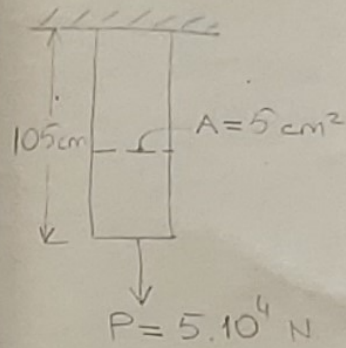


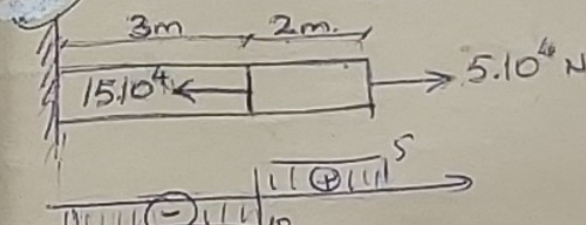
Örnek 1 - Şekilde verilen çubuğun uzama miktarını hesaplayınız. ($E = 21 \times 10^6 \text{ N/cm}^2$)



Çözüm: 1-

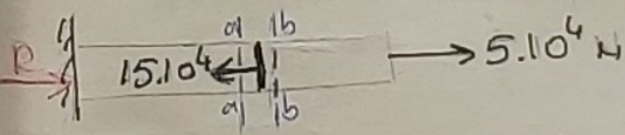
$$\Delta l = \frac{P \cdot l}{A E} \Rightarrow \Delta l = \frac{5.10^4 \cdot 105}{(5)(21.10^6)} = 0,05 \text{ cm}$$

Örnek 2 - Şekilde gösterildiği gibi yüklenen 5m uzunluğundaki konsol çubuğun toplam şekil değiştirme miktarını bulunuz.



($A = 25 \text{ cm}^2$, $E = 21 \times 10^6 \text{ N/cm}^2$)

Çözüm: 2 - Bu sistem, ankastre mesnette meydana gelen R reaksiyon kuvveti ve dış kuvvetlerle dengededir.



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R + 5.10^4 - 15.10^4 = 0$$

$$R = 10^5 \text{ N}$$

Sistem 15.10^4 N luk kuvvetin hemen sağından kesilirse:

$$\Delta l_I = \frac{R \cdot l}{A E} = \frac{-10^5 \cdot (300)}{(25) \cdot 21.10^6} \approx -0,06 \text{ cm}$$

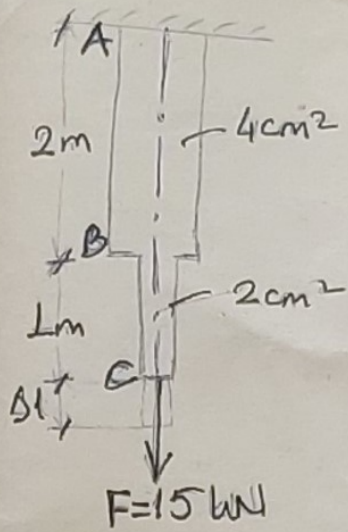
$$\Delta l_{II} = \frac{5.10^4 \cdot (200)}{(25) \cdot 21.10^6} \approx +0,02 \text{ cm}$$

Toplam şekil değiştirme $\sum \Delta l = \Delta l_I + \Delta l_{II}$

$$\sum \Delta l = -0,06 + 0,02 = -0,04 \text{ cm}$$

(Yani çubuk kısalıyor.)

2016 2007 2016



Şekildeki sistemin uç noktasındaki Δl uzamasını bulunuz. Malzeme elastik modülü $E = 0,7 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$ dir.

ÇÖZÜM:

15 kN'lık kuvvet, 2 m'lik 4 cm^2 kesitli kısma etki ediyormuş gibi düşünülür. Sonra B noktasında 1 m uzunluğunda 2 cm^2 kesitindeki kısım sabitmiş gibi düşünülerek 15 kN'lık kuvvetin BC kısmında meydana gelen uzama AB kısmındaki uzamaya ilave ilave edilir.

