac{v_C}{x - 0.125} = \omega$$

$$0.25x = 0.1 - 0.4x \Rightarrow 0.65x = 0.1 \Rightarrow x = 0.154 \text{ m}$$

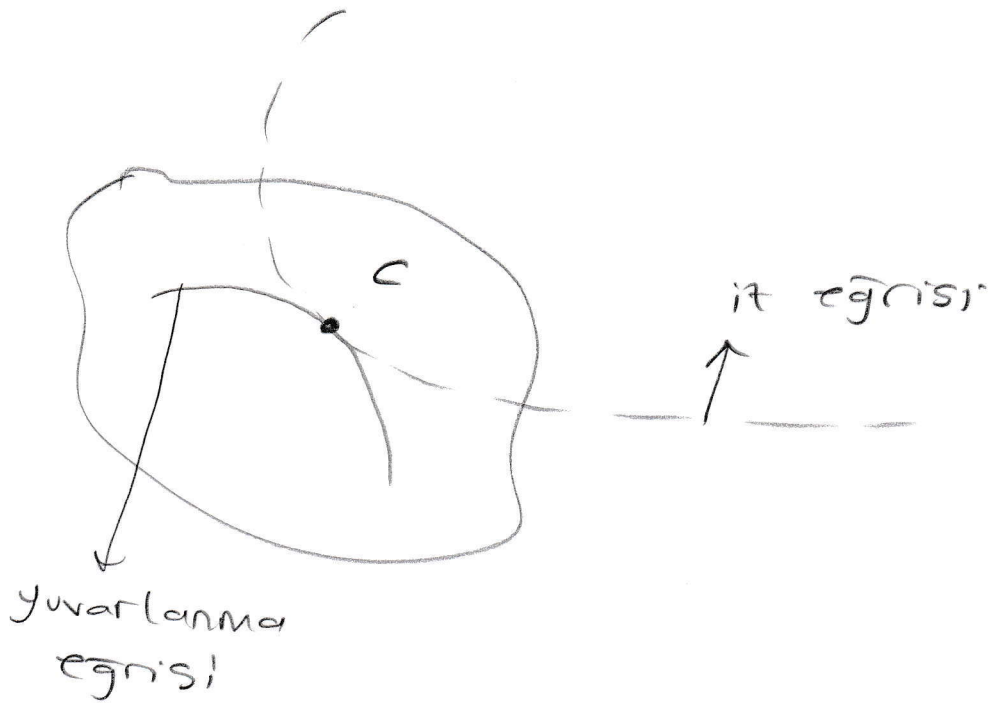
$$0.4(x - 0.125) = v_C x \Rightarrow 0.4(0.029) = v_C \cdot 0.154 \Rightarrow v_C = 0.075 \text{ m/s}$$

$$\frac{0.075}{x - 0.125} = \omega \Rightarrow \omega = \frac{0.075}{0.029} \Rightarrow \omega = 2.59 \text{ rad/s}$$

→ Cismın d zg msel hareketleri ani dönme merkezi, cismın üzerine veya d zına yerleştirilebilir. Cismın  zerine yerleştirilirse, verilen t anında ani dönme merkeziyle cakıran C paracacığının hızı sıfır olmalıdır. Ancak ani dönme merkezinin sadece verilen bir anda geçerli olduğuna dikkat edilmelidir. Dolayısıyla t anında ani dönme merkeziyle cakıran cismın C paracacı $t + \Delta t$ anında genellikle ani dönme merkeziyle cakırmaz; t anında hızı sıfır olurken $t + \Delta t$ anında muhtemelen sıfırdan farklı olacaktır. Buysa genelde, C paracacığının ivmesinin sıfır olmadığı anlamına gelir ve bu sebeple cismın C etrafında dönüyorsa, cismın farklı paracacıklarının ivmelerinin belirlenemeyeceği anlamına gelir.

→ Cismın hareket etmeye devam etti e ani dönme merkezi uzayda hareket eder. Ani dönme merkezinin her sürekli deđiřtiđi için, ani dönme merkezi uzayda "iz eğrisi" veya "uzay yörüngesi" denilen

bir eğri çizgi, cisim üzerindeyse "yuvartlanma eğrisi" veya "cisim yörüngesi" denilen başka bir eğri çizgi. Herhangi bir anda bu iki eğrinin C'de birbirine teget olduğu ve leha hareket ettikçe yuvartlanma eğrisi, 1) eğrisinin üzerinde "yuvartlanıyor" gibi olduğu gösterilebilir.



