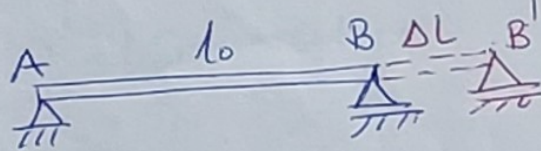


TERMİK KUVVET ve TERMİK GERİLMELER

Bazı hallerde kuvvet etkisi altında bulunan cisimler (elemanlar), ayrıca sıcaklık etkisi altında da bulunabilirler. Sıcaklık değiştikçe malzemenin boyutları da değişecektir.

Değişim sınır şartları ile engellendiğinde, malzeme de gerilme meydana gelir. Bu kuvvete "termik kuvvet" denir. Bu kuvvetten dolayı oluşacak gerilmelere de "termik gerilme" denir.

Statikçe belirli sistem için:



$$e_B = \frac{\Delta L}{l_0}$$

$$e_{B_0} = \alpha \Delta t$$

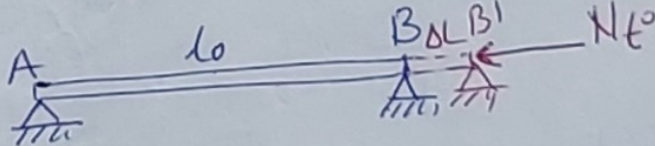
$$\frac{\Delta L}{l_0} = \alpha \Delta t$$

$$\boxed{\Delta L = \alpha l_0 \Delta t}$$

α : ısı genleşme katsayısı

$$\boxed{\Delta L = \alpha l_0 \Delta t = \alpha l_0 (T - T_0)}$$

Statikçe belirsiz sistemler için:



$$\Delta L = \alpha l_0 \Delta t$$

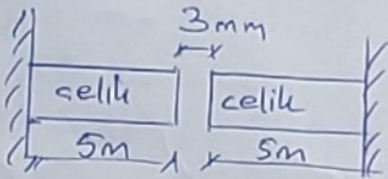
$$\Delta L = \frac{N_{t_0} \cdot l_0}{AE}$$

$$\frac{N_{t_0} \cdot l_0}{AE} = \alpha l_0 \Delta t \Rightarrow \boxed{N_{t_0} = \alpha EA \Delta t} \quad \begin{matrix} \text{Termik} \\ \text{Kuvvet} \end{matrix}$$

$$\sigma_{t_0} = \frac{N_{t_0}}{A} = \frac{\alpha EA \Delta t}{A} \Rightarrow \boxed{\sigma_{t_0} = \alpha E \Delta t} \quad \begin{matrix} \text{Termik} \\ \text{Gerilme} \end{matrix}$$

Sıcaklığın artması malzemede uzamaya ve pozitif gerilmeye,
Sıcaklığın azalması " " kısalmaya ve negatif " "
sebebi olur. Termik gerilme çubuk kesit alanına bağlı değildir.

Örnek: 1)

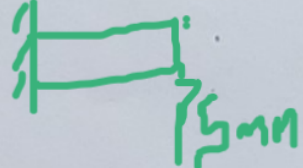


Şekildeki çelik çubukların uçları arasında 10°C de 3mm aralık vardır.

a) Hangi sıcaklıkta çubukların uçları birleşir?

b) Sıcaklık 50°C ye çıktığında çubuklarda meydana gelen gerilmeyi hesaplayınız.

($\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ } 1/^{\circ}\text{C}$, $E = 21 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$)



Çözüm: 1)

a) İki çubukun uçlarının birleşmesi için her birinin 1,5mm uzaması gerekir. (Aynı malzeme old. için).

$$t_0 = 10^{\circ}\text{C}$$

$$t_1 = ?^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta L = \alpha L_0 (t_1 - t_0)$$

$$0,15 = (12 \cdot 10^{-6})(5 \cdot 10^2)(t_1 - 10^{\circ}\text{C})$$

$$\Delta L = 1,5\text{mm} = 0,15\text{cm}$$

$$L_0 = 5\text{m} = 500\text{cm}$$

$$t_1 = 35^{\circ}\text{C} \quad \text{Uçların birleşme sıcaklığı}$$

$$b) t_1 = 35^{\circ}\text{C}$$

$$t_2 = 50^{\circ}\text{C}$$

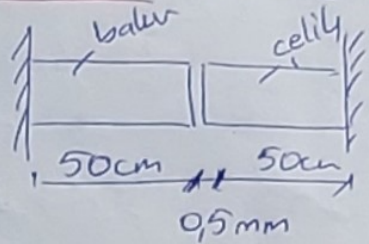
$$\sigma = ?$$

Çubuk uçları birleştikten sonra gerilme meydana gelir.

$$\sigma = \alpha E \Delta t = (12 \cdot 10^{-6})(21 \cdot 10^6)(50 - 35)$$

$$\sigma = 3780 \text{ N/cm}^2$$

örnek



Sekilde görülen eşit uzunluk ve kesit alanındaki çelik ve bakır çubuklar, birer uçlarından ankastre olarak mesnetlenmiş diğer uçları serbest bırakılmıştır. Her iki çubuk $\Delta t = 60^\circ\text{C}$ ısıtıldığı zaman herbirinde oluşacak normal gerilmeleri bulunuz.

Verilenler:

$$A_s = A_b = 20 \text{ cm}^2$$

$$\alpha_b = 16 \cdot 10^{-6}, E_b = 1,2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$$

$$\alpha_s = 11 \cdot 10^{-6}, E_s = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$$

ÇÖZÜM: $\Delta l = 0,5 \text{ mm} = 0,05 \text{ cm}$

$$\Delta l = \Delta l_s + \Delta l_b \rightarrow \text{Uyg. denklemini}$$

$$0,05 = \alpha_s l_s \Delta t' + \alpha_b l_b \Delta t'$$

$$0,05 = [(11 \cdot 10^{-6})(50) + (16 \cdot 10^{-6})(50)] \Delta t'$$

$$0,05 = 50 \cdot 10^{-6} (11 + 16) \Delta t' \rightarrow \Delta t' = 37^\circ$$

Uçların birleştiği sıcaklık

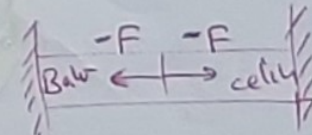
Gerilmeyi düştürecek sıcaklık farkı: $\Delta t = 60^\circ - 37^\circ$

$$\Delta t = 23^\circ$$

Uçlar birleştikten sonra: $(A_s = A_b = A = 20 \text{ cm}^2), (l_s = l_b = 50 \text{ cm})$

$$\Delta l_s + \Delta l_b = 0 \rightarrow \text{Uyg. denklemini veya } (\Delta l_s = -\Delta l_b)$$

$$+ \frac{F l}{A E_s} + \alpha_s l \Delta t + \left(\frac{F l}{A E_b} + \alpha_b l \Delta t \right) = 0, \quad \sigma = \frac{F}{A}$$