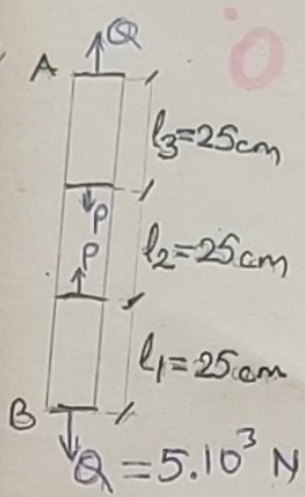
$$\Delta l = \frac{F \cdot l}{EA}, \quad \Sigma \Delta l = \Delta l_{AB} + \Delta l_{BC}$$

Çubukta oluşan toplam uzama:

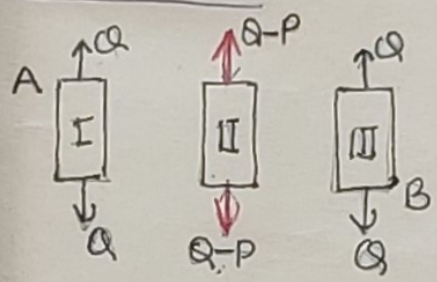
$$\Sigma \Delta l = \frac{15 \cdot (200)}{0,7 \cdot 10^4 \cdot (4)} + \frac{15 \cdot (100)}{0,7 \cdot 10^4 \cdot (2)} = 0,7 \text{ cm} = \underline{0,214 \text{ cm}}$$

Örnek: 3

Kesit alanı $A=6\text{cm}^2$ olan bir AB çelik çubuğuna $Q=5\cdot 10^3\text{ N}$ ve $P=25\cdot 10^3\text{ N}$ kuvvetleri tesir etmektedir. Çubuğun toplam uzamasını bulunuz.
 $E=21\cdot 10^6\text{ N/cm}^2$



Çözüm: 3

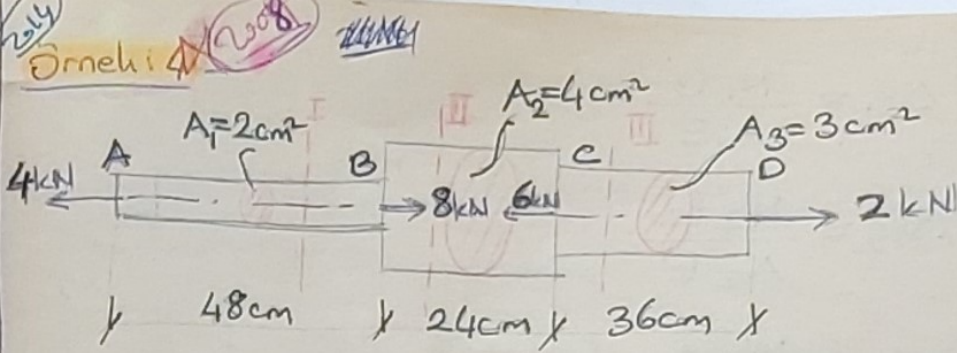


Çubuğun alt ve üst parçalarındaki çekme kuvveti Q 'ya, orta parçasındaki ise $(Q-P)$ 'ye eşittir.

$$\Delta l = 2 \frac{Q l_1}{AE} + \frac{(Q-P) l_2}{AE}$$

$$= 2 \frac{5\cdot 10^3 (25)}{(6) 21\cdot 10^6} + \frac{25\cdot 10^3 (25)}{(6) 21\cdot 10^6} = \frac{1}{(6) 21\cdot 10^3} (250 + 625)$$

$$= 0,0025\text{ cm}$$



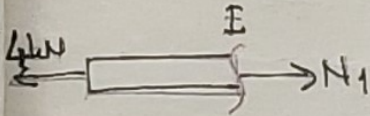
şekildeki kademeli metal çubuk yatay eksenî üzerindeki (kesitlerin ağırlık merkezinden geçen) dört kuvvetin etkisi altındadır. Çubuktaki toplam deformasyonu bulunuz. Çubuk malzemesinin $E = 2,1 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$ 'dir.

Çözüm: 4-

Önce çubuğun bir bütün olarak dengede olup olmadığını kontrol edilir.