11.8. Genel Düzlemsel Harekette Ötelenen Eksenler ile Mutlak ve Bağıl İvme Analizi

→ Genel düzlemsel hareket yapan bir cismin bir parçasının bağıl ivmesi, bağıl hız türetilerek elde edilir.

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$$

Burada $\vec{a}_B$ ve $\vec{a}_A$ mutlak ivme, $\vec{a}_{B/A}$ ise B'nin A'ya göre ivmesi yani bağıl ivmedir.

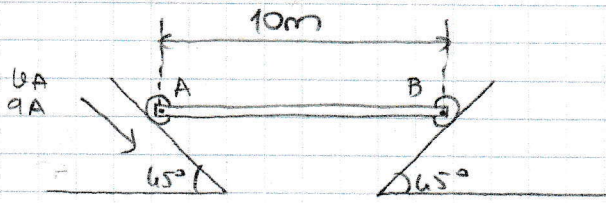
$$(\vec{a}_{B/A})_t = \omega \vec{h} \times \vec{r}_{B/A} \quad (\vec{a}_{B/A})_t = \omega r$$

$$(\vec{a}_{B/A})_n = -\omega^2 \vec{r}_{B/A} \quad (\vec{a}_{B/A})_n = \omega^2 r$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \omega \vec{h} \times \vec{r}_{B/A} - \omega^2 \vec{r}_{B/A} \quad (\text{m/s}^2)$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \omega \vec{h} \times \vec{r}_{A/B} - \omega^2 \vec{r}_{A/B}$$

10- Şekilde gösterilen AB çubuğu, A ve B'deki eğik düzlemler boyunca hareket edebilmektedir. A noktası, çubuk yatay konumda bulunduğu anda her iki ekseninde aşağı doğru yönelmiş, 3 m/s^2 lik bir ivmeye ve 2 m/s^2 lik bir hızla sahip olduğuna göre, çubuğun bu andaki açısal ivmesini belirleyiniz.



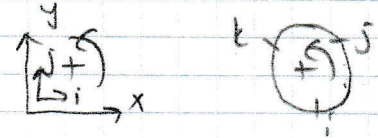
$$v_A = 2 \text{ m/s} \quad \alpha_{AB} = ?$$

$$a_A = 3 \text{ m/s}^2$$

A noktası eğik düzlemde ötelenme hareketi yapıyor.

B noktası eğik düzlemde ötelenme hareketi yapıyor.

AB çubuğu genel düzlemsel hareket yapıyor.



$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \vec{r}_{B/A} - \omega^2 \vec{r}_{B/A}$$

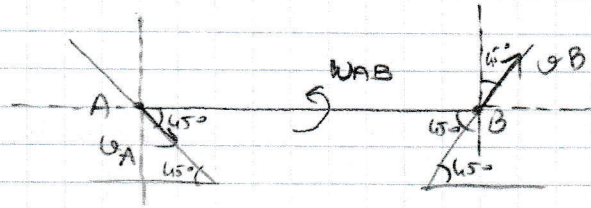
$$\vec{v}_A = 2 \cos 45^\circ \vec{i} - 2 \sin 45^\circ \vec{j}$$

$$\vec{a}_A = 3 \cos 45^\circ \vec{i} - 3 \sin 45^\circ \vec{j}$$

$$\vec{v}_B = v_B \sin 45^\circ \vec{i} + v_B \cos 45^\circ \vec{j}$$

$$\vec{a}_B = a_B \sin 45^\circ \vec{i} + a_B \cos 45^\circ \vec{j}$$

$$\vec{r}_{B/A} = 10 \vec{i}$$



$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \vec{r}_{B/A} - \omega^2 \vec{r}_{B/A}$$