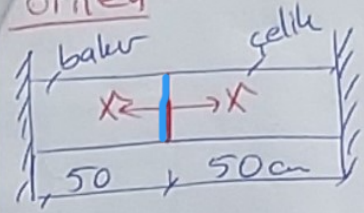


$$+ \sigma \left(\frac{1}{E_s} + \frac{1}{E_b} \right) + (\alpha_s + \alpha_b) \Delta t = 0$$

$$\sigma = \frac{-(\alpha_s + \alpha_b) \Delta t}{\left(\frac{1}{E_s} + \frac{1}{E_b} \right)} = \frac{-(11 \cdot 10^{-6} + 16 \cdot 10^{-6})(23^\circ)}{\frac{1}{2,1 \cdot 10^5} + \frac{1}{1,2 \cdot 10^5}} = \frac{-6,21 \cdot 10^{-4}}{\frac{1,2762}{10^5}}$$

$$\sigma = 48,66 \text{ N/mm}^2 = 4866 \text{ N/cm}^2 \quad (8)$$

örnek



Kesitleri 5 cm^2 olan biri bakır diğeri çelik iki çubuk uç uca eklendikten sonra serbest kalan uçları şekilde görüldüğü gibi rijit iki duvara ankastre edilmiştir. Çelik çubuğun sıcaklığı sabit kalmak şartıyla,

bakır çubuğun sıcaklığı 60°C artırıldığında her iki çubukta doğacak gerilmeleri bulunuz

$$E_b = 10^6 \text{ N/cm}^2, \quad \alpha_b = 16 \cdot 10^{-6}$$

$$E_s = 2 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2, \quad \alpha_s = 12 \cdot 10^{-6}$$

ÇÖZÜM: Isınmadan dolayı bakır ve çelik çubuklarda doğan ve her ikisinde de basma olan kuvvete X dediği. Duvarlar rijit olduğundan, bakırın uzaması, çeliğin kuralması eşittir.

$$\Delta l_b = \Delta l_s \quad \text{--- Uyg. denlemi}$$

$$(\Delta l_b)_t = (\Delta l_b)_e = (\Delta l_s)_e \quad \text{--- (1)}$$

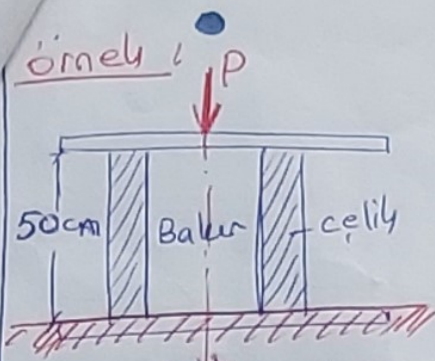
$$\alpha_b \Delta t - \frac{X l_b}{A_b E_b} = \frac{X l_s}{A_s E_s} \Rightarrow \alpha_b \Delta t = X \left(\frac{1}{A_s E_s} + \frac{1}{A_b E_b} \right)$$

$$X = \frac{\alpha_b \Delta t}{\frac{1}{A_s E_s} + \frac{1}{A_b E_b}} = \frac{(16 \cdot 10^{-6})(60)}{\frac{1}{(5)(2 \cdot 10^6)} + \frac{1}{5 \cdot 10^6}} = \frac{960 \cdot 10^{-6}}{\frac{0,1}{10^6} + \frac{0,2}{10^6}}$$

$$X = \frac{960}{0,3} \Rightarrow \boxed{X = 3200 \text{ N}}$$

Gerilmeler her ikisinde basma olup birbirine eşittir

$$\sigma = \sigma_b = \sigma_s = \frac{3200}{5} \Rightarrow \boxed{\sigma = 640 \text{ N/cm}^2}$$



İki boş çelik silindür içine bir bakır çubukla geçirilmiş ve sistem rijit bir kapak üstünden merkezi olarak etkijən 250 kN lük düşey P yükünün etkisindedir.

Bütünleşik bakır çubuğa taşıtacak sıcaklık yūhnelmesini hesaplayınız.

Verilenler

$$A_s = 8 \text{ cm}^2$$

$$E_s = 200 \text{ kN/mm}^2 = 2 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2}$$

$$\alpha_s = 11 \cdot 10^{-6}$$

$$A_b = 25 \text{ cm}^2$$

$$E_b = 100 \text{ kN/mm}^2 = 10^4 \text{ kN/cm}^2$$

$$\alpha_b = 18 \cdot 10^{-6}$$

Çözüm

$$\Delta l_b = \Delta l_s$$

$$(\Delta l_b)_{t^0} - (\Delta l_b)_e = (\Delta l_s)_{t^0} \quad \text{--- Uyg. denkle.}$$

$$\alpha_b l_b \Delta t - \frac{P \cdot l_b}{A_b E_b} = \alpha_s l_s \Delta t$$

$$\left. \begin{array}{l} l_b = l_s = l = 50 \text{ cm} \end{array} \right\}$$

$$\alpha_b \Delta t - \alpha_s \Delta t = \frac{P}{A_b E_b}$$

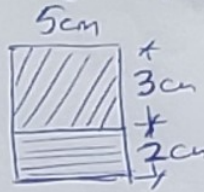
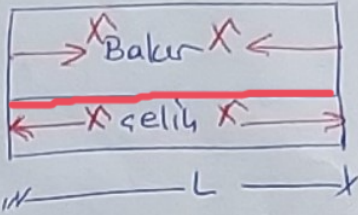
$$(\alpha_b - \alpha_s) \Delta t = \frac{P}{A_b E_b}$$

$$\Delta t = \frac{P}{A_b E_b (\alpha_b - \alpha_s)} = \frac{250}{(25)(10^4)(18 - 11) \cdot 10^{-6}}$$

$$\boxed{\Delta t \approx 143^\circ \text{C}}$$

Örnek

Biri bakır diğeri çelik olan iki çubuk şekilde görüldüğü gibi 15°C de sıkıca kaynaklanmıştır.