$$\sum F_x = 0: -4 + 8 - 6 + 2 = 0 \quad \text{olduğu için dengededir.}$$

AB çubuğu:



$$\sum F_x = 0: -4 + N_1 = 0$$

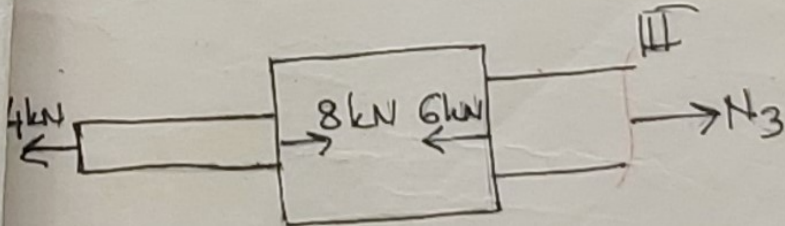
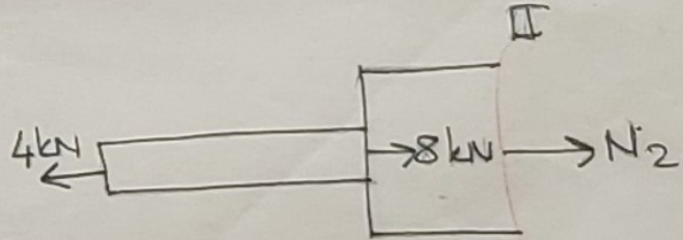
$$N_1 = 4 \text{ kN (çekme)}$$

BC çubuğu:

$$\sum F_x = 0$$

$$-4 + 8 + N_2 = 0$$

$$N_2 = -4 \text{ kN (basınç)}$$



$$\sum F_x = 0:$$

$$-4 + 8 - 6 + N_3 = 0$$

$$N_3 = 2 \text{ kN (çekme)}$$

veya $\sum F_x = 0:$

$$-2 + N_3 = 0 \Rightarrow N_3 = 2 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0:$$

$$-2 + N_3 = 0 \Rightarrow N_3 = 2 \text{ kN}$$

$$\sigma = E \epsilon$$

$$\frac{N}{A} = E \frac{\Delta l}{l}$$

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{A E}$$

her üç parça için ayrı ayrı yazılırsa,

I. kesitte : $\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{A_1 E}$ ✓

II. kesitte : $\Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{A_2 E}$ ✓

III. kesitte : $\Delta l_3 = \frac{N_3 l_3}{A_3 E}$ ✓

$$\Delta l_T = \frac{1}{E} \left(\frac{N_1 l_1}{A_1} + \frac{N_2 l_2}{A_2} + \frac{N_3 l_3}{A_3} \right)$$

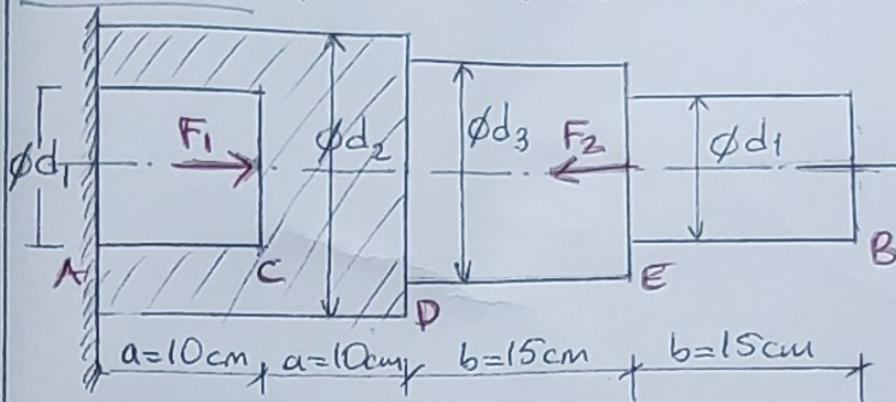
$$= \frac{1}{2,1 \cdot 10^7} \left(\frac{4 \cdot 10^3 \cdot (48)}{2} + \frac{-4 \cdot 10^3 (24)}{4} + \frac{2 \cdot 10^3 (36)}{3} \right)$$

$$\underline{\Delta l_T = 4,57 \cdot 10^{-3} \text{ mm}}$$

EKSENEL NORMAL KUVVET ÖRNEKLERİ

(17)

ÖRNEK:1) Şekilde verilen kademeli milde; B'nin yer-değiştir-
mesini hesaplayınız.