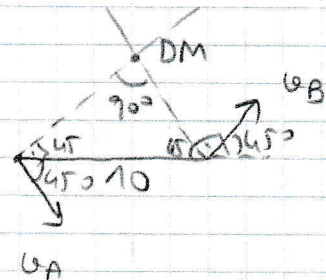
$$a_B \sin 45^\circ \vec{i} + a_B \cos 45^\circ \vec{j} = 3 \cos 45^\circ \vec{i} - 3 \sin 45^\circ \vec{j} + \omega \vec{k} \times \{10 \vec{i}\} - \omega^2 \{10 \vec{i}\}$$

Denklemlerde 3 bilinmeyen var. a_B , ω , α . ω 'yı dönme merkezi yöntemiyle bulabiliriz.

$$a_B \sin 45^\circ \vec{i} + a_B \cos 45^\circ \vec{j} = 2,12 \vec{i} - 2,12 \vec{j} + 10 \omega \vec{j} - 10 \omega^2 \vec{i}$$

$$a_B \sin 45^\circ = 2,12 - 10 \omega^2$$

$$a_B \cos 45^\circ = -2,12 + 10 \omega$$

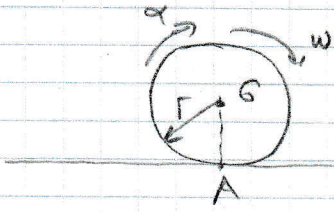


$$v_A = \omega r_{A/DM}$$

$$2 = \omega (10 \cos 45^\circ)$$

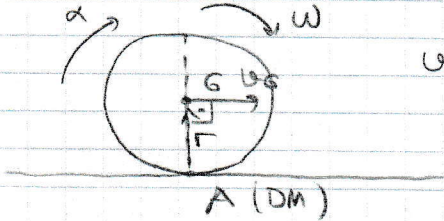
$$a_B \sin 45^\circ = 2,12 - 10 \cdot 0,783^2 \Rightarrow a_B = 1,87 \text{ m/s}^2$$

11. Şekilde gösterilen r yarıçaplı silindir, verilen bir anda w açısal hızı ve α açısal ivmesine sahiptir. Silindir kaymadan yuvarlandığına göre, G merkezinin hız ve ivmesini belirleyiniz.

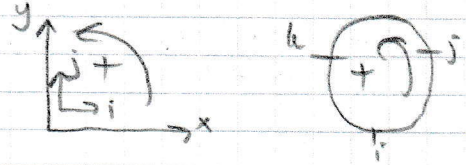


Silindir kaymadan yuvarlanıyor. O halde A noktasının hızı ile zeminin hızı ile aynı olmalı. Zemin hareketli bir zemin oldu için $v_A = 0$ dir.

O halde v_A aynı zamanda anlık dönme merkezidir.



$$v_G = w r_{G/DM} \Rightarrow v_G = w r$$



$$\vec{v}_G = \vec{v}_A + \vec{\alpha} \times \vec{r}_{G/A} - w^2 \vec{r}_{G/A}$$

$\vec{a}_G = a_G \vec{i}$ (G noktası doğrusal ötelenme hareketi yaptığı için ivme vektörü, hız vektörü ile aynı doğrultuda)

$\vec{a}_A = a_A \vec{j}$ (Silindir, zeminle A noktasında kayma olmaması için temas ediyor. O halde A noktası ile zeminin teğetsel ivmeleri aynı, normal ivmeleri farklı olmalı. Ancak zemin hareketli bir zemin oldu için zeminin teğetsel ivmesi yoktur. O halde A noktası için $(a_A) = 0$ dir. Normal ivme merkeze doğrudur.)

$$\vec{\alpha} = -\alpha \vec{k}$$

$$\vec{r}_{G/A} = r \vec{j}$$

$$\vec{a}_G = \vec{a}_A + \vec{\alpha} \times \vec{r}_{G/A} - w^2 \vec{r}_{G/A} \Rightarrow a_G \vec{i} = a_A \vec{j} - \alpha \vec{k} \times \{r \vec{j}\} - w^2 \{r \vec{j}\} \Rightarrow$$