Sıcaklık 225°C ye çıktığında bakır ve çelik çubuklarında doğacak gerilmeleri bulunuz.

Verilenler:

$$\alpha_b = 16 \cdot 10^{-6}, E_b = 10^6 \text{ N/cm}^2$$

$$\alpha_s = 12 \cdot 10^{-6}, E_s = 2 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$$

Çözüm: Bakır çubuk daha çok uzamaya isteyecek, fakat çelik bu uzamaya engel olacağına X kuvveti oluşur. X kuvveti bakır çubuğu kısaltmaya, çelik çubuk " uzatmaya çalışır.

Bunlar sıkıca kaynaklı olduğundan: $\Delta l_b = \Delta l_s$ uygundur.

$$\Delta l_b = (\Delta l_b)_t - (\Delta l_b)_e \Rightarrow \Delta l_b = \alpha_b l \Delta t - \frac{X \cdot l}{A_b E_b}$$

$$\Delta l_s = (\Delta l_s)_t + (\Delta l_s)_e \Rightarrow \Delta l_s = \alpha_s l \Delta t + \frac{X \cdot l}{A_s E_s}$$

$$\Delta l_b = \Delta l_s \Rightarrow \alpha_b l \Delta t - \frac{X \cdot l}{A_b E_b} = \alpha_s l \Delta t + \frac{X \cdot l}{A_s E_s}$$

$$X = \frac{(\alpha_b - \alpha_s) \Delta t}{\frac{1}{A_b E_b} + \frac{1}{A_s E_s}} = \frac{(16 - 12) \cdot 10^{-6} \cdot (225 - 15)}{\frac{1}{(3 \times 5)(10^6)} + \frac{1}{(2 \times 5)(2 \cdot 10^6)}}$$

$$X \approx 7200 \text{ N}$$

Gerilmeler:

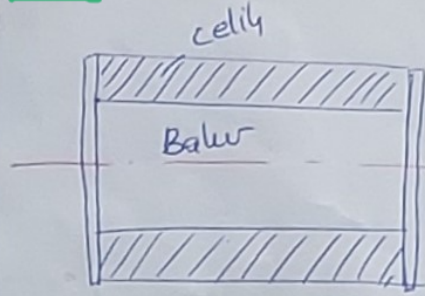
$$\sigma_b = \frac{X}{A_b} = \frac{7200}{15} \Rightarrow$$

$$\sigma_s = \frac{X}{A_s} = \frac{7200}{10} \Rightarrow$$

$$\sigma_b \approx 480 \text{ N/cm}^2$$

$$\sigma_s = 720 \text{ N/cm}^2$$

Örnek 1



30 mm çapındaki bakır çubuk 30,1 mm iç ve 60 mm dış çaplı bir çelik boru içine geçirilip uçları bir plaka yardımıyla sabitlenmiştir.

- a) Her iki metalde 140°C lik bir sıcaklık artışından doğan gerilmeleri bulunuz.
- b) a) daki yüksek sıcaklığa eritildikten sonra, 50 kN lık bir P basma kuvveti uygulanıyor. Yeni gerilmeleri bulunuz.

Verilenleri: ~~$\alpha_b = 1.7 \cdot 10^{-5}$~~ ; $\alpha_s = 10^{-5}$; $E_s = 2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$
 $\alpha_b = 1.7 \cdot 10^{-5}$; $E_b = 10^5 \text{ N/mm}^2$

ÇÖZÜM: Bakır ve çelik borunun uçları sabitlendiği için:

a) $\Delta l_b = \Delta l_s$ --- Uyg. denklemini

$$(\Delta l_b)_t + (\Delta l_b)_e = (\Delta l_s)_t + (\Delta l_s)_e$$

$$\alpha_b \ell \Delta t + \frac{F_b \ell}{A_b E_b} = \alpha_s \ell \Delta t + \frac{F_s \ell}{A_s E_s}$$

$$\alpha_b \Delta t + \frac{\sigma_b}{E_b} = \alpha_s \Delta t + \frac{\sigma_s}{E_s} \Rightarrow (\alpha_b - \alpha_s) \Delta t = \frac{\sigma_s}{E_s} - \frac{\sigma_b}{E_b}$$

Değerler yerine konursa:

$$(1.7 - 1) 10^{-5} (140) = \frac{\sigma_s}{2 \cdot 10^5} - \frac{\sigma_b}{10^5} \Rightarrow \sigma_s - 2\sigma_b = 196 \quad (1)$$

Denge denkle $\sum F_x = 0$: $P_s + P_b = 0$ --- Denge denklemini

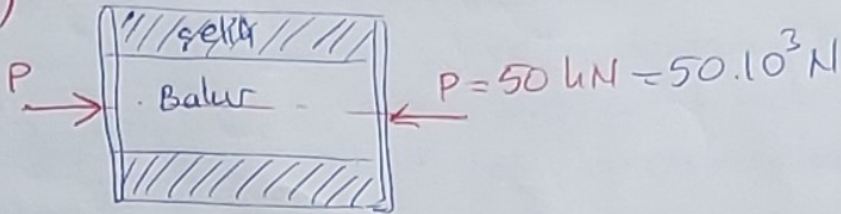
$$\sigma_s A_s + \sigma_b A_b = 0$$

$$\sigma_s \left(\frac{60^2 - 30^2}{4} \right) \pi + \sigma_b \pi \left(\frac{30^2}{4} \right) = 0 \Rightarrow \sigma_b = -3\sigma_s \quad (2)$$

(1) ve (2) den:

$$\sigma_s = 28 \text{ N/mm}^2 \quad (A), \quad \sigma_b = -84 \text{ N/mm}^2 \quad (B)$$

b)