VERİLENLERİ

$$F_1 = 5000 \text{ N}$$

$$F_2 = 3000 \text{ N}$$

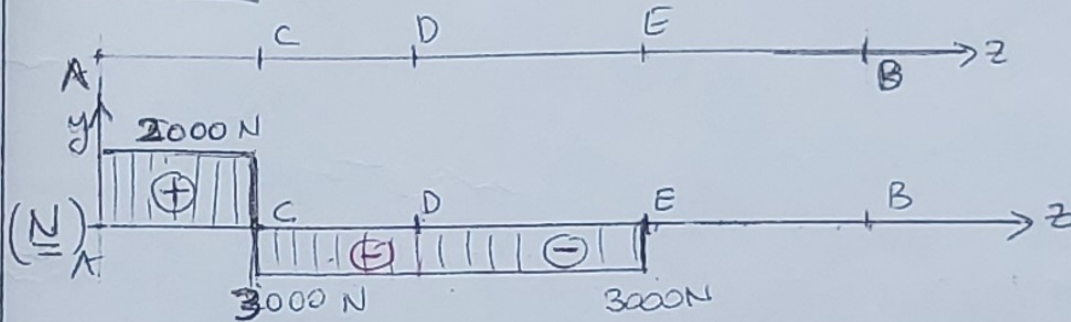
$$\phi d_1 = 5 \text{ cm}, \phi d_2 = 10 \text{ cm}$$

$$\phi d_3 = 7,5 \text{ cm},$$

$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$$

ÇÖZÜM:1) $E = 2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2 = 2 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$

$$\Delta l = \frac{F \cdot l}{A \cdot E}$$



$$\Sigma \Delta l = + \Delta l_{AC} - \Delta l_{CD} - \Delta l_{DE} - \Delta l_{EB}^0$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 10^7} \left[\frac{(2000) \cdot (10)}{\frac{\pi}{4} \frac{(10^2 - 5^2)}{75}} - \frac{(3000)(10)}{\frac{\pi}{4} (10)^2} - \frac{(3000)(15)}{\frac{\pi}{4} (7,5)^2} \right]$$

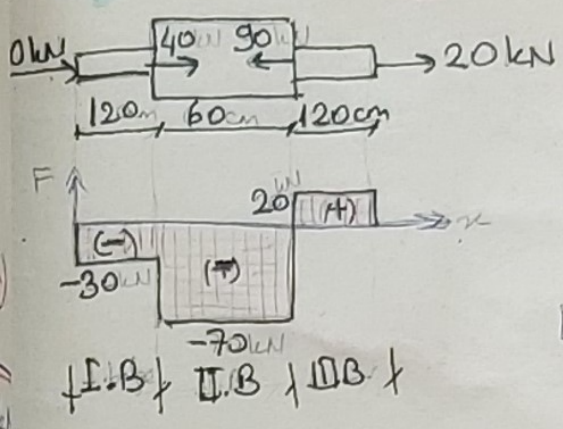
$$= \frac{10^3}{2 \cdot 10^7} \left[0,3385 - 0,3819 - 1,0186 \right]$$

$$= -1,061$$

$$\Sigma \Delta l = \frac{(10^3)(-1,061)}{2 \cdot 10^7} = -0,5305 \cdot 10^{-4} \text{ cm.}$$

$$\boxed{\Sigma \Delta l = -0,5305 \cdot 10^{-4} \text{ cm}}$$

2008 2016
Sıkıştırılmış gazların normal kuvvet diyagramını
çiziniz, kesitleri bulunuz ve
toplam boy değişimini bulunuz. Malzemede çekmede
emniyet gerilmesi: $\sigma_{s,em} = 15 \text{ kN/cm}^2$
basmadaki emniyet gerilmesi:
 $\sigma_{b,em} = 0,8 \text{ kN/cm}^2$
ve elastik modülü: $E = 0,7 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$ dir



ve elastik modülü: $E = 0,7 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$ dir

Çözüm: 4

Birinci bölge:

$$\sigma_{basma} = \frac{F_1}{A_1} \leq \sigma_{b,em} \Rightarrow A_{min1} = \frac{F_1}{\sigma_{b,em}} = \frac{30}{0,8} = 37,5 \text{ cm}^2$$

İkinci bölge:

$$\sigma_{basma} = \frac{F_2}{A_2} \leq \sigma_{b,em} \Rightarrow A_{min2} = \frac{F_2}{\sigma_{b,em}} = \frac{70}{0,8} = 87,5 \text{ cm}^2$$