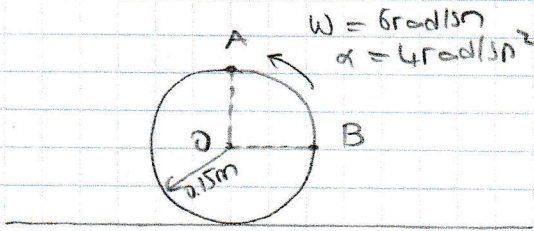
$$a_G \vec{i} = a_A \vec{j} + \alpha r \vec{i} - w^2 r \vec{j}$$

$$a_G = \alpha r$$

$$0 = a_A - w^2 r \Rightarrow a_A = w^2 r$$

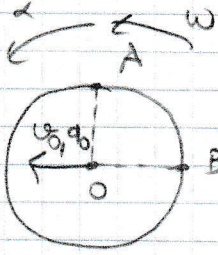
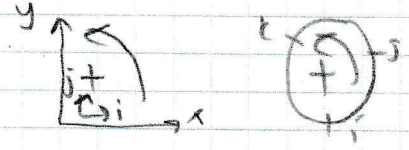
Burada $a_A = w^2 r$ sonucu, sıfır hızlı anlık dönme merkezi olan A noktasının sıfır ivmesi bir nokta olmadığını gösterir.

12. Bir top kaymadan yuvarlanmakta ve şekilde gösterilen açısal hareketi yapmaktadır. B ve A noktasının, bu andaki ivmesini belirleyiniz.



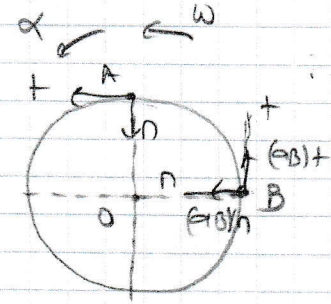
$$a_B = ? \quad a_A = ?$$

$$(s_0 = r\theta, v_0 = r\omega, a_0 = r\alpha)$$



$$a_0 = \alpha r = 4 \cdot 0.15 = 0.6 \text{ m/s}^2$$

$$\vec{a}_0 = -a_0 \vec{i} = -0.6 \vec{i}$$



$$\vec{a}_B = \vec{a}_0 + \vec{\alpha} \times \vec{r}_{B/O} - \omega^2 \vec{r}_{B/O}$$

$$\vec{a}_B = -0.6 \vec{i} + 4 \vec{k} \times \{0.15 \vec{i}\} - 6^2 \{0.15 \vec{i}\}$$

$$\vec{a}_B = -0.6 \vec{i} + 0.6 \vec{j} - 5.4 \vec{i}$$

$$\vec{a}_B = (-6 \vec{i} + 0.6 \vec{j}) \text{ m/s}^2$$

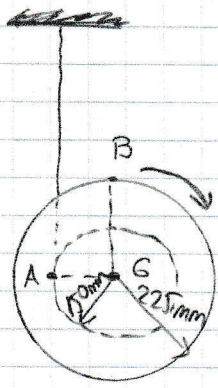
$$\vec{a}_A = \vec{a}_0 + \vec{\alpha} \times \vec{r}_{A/O} - \omega^2 \vec{r}_{A/O}$$

$$\vec{a}_A = -0.6 \vec{i} + 4 \vec{k} \times \{0.15 \vec{j}\} - 6^2 \{0.15 \vec{j}\}$$

$$\vec{a}_A = -0.6 \vec{i} - 0.6 \vec{i} - 5.4 \vec{j}$$

$$\vec{a}_A = (-1.2 \vec{i} - 5.4 \vec{j}) \text{ m/s}^2$$

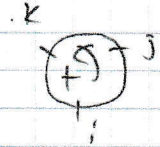
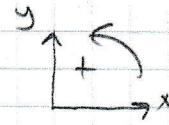
13-Şekilde gösterilen makara, gösterilen anda 3 rad/sn 'lik bir açısal hız ve 4 rad/sn^2 'lik bir açısal ivmeye sahip olacak şekilde. ipten çözülmehtedir. B noktasının ivmesini belirleyiniz.



$$\omega = 3 \text{ rad/sn}$$

$$\alpha = 4 \text{ rad/sn}^2$$

$$a_B = ?$$



Silindır genel düzlemsel hareket yapıyor.