50 kN luk P basma kuvveti' kısılcama etkisini yapar ve çelik ve bakır borular aynı miktarda kısalmalıdır

$$\Delta l'_b = \Delta l'_s \text{ --- Uyg. denklemini}$$

$$\frac{F'_b \cdot l}{A_b E_b} = \frac{F'_s \cdot l}{A_s E_s} \Rightarrow \frac{\sigma'_b}{E_b} = \frac{\sigma'_s}{E_s}$$

$$\frac{\sigma'_b}{10^8} = \frac{\sigma'_s}{2 \cdot 10^8} \Rightarrow \boxed{\sigma'_s = 2 \sigma'_b} \text{ --- (3)}$$

Denge denk. den: $\sigma'_b A_b + \sigma'_s A_s = P$ --- (4')

$$\sigma'_b \left(\pi \frac{30^2}{4} \right) + \sigma'_s \pi \left(\frac{60^2 - 30^2}{4} \right) = -50 \cdot 10^3$$

$$\sigma'_b = -70,74 - 3 \sigma'_s \text{ --- (4)}$$

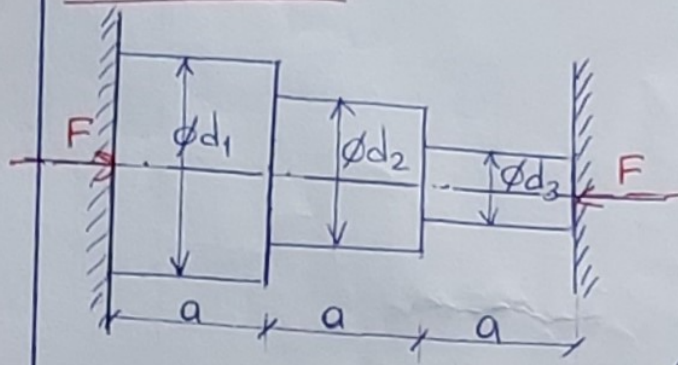
(3) ve (4) den: $\boxed{\sigma'_s = -20,2 \text{ N/mm}^2}$ $\boxed{\sigma'_b = -10,1 \text{ N/mm}^2}$

SONUÇ: (b) de bulunan gerilme değerleri (a) dahil gerilme değerleri üzerine süperpose edilirse:

$$(\sigma_b)_{\text{son}} = -84 - 10,1 = -94,1 \text{ N/mm}^2 \text{ (B)}$$

$$(\sigma_s)_{\text{son}} = 28 - 20,2 = 7,8 \text{ N/mm}^2 \text{ (G)}$$

ÖRNEK: 9)



Şekilde verilen iki ucu ankastre mesnetlenmiş kademeli mil en fazla ne kadar ısıtılabilir?

VERİLENLER:

$$\phi_{d1}=10\text{ cm}, \phi_{d2}=7,5\text{ cm}, \phi_{d3}=5\text{ cm}$$

$$E=2 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2, \alpha_t=11 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$(\sigma_g)_{\text{em}}=12000 \text{ N/cm}^2, (\sigma_b)_{\text{em}}=9000 \text{ N/cm}^2$$

ÇÖZÜM: 9) Mesnetlerden F basma kuvveti geldiği düşünürüz.

$$(\Delta l)_{\text{toplam}} = 0 \quad \dots \text{Uyg. denk.}$$

$$(\sigma_b)_{\text{em}} = \frac{F}{A_3}$$

A_3 : en zayıf kesit

$$\Delta l_t - \Delta l_e = 0$$

$$\alpha_t (3a) \Delta t - \frac{F \cdot a}{E} \left[\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3} \right] = 0$$

Değerler yerine konursa:

$$(11 \cdot 10^{-6}) (3a) \Delta t - \frac{((\sigma_b)_{\text{em}} \cdot A_3) a}{2 \cdot 10^7} \left[\frac{1}{\frac{\pi d_1^2}{4}} + \frac{1}{\frac{\pi d_2^2}{4}} + \frac{1}{\frac{\pi d_3^2}{4}} \right] = 0$$

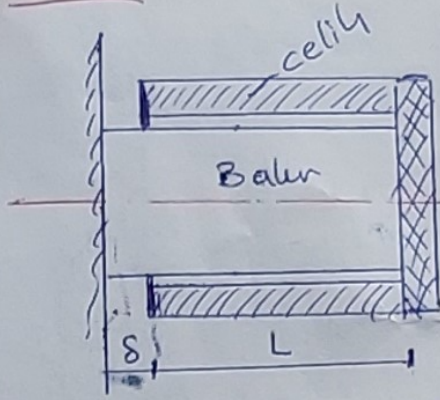
$$(11 \cdot 10^{-6}) (3) \Delta t - \frac{9 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{\pi 5^2}{4} \right)}{2 \cdot 10^7} \left[\frac{1}{\frac{\pi 10^2}{4}} + \frac{1}{\frac{\pi (7,5)^2}{4}} + \frac{1}{\frac{\pi 5^2}{4}} \right] = 0$$

$$(33 \cdot 10^{-6}) \Delta t = 8,84 \cdot 10^{-3} \underbrace{(0,0127 + 0,0227 + 0,051)}_{0,0864}$$

$$\Delta t = \frac{7,63776 \cdot 10^{-4}}{33 \cdot 10^{-6}} = 23^\circ 145'$$

$$\boxed{\Delta t \approx 23^\circ 15'}$$

Soru:



Şekilde verilen bir uçandan
ankastre bakır milin ötekü ucu
çelikle bir boru rijit olarak
bağlanmıştır. İlk andaki sıcaklık
 20°C old. göre çelikle boru
ile duvar arasındaki boşluğun
kapandığı sıcaklığı bulunuz

Verilenler: $S = 0,036\text{cm}$, $d_{cu} = 18 \cdot 10^{-6}$, $d_s = 12 \cdot 10^{-6}$, $L = 60\text{cm}$

Çözüm: Boşluğun kapanabilmesi için:

$$\Delta l_s = S + \Delta l_{cu}$$

$$S = \Delta l_s - \Delta l_{cu} = (d_s \cdot l_s - d_{cu} \cdot l_{cu}) \Delta t$$