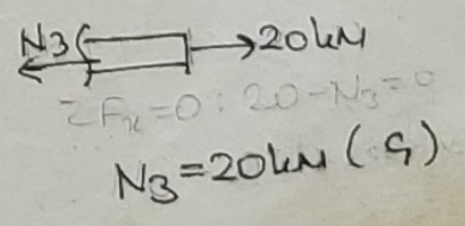
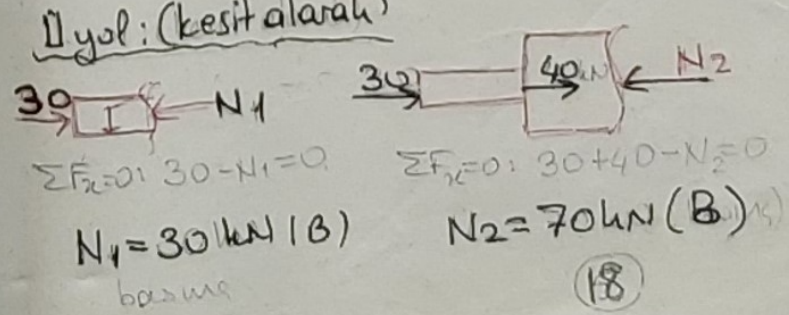
Üçüncü bölge:

$$\sigma_{çekme} = \frac{F_3}{A_3} \leq \sigma_{s,em} \Rightarrow A_{min3} = \frac{F_3}{\sigma_{s,em}} = \frac{20}{1,5} = 13,33 \text{ cm}^2$$

$$\Delta l = \frac{F \cdot l}{EA} \quad \Sigma \Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3$$

$$\Sigma \Delta l = \frac{(-30) \cdot 120}{0,7 \cdot 10^4 (37,5)} + \frac{(-70) \cdot 60}{0,7 \cdot 10^4 (87,5)} + \frac{20 (120)}{0,7 \cdot 10^4 (13,33)} = 0,005149 \text{ cm}$$

Diğer: (kesit olarak)



$$d_1 = \frac{h}{\cos \theta}$$
$$S_1 = S_2 = \frac{P}{2 \cos \alpha}$$

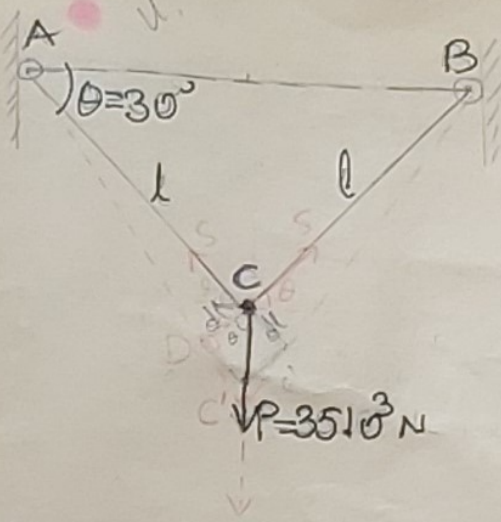
(BTD) AB grubu A noktasından AC grubuna bağlı olmasaydı S_1 normal kuvvetinin etkisi altında $l_1 = EF$

kadar uzayarak AB doğrusu üzerindedir.
A" noktasına gelecektir. Ancak A noktasından diğer grubu bağlı olduğu için bu grubun ucu B merkezli ve

$$\Delta y = \frac{\Delta}{\cos \alpha} = \frac{P \cdot h}{2(EA) \cos^3 \alpha}$$

olarah heraplaw-

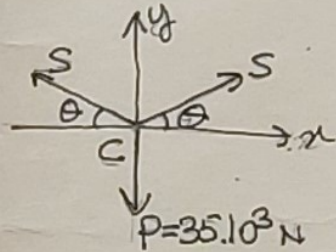
Örnek 4: Şekildeki sistem uzunlukları $l = 630 \text{ cm}$ olan ve bunları birbirine bağlayan C mafsallında $P = 35 \cdot 10^3 \text{ N}$ lük dikey bir yük taşıyan iki çubuktan ibarettir. $\theta = 30^\circ$, $\tau_{em} = 7 \cdot 10^3 \text{ N/cm}^2$, $E = 21 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2}$ olduğuna göre:



- Çubuklar için gerekli kesit alanını,
- C noktasının yer değiştirmesini hesaplayınız.

Çözümü:

a) Simetriden dolayı $F_{AC} = F_{BC} = S$ ile gösterelim (Çubuk kuvv.)