"İncelenen. anda" makara A noktasından, aşağıya doğru kaymadan yuvarlanmaktadır.

$$s_G = r\theta \quad v_G = \omega r \quad a_G = \alpha r$$

$$a_G = \alpha r = 4 \cdot 0,225 = 0,9 \text{ m/sn}^2$$

$$\vec{a}_G = -a_G \vec{j}$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_G + \vec{\alpha} \times \vec{r}_{B/G} - \omega^2 \vec{r}_{B/G}$$

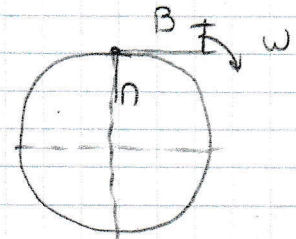
$$\vec{a}_B = -0,9 \vec{j} - 4 \vec{k} \times \{0,225 \vec{j}\} - 3^2 \{0,225 \vec{j}\}$$

$$\vec{a}_B = -0,9 \vec{j} + 0,9 \vec{i} - 2,025 \vec{j}$$

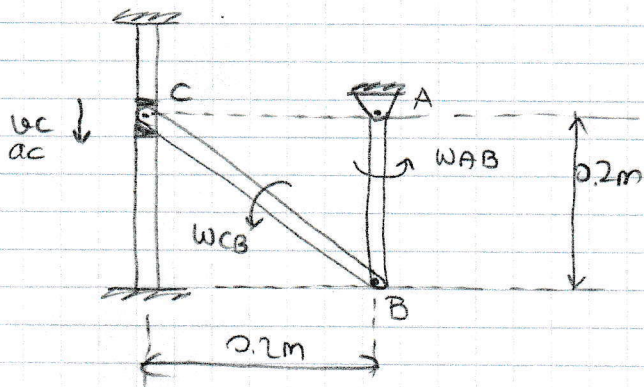
$$\vec{a}_B = 0,9 \vec{i} - 2,925 \vec{j}$$

$$a_B = \sqrt{0,9^2 + (-2,925)^2} = 3,075 \text{ m/sn}^2$$

$$\theta_{a_B} = +\vec{q}^1 \frac{a_{By}}{a_{Bx}} = +\vec{q}^1 \frac{-2,925}{0,9} = -71,1^\circ$$



14. Şekildeki C bileziği 1 m/s^2 'lik bir ivmeyle aşağı doğru hareket etmektedir. Şekilde gösterilen anda, bilezik, CB ve AB bağlantılarına $\omega_{AB} = \omega_{CB} = 10 \text{ rad/s}$ açısal hız veren, 2 m/s^2 'lik bir hız sahiptir. CB ve AB'nin bu andaki açısal ivmelerini belirleyiniz.



$$v_C = 2 \text{ m/s} \downarrow \quad a_C = 1 \text{ m/s}^2 \downarrow$$

$$\omega_{AB} = \omega_{CB} = 10 \text{ rad/s}$$

$$\vec{\omega}_{AB} = 10 \vec{k} \quad \vec{\omega}_{CB} = 10 \vec{k}$$

$$\alpha_{AB} = ? \quad \alpha_{CB} = ?$$

C bileziği ötelenme hareketi yapıyor.

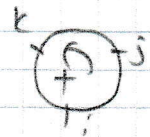
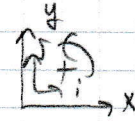
AB bağlantısı sabit A noktası etrafında dönme hareketi yapıyor.

BC bağlantısı genel düzlemsel hareket yapıyor.

$$\vec{a}_B = \alpha_{AB} \times \vec{r}_{B/A} - \omega^2 \vec{r}_{B/A}$$

$$\vec{a}_B = \alpha_{AB} \vec{k} \times \{-0.2 \vec{j}\} - 10^2 \{-0.2 \vec{j}\}$$

$$\vec{a}_B = 0.2 \alpha_{AB} \vec{i} + 20 \vec{j}$$



$$\vec{a}_B = \vec{a}_C + \alpha_{CB} \times \vec{r}_{B/C} - \omega^2 \vec{r}_{B/C}$$

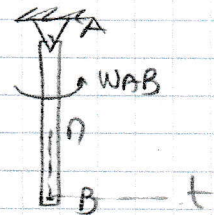
$$0.2 \alpha_{AB} \vec{i} + 20 \vec{j} = -1 \vec{j} + \alpha_{CB} \vec{k} \times \{0.2 \vec{i} - 0.2 \vec{j}\} - 10^2 \{0.2 \vec{i} - 0.2 \vec{j}\}$$

$$0.2 \alpha_{AB} \vec{i} + 20 \vec{j} = -\vec{j} + 0.2 \alpha_{CB} \vec{j} + 0.2 \alpha_{CB} \vec{i} - 20 \vec{i} + 20 \vec{j}$$