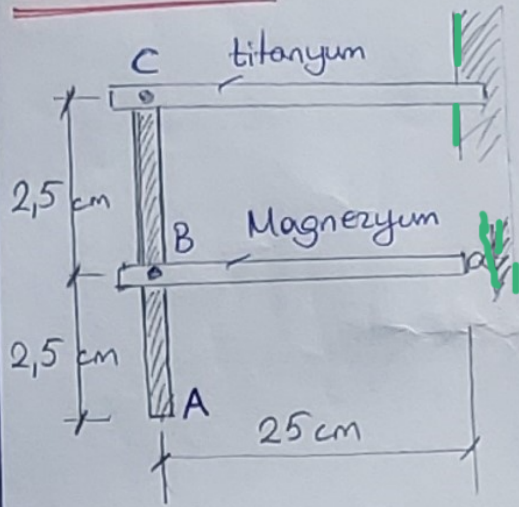
$$\Delta t = \frac{S}{(d_s \cdot l_s - d_{cu} \cdot l_{cu})} = \frac{0,036}{(12 \cdot 60 - 18 \cdot 60) \cdot 10^{-6}}$$

$$\Delta t = -99,82^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 \Rightarrow -99,82 = t_2 - 20$$

$$t_2 = -79,82^{\circ}\text{C}$$

ÖRNEK 4) Şekilde verilen $\overline{CA}$ rijit çubuğu, B ve C noktalarından yatay iki çubuğa mafsallanmıştır. Sistem $\Delta t = 40^\circ\text{C}$ ısıtıldığı zaman, A ucunun yatay yer değiştirmesini hesaplayınız.

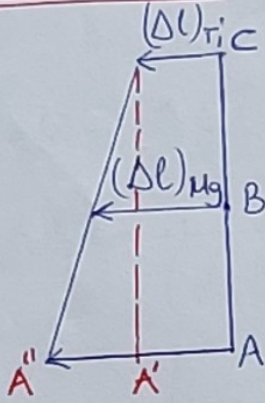


VERİLENLER:

$$(\alpha_t)_{Ti} = 8,5 \cdot 10^{-6} \text{ } 1/^\circ\text{C}$$

$$(\alpha_t)_{Mg} = 25 \cdot 10^{-6} \text{ } 1/^\circ\text{C}$$

ÇÖZÜM 4)



$$(\Delta l)_{Ti} = (\alpha_t)_{Ti} L_{Ti} \Delta t$$

$$= (8,5 \cdot 10^{-6})(25)(40)$$

$$(\Delta l)_{Ti} = 0,0085 = 8,5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$$

$$(\Delta l)_{Mg} = (\alpha_t)_{Mg} L_{Mg} \Delta t$$

$$= (25 \cdot 10^{-6})(25)(40)$$

$$\Delta l_{Mg} = 0,025 = 25 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$$

TALES Bağıntısından:

$$\overline{A'A''} = 2 [(\Delta l)_{Mg} - (\Delta l)_{Ti}] = 2 [0,025 - 0,0085]$$

$$\overline{A'A''} = 0,033 \text{ cm}$$

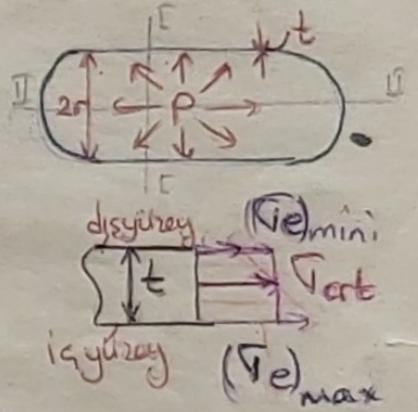
$$\overline{AA''} = (\Delta l)_{Ti} + \overline{A'A''} = 0,0085 + 0,033$$

$$\boxed{\overline{AA''} = 0,0415 \text{ cm}}$$

İnce duvarlı basıncı kaplarda iç basınçtan doğan gerilmeler:

Silindirik bir basıncı kapta sac kalınlığının kabin yarıçapına oranı (t/r), bir dik kesitte ortaya çıkacak normal gerilmenin kalınlık üzerinde yaklaşık da olsa sabit kalmasını sağlayacak kadar küçükse böyle kaplara "İnce duvarlı kaplar" denir.

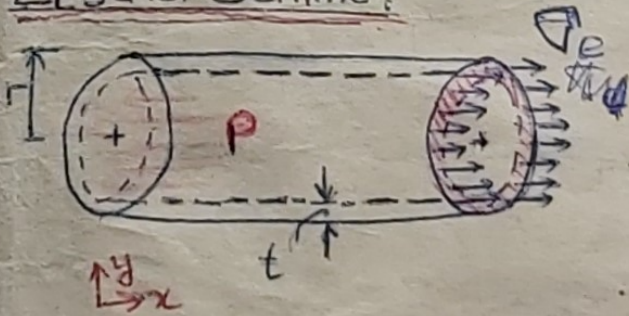
$$\frac{t}{r} < 0,1 \text{ ise } \frac{(\sigma_e)_{\max}}{(\sigma_e)_{\min}} \leq 1,05 \text{ tir.}$$



Petrol boruları, gaz ve sıvı depolama tankları, metal tekerlek çemberleri, ince halkalar, İnce duvarlı olarak işlem görürler.

Öte yandan top ve tüfek namluları, hidrolik preslerin silindiri ve boruları kalın duvarlıdır.

Eksenel Gerilme:



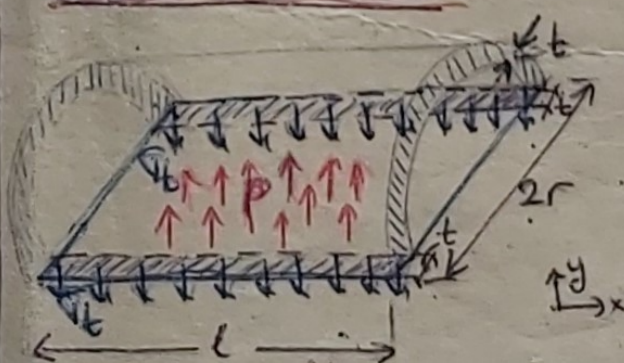
$$\sum F_x = 0:$$

$$-p \cdot (\pi r^2) + [(2\pi r) \cdot t] \cdot \sigma_e = 0$$

$$\sigma_e = \frac{p \cdot r}{2t}$$

EKSENEL NORMAL
GERİLME

Teğetsel Gerilme:

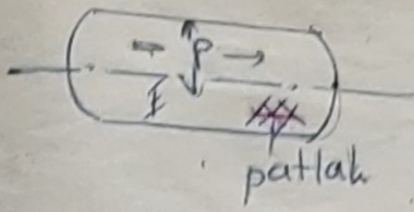


$$\sum F_y = 0:$$

$$p \cdot (2rl) - \sigma_t \cdot 2(t \cdot l) = 0$$

$$\sigma_t = \frac{p \cdot r}{t}$$

TEĞETSEL NORMAL
GERİLME



(2)

Elde edilen sonuçtan, tegetsel gerilmenin (σ_t), eksenel gerilmeye (σ_e) göre iki kez daha büyük olduğu anlaşılmaktadır. Dolayında, eksenel olarak yapılacak kaynak dikisinin, eksene dik yapılacak kaynak dikisinden iki kez daha sağlam olması gerekir. İç basınçtan dolayı patlayan ince duvarlı bir kaptaki patlak daima eksene paraleldir. Elde edilen gerilmeler tümüyle iç basınca göre hesaplanan kaplar için geçerlidir. Vakum tankı gibi dış basınca göre boyutlandırılan kaplarda kullanılmaz.

Şekil değiştirme, yani çevresinde meydana gelen toplam uzama miktarı (Δl):

$$\Delta l = 2\pi(r + \Delta r) - 2\pi r = 2\pi\Delta r \quad \dots \dots (a)$$

l : Boru boyu : $l = 2\pi r$

$$e = \frac{\sigma_t}{E}, \quad \sigma_t = \frac{P \cdot r}{t}$$

$$e = \frac{\Delta l}{l} \Rightarrow \Delta l = e \cdot l = \frac{\sigma_t}{E} \cdot l = \frac{P \cdot r}{t} \cdot \left(\frac{2\pi r}{E}\right)$$

$$\Delta l = \frac{2 P \cdot \pi \cdot r^2}{t \cdot E} \quad \dots \dots (b)$$

(a) ve (b) denir $2\pi\Delta r = \frac{2\pi P r^2}{t \cdot E}$

$$\Delta r = \frac{P \cdot r^2}{t \cdot E}$$

ince borularda yarıçaptaki artış (yani, çevresinde meydana gelen uzama miktarı)

Örnek 1 - Yarıçapı $r = 20 \text{ cm}$ olan ve içerisinde $p = 200 \text{ N/cm}^2$ basınçlı su taşıyan bir su dağıtım sebekesi borusu dökme demirden yapılmıştır. Dökme demirde $\sigma_{em} = 10^4 \text{ N/cm}^2$, $E = 10^7 \text{ N/cm}^2$ olduğuna göre bu borunun gerekli (t) et kalınlığını hesaplayınız ve yarıçapındaki r artışını bulunuz.

Çözüm: 1 - t et kalınlığı hesabı

$$\sigma_t = \frac{P \cdot r}{t} \leq \sigma_{em} \Rightarrow t \geq \frac{P \cdot r}{\sigma_{em}}$$

$$t \geq \frac{200 \cdot 20}{10^4} \Rightarrow \boxed{t \geq 0,4 \text{ cm}}$$

Yarıçap artması:

$$\Delta r = \frac{P \cdot r^2}{t \cdot E} = \frac{200 \cdot (20)^2}{(0,4) \cdot (10^7)} \Rightarrow \boxed{\Delta r = 0,02 \text{ cm}}$$

Örnek 2 - Basınçlı bir silindirin çapı 200 cm, kalınlığı ise 12,5 mm den yapılmıştır. Malzemede $\sigma_{em} = 10 \text{ kN/mm}^2$ olduğuna göre silindirin taşıyabileceği maksimum basınç bulunuz.

Çözüm: 2 - $2r = 200 \text{ cm} \Rightarrow r = 100 \text{ cm} = 1000 \text{ mm}$, $t = 12,5 \text{ mm}$

Eksenel gerilmeye göre basınç hesabı

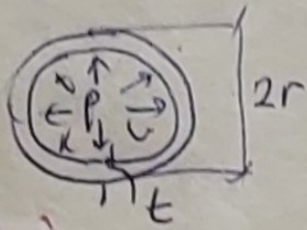
$$\sigma_e = \frac{P \cdot r}{2t} \leq \sigma_{em} \Rightarrow P \leq \frac{2 \sigma_{em} \cdot t}{r} = \frac{2 \cdot 10 \cdot (12,5)}{1000} = 0,25 \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}$$

Teğetsel gerilmeye göre basınç hesabı

$$\sigma_t = \frac{P \cdot r}{t} \leq \sigma_{em} \Rightarrow P \leq \frac{\sigma_{em} \cdot t}{r} = \frac{10 \cdot (12,5)}{1000} = 0,125 \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}$$

Silindirde $0,25 \text{ kN/mm}^2$ den yüksek bir basınç sonucu oluşacak eksenel gerilme emniyet gerilmesini aşacak ve silindir eksenel doğrultuda hasara uğrayacaktır.

ÖRNEK Şekildeki basıncı kabı p iç basıncı etkilimekte dir
et kalınlığı $t = 8 \text{ mm}$, yarıçapı $r = 50 \text{ cm}$,
 $\sigma_{em} = 12 \cdot 10^3 \text{ N/cm}^2$, $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$ old uğu için



a) $p = ?$ b) $\Delta D = ?$ çaptaki artış nedir?

ÇÖZÜMÜ:

$$\sigma_t = \frac{p \cdot r}{t} \leq \sigma_{em} \Rightarrow p \leq \frac{\sigma_{em} \cdot t}{r} \leq \frac{12 \cdot 10^3 (0,8)}{50}$$

$$t = 8 \text{ mm} = 0,8 \text{ cm}$$

$$\boxed{p \leq 192 \text{ N/cm}^2} \text{ iç BASINÇ}$$

$$\Delta r = \frac{p \cdot r^2}{t \cdot E} = \frac{192 (50)^2}{(0,8) (2 \cdot 10^7)} = 0,03 \text{ cm}$$

$$\Delta D : \text{Çaptaki artış} : \Delta D = 2 \Delta r = 0,06 \text{ cm}$$

KESME KUVVETİ

Burada, kesme kuvvetinin tek başına olması hali incelenecektir. Ancak çubuklarda kesme kuvveti eğilme momenti ile birlikte meydana gelmektedir.

