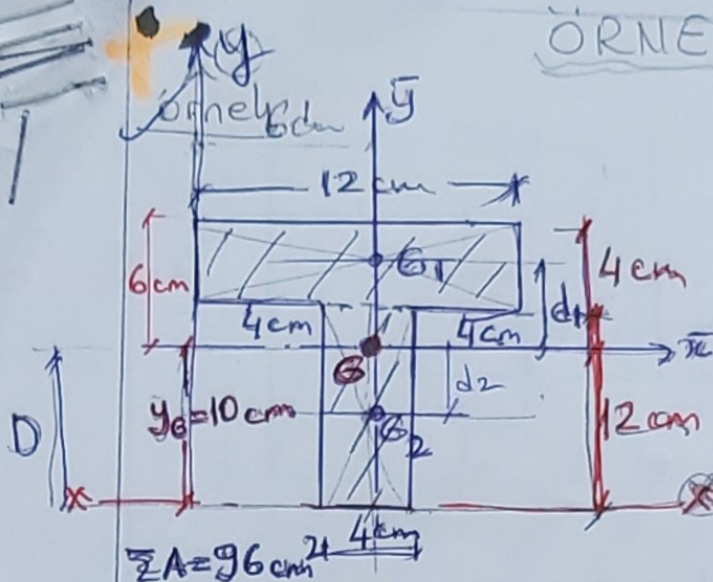


ÖRNEKLER



a) $I_{\bar{x}}, I_{\bar{y}}, I_o = ?$

$i_{\bar{x}}, i_{\bar{y}}, i_o = ?$

$G(\bar{x}; \bar{y}) = G(0; 10 \text{ cm})$

b) Tüm kenitlerin tabanından geçen eksenlere göre I_x atalet momentini bulun.

a) $I_{\bar{x}} = I_{x_1} + I_{x_2} = \left[\frac{12 \cdot 6^3}{12} + 4^2(12 \cdot 6) \right] + \left[\frac{4 \cdot 12^3}{12} + 4^2(12 \cdot 4) \right]$
 $= 832 + 1344 \Rightarrow I_{\bar{x}} = 2176 \text{ cm}^4$

$I_{\bar{y}} = I_{y_1} + I_{y_2} = \frac{4 \cdot 12^3}{12} + \frac{12 \cdot 4^3}{12} = 576 + 64 \Rightarrow I_{\bar{y}} = 640 \text{ cm}^4$

$I_o = I_{\bar{x}} + I_{\bar{y}} = 2176 + 640 \Rightarrow I_o = 2816 \text{ cm}^4$

$i_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{2176}{96}} \approx 4,76 \text{ cm}, i_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{640}{96}} \approx 2,58 \text{ cm}, i_o = \sqrt{\frac{2816}{96}} \approx 5,4 \text{ cm}$

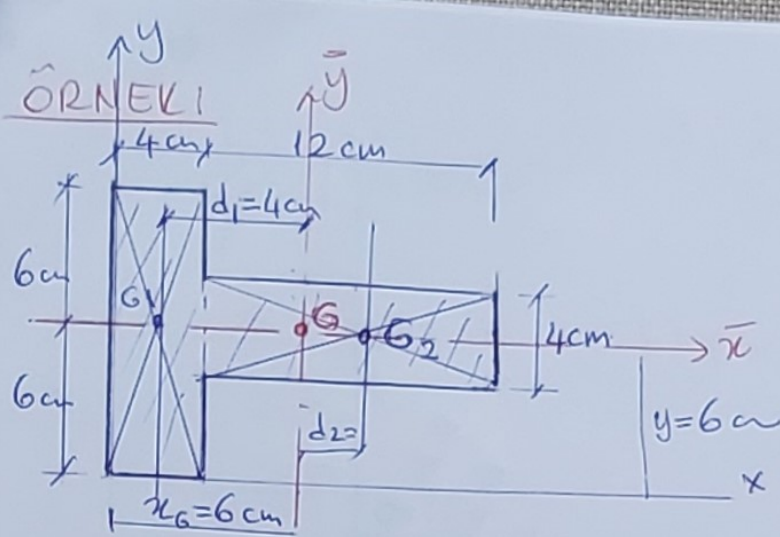
b) $I_x = I_{\bar{x}} + D^2 \cdot A = I_{\bar{x}} + y_G^2(A)$