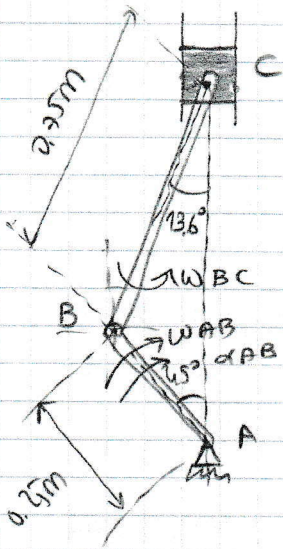
$$0.2 \alpha_{AB} = 0.2 \alpha_{CB} - 20 \quad \alpha_{CB} = 5 \text{ rad/s}^2$$

$$20 = -1 + 0.2 \alpha_{CB} + 20 \quad \alpha_{AB} = -95 \text{ rad/s}^2$$

α_{AB} 'nin yönünü belirleyelim.



15- Bir motorun AB krank mili 20 rad/s^2 'lik bir acisal ivmeyle saat yönünde dönmektedir. Pistonun AB'nin selulde gösterilen konumda bulunduğu anđaki hızını belirleyiniz. Bu anda $\omega_{AB} = 10 \text{ rad/s}$ ve $\omega_{BC} = 2.63 \text{ rad/s}$ 'dir.

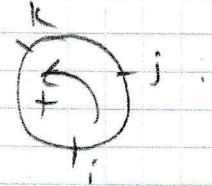
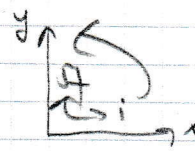


$$\begin{aligned}\alpha_{AB} &= 20 \text{ rad/s}^2 \\ \alpha_C &=? \\ \omega_{AB} &= 10 \text{ rad/s} \\ \omega_{BC} &= 2.63 \text{ rad/s}\end{aligned}$$

C pistonu ötelenme hareketi yapıyor.

AB krank mili sbt. A noktası etrafında dönme hareketi yapıyor.

BC bağlantısı genel düzlemsel hareket yapıyor.

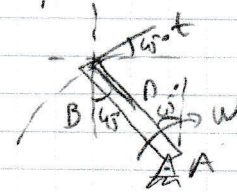


$$\vec{a}_B = \alpha_{AB} \times \vec{r}_{B/A} - \omega_{AB}^2 \vec{r}_{B/A}$$

$$\vec{a}_B = -20 \vec{k} \times \{-0.25 \sin 45^\circ \vec{i} + 0.25 \cos 45^\circ \vec{j}\} - 10^2 \{0.25 \sin 45^\circ \vec{i} + 0.25 \cos 45^\circ \vec{j}\}$$

$$\vec{a}_B = 3.54 \vec{j} + 3.54 \vec{i} + 17.68 \vec{i} - 17.68 \vec{j}$$

$$\vec{a}_B = 21.22 \vec{i} - 14.14 \vec{j}$$



$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \alpha_{BC} \times \vec{r}_{C/B} - \omega_{BC}^2 \vec{r}_{C/B}$$

$$\vec{a}_C \vec{j} = 21.22 \vec{i} - 14.14 \vec{j} + \alpha_{BC} \vec{k} \times \{0.25 \sin 13.6^\circ \vec{i} + 0.25 \cos 13.6^\circ \vec{j}\} - 2.63^2 \{0.25 \sin 13.6^\circ \vec{i} + 0.25 \cos 13.6^\circ \vec{j}\}$$

$$\vec{a}_C \vec{j} = 21.22 \vec{i} - 14.14 \vec{j} + 0.18 \alpha_{BC} \vec{j} - 0.73 \alpha_{BC} \vec{i} - 1.04 \vec{i} - 4.3 \vec{j}$$

$$\alpha_C = -14.14 + 0.18 \alpha_{BC} - 4.3 \quad \alpha_{BC} = 27.64 \text{ rad/s}^2$$

$$0 = 21.22 - 0.73 \alpha_{BC} - 1.04 \quad \alpha_C = -13.66 \text{ m/s}^2 \text{ (piston yukarı doğru hareket ederken yavaşlıyor.)}$$

4.9. Bir Parametre Cinsinden Genel Düzlemsel Hareketin Analizi

→ Bu analiz, cismin açısal hareketi ve cismin bir noktasının düzlemsel hareketi bilindiği takdirde yapılır. Yani $s = f(\theta)$ bağıntısı elde edilmelidir.