Ancak her üs eksenindeki boyutları çok küçük olan bazı birleşim elemanları sadece kesme kuvvetinin etkisi altında kabul edilirler (Perçin, bulon, çivi ve kamalar). Burada sadece bu tip elemanlar incelenecektir.
 { Eğilme momenti kesitle değişiyorsa; kesme kuvveti vardır
 " " " sabitse, $\frac{dM}{dx} = 0$ old. kesme kuvveti = 0'dır

Bu tip bir elemanın normali z olan, bir kesitine etkileyen herhangi bir x eksenine doğrultusundaki kesme kuvvetinin bu kesit içinde bir noktada sadece τ_{zx} kayma gerilmesi doğurduğu kabul edilmektedir.

A : kesit alanı ve, kayma gerilmeleri, kesme kuvvetine

$$Q_x = \int_A \tau_{zx} dA \quad \text{--- (7.1)}$$

şeklinde bağlanırlar. Eğer kesme kuvveti kesitin ağırlık merkezinden geçiyorsa kesitin her noktasında

$\tau_{zx} = \text{sabit}$ kabul edilir, ve

$$Q_x = \tau_{zx} A \quad \text{--- (7.2)}$$

yazılabilir.

Kesitteki kayma gerilmesi, malzeme için belirlenen

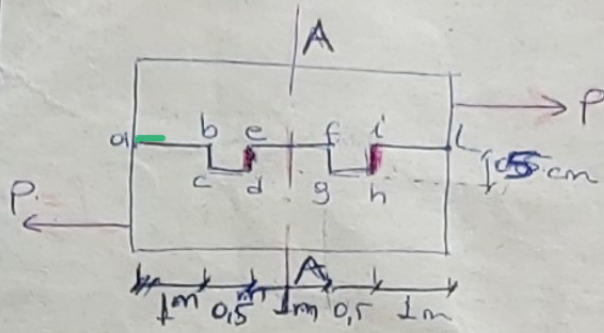
τ_{izin} sınırını aşmamalıdır. Buna göre:

$$\tau_{\text{max}} \leq \tau_{\text{izin}} \Rightarrow Q_x \leq \tau_{\text{izin}} A \quad \text{--- (3)}$$

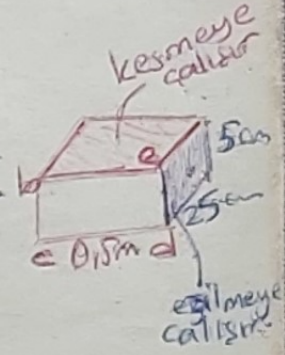
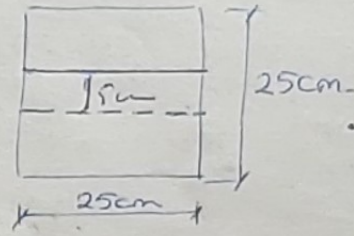
ve kesme kuvveti biliniyorsa emniyetli kesit

$$A \geq \frac{Q_x}{\tau_{\text{izin}}} \quad \text{--- (4)}$$

hesaplanır.



A-A kesiti



şekilde verilen birleşimde:

$\sigma_{ezme} = 1000 \text{ N/cm}^2$, $\tau_{gmn} = 100 \text{ N/cm}^2$ olduğuna göre birleşimin taşıyabileceği P kuvvetini bulunuz.

Çözüm: 1-

Üst kısım düşünülürse, ezilmeye çalışan parçalar:

$(\overline{ed} \cdot 25)$ ve $(\overline{ih} \cdot 25)$ kesitli parçalardır.

İkisininde alanları eşit old. dan her biri P kuvvetinin yarısını taşırlar.

Buna göre ezilmeye göre taşıyabilecek P kuvveti:

$$P_1 = (5 \cdot 25) \cdot \sigma_{ez} \cdot 2 = 5 \cdot 25 \cdot 2 \cdot 1000 = 250.000 \text{ N.}$$

Kesmeye göre hesap yapılırsa; kesilme çalışan parçaları:

$(\overline{be} \cdot 25)$ ve $(\overline{fi} \cdot 25)$ kesitli parçalardır.

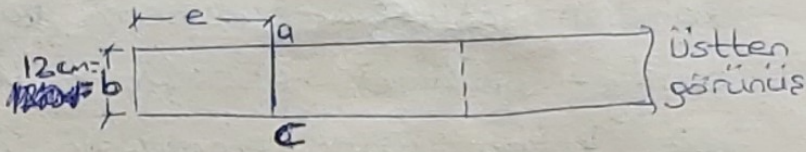
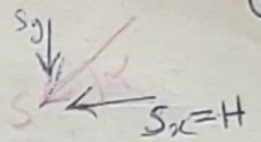
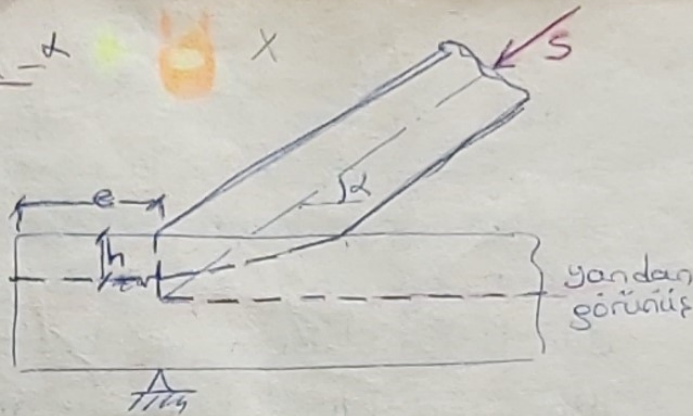
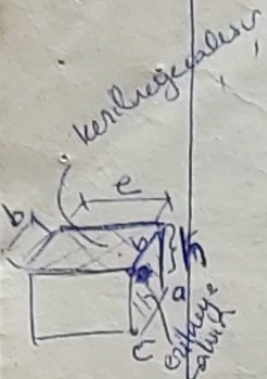
$(\overline{be})$ ve $(\overline{fi})$ uzunlukları eşit old. dan:

$$P_2 = 2 \left[\underbrace{(50)(25)}_{\text{Alan}} \right] \tau_{gmn} = 2(50 \cdot 25) 100 = 250000 \text{ N.}$$

şeklinde hesaplanır.