C'nin dengeşinden:

$$\sum F_y = 0: 2S \sin \theta - P = 0$$

$$S = \frac{P}{2 \sin \theta} = \frac{35 \cdot 10^3}{2(0,5)} \Rightarrow S = 35 \cdot 10^3 \text{ N}$$

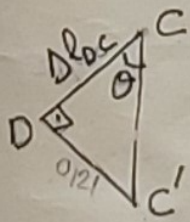
Çubuklar için gerekli kesit alanının: $\tau < \tau_{em}$ olmalıdır

$$\tau_{em} = \frac{S}{A} \Rightarrow A = \frac{S}{\tau_{em}} = \frac{35 \cdot 10^3}{7 \cdot 10^3} \Rightarrow \boxed{A = 5 \text{ cm}^2}$$

b) AC ve BC çubukları kendilerine gelen kuvvetler dolayısıyla bir miktar uzayacaklar ve böylece C mafsallı C' noktasına gelecektir.

CC' çok küçük old. dan. $AC = AD$ alınır. (İmeriteori)

Buna göre AC çubuğunun uzaması DC' olur ve değeri:



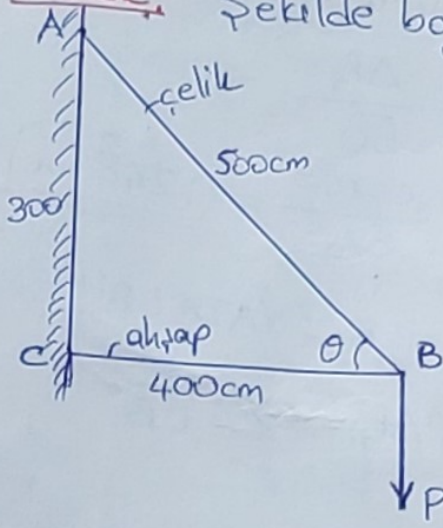
$$DC' = \Delta l_{BC} = \frac{S \cdot l}{A E} = \frac{35 \cdot 10^3 \cdot (630)}{(5)(21 \cdot 10^6)} = 0,21 \text{ cm.}$$

CD C' dik üçgeninden; C noktasının yer değiştirmesi:

$$\sin \theta = \frac{DC'}{CC'} \Rightarrow CC' = \frac{DC'}{\sin \theta} = \frac{0,21}{\sin 30^\circ} \Rightarrow \boxed{CC' = \Delta C = 0,42 \text{ cm.}}$$

ÖRNEK:

Şekilde boyutları gösterilen bir ABC sisteminde;



$$(\sigma_{ahş})_{em} = 110 \text{ N/cm}^2$$

$$(\sigma_{çe})_{em} = 7 \cdot 10^3 \text{ N/cm}^2$$

$$E_{ç} = 21 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$$

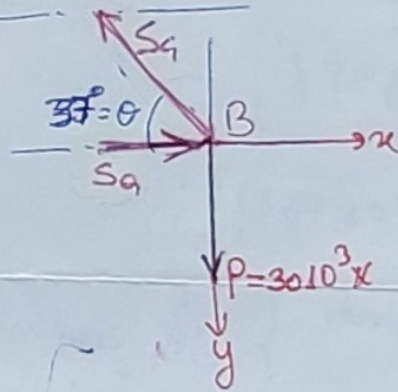
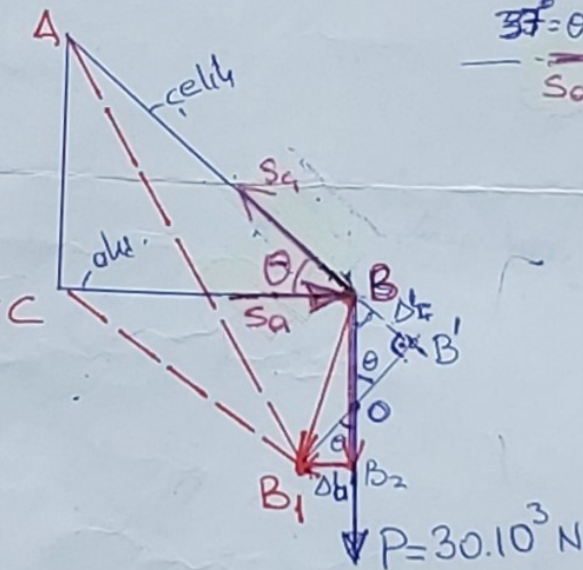
$$E_{ah} = 10^3 \text{ N/cm}^2$$

a) Çelik ve ahşap çubukların kesit alanlarını bulunuz

b) B noktasının yer değişiminin yatay ve dikey bileşenlerini bulunuz.

$$\sin \theta = \frac{3}{5} \quad \left. \begin{array}{l} \cos \theta = \frac{4}{5} \end{array} \right\} \theta = 37^\circ$$