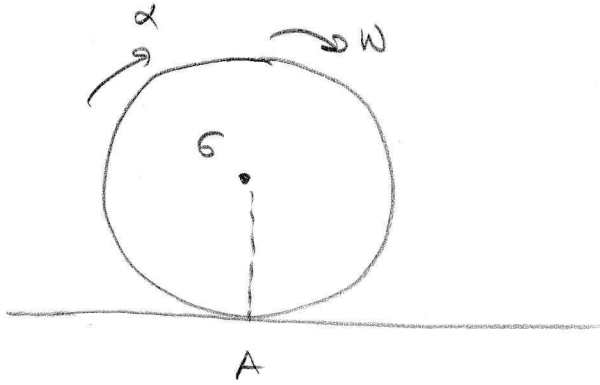
$$s = f(\theta)$$

$$v = \dot{s}$$

$$a = \ddot{s} = \ddot{\theta}$$

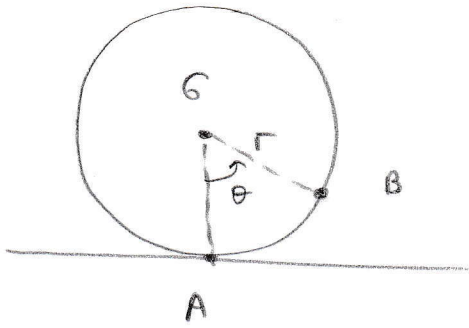
→ Şeker analize dayalı bir yöntemdir. Belirli mekanizmalara uygulanabilir. Yöntem, mekanizmanın farklı noktalarının mutlak hızını ve mutlak ivmesinin doğrudan doğruya bulunmasını sağlar.

16. Şekilde gösterilen r yarıçaplı silindir, verilen bir anda, ω açısal hızında ve α açısal ivmesine sahiptir. Silindir kaymadan yuvarlandığında göre, G merkezinin hız ve ivmesini belirleyiniz.



Silindir dönerek ötelenme hareketi yapıyor.

$s = f(\theta)$ 'yi arıyoruz.



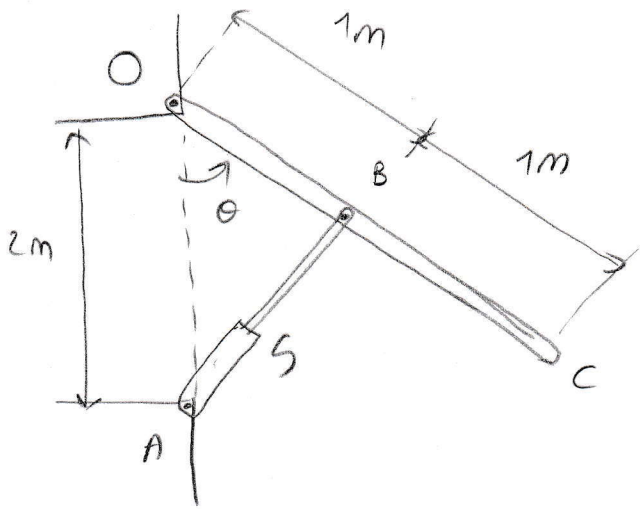
Silindir θ kadar döndüğünde, G noktası AB yayı kadar ötelenmiş olur.

$$s_G = r\theta$$

$$v_G = \dot{r}\theta + r\dot{\theta} \rightarrow r = sbt \rightarrow v_G = r\dot{\theta} \rightarrow v_G = r\omega$$

$$a_G = \ddot{r}\omega + r\ddot{\omega} \rightarrow r = sbt \rightarrow a_G = r\ddot{\omega} \rightarrow a_G = r\alpha$$

77- Geniş bir pencere AB hidrolik silindiri kullanılarak açılmaktadır. Silindir 0,5 m/sn'lik bir sabit hızla uzadığına göre, pencerenin, $\theta = 30^\circ$ olduğu andaki açısal hız ve açısal ivmesini belirleyiniz.



$$v_B = 0.5 \text{ m/s} \rightarrow J_B + \rightarrow q_B = 0$$

$$\theta = 30^\circ \rightarrow \omega = ? \quad \alpha = ?$$

$s = f(\theta)'y$, arıyoruz.