Dolayısıyla birleşim $P = 250 \text{ kN}$ lük kuvveti taşır.

Örnek 2 - 2



$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{3}{4} \\ \cos \alpha &= \frac{4}{5} \\ \sin \alpha &= \frac{3}{5} \end{aligned}$$

şekilde verilen çatı makasında ahşabın $\tau_{ez, \text{em}} = 1000 \text{ N/cm}^2$, ve

$\tau_{kaym, \text{em}} = 200 \text{ N/cm}^2$ olarak verilmektedir. $S = 150 \text{ kN}$ olan kuvveti güvenle taşıyabilmesi için e ve h boyutları en az ne kadar olmalıdır? $b = 12 \text{ cm}$ ve $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ veriliyor.

Çözüm 2 -

S kuvvetinin kiriş eksenine doğrultusundaki bileşeni tehlike yaratacaktır. Bu bileşen kuvveti:

$$H = S \cdot \cos \alpha = 150 \cdot \frac{4}{5} = 120 \text{ kN.}$$

Ezilmeye çalışan kesit: $(\overline{ac} \cdot h)$

$$H \leq (\overbrace{h \cdot 12}^{\text{alan}}) \tau_{ez, \text{em}}$$

$$120 \leq (h \cdot 12) \cdot 1000$$

$$\Rightarrow h \geq 10 \text{ cm}$$

Kesilmeye çalışan kesit: $(e \cdot b)$

$$H \leq (\overbrace{e \cdot 12}^{\text{alan}}) \tau_{kay, \text{em}}$$

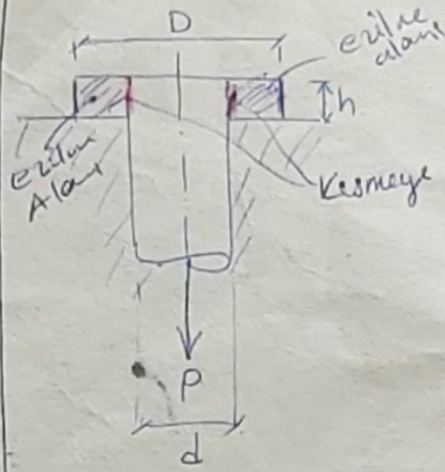
$$120 \leq (e \cdot 12) \cdot (200)$$

$$\Rightarrow$$

$$e \geq 50 \text{ cm}$$

Örnek 3

2005

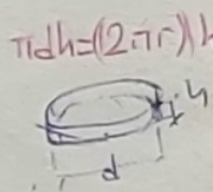


Şekildeki bulonda $(\tau_{ez}) = 2 \tau_{em}$, $\tau_{em} = \tau_{em}$ olduğuna göre bulonun çekme, ezilme ve kesilme tehlikesine göre eşit mukavemetli olması için $\frac{d}{D}$ ve $\frac{h}{d}$ oranları ne olmalıdır?

Cözüm : 3.

Bulonun çekme etkisi ile zorlanan kesiti : $\frac{\pi d^2}{4}$

" Kesilmeye çalışan kesiti = $\pi d \cdot h$



Bulonun çekmeye göre taşıyacağı kuvvet:

$$P_1 = \tau_{em} \left(\frac{\pi d^2}{4} \right)$$

Kesilmeden taşıyabileceği kuvvet:

$$P_2 = \tau_{em} (\pi d \cdot h)$$

Ezilme alanı : $\pi \frac{(D^2 - d^2)}{4}$ old. göre ezilmeden taşıyacağı kuvvet:

$$P_3 = \pi \frac{(D^2 - d^2)}{4} \tau_{ez}$$

P_1, P_2, P_3 ayrı ayrı eşitlenerek:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \boxed{d = 4h} \Rightarrow \boxed{\frac{h}{d} = \frac{1}{4}}$$

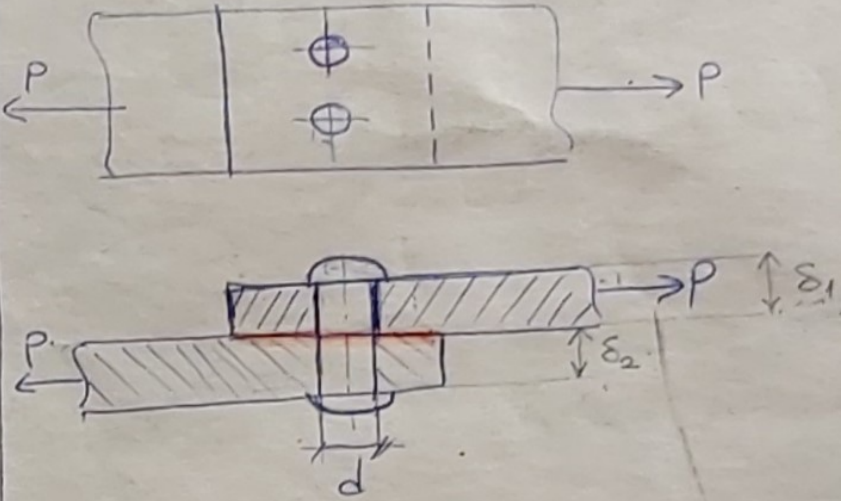
$$P_1 = P_3 \Rightarrow \boxed{D = \sqrt{\frac{3}{2}} d} \Rightarrow \boxed{\frac{d}{D} = \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{2}}}}$$

bulunur.

Perginli Ekler:

Lerhaların perçinlerle eklenmesi iki türlü yapılabilir:

a) Tek tesirli perçin ekleri:



Tek tesirli eklerde;

τ_{em} : Perçin malzemesinde ^{emniyet} güvenli gerilmesi

d : Perçin çapı

a) Q_1 : Bir perçinin alabileceği kesme kuvveti (Kesmeye göre)

$$Q_1 = \frac{\pi d^2}{4} \tau_{\text{em}} \quad (5)$$

Birleşimde n tane perçin varsa:

$$P_1 = n Q_1 \quad (6)$$

birleşimin taşıyabileceği P kuvveti bulunur.

Burada her perçinin eşit kuvvet aldığı kabul edilir.

Bu kabul; P kuvvetinin perçin deliklerinin ağırlık merkezinden geçmesi ve perçin çaplarının birbirinin aynı olması için doğrudur.