ÇÖZÜM:



$$\sum F_x = 0: S_{ah} - S_{ç} \cos 37^\circ = 0$$

$$S_{ah} = \frac{4}{5} S_{ç}$$

$$\sum F_y = 0:$$

$$30 \cdot 10^3 - S_{ç} \sin 37^\circ = 0$$

$$S_{ç} = \frac{30 \cdot 10^3}{3/5} = 50 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$S_{ah} = \frac{4}{5} (50 \cdot 10^3) = 40 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$S_{ah} = 40 \cdot 10^3 \text{ N}, \quad S_{ç} = 50 \cdot 10^3 \text{ N}$$

a) Ahşap ve çelik kesit alanları:

$$(\sigma_{ah})_{em} = \frac{S_{ah}}{A_{ah}} \Rightarrow A_{ah} = \frac{S_{ah}}{(\sigma_{ah})_{em}} = \frac{40 \cdot 10^3}{110} = 363,6 \approx 364 \text{ cm}^2$$

$$(\sigma_{ç})_{em} = \frac{S_{ç}}{A_{ç}} \Rightarrow A_{ç} = \frac{S_{ç}}{(\sigma_{ç})_{em}} = \frac{50 \cdot 10^3}{7 \cdot 10^3} = 7,14 \approx 8 \text{ cm}^2$$

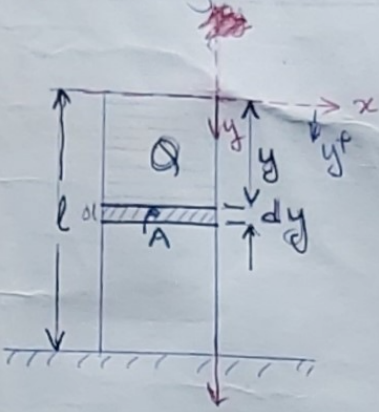
YER DEĞİŞTİRMELERİ

$$\Delta l_{ç} = \frac{S_{ç} \cdot l_{ç}}{A_{ç} E_{ç}} = \frac{(50 \cdot 10^3)(500)}{(8)(21 \cdot 10^6)} = 0,149 \text{ cm}$$

$$\Delta l_{ah} = \frac{S_{ah} \cdot l_{ah}}{A_{ah} E_{ah}} = \frac{(40 \cdot 10^3)(400)}{(364)(10^3)} = 43,95 \text{ cm}$$

Öz ağırlığın gerilme ve şekil değiştirmeye etkisi:

Şimdiye kadar olan incelemelerde, çekme ve basınç maruz çubukların kendi ağırlıkları ihmal edilmişti. Çubukların büyük ve ağır olmaları halinde bu ağırlıklar, gerilme ve şekil değiştirme hesaplarında önem kazanırlar.



Şekilde görülen çubuğun

l : boyu

A : kesit alanı

γ : özgül ağırlığı olsun. Çubuğun

üst ucundan y kadar aşağıda

dy kalınlığında bir parça alalım. Bu

parçanın üstünde kalan çubuk ağırlığına Q dersek, dy kalınlığındaki parçaya bir Q basınç kuvveti uygulanıyormuş gibi düşünülebilir. Bu durumda:

$$Q = \gamma \cdot A \cdot y \quad \text{: Basınç kuvveti}$$

olacağından, meydana gelen gerilme,

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{\gamma \cdot A \cdot y}{A} = \gamma \cdot y \Rightarrow \boxed{\gamma \cdot y = \sigma}$$

çubuğun üst ucu
 $y=0 \Rightarrow \sigma=0$
olur.
 $y=l \Rightarrow \sigma = \sigma_{\max}$
(Ağırlık merkez)

Bu lineer bağıntıya göre, çubuğun üst ucundaki gerilme sıfır olup, alt ucunda maximum (γl) değerindedir.