OC penceresi sht. O noktası etrafında θ açısı kadar dönerken AB hidrolik silindiri s kadar ötelenir.

OAB zăgerării dărate alin.

$$s^2 = 2^2 + 1^2 - 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \cos \theta$$

$$s^2 = 5 - 4 \cos \theta \quad \rightarrow \quad \theta = 30^\circ \text{ iain } s = 1.239 \text{ m}$$

$$v = \frac{ds}{dt}$$

$$S^2 = 5 - 4 \cos \theta$$

$$2s\dot{s} = L\dot{\theta} \sin\theta$$

$$50 = 20 \sin \theta \rightarrow \theta = 30^\circ \text{ in } \omega = 262 \text{ rad/s}$$

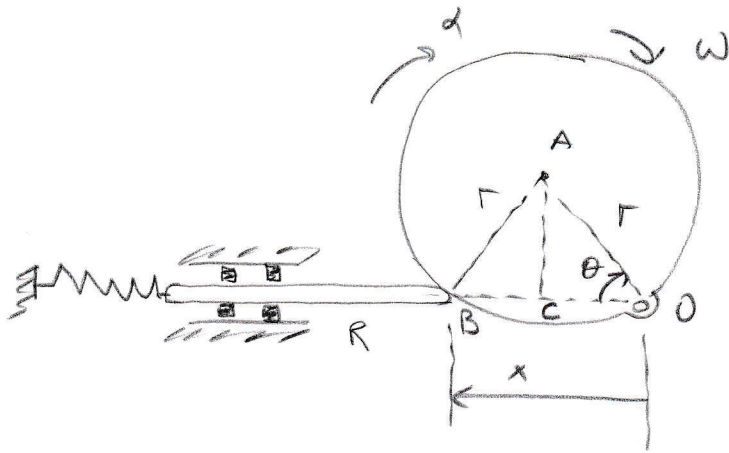
$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$\dot{s}\psi + s\dot{\psi} = 2\dot{\omega}\sin\theta + 2\omega\dot{\theta}\cos\theta$$

$$v^2 + sa = 2\alpha \sin\theta + 2w^2 \cos\theta \rightarrow \theta = 30^\circ \text{ ; also } \alpha = -0,52 \text{ rad/s}^2$$

pencere yavaşlayan
bir hızla.
acılıyor.

18. Şekilde gösterilen ℓ çubuğunun ucu bir yay vasıtasıyla kamla temasını sürdürmektedir. Kam bir α açısal ivmesi ve ω açısal hızıyla O noktasından geçen bir eksen etrafında döndüğüne göre, çubuğun, kamin keyfi bir θ konumunda bulunduğu andaki hız ve ivmesini hesaplayınız.



$$v_R = ?$$

$$a_R = ?$$

$s = f(\theta)$ 'yi arıyoruz.

Kam dönme hareketi yaparken ℓ çubuğu ötelenme hareketi yapar. Kam θ açısı kadar dönerken ℓ çubuğu x kadar ötelenir.

$$OC = r \cos \theta$$

$$BC = r \cos \theta$$

$$x = OC + BC \rightarrow x = 2r \cos \theta$$

$$v_R = \frac{dx}{dt} \rightarrow v_R = 2\dot{r} \cos \theta - 2r \dot{\theta} \sin \theta \rightarrow v_R = -2r\omega \sin \theta$$

$$a_R = \frac{dv}{dt} \rightarrow a_R = -2\dot{r} \omega \sin \theta - 2r \dot{\omega} \sin \theta - 2r\omega \dot{\theta} \cos \theta \rightarrow$$

$$a_R = -2r \alpha \sin \theta - 2r\omega^2 \cos \theta \rightarrow a_R = -2r (\alpha \sin \theta + \omega^2 \cos \theta)$$