$I_x = 2176 + (10)^2(96)$
 $= 2176 + 9600$

$I_x = 11776 \text{ cm}^4$

$I_y = I_{\bar{y}} + 6^2(96)$
 $= 640 + 3456$

$I_y = 4096 \text{ cm}^4$



a) $I_{\bar{x}} = ?$ $I_{\bar{y}} = ?$ $I_o = ?$

b) $i_x = ?$ $i_y = ?$ $i_o = ?$

c) $I_x = ?$ $I_y = ?$

ÇÖZÜM : Kesit $\bar{x}$ ely. göre simetridir. $G(x_G; 0)$

$$\bar{x}_G = \frac{2(12 \cdot 4) + 10(12 \cdot 4)}{12 \cdot 4 + 12 \cdot 4} = \frac{576}{96} = 6 \text{ cm} \quad G(6 \text{ cm}; 0)$$

a) $I_{\bar{x}} = I_{x_1} + I_{x_2}$ (NOT: Ağırlık merkezleri $\bar{x}$ ely. üzerindedir)

$$= \left[\frac{4(12)^3}{12} + \frac{12(4)^3}{12} \right] = 576 + 64 \Rightarrow \boxed{I_{\bar{x}} = 640 \text{ cm}^4}$$

$$I_{\bar{y}} = \left[\frac{12 \cdot 4^3}{12} + 4^2(12 \cdot 4) \right] + \left[\frac{4(12)^3}{12} + 4^2(12 \cdot 4) \right]$$

$$= 832 + 1344 \Rightarrow \boxed{I_{\bar{y}} = 2176 \text{ cm}^4}$$

$$I_o = I_{\bar{x}} + I_{\bar{y}} \Rightarrow \boxed{I_o = 2816 \text{ cm}^4}$$

b) $i_x = \sqrt{\frac{640}{96}} = 2,58 \text{ cm}$, $i_y = \sqrt{\frac{2176}{96}} = 4,76 \text{ cm}$, $i_o = \sqrt{\frac{2816}{96}} = 5,4 \text{ cm}$

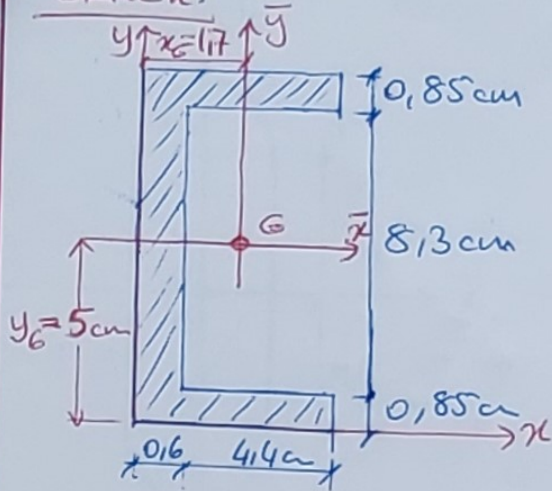
c) $I_x = I_{\bar{x}} + (x_G)^2 (\Sigma A)$

$$I_x = 640 + 6^2(96) \Rightarrow \boxed{I_x = 4096 \text{ cm}^4}$$

$$I_y = I_{\bar{y}} + (x_G^2)(\Sigma A)$$

$$= 2176 + 6^2(96) \Rightarrow \boxed{I_y = 5632 \text{ cm}^4}$$

ÖRNEK:



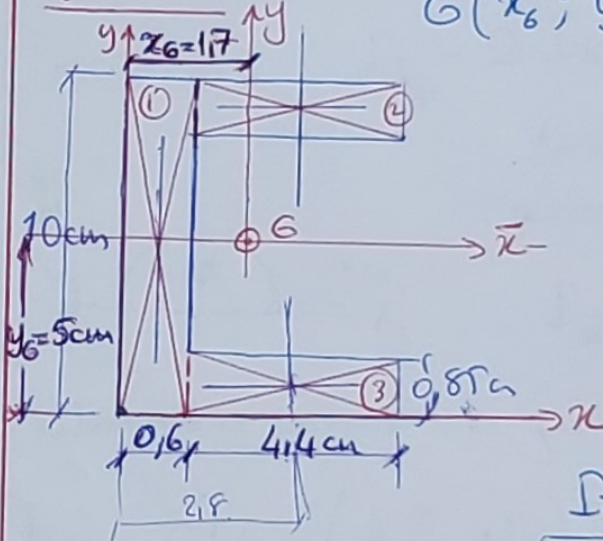
a) $(\bar{x}, \bar{y})$ eksenlerine göre,

$$I_{\bar{x}} = ? \quad I_{\bar{y}} = ?$$

b) (x, y) eksenlerine göre,

$$I_x = ? \quad I_y = ?$$

ÇÖZÜM:



$$G(\bar{x}_G; \bar{y}_G) = G(1.7 \text{ cm}; 5 \text{ cm})$$

$$I_{\bar{x}} = I_{x_1} + 2 I_{x_2}$$

$$I_{\bar{x}} = \left[\frac{(0.6)(10)^3}{12} \right] + 2 \left[\frac{(4.4)(0.85)^3}{12} + \left(5 - \frac{0.85}{2} \right)^2 (4.4 \times 0.85) \right]$$

$$I_{\bar{x}} = (50) + 2(0.226 + 78.28)$$

$$I_{\bar{x}} = 207 \text{ cm}^4$$

$$I_{\bar{y}} = I_{y_1} + 2 I_{y_2}$$

$$= \left[\frac{10(0.6)^3}{12} + (1.7 - 0.3)^2 (10 \times 0.6) \right] + 2 \left[\frac{0.85(4.4)^3}{12} + (2.8 - 1.7)^2 (4.4 \times 0.85) \right]$$

$$= (0.18 + 11.76) + 2(6.034 + 4.5254)$$

$$I_{\bar{y}} = 11.94 + 21.12 \Rightarrow I_{\bar{y}} \approx 33 \text{ cm}^4$$

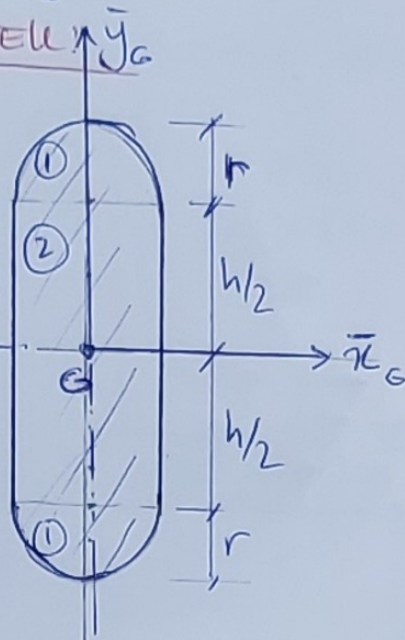
b) $I_x = I_{\bar{x}} + y_G^2 (2A) \Rightarrow I_x = 207 + 5^2 (13.48)$

$$I_x = 544 \text{ cm}^4$$

$$I_y = I_{\bar{y}} + x_G^2 (2A) \Rightarrow I_y = 33 + (1.7)^2 (13.48)$$

$$I_y \approx 72 \text{ cm}^4$$

ÖRNEK



Verilen kesitin $\bar{x}_G$ eksenine göre atalet momentini hesaplayınız

$$(I_{\bar{x}_G} = ?)$$

$$r = 5 \text{ cm}$$

$$h = 20 \text{ cm}$$

ÇÖZÜM:

$$I_{\bar{x}_G} = 2 I_{\bar{x}_1} + I_{\bar{x}_2}$$

Yarımdairenin ^{kendi} ağırlık merkezinden geçen $I_{\bar{x}_1} = \frac{\pi r^4}{8}$ dir.

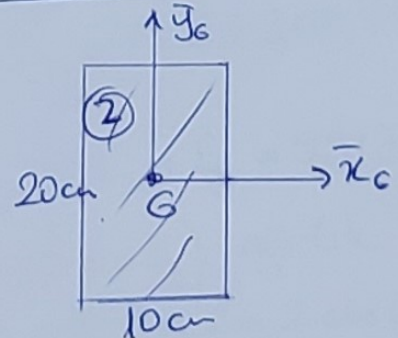


$$I_{\bar{x}_1} = \frac{\pi (5)^4}{8} \approx 246 \text{ cm}^4$$

Tabanından geçen eksen göre: $I_{x_1} = I_{\bar{x}_1} + \left(\frac{4r}{3\pi} + 10\right)^2 \left(\frac{\pi r^2}{2}\right)$

$$I_{\bar{x}_1} = 246 + \underbrace{\left(\frac{4 \cdot 5}{3\pi} + 10\right)^2}_{147} \underbrace{\left(\frac{\pi \cdot 5^2}{2}\right)}_{39,3} = 246 + (147 \cdot 39,3)$$

$$I_{\bar{x}_1} \approx 6019 \text{ cm}^4$$



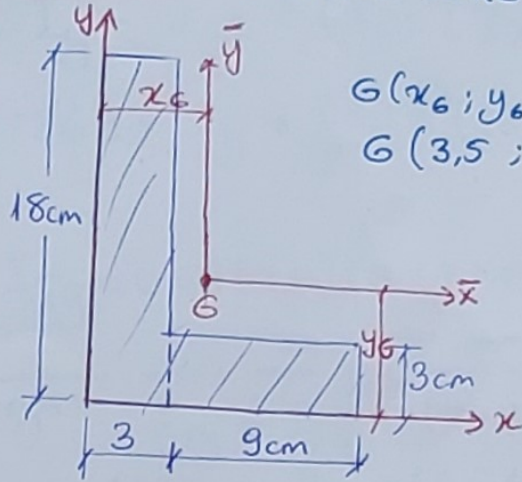
$$I_{\bar{x}_2} = I_{\bar{x}_G} = \frac{10 (20)^3}{12} = 6666,66$$

$$I_{\bar{x}_2} \approx 6667 \text{ cm}^4$$

$$I_{\bar{x}_G} = 2 I_{\bar{x}_1} + I_{\bar{x}_2} = 2 (6019) + 6667$$

$$I_{\bar{x}_G} = 18705 \text{ cm}^4$$

ÖRNEK: Şekilde verilen kesiti,



$$G(x_G; y_G)$$

$$G(3,5; 6,5) \text{ cm}$$

a) $I_{\bar{x}} = ?$ $I_{\bar{y}} = ?$ $I_{\bar{x}\bar{y}} = ?$

$I_o = ?$ $i_{\bar{x}} = ?$ $i_{\bar{y}} = ?$ $i_o = ?$

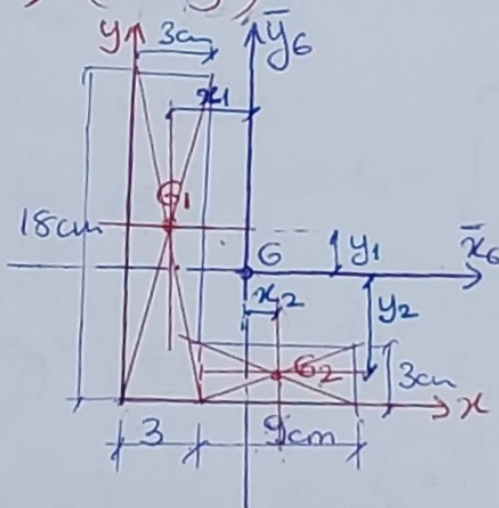
a) (xoy) ekr. takımına göre;

$I_x = ?$ $I_y = ?$ $I_{xy} = ?$

$I_o = ?$

ÇÖZÜM:

a) (xoy) ekr. takımına göre;



$$I_{\bar{x}} = \frac{3(18)^3}{3} + \frac{9 \cdot 3^3}{3} = 5832 + 81$$

$$I_{\bar{x}} = 5913 \text{ cm}^4$$

$$I_{\bar{y}} = \frac{18 \cdot 3^3}{3} + \left[\frac{3 \cdot 9^3}{12} + (3+4,5)^2 (9 \cdot 3) \right]$$

$$= 162 + [182,25 + 1518,75] = 1701$$

$$I_{\bar{y}} = 162 + 1701 \Rightarrow I_{\bar{y}} = 1863 \text{ cm}^4$$

$$I_{xy} = (1,5)(9)(3 \cdot 18) + (3+4,5)(1,5)(3 \cdot 9)$$

$$I_{xy} = 729 + 303,75 \Rightarrow I_{xy} = 1032,75 \text{ cm}^4 \approx 1033 \text{ cm}^4$$

$$I_o = I_{\bar{x}} + I_{\bar{y}} = 5913 + 1863 \Rightarrow I_o = 7776 \text{ cm}^4$$

b) $(\bar{x}_o \bar{y}_o)$ ağırlık merkezinden geçen ekr. tak. göre

$$x_1 = 3,5 - 1,5 = 2 \text{ cm} (-)$$

$$y_1 = 9 - 6,5 = 2,5 \text{ cm}$$

$$x_2 = \left(\frac{9}{2} + 3 \right) - 3,5 = 4 \text{ cm}$$

$$y_2 = 6,5 - 1,5 = 5 \text{ cm} (-)$$

$$I_x = I_{\bar{x}} + (\bar{y}_G)^2 (Z A)$$

$$5913 = I_{\bar{x}} + (6,5)^2 (18 \cdot 3 + 9 \cdot 3) \Rightarrow I_{\bar{x}} \approx 2491 \text{ cm}^4$$

$$I_y = I_{\bar{y}} + (\bar{x}_G)^2 (\Sigma A)$$

$$1863 = I_{\bar{y}} + (3,5)^2 (18,3 + 9,3) \Rightarrow \boxed{I_{\bar{y}} \cong 871 \text{ cm}^4}$$

$$I_{\bar{x}\bar{y}} = (-2)(2,5)(3,18) + (4)(-5)(3,9) \Rightarrow \boxed{I_{\bar{x}\bar{y}} = -810 \text{ cm}^4}$$

veya, $I_{xy} = I_{\bar{x}\bar{y}} + (\bar{x}_G \cdot \bar{y}_G) (\Sigma A)$
 $1033 = I_{\bar{x}\bar{y}} + (3,5 \cdot 6,5)(81) \Rightarrow I_{\bar{x}\bar{y}} = -810 \text{ cm}^4$

$$I_o = I_{\bar{x}} + I_{\bar{y}} = 2491 + 871 = \boxed{3362 \text{ cm}^4}$$

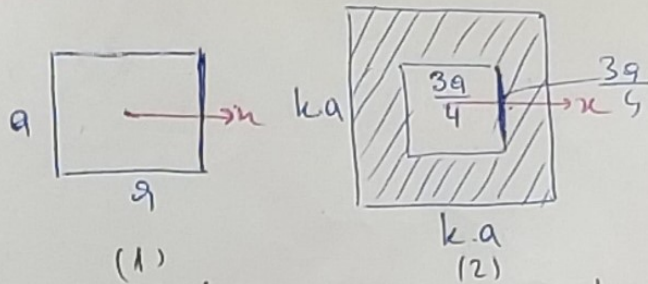
Tüm kareli için,

$$i_x = \sqrt{\frac{I_{\bar{x}}}{\Sigma A}} \Rightarrow i_x = \sqrt{\frac{2491}{81}} \cong 5,6 \text{ cm}$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_{\bar{y}}}{\Sigma A}} \Rightarrow i_y = \sqrt{\frac{871}{81}} \cong 3,3 \text{ cm}$$

$$i_o = \sqrt{\frac{I_o}{\Sigma A}} \Rightarrow i_o = \sqrt{\frac{3362}{81}} \cong 6,5 \text{ cm}$$

Soru 1) v



Sekildeki iki keratin x eksenine göre atalet momentlerinin aynı olması için k ne olmalıdır? Bu taktörde mal-

zeme ekono mi yürdesi kaç olur!

Cöüm: 1)

$$(1) \rightarrow I_{x_1} = \frac{a^4}{12}$$

$$(2) \Rightarrow I_{x_2} = \frac{(ka)(ka)^3}{12} - \frac{1}{12} \frac{3a}{4} \cdot \left(\frac{3a}{4}\right)^3 = \frac{81a^4}{48 \times 64} + \frac{k^4 a^4}{12}$$

Atalet momentlerini: $I_{x_1} = I_{x_2}$ olması için:

$$\frac{a^4}{12} = \frac{k^4 a^4}{12} - \frac{81 a^4}{48 \times 64}$$

$$k^4 = 1,316 \Rightarrow k = 1,07$$

Malzemedan yapılan tasarruf :

$$A_1 = a^2$$

$$A_2 = k^2 a^2 - \frac{9}{16} a^2 = 0,583 a^2$$

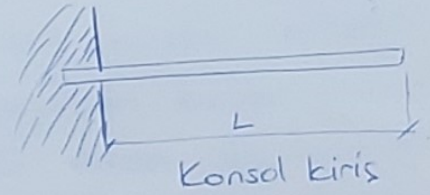
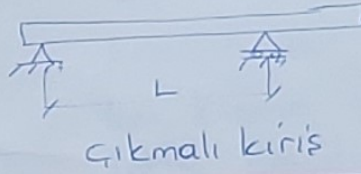
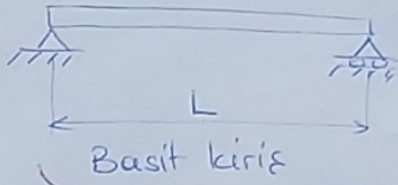
$\rho =$ ekono mi yürdesi

$$\rho = \frac{A_1 - A_2}{A_1} = 1 - \frac{A_2}{A_1} = 1 - \frac{0,583 a^2}{a^2} = 0,417$$

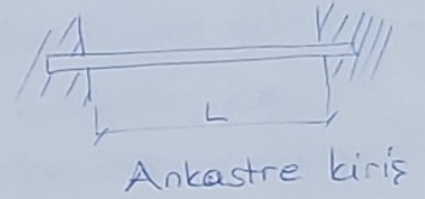
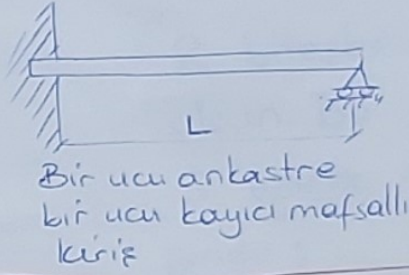
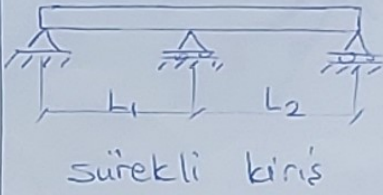
$$\rho = 0,417$$

Kiriş çeşitleri

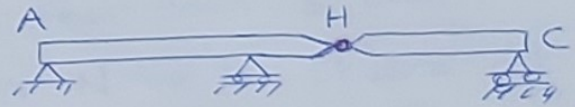
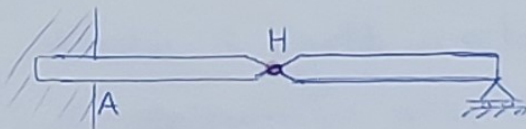
2a



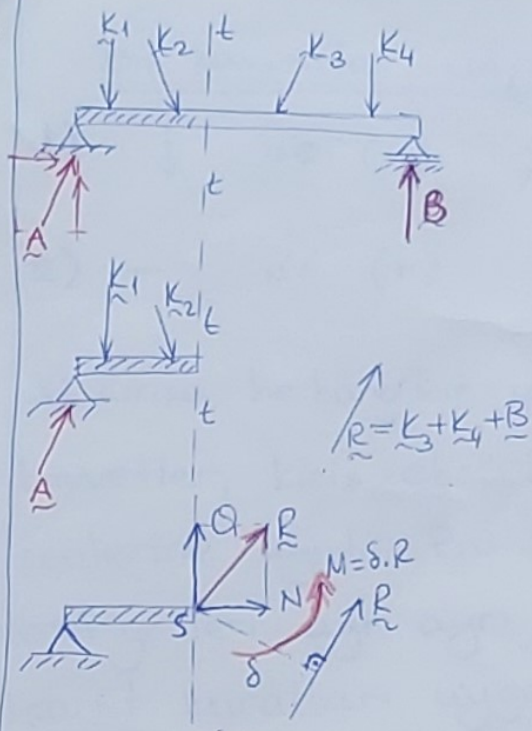
İZOSTATİK KİRİŞLER



HİPERSTATİK KİRİŞLER



GERBER KİRİŞLERİ



bir t-t kesiti ile iki kısıma ayrılan basit bir kirişin örneğin kesitin sol tarafında kalan kısmı; bu kısma tesir eden dış kuvvetlerle kesitin sağ tarafına tesir eden kuvvetlerin etkisi altında dengede kabul edilir. Sağ tarafa tesir eden kuvvetler ise bir $\underline{R}$ bileşkesi ile ifade edilmiş olsun. Bu $\underline{R}$ kuvveti; kesitin S ağırlık merkezine indirgendiğinde;

- 1°) $\underline{R}$ ye paralel ve eşit bir kuvvetle,
- 2°) $M = \delta \cdot R$ ye eşit bir moment elde edilir.

Kesitin S ağırlık merkezine tesir eden $\underline{R}$ kuvvetinin, kirişin eksen doğrultusundaki bileşeni N ve bu eksene dik doğrultudaki bileşeni de Q olsun.

İşte bu suretle kirişin herhangi bir kesiti; N normal kuvveti, Q kesme kuvveti ve M eğilme momenti etkilerinin ~~etkisi~~ tesiri altındadır.

Dış ve iç kuvvetlerin işaret kuralları:

Düzlem sistemlerde dış ve iç kuvvetler için genel olarak aşağıda belirtilen işaret kuralları kabul edilir.

A) Dış kuvvetler ve mesnet reaksiyonlarının işareti

Dış kuvvet ve mesnet reaksiyonları için aynı işaretleme kuralı uygulanır.

Dış kuvvetler için; işaretleme kuralı

(4)

1) $\downarrow$ ise $(-)$; $\uparrow$ ise $(+)$

2) $\rightarrow$ ise $(+)$; $\leftarrow$ ise $(-)$

3) Kirişe herhangi bir yönde tesir eden kuvvetler halinde, bu kuvvetler, kiriş eksenine dikey ve yatay yönlerde bileşenlerine ayrılır. Bu suretle elde edilen bileşke kuvvetlerin yönleri ayrı ayrı göz önüne alınarak yukarıdaki işaret kuralları uygulanır.

Mesnet reaksiyonları için;

Düsey kuvvetlerle yüklenen yatay bir basit kirişin mesnet reaksiyonlarının doğrultuları da dikey olur.

$\uparrow \Rightarrow (+)$; $\downarrow \Rightarrow (-)$

Mesnet reaksiyonunun, $(+)$ olması halinde, mesnet basınca çalışır. $(-)$ olması halinde mesnet çekmeğe çalışır.

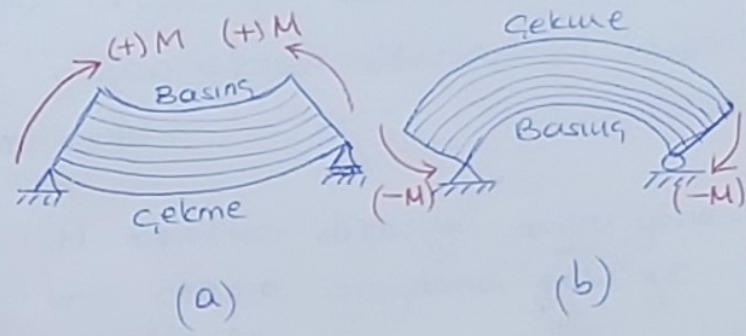
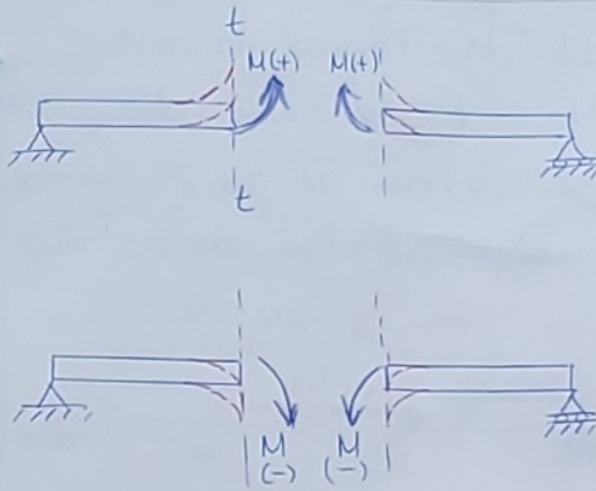
B) iç kuvvetlerin işareti;

~~Kirişin herhangi bir kesitinde, dış kuvvetler ve mesnet reaksiyonlarının tesiriyle meydana gelen eğilme momenti (M) , kesme kuvveti (Q) , normal kuvvet (N) için de genel olarak aşağıdaki işaretleme kuralı uygulanır.~~

Kirişin herhangi bir kesitinde, dış kuvvetler ve mesnet reaksiyonlarının tesiriyle meydana gelen eğilme momenti (M) , kesme kuvveti (Q) , normal kuvvet (N) için de genel olarak aşağıdaki işaretleme kuralı uygulanır.

Bir kirişin herhangi bir kesitine tesir eden M , dikte alınan kesitin S ağırlık merkezine göre momentlerinin cebirsel toplamına esittir.

1) Eğilme Momentinin İşareti : (M)



Birimi :

Moment, kuvvet ile mesafenin çarpımına eşit olduğu için

~~Kilogram~~ Newton (ton-metre) : ~~kN~~ m

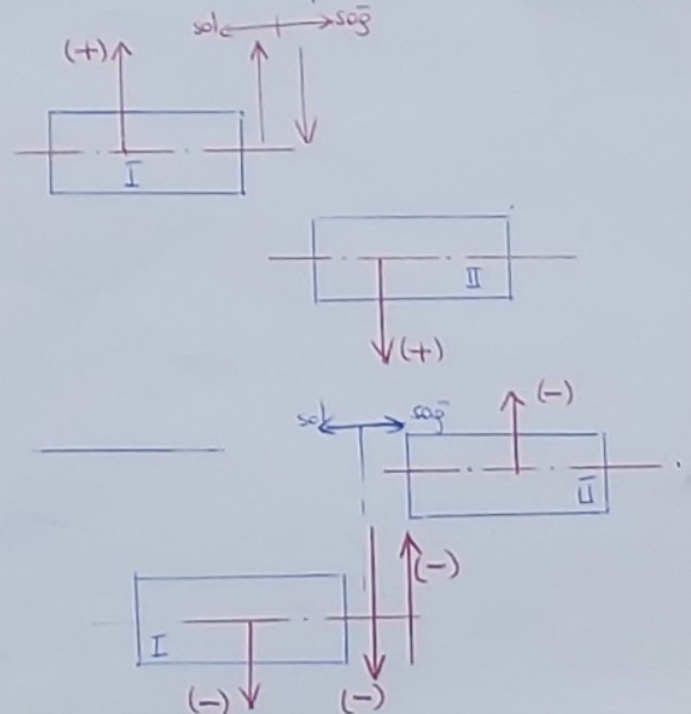
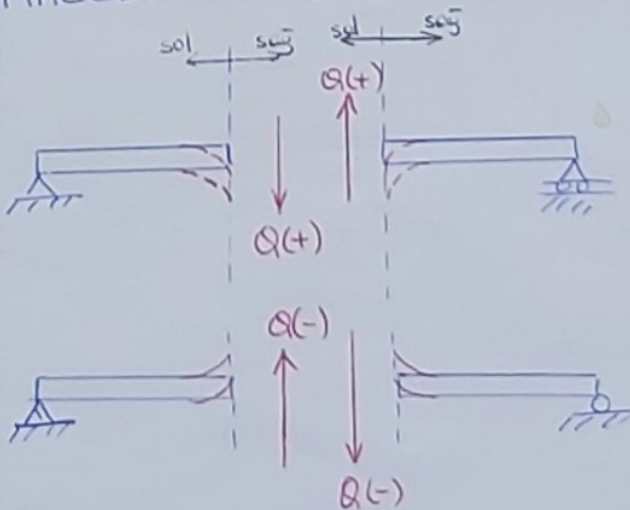
(~~Kilogram~~ Newton) (metre) : ~~N~~ m

~~Kilogram~~ Newton (ton-santimetre) : ~~kN~~ cm

(~~Kilogram~~ Newton) (santimetre) : ~~N~~ cm

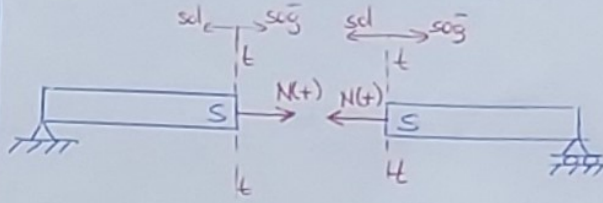
2) Kesme Kuvvetinin İşareti : (Q)

Bir kirişin herhangi bir kesitine tesir eden kesme kuvveti Q, dikkate alınan kesitin sol veya sağ tarafında kalan dış kuvvetlerin (reaksiyon kuvvetleri dahil) kirişin S ağırlık merkezinden geçen eksene dik bir eksen üzerindeki izdüşümlerinin ~~cabuk~~ cebrik toplamına eşittir.

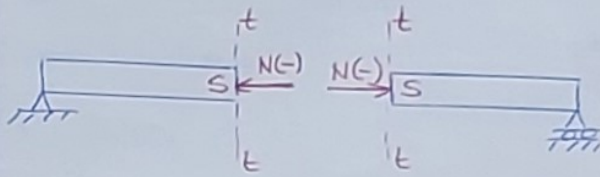


3) Normal kuvvetin işareti : (N)

Normal kuvvet N , dikkate alınan kesitin sol veya sağ tarafında kalan dış kuvvetlerin (reaksiyon kuvvetleri dahil) kirisin S ağırlık merkezinden geçen eksen üzerindeki izdüşümlerinin cebrik toplamına eşittir.

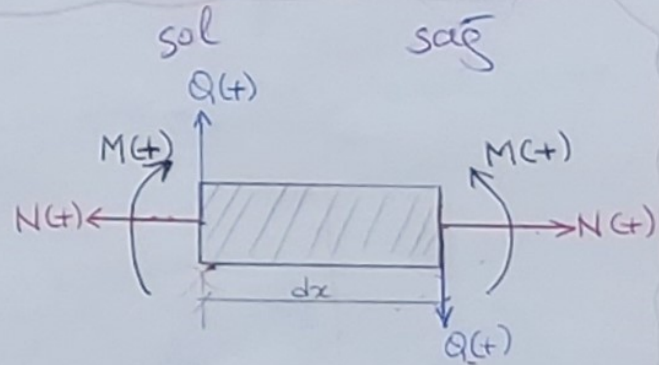
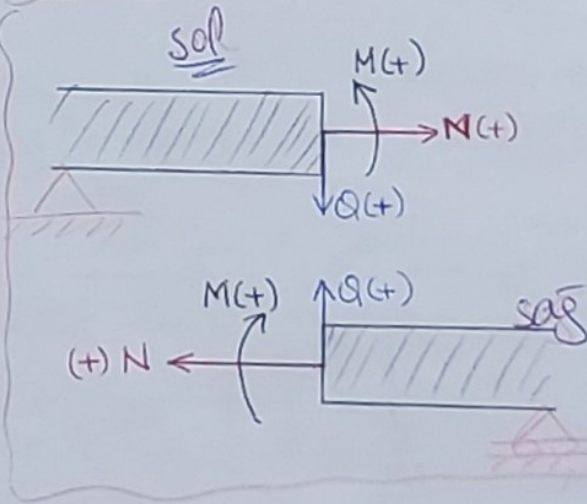


N , kesitten dışarıya doğru yönelirse çekme meydana gelir ve işareti (+) dir.



N , kesitten içeriye doğru yönelirse basın meydana gelir ve işareti (-) dir.

Özet olarak;



MOMENT (M_e), KESME KUVVETİ (Q) ve NORMAL KUVVET (N) DİYAGRAMLARININ ÇİZİLMESİ,

M_e , Q ve N diyagramlarının çizimi için üç yöntem vardır:

1. Kesit alma metodu
2. İntegral Metodu.
3. Alan Metodu.

1. KESİT ALMA METODU:

1. Önce kirişin mesnet tepkileri bulunur.
2. Her iki kuvvet arasından kesit alınır.
3. Alınan kesit ile kiriş sağ ve sol olarak iki parçaya ayrılır; ve is kuvvetler yerleştirilerek denge denklemleri uygulanır.
4. Elde edilen denklemlere sınır şartları uygulanarak diyagramların eğrileri elde edilir.
5. Moment denkleminde; moment eğrisi, kesme kuvveti ($\sum F_y=0$) denk.den; Q eğrisi, Normal kuvvet ($\sum F_x=0$) " " ; N eğrisi elde edilir.
6. Süper-pozisyon yöntemiyle kirişin tamamı için M_e , Q , N diyagramları elde edilir.

N, Q, M Diyagramlarının çizimiyle ilgili notlar.

1. Bir kirişin herhangi bir yerindeki eğilme momentinin türevi, kesme kuvvetine eşittir.

$$\frac{dM}{dx} = Q$$

2. Momentin II. türevi veya kesme kuvvetinin I. türevi birim yükün ters işaretli sıddetine eşittir.

$$\frac{d^2M}{dx^2} = \frac{dQ}{dx} = -q$$

3. Kesme kuvvetinin sıfır olduğu yerde, moment maksimum veya minimumdur.
4. Konsol kirislerde moment daima negatiftir.
5. Tekil yükün altında kesme kuvveti yatay bir doğru, moment eğimli bir doğrudur.
6. Düzgün yayılı yükün altında Q azalan bir doğru şeklinde, Me ile 2° den parabolüdür.
7. Üçgen yayılı yükün altında Q, 2° den bir parabel Me, ile III. dereceden bir parabolüdür.
8. Yalnız konsol kirislerde mesnet tepkilerini bulmadan ancak serbest uçtan başlamak şartıyla; Q, M diyagramları çizilebilir.
9. Sabit ve hareketli mesnetler dışardan bir moment uygulanmadığı müddetçe moment tasarımları.
10. Mafsallar sadece yatay ve dikey kuvvetler taşır. Moment taşımaz.