Çubuğun şekil değiştirmesi ise;

$e = \frac{\sigma}{E}$ verilen Hooke Kanununa göre dy elemanın birim

kısalması: $e = \frac{d(\Delta l)}{dy} = \frac{\gamma \cdot y}{E}$ şeklindedir.

$$d(\Delta l) = \frac{\gamma}{E} y \cdot dy$$

$$\Delta l = \frac{\gamma}{E} \int_0^l y \cdot dy = \frac{\gamma}{E} \left| \frac{y^2}{2} \right|_0^l = \frac{\gamma l^2}{2E} \quad \dots \quad (A)$$

W: Çubuğun toplam ağırlığı olsun. (A)'nın pay ve paydasını (24)

$$W = \gamma \cdot A \cdot l$$

W Toplam ağırlık

değerini (A) da yerine koyarak

$$\Delta l = \frac{\gamma A l^2}{2AE}$$

$$\Delta l = \frac{\gamma l^2}{2E} \cdot \frac{A}{A} = \frac{W l}{2AE} \Rightarrow$$

$$\Delta l = \frac{W l}{2AE}$$

Çubuğun şekil değişimi

Örnek: 1 - Şekildeki sistemde $P = 5 \cdot 10^4$ N, çubuğun kesit alanı $A = 50 \text{ cm}^2$

boyu $l = 100 \text{ m}$, özgül ağırlığı $\gamma = 8 \cdot 10^{-4} \text{ N/cm}^3$

ve $E = 21 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$ olduğuna göre:

- Maxmum gerilmeyi,
- Çubuğun uzamasını bulunuz.

Çözüm: 1

- Maxmum gerilme çubuğun ankastre edildiği AA kesitinde meydana gelecektir. Çubuğun ağırlığı:

$$W = \gamma \cdot A \cdot l = (8 \cdot 10^{-4}) (50) (10^4 \text{ cm}) = 400 \text{ N}$$

A-A kesitindeki gerilme:

$$\sigma_{\max} = \frac{P + W}{A} = \frac{50000 + 400}{50} = 1008 \text{ N/cm}^2$$

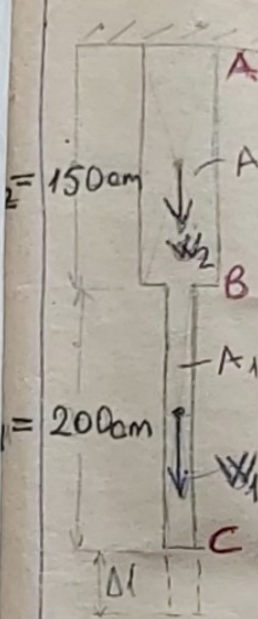
- Çubuğun uzaması:

$$\Delta l = \frac{P \cdot l}{AE} + \frac{W l}{2AE} = \frac{l}{AE} \left(P + \frac{W}{2} \right)$$

$$= \frac{10000}{(50)(21 \cdot 10^6)} \left(50000 + \frac{400}{2} \right)$$

$$\Delta l = 0,05 \text{ cm}$$

$$\Delta l = 0,478 \text{ cm}$$



Şekildeki çubuğun kendi ağırlığından dolayı meydana gelen toplam uzama-
yı bulunuz.

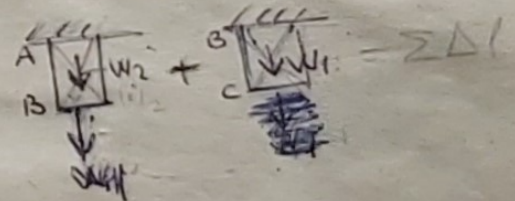
$$W_1 = 1,5 \text{ kN}, A_1 = 2 \text{ cm}^2, l_1 = 200 \text{ cm}$$

$$W_2 = 3,0 \text{ kN}, A_2 = 4 \text{ cm}^2, l_2 = 150 \text{ cm}$$

$$E = 2,1 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$$

Çözüm Önce W_2 ağırlığının AB çubuğuna etkisiyle meydana gelen uzama bulunur. (l yerine l_2 alınır).

Sonra BC çubuğunun W_1 ağırlığından dolayı AB çubuğunda oluşturduğu uzama hesaplanır. (l yerine l_1 alınır). Daha sonra W_1 ağırlığından dolayı AB çubuğunun uzaması bulunur. Bu üç uzama toplanır.



$$\Delta l = \frac{W_2 l_2}{2EA_2} + \frac{W_1 l_1}{2EA_1} + \frac{W_1 l_2}{EA_2}$$

$$= \frac{(3)(150)}{2(2,1 \cdot 10^4)(4)} + \frac{(1,5)(200)}{2(2,1 \cdot 10^4)(2)} + \frac{(1,5)(150)}{(2,1 \cdot 10^4)(4)}$$

$$= \frac{1}{4 \cdot 2,1 \cdot 10^4} \left[\frac{3 \cdot 150}{2} + (1,5 \cdot 200) + (1,5 \cdot 150) \right] = 8,93 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$$

$$\Delta l = 0,00893 \text{ cm